

**НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК УКРАИНЫ
ИНСТИТУТ РАДИОФИЗИКИ И ЭЛЕКТРОНИКИ
им. А.Я. Усикова**

На правах рукописи

РОХМАНОВА Татьяна Николаевна

УДК 538.945, 537.9

**ОТРАЖЕНИЕ, ПРОХОЖДЕНИЕ И ТРАНСФОРМАЦИЯ
ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В СЛОИСТЫХ СВЕРХПРОВОДНИКАХ
КОНЕЧНЫХ РАЗМЕРОВ**

01.04.02 теоретическая физика

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
Ямпольский Валерий Александрович
доктор физ.-мат. наук, проф.,
чл.-кор. НАН Украины

Харьков – 2015

СОДЕРЖАНИЕ

СПИСОК УСЛОВНЫХ СОКРАЩЕНИЙ.....	5
ВВЕДЕНИЕ.....	6
РАЗДЕЛ 1. ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА СЛОИСТЫХ СВЕРХПРОВОДНИКОВ (ОБЗОР).....	13
1.1. Высокотемпературные слоистые сверхпроводники	13
1.2. Джозефсоновская плазма. Джозефсоновские плазменные волны (ДПВ).....	16
1.3. Прикладной аспект исследований слоистых сверхпроводников.....	18
1.4. Связанные синусоидальные уравнения Гордона.....	21
1.5. Закон дисперсии линейных ДПВ	25
1.6. Нелинейность джозефсоновских плазменных волн.....	26
1.7. Обыкновенные и необыкновенные ДПВ.....	28
Выводы.....	31
РАЗДЕЛ 2. ЛИНЕЙНЫЕ ДПВ В СЛОИСТЫХ СВЕРХПРОВОДНИКАХ, ПОМЕЩЕННЫХ В ВОЛНОВОД.....	33
2.1. Распространение волн поперек слоев	33
2.1.1. Отражение и прохождение ТЕ-волны.....	34
2.1.2. Отражение и прохождение ТМ-волны	37
2.2. Распространение волн вдоль слоев	40
2.2.1. Взаимная трансформация ТЕ- и ТМ-волн.....	41
2.2.2. Взаимная трансформация волн с поляризациями, связанными с осью с	45
2.2.3. Отражение и прохождение волн, в которых $E_y = 0$ и $H_y = 0$	49
Выводы.....	51
РАЗДЕЛ 3. НЕЛИНЕЙНЫЕ ДПВ В СЛОИСТЫХ СВЕРХПРОВОДНИКАХ, ПОМЕЩЕННЫХ В ВОЛНОВОД.....	52
3.1. Распространение нелинейных волн поперек слоев	53

3.1.1. Электромагнитные поля в вакуумных областях волновода и в сверхпроводнике. Коэффициент прохождения нелинейной волны	53
3.1.2. Коэффициент прохождения при отрицательных отстройках частоты	58
3.1.3. Коэффициент прохождения при положительных отстройках частоты	63
3.1.4. Механическая аналогия.....	65
3.2. Распространение волн вдоль слоев	68
3.2.1. Электромагнитные поля в вакуумных областях волновода и в сверхпроводнике. Коэффициент прохождения нелинейной волны	69
3.2.2. Коэффициент прохождения при отрицательных отстройках частоты	72
3.2.3. Коэффициент прохождения при положительных отстройках частоты	76
3.2.4. Механическая аналогия.....	78
Выводы.....	80
РАЗДЕЛ 4. ТРАНСФОРМАЦИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ДПВ В СЛОИСТЫХ СВЕРХПРОВОДНИКАХ, ПОМЕЩЕННЫХ В ВОЛНОВОД.....	
4.1. Электромагнитные поля в вакууме и в образце слоистого сверхпроводника.....	83
4.2. Принцип суперпозиции	86
4.3. Прохождение и отражение волн с E_{\perp} поляризацией	91
4.4. Прохождение и отражение ТЕ и ТМ мод	96
Выводы.....	102
РАЗДЕЛ 5. ОТРАЖЕНИЕ И ПРОХОЖДЕНИЕ ТМ ВОЛН СКВОЗЬ СЛОИСТЫЕ СВЕРХПРОВОДНИКИ В ПРИСУТСТВИИ ПОСТОЯННОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ	
.....	104
5.1. Отражение ТМ волн от полубесконечного образца.....	104
5.1.1. Электромагнитные поля в вакууме и в слоистом сверхпроводнике. Коэффициент отражения.....	105
5.1.2. Анализ зависимости коэффициента отражения от параметров задачи	109
5.2. Прохождение ТМ волны через слоистый сверхпроводник конечной толщины	114
5.2.1. Поля в системе.	115

5.2.2. Коэффициент прохождения	119
5.2.3. Зависимость коэффициента прохождения от толщины образца	120
5.2.4. Зависимость коэффициента прохождения от угла падения	121
5.2.5. Зависимость коэффициента прохождения от частоты падающей волны ...	123
Выводы.....	126
ВЫВОДЫ	128
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	130

СПИСОК УСЛОВНЫХ СОКРАЩЕНИЙ

ВТСП	Высокотемпературные сверхпроводники
ДПВ	Джозефсоновские плазменные волны
ТЕ	Поперечно-электрические волны
ТМ	Поперечно-магнитные волны
J_c	Максимальная плотность джозефсоновского тока
λ_{ab} и λ_c	Лондоновские глубины проникновения магнитного поля поперек и вдоль слоев, соответственно
$\gamma = \lambda_c / \lambda_{ab}$	Параметр анизотропии
ω_J	Джозефсоновская плазменная частота
ω	Частота волны
$\Omega = \omega / \omega_J$	Нормированная частота волны
θ	Угол падения волны
ε	Диэлектрическая проницаемость межслойных промежутков
σ_c	Проводимость квазичастиц поперек слоев сверхпроводника
σ_{ab}	Проводимость квазичастиц вдоль слоев сверхпроводника
ω_r	Частота релаксации
φ	Калибровочно-инвариантная межслойная разность фаз параметра порядка
\vec{E} и \vec{H}	Напряженности электрического и магнитного полей, соответственно
\vec{A}	Векторный потенциал
$\Phi_0 = \pi \hbar / e$	Квант магнитного потока

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы. Исследование слоистых сверхпроводников перспективно с точек зрения как фундаментальной, так и прикладной науки. Такие материалы представляют собой периодические структуры, в которых тонкие сверхпроводящие слои разделены более толстыми диэлектрическими слоями, электродинамически связанные между собой за счет внутреннего эффекта Джозефсона [1]. К таким структурам относятся как высокотемпературные сверхпроводники на основе меди или железа, например, $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ или $\text{La}[\text{O}_{1-x}\text{F}_x]\text{FeAs}$, так и искусственные слоистые системы типа $\text{Nb}/\text{AlO}_x/\text{Nb}$ или $\text{Al}/\text{AlO}_x/\text{Al}$. Интерес фундаментальной науки к слоистым сверхпроводникам связан с существованием в них особого типа твердотельной плазмы, так называемой джозефсоновской плазмы. Основной особенностью джозефсоновской плазмы является анизотропия ее токонесущей способности: токи вдоль слоев имеют ту же природу, что и в обычных сверхпроводниках и могут быть описаны в терминах лондоновской модели, а токи поперек слоев имеют джозефсоновскую природу. Данная анизотропия способствует формированию в слоистых сверхпроводниках особого типа возбуждений – джозефсоновских плазменных волн (см., например, [2,3]). Важной особенностью джозефсоновских плазменных волн является то, что они относятся к терагерцевому диапазону частот, перспективному с точки зрения различных приложений [4,5]. Поэтому в течение последнего десятилетия прикладывались значительные усилия для создания генераторов мощного когерентного терагерцевого излучения и других устройств, действующих на основе слоистых сверхпроводников (см., например, [6]).

Ранее многими исследовательскими группами рассматривались задачи о возбуждении и распространении джозефсоновских плазменных волн в слоистых сверхпроводниках. Было предсказано существование поверхностных джозефсоновских плазменных волн, изучен ряд линейных и нелинейных эффектов при их распространении. В частности, было показано, что в слоистых сверхпроводниках может

наблюдаться отрицательный коэффициент преломления электромагнитных волн (см., например, [7-9]). Однако в большинстве предыдущих теоретических работ рассматривались бесконечные или полубесконечные образцы слоистых сверхпроводников. В то же время, реальные размеры образцов, которые используются в экспериментах со слоистыми сверхпроводниками, близки к длине волны терагерцевого излучения. Очевидно, что в таких условиях нужно учитывать конечность образцов. Таким образом, важным является теоретическое описание процессов отражения и прохождения линейных и нелинейных волн в конечных слоистых сверхпроводниках, анализ сопутствующих нелинейных эффектов, исследование трансформации поляризации падающей волны и установление возможности управления этими процессами с помощью внешнего постоянного магнитного поля.

Именно этот круг новых важных научных задач, которые имеют фундаментальное и прикладное значение, решается в данной диссертационной работе, что делает ее тему несомненно актуальной.

Связь работы с научными программами, планами, темами. Диссертационная работа выполнена в отделе теоретической физики Института радиофизики и электроники им. А.Я. Усикова НАН Украины и является составной частью следующих проектов:

- научно-исследовательская работа отделения физики и астрономии НАН Украины «Вивчення взаємодії електромагнітних та звукових хвиль, а також заряджених часток з твердотільними структурами» (номер государственной регистрации 0112U000211, срок выполнения 2012-2016 гг.);

- целевая программа НАН Украины «Теоретичні та експериментальні дослідження властивостей періодичних і стохастичних модульованих наноструктур в оптичному, інфрачервоному та надвисокочастотному діапазонах спектру» (номер государственной регистрации 0110U005642, срок выполнения 2010-2014 гг.);

- проект Государственного фонда фундаментальных исследований Украины

«Квантові явища в системах на основі джозефсонівських контактів» (номер государственной регистрации 0113U006217, срок выполнения 2013 г.)

Цель и задачи исследования. Целью диссертационной работы является теоретическое описание трансформации поляризации линейных и нелинейных электромагнитных волн при их отражении и прохождении сквозь слоистые сверхпроводники конечных размеров и установление влияния внешнего постоянного магнитного поля на коэффициенты отражения и прохождения. Для достижения поставленной цели были сформулированы следующие задачи:

- найти аналитические выражения для коэффициентов отражения и прохождения линейных волн сквозь слоистые сверхпроводники конечных размеров, которые помещены в вакуумный прямоугольный волновод;
- исследовать возможность трансформации поляризации линейных волн при их отражении и прохождении сквозь слоистые сверхпроводники конечных размеров;
- получить зависимости коэффициентов прохождения нелинейных волн сквозь слоистые сверхпроводники конечных размеров от амплитуды падающей волны в случаях, когда волны распространяются или перпендикулярно, или параллельно сверхпроводящим слоям;
- разработать метод для упрощения решения нелинейных задач отражения и прохождения электромагнитных волн сквозь слоистые сверхпроводники конечных размеров;
- выявить условия эффективной трансформации поляризации нелинейных поперечно-электрических и поперечно-магнитных волн при их отражении и прохождении сквозь образец слоистого сверхпроводника конечных размеров;
- выяснить возможность управления прозрачностью пластины слоистого сверхпроводника с помощью внешнего постоянного магнитного поля;
- получить аналитические выражения для коэффициентов отражения и прохождения сквозь слоистые сверхпроводники во внешнем постоянном магнитном поле.

Объектом исследования являются процессы отражения, прохождения и трансформации поляризации электромагнитных волн в слоистых сверхпроводниках конечных размеров, а также нелинейные эффекты, возникающие при прохождении волн.

Предметом исследования являются зависимости коэффициентов отражения, прохождения и трансформации джозефсоновских плазменных линейных и нелинейных волн от размеров образца, амплитуды падающей волны, ее частоты и угла падения.

Методы исследования. Для решения поставленных в диссертации задач использовались как аналитические, так и численные методы теоретической физики конденсированного состояния. При решении нелинейных электродинамических задач проводился качественный анализ нелинейных дифференциальных уравнений и соответствующих фазовых траекторий. Использовались методы разделения переменных и метод линеаризации дифференциальных уравнений. Электромагнитные поля в слоистых сверхпроводниках определялись помощью связанных синусоидальных уравнений Гордона с использованием уравнений теории Лондонов и стационарного эффекта Джозефсона. Кроме того, в диссертационной работе автором разработан оригинальный метод, который был использован для описания взаимной трансформации поляризации поперечно-электрических и поперечно-магнитных волн.

Научная новизна полученных результатов.

1. Впервые найдены аналитические выражения для коэффициента прохождения линейных терагерцевых поперечно-электрических и поперечно-магнитных волн сквозь слоистые сверхпроводники конечных размеров, помещенные в вакуумный прямоугольный волновод. Установлено, что в случае распространения волн параллельно сверхпроводниковым слоям возникает эффект преобразования поляризации волн. Найдены зависимости коэффициентов преобразования поляризаций различных типов терагерцевых волн от частоты и толщины образца.

2. Обнаружено, что зависимость коэффициента прохождения нелинейных волн сквозь образец слоистого сверхпроводника от их амплитуды имеет гистерезисный

характер, что обусловлено влиянием ангармонизма. Показано, что гистерезис может наблюдаться в случаях распространения волн как поперек, так и вдоль сверхпроводящих слоев. Установлено, что даже в случае слабой нелинейности коэффициент прохождения можно изменять в широком диапазоне значений при изменении амплитуды волн.

3. Предложен оригинальный метод решения задач отражения, прохождения и трансформации нелинейных волн с произвольными поляризациями в слоистых сверхпроводниках и сильно анизотропных проводниках. Этот метод базируется на существовании двух взаимно ортогональных поляризаций волн, которые практически не взаимодействуют друг с другом даже в нелинейном случае. С помощью этого метода впервые решена задача об эффективной взаимной трансформации поперечно-электрических и поперечно-магнитных волн.

4. Впервые найдены аналитические выражения для зависимости коэффициентов отражения и прохождения поперечно-магнитных волн от величины внешнего постоянного магнитного поля в слоистых сверхпроводниках. Показано, что внешним магнитным полем можно эффективно управлять коэффициентами отражения и прохождения терагерцевых волн.

Практическое значение полученных результатов. заключается в том, что результаты исследований дополняют и расширяют существующие представления об электромагнитных процессах в слоистых сверхпроводниках. В частности, в работе установлено влияние конечности размеров образца слоистого сверхпроводника и наличия внешнего постоянного магнитного поля на процессы отражения и прохождения электромагнитных волн в слоистых сверхпроводниках. Полученные результаты могут быть использованы при разработке детекторов, источников и фильтров терагерцового излучения. В свою очередь, терагерцовые технологии имеют множество потенциально важных практических применений в различных областях, в частности в системах безопасности, медицинской диагностике, контроле окружающей среды. Также в работе предложен оригинальный метод решения задач отражения,

прохождения и трансформации нелинейных волн с произвольными поляризациями, который может быть использован в дальнейшем для описания электродинамических явлений в сильно анизотропных проводящих и сверхпроводящих структурах.

Личный вклад соискателя определяется тем, что она активно участвовала в постановках задач диссертации, в проведении всех аналитических и численных расчетов, в обсуждении и анализе полученных результатов и написании статей. Автор диссертации лично аналитически и численно рассчитала коэффициенты отражения, прохождения и трансформации линейных волн. Соискатель получила коэффициент прохождения нелинейных волн и провела анализ его зависимости от амплитуды падающей волны. Дисертант провела численное решение задачи о трансформации поляризации нелинейных волн и сформулировала оригинальный метод, с помощью которого она описала взаимную трансформацию нелинейных поперечно-электрических и поперечно-магнитных волн. Соискатель получила аналитические выражения для коэффициентов отражения и прохождения поперечно-магнитных волн при наличии внешнего магнитного поля и исследовала их зависимости от параметров задачи. Таким образом, личный вклад автора диссертации в решении поставленных задач является определяющим.

Апробация результатов диссертации. Результаты диссертационной работы докладывались лично дисертантом на таких отечественных и международных научных конференциях и школах:

- 3rd International Conference for Young Scientists «Low temperature physics» (Ukraine, Kharkiv, May 14-18, 2012);

- 4th International Conference for Young Scientists «Low temperature physics» (Ukraine, Kharkiv, June 3-7, 2013);

- The international summer school nanotechnology: from fundamental research to innovations and practice conference «Nanotechnology and nanomaterials» (Ukraine, Bukovel, August 25-September 1, 2013);

- 13th Kharkiv Young Scientist Conference on Radiophysics, Electronics, Photonics

and Biophysics (Ukraine, Kharkiv, December 2-6, 2013);

- Young scientists conference «Problems of Theoretical Physics» (Ukraine, Kyiv, December 24-27, 2013);

- 5th International Conference for Young Scientists «Low temperature physics» (Ukraine, Kharkiv, June 2-6, 2014);

- International Conference of Physics Students (Germany, Heidelberg, August 10-17, 2014);

- Condensed matter in Paris 2014, CMD 25-JMC 14 (France, Paris, August 24-29, 2014);

- 14th Kharkiv Young Scientist Conference on Radiophysics, Electronics, Photonics and Biophysics (Ukraine, Kharkiv, October 14-17, 2014);

- 58th Scientific Conference for Students of Physics and Natural Sciences (Lithuania, Vilnius, March 24-27, 2015).

Публикации. Результаты диссертации представлены в 17 научных трудах: 6 статей в специализируемых отечественных и международных периодических изданиях [10-15] и 11 тезисов докладов научных конференций [16-26].

РАЗДЕЛ 1

ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА СЛОИСТЫХ СВЕРХПРОВОДНИКОВ (ОБЗОР)

1.1. Высокотемпературные слоистые сверхпроводники

Явление сверхпроводимости было обнаружено в 1911 году Камерлинг-Оннесом в Лейденской лаборатории в Голландии при изучении зависимости электросопротивления ртути от температуры [27]. Стало ясно, что при температуре около 4 К образец переходит в какое-то новое, до тех пор неизвестное состояние, в котором он не имеет электрического сопротивления. Вскоре было обнаружено, что сверхпроводимостью обладают олово, свинец, алюминий и др. До 1986 года рекордные температуры существования сверхпроводимости (около 20 К) наблюдались на интерметаллических соединениях [28].

Начало развитию высокотемпературной сверхпроводимости положила работа Мюллера и Беднорца [29], в которой авторам удалось синтезировать так называемую металлоксидную керамику ($Ba_xLa_{5-x}Cu_5O_{5(3-y)}$). При измерениях сопротивления это соединение проявляло признаки сверхпроводимости при рекордно высокой по тем временам температуре в 30 К. Важнейшим в данном открытии было то, что сверхпроводимость была обнаружена не у традиционных интерметаллидов, органических или полимерных структур, а у оксидной керамики, обычно проявляющей диэлектрические или полупроводниковые свойства. Вскоре последовал ряд работ, демонстрирующих, что сверхпроводимость может наблюдаться в веществах при температуре выше температуры кипения жидкого азота (77 К). В 1987 г. Ву с коллегами [30] синтезируют сверхпроводящую керамику из оксидов бария, иттрия и меди, $YBa_2Cu_3O_7$, и обнаруживают сверхпроводимость при 90 К. Данное открытие стимулировало поиски сверхпроводимости при еще большей температуре, однако

критическую температуру T_c , полученную для YBCO, не удавалось превзойти, даже заменяя иттрий другим редкоземельным элементом. В январе 1988 г. Маеда с соавторами [31] синтезируют новый класс высокотемпературных сверхпроводников в системах Bi – Sr – Ca – Cu – O и показывают, что оксид $\text{BiSrCaCu}_2\text{O}_x$ имеет $T_c = 105$ К. В том же году были получены системы вида Tl – Ca – Ba – Cu – O с общей формулой $\text{Tl}_m\text{Ca}_{n-1}\text{Ba}_2\text{Cu}_n\text{O}_{2(n+1)+m}$ ($m = 1,2; n = 1,2,3$) и одно из соединений имело наибольшую на то время температуру сверхпроводящего перехода $T_c = 125$ К [32]. В 1993 г. Антипов, Путилин и другие [33] синтезировали ртуть-содержащее сверхпроводящее соединение состава $\text{HgBa}_2\text{CuO}_{4+\delta}$ с $T_c = 94$ К, что расширило разнообразие высокотемпературных сверхпроводников. Предыдущий опыт с соединениями, основанными на висмуте и таллии, подсказывал, что ртуть-содержащие соединения должны иметь большую температуру перехода, если на одну элементарную ячейку приходится более одного слоя CuO_2 . Данная гипотеза подтвердилась уже в мае того же года работой [34], в которой была обнаружена сверхпроводимость при температуре выше 130 К в системах Hg – Ba – Ca – Cu – O с двумя и тремя слоями CuO_2 на элементарную ячейку. Вскорости было показано, что в соединении $\text{HgBa}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_{8+\delta}$ под действием внешнего давления можно достичь сверхпроводимости при температурах выше 150 К. Так, в работе [35] наблюдалась сверхпроводимость вплоть до 153 К при давлении 150 кбар.

В состав вышеупомянутых ВТСП входил оксид меди CuO_2 как необходимый элемент для возникновения сверхпроводимости. Однако помимо купратных сверхпроводников существует широкий класс сверхпроводящих структур, основанных на железе и элементах V группы (пниктидах) либо Se. Температура их сверхпроводящего перехода является наибольшей после купратных сверхпроводников. Впервые удалось синтезировать сверхпроводник на основе железа LaOFeP в 2006 г. с температурой перехода 4 К [36]. Значительное же внимание к ним возникло в 2008 г.,

когда было получено соединение $\text{La}[\text{O}_{1-x}\text{F}_x]\text{FeAs}$ ($x = 0,05 - 0,12$) с $T_c = 26$ К [37] и показано, что при давлении в 4 ГПа можно добиться сверхпроводимости в этом веществе при 45 К [38]. В том же году были получены соединения типа $\text{Sm}[\text{O}_{1-x}\text{F}_x]\text{FeAs}$ с $T_c = 55$ К [39]. Многообещающими являются исследования тонких пленок FeSe , в которых уже удалось получить $T_c = 65$ К [40]. Несмотря на то, что температура перехода в сверхпроводящее состояние структур на основе железа все еще уступает купратным сверхпроводникам, их изучение вызывает большой интерес, так как может дать полезную информацию для теоретического объяснения высокотемпературной сверхпроводимости и указать технологам путь к повышению критической температуры.

Высокотемпературные сверхпроводники имеют слоистую структуру, включающую сверхпроводящие слои, например CuO_2 в купратных ВТСП или FeAs в ВТСП на основе железа. Экспериментальные исследования Кляйнера и Мюллера [1,41] по наблюдению микроволнового излучения показали, что кристаллы ВТСП можно рассматривать как периодические структуры, в которых тонкие сверхпроводящие слои чередуются с более толстыми диэлектрическими слоями и связаны друг с другом за счет внутреннего эффекта Джозефсона [42]. Помимо природных слоистых сверхпроводников, таких как $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ или $\text{La}[\text{O}_{1-x}\text{F}_x]\text{FeAs}$, существуют слоистые сверхпроводниковые системы с джозефсоновскими контактами, полученные искусственно в лабораторных условиях, к примеру, $\text{Nb}/\text{AlO}_x/\text{Nb}$ [43] или $\text{Al}/\text{AlO}_x/\text{Al}$ [44].

Хотя последовательная микроскопическая теория ВТСП до сих пор не создана, с феноменологической точки зрения макроскопическое поведение ВТСП достаточно хорошо описывается теорией Гинзбурга-Ландау [45] для сверхпроводников II рода, обобщенной с учетом флуктуационных эффектов и необычной симметрии сверхпроводящей волновой функции (так называемое d -волновое спаривание). Однако в случае сильно анизотропных сверхпроводников, таких как

$\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$, когда длина когерентности в направлении поперек слоев оказывается соизмеримой или меньше расстояния между слоями, дискретность структуры становится существенной и необходимо использовать новую теорию, в которой слои связаны между собой джозефсоновским взаимодействием. Феноменологическая модель такой слоистой структуры была предложена Лоуренсом и Дониаком [46]. В отличие от модели Гинзбурга-Ландау, в которой сверхпроводник представлен как континуальное трехмерное твердое тело, в модели Лоуренса-Дониака сверхпроводник идеализирован в виде параллельных сверхпроводящих пластин, расположенных на одинаковом расстоянии. При температурах, когда все длины когерентности становятся гораздо больше, чем пространственный период структуры, модель Лоуренса-Дониака переходит в анизотропную модель Гинзбурга-Ландау [47,48]. Для описания электродинамики слоистых сверхпроводников можно воспользоваться связанными синусоидальными уравнениями Гордона [49-53].

1.2. Джозефсоновская плазма. Джозефсоновские плазменные волны (ДПВ)

Научный интерес к слоистым сверхпроводникам связан с изучением специфического вида твердотельной плазмы, которая формируется в них, – так называемой джозефсоновской плазмы. Характерной особенностью джозефсоновской плазмы является сильная анизотропия её токонесущей способности, причем не только по абсолютной величине (токи в **ab** плоскости в сотни раз превышают токи вдоль оси **c**), но и по физической природе протекающих токов. А именно, плотность тока J_{ab} вдоль **ab** плоскости имеет ту же природу, что и токи в обычных сверхпроводниках, и она может быть описана в терминах лондоновской модели,

$$J_x = -\frac{c}{4\pi\lambda_{ab}^2} A_x, \quad J_y = -\frac{c}{4\pi\lambda_{ab}^2} A_y, \quad (1.1)$$

где λ_{ab} – лондоновская глубина проникновения магнитного поля (в условиях, когда поле проникает в направлении, перпендикулярном сверхпроводящим слоям), \vec{A} –

векторный потенциал, c – скорость света. Здесь и дальше выберем систему координат таким образом, чтобы ось z совпадала с кристаллографической осью \mathbf{c} , а плоскость xu совпадала с \mathbf{ab} плоскостью. Плотность тока вдоль оси \mathbf{c} имеет другую природу, она является джозефсоновской:

$$J_z = J_c \sin \varphi, \quad (1.2)$$

где J_c – максимальная плотность джозефсоновского тока, φ – межслойная калибровочно инвариантная разность фаз параметра порядка.

Анизотропия джозефсоновской плазмы способствует распространению в ней электромагнитных колебаний – джозефсоновских плазменных волн (ДПВ). Теоретически существование ДПВ в слоистых сверхпроводниках было предсказано в работах [54,55]. Такие возбуждения не имеют аналогов в массивных сверхпроводниках и являются характерной особенностью лишь слоистых сверхпроводящих систем. Как и в обычной плазме, в спектре джозефсоновских плазменных волн имеется щель: ДПВ распространяются с частотами ω выше некоторой критической, называемой джозефсоновской плазменной частотой ω_J . Частоты распространения этих волн принадлежат терагерцевой области, которая охватывает интервал от 300 ГГц до 30 ТГц. В слоистом сверхпроводнике могут существовать как продольные, так и поперечные ДПВ [56], распространяющиеся поперек и вдоль слоев образца [2,51,54,55], соответственно. Природа этих мод и их законы дисперсии различны. Поперечная ДПВ обладает более сильной дисперсионной зависимостью. Такая мода возникает в результате взаимодействия джозефсоновского тока с электромагнитным полем внутри диэлектрических слоев. Существование же продольной ДПВ связано с нарушением электронейтральности в сверхпроводящих слоях. Действительно, в результате туннелирования электронных пар через диэлектрические промежутки на границах сверхпроводящих слоев возникают пространственные заряды и связанное с ними электрическое поле. При этом электрическое поле, возникающее в отдельном джозефсоновском переходе, оказывает влияние на соседние джозефсоновские

контакты, т.е. возникает дополнительная связь между отдельными джозефсоновскими переходами – так называемая емкостная связь.

В работах [7,57-60] было теоретически показано, что вдоль границы раздела слоистый сверхпроводник-вакуум, как и вдоль границы обычной плазмы, могут распространяться поверхностные колебания – джозефсоновские поверхностные плазменные волны. Возбуждение этих волн может приводить к ряду резонансных эффектов [7,61-63] типа известных вудовских аномалий в оптике. Однако, в отличие от обычной плазмы, поверхностные ДПВ могут распространяться с частотами не только ниже, но и выше плазменной частоты [7]. В отличие от обычной плазмы, джозефсоновская плазма может проявлять свойства, характерные для леворуких сред – на ее границе с вакуумом может наблюдаться отрицательный коэффициент преломления терагерцевых волн [7,64]. В работе [65] было показано, что в слоистых сверхпроводниках со случайно флуктуирующей величиной максимального джозефсоновского тока могут наблюдаться явления типа андерсоновской локализации и формирования частотного окна прозрачности для терагерцевых волн.

1.3. Прикладной аспект исследований слоистых сверхпроводников

Частоты распространения ДПВ принадлежат терагерцевой области, что соответствует диапазону от 300 ГГц до 30 ТГц или длинам волн от одного миллиметра (край высокочастотной микроволновой области) до десяти микрометров (край дальней инфракрасной области), энергиям 1,25 – 125 мэВ или температурам 14 – 1400 К. Таким образом, терагерцевые волны покрывают температуру биологических процессов. Электромагнитные волны терагерцевого диапазона открывают большие перспективы в физике, астрономии, химии, биологии и медицине, включая неинвазивное зондирование, спектроскопию, томографию, мониторинг здоровья, контроль окружающей среды, а также могут использоваться в системах безопасности и коммуникациях с высокой пропускной способностью [4,5,66-68]. При этом

терагерцевые волны менее опасны, чем рентгеновское излучение, и, к примеру, при использовании в спектроскопии, терагерцевые устройства позволяют получать информацию, которую другие не могут. Однако развитие этих направлений все еще ограничено из-за недостатка компактных твердотельных источников мощного когерентного терагерцевого излучения.

За последнее время появилось значительное количество приборов, работающих в терагерцевом диапазоне [69-72]. Оптические устройства используют несколько подходов, чтобы уменьшить свою частоту. А с другой стороны спектра частоту микроволновых устройств (в основном электронных устройств, основанных на полупроводниках) увеличивают, чтобы достичь терагерцевого диапазона. Несмотря на предложенное разнообразие терагерцевых устройств, по-прежнему существуют проблемы в их применении в электронике или из-за большего размера, или трудностей настройки [2].

Сверхпроводящие структуры с джозефсоновскими контактами [73,74], а также наборы джозефсоновских контактов [75,76] рассматриваются в качестве перспективных кандидатов для создания устройств терагерцевого диапазона, как например интегрированные сверхпроводящие приемники [77]. Можно сказать, что эффект Джозефсона создает естественный конвертор постоянного напряжения в высокочастотное электромагнитное поле, 1 мВ соответствует 0,483 ТГц. Мощность 10 мкВт при частотах вплоть до 500 ГГц была получена на наборе 500 контактов Nb/AlO_x/Nb [78], в то время как набор 1968 контактов сгенерировал 160 мкВт при 240 ГГц [79]. Локальные осцилляторы для использования в сверхпроводниковых приемниках, основанные на генераторе потока, получали несколько мкВт при частотах около 450 ГГц [77]. Новые перспективы открылись после обнаружения внутреннего эффекта Джозефсона [41] в кристаллической структуре слоистых высокотемпературных сверхпроводников типа Bi₂Sr₂CaCu₂O_{8+δ}, так как они содержат большое число идентичных контактов. Предполагается, что они позволят создать новые источники интенсивного когерентного терагерцевого излучения [80,81],

которые будут работать при частотах гораздо больших, чем полученные с помощью Nb-структур. В обычных сверхпроводниках ширина щели составляет несколько мВ, и поэтому в них в принципе нельзя получить больше 1 ТГц. В противоположность этому ВТСП имеют большую сверхпроводящую щель $\sim 50-70$ мВ, поэтому нет фундаментальных препятствий для получения частот больше 1 ТГц в $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$. Основной проблемой было синхронизировать высокочастотные осцилляции всех контактов в структуре. Однако уже в работе [82] было получено когерентное постоянное излучение мощностью 0,5 мкВт и частотами вплоть до 0,85 ТГц от внутренних джозефсоновских контактов BSCCO, а через полгода получили когерентное излучение мощностью 5 мкВт и частотами вплоть до 2,5 ТГц (на четвертой гармонике) [83]. Недавно в работе [6] удалось получить излучение мощностью 610 мкВт при 0,51 ТГц.

Важно то, что терагерцевые волны нелинейно взаимодействуют с джозефсоновской средой слоистых сверхпроводниковых структур, которой в свою очередь можно манипулировать [84,85]. Таким образом, преимущество слоистых сверхпроводников для создания устройств терагерцевого диапазона состоит в возможности хорошего управления и настройки.

Один из способов возбуждения ДПВ в слоистых сверхпроводниках связан с черенковским излучением, возникающим при движении джозефсоновских вихрей [81,86-88]. Однако многие попытки генерировать излучение терагерцевых ДПВ движущейся решеткой джозефсоновских вихрей оказались неудачными [89-92]. В работе [93] был описан более перспективный метод получения когерентного терагерцевого излучения из слоистых сверхпроводников. Авторы статьи рассмотрели синхронизацию джозефсоновских плазменных колебаний в слоистом сверхпроводнике полем электромагнитного излучения контактов в отсутствие приложенного внешнего магнитного поля. Именно эта идея была воплощена в работе [82] для получения когерентного терагерцевого излучения.

1.4. Связанные синусоидальные уравнения Гордона

Впервые связанные синусоидальные уравнения Гордона для феноменологического описания слоистых сверхпроводников были получены Сакаи с соавторами [50]. Позже многие авторы повторили вывод этих уравнений используя другие подходы [51-53, 94-98]. Например, в работе [53] представлена микроскопическая теория для сверхпроводящей фазы и динамики зарядов в системе джозефсоновских контактов, построенная на функциональном формализме Бардина-Купера-Шриффера. При определенных условиях результаты этой теории дают связанные синусоидальные уравнения Гордона. Хотя эти уравнения не учитывают многие важные особенности ВТСП, как, например, d -волновое спаривание, они дают не только правильное описание электромагнитных волн в слоистых сверхпроводниках, но и позволяют делать важные предсказания. Например, в работе [93] на основе связанных синусоидальных уравнений Гордона был предложен способ получения когерентного терагерцевого излучения, что было позже реализовано в эксперименте [82].

Рассмотрим бесконечный слоистый сверхпроводник с толщинами диэлектрических и сверхпроводящих слоев d и s , соответственно (см. рис. 1.1). Предполагаем, что электрическое поле лежит в плоскости xz , а магнитное поле направлено вдоль оси y :

$$\vec{E} = \{E_x, 0, E_z\}, \quad \vec{H} = \{0, H, 0\}. \quad (1.3)$$

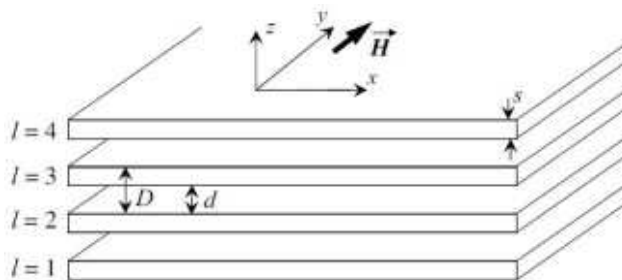


Рис.1.1 Схематическое изображение слоистого сверхпроводника.

Следуя работам [96, 97], будем считать, что сверхпроводящие слои настолько тонкие ($s \ll d$), что изменением фазы и электрического поля в направлении оси z внутри них можно пренебречь. Тогда полную плотность тока, текущего между $(l + 1)$ -м и l -м слоями образца, можно записать в виде суммы плотности джозефсоновского тока куперовских пар и плотности тока квазичастиц, вызванного полем $E_z^{l+1,l}$:

$$J^{l+1,l} = J_c \sin(\varphi^{l+1,l}) + \sigma_c E_z^{l+1,l}. \quad (1.4)$$

Здесь $\varphi^{l+1,l}$ – калибровочно-инвариантная разность фаз параметра порядка между $(l + 1)$ -м и l -м сверхпроводящими слоями,

$$\varphi^{l+1,l} = \chi_{(l+1)} - \chi_l - \frac{2\pi}{\Phi_0} \int_l^{l+1} A_z^{l+1,l} dz, \quad (1.5)$$

σ_c – диссипативная проводимость квазичастиц в направлении поперек слоев, χ_l – фаза параметра порядка в l -м слое, $\Phi_0 = \pi\hbar/e$ – квант магнитного потока, e – элементарный заряд, $A_z^{l+1,l}$ – нормальная компонента векторного потенциала между $l+1$ -м и l -м слоями. Считаем толщины сверхпроводящих слоев s много меньше диэлектрических слоев d , и модули параметра порядка одинаковыми для разных сверхпроводящих слоев.

Используя квантово-механические соотношения в лондоновском пределе, можно записать выражение для плотности тока J_{xl} , текущего в l -м сверхпроводящем слое. Оно включает в себя плотность сверхтока и плотность тока квазичастиц, возникающего в результате действия электрического поля в направлении оси x , а током смещения можно пренебречь:

$$J_{xl} = \frac{c\Phi_0}{8\pi^2\lambda^2} \left(\frac{\partial\chi_l}{\partial x} - \frac{2\pi}{\Phi_0} A_{xl} \right) + \sigma_{ab} E_{xl}. \quad (1.6)$$

Здесь λ – лондоновская глубина проникновения в массивный сверхпроводник, σ_{ab} – проводимость квазичастиц в сверхпроводящем слое.

Тогда, используя уравнения Максвелла:

$$-\frac{\partial H}{\partial z} = \frac{4\pi}{c} J_x, \quad \frac{\partial H}{\partial x} = \frac{4\pi}{c} J_z + \frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial E_z}{\partial t}, \quad (1.7)$$

можно получить связь между электрическим и магнитным полем $E_z^{l+1,l}$ и $H^{l+1,l}$:

$$\frac{\partial H^{l+1,l}}{\partial x} = \frac{4\pi}{c} [J_c \sin(\varphi^{l+1,l}) + \sigma_c E_z^{l+1,l}] + \frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial E_z^{l+1,l}}{\partial t}, \quad (1.8)$$

$$-\frac{H^{l+1,l} - H^{l,l-1}}{s} = \frac{\Phi_0}{2\pi\lambda^2} \left(\frac{\partial \chi_l}{\partial x} - \frac{2\pi}{\Phi_0} A_{xl} \right) + \frac{4\pi}{c} \sigma_{ab} E_{xl}. \quad (1.9)$$

Используя стандартные соотношения:

$$\vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \nabla A_0; \quad \vec{H} = \text{rot} \vec{A}, \quad (1.10)$$

выразим электрические и магнитные поля через векторный потенциал:

$$E_{xl} = -\frac{1}{c} \frac{\partial A_{xl}}{\partial t} - \frac{\partial A_{0l}}{\partial x}, \quad (1.11)$$

$$E_z^{l+1,l} = -\frac{1}{c} \frac{\partial A_z^{l+1,l}}{\partial t} - \frac{A_{0(l+1)} - A_{0l}}{D}, \quad (1.12)$$

$$H^{l+1,l} = -\frac{\partial A_z^{l+1,l}}{\partial x} + \frac{A_{x(l+1)} - A_{xl}}{D}. \quad (1.13)$$

Здесь A_{0l} – скалярный потенциал в l -м сверхпроводящем слое, $D = s + d \approx d$ – период сверхпроводящей структуры.

Используя уравнения (1.5), (1.12) и допуская, что $\int_l^{l+1} A_z^{l+1,l} dz = A_z^{l+1,l} D$, получаем соотношение между электрическим полем поперек слоев и калибровочно-инвариантной разностью фаз параметра порядка $\varphi^{l+1,l}$,

$$E_z^{l+1,l} = \frac{\Phi_0}{2\pi c D} \frac{\partial \varphi^{l+1,l}}{\partial t} - \frac{\psi_{l+1} - \psi_l}{D}, \quad (1.14)$$

где ψ_l – калибровочно-инвариантный скалярный потенциал,

$$\psi_l = \frac{\Phi_0}{2\pi c} \frac{\partial \chi_l}{\partial t} + A_{0l}. \quad (1.15)$$

Если в правой части формулы (1.14) опустить второе слагаемое, она совпадет с фундаментальным соотношением Джозефсона между разностью фаз и напряжением на контакте. Вклад градиента ψ в продольную компоненту электрического поля между $(l+1)$ -м и l -м слоями возникает в результате эффекта нарушения электронейтральности в слоистом сверхпроводнике, что приводит к возникновению емкостной связи электромагнитных полей между соседними слоями. Эффект нарушения электронейтральности может играть важную роль в формировании дисперсионных свойств ДПВ [51, 95, 99-103] и транспортных свойств сверхпроводника [104] при частотах близких к ω_J . В частности, благодаря этому эффекту, возникает новая ветвь в спектре объемных ДПВ, а именно продольные ДПВ, о которых упоминалось выше. Однако емкостной связью можно пренебречь во многих случаях, когда мал параметр емкостной связи α (см. приведенное ниже дисперсионное уравнение для ДПВ с учетом нарушения электронейтральности (1.22)). Согласно теоретическим оценкам Хелма и Булаевского [100] величина $\alpha \sim 0,05 - 0,1$ для кристаллов Вi-2212 или Тl-2212. Также экспериментальные исследования [41, 105] показали, что эта величина оказывает незначительное влияние на распределение калибровочно-инвариантной разности фаз и электромагнитного поля в слоистом сверхпроводнике. Поэтому в последующих разделах диссертации мы не будем принимать во внимание эффект нарушения электронейтральности.

Пренебрегая калибровочно-инвариантным скалярным потенциалом ψ_l в уравнении (1.14) и исключая векторный потенциал и компоненты электромагнитного поля из системы уравнений (1.8)-(1.14), можно прийти к связанному синусоидальному уравнению Гордона для калибровочно-инвариантной разности фаз $\varphi^{l+1,l}$:

$$\left(1 - \frac{\lambda_{ab}^2}{D^2} \partial_l^2\right) \left(\frac{\partial^2 \varphi^{l+1,l}}{\partial t^2} + \omega_r \frac{\partial \varphi^{l+1,l}}{\partial t} + \omega_J^2 \sin(\varphi^{l+1,l}) \right) - \frac{c^2}{\varepsilon} \frac{\partial^2 \varphi^{l+1,l}}{\partial x^2} = 0, \quad (1.16)$$

где дискретный оператор второй производной ∂_l^2 определяется как

$\partial_l^2 f_l = f_{l+1} + f_{l-1} - 2f_l$, джозефсоновская плазменная частота:

$$\omega_J = \sqrt{\frac{8\pi e D J_c}{\hbar \varepsilon}}, \quad (1.17)$$

$\omega_r = 4\pi\sigma_c/\varepsilon$ – частота релаксации, пропорциональная проводимости квазичастиц вдоль кристаллографической оси c . Как показано в работе [106], проводимость квазичастиц вдоль слоев σ_{ab} , которая входит в уравнение (1.9), должна быть учтена, если частота достаточно далека от джозефсоновской плазменной частоты ω_J . Для частот, близких к ω_J , слагаемое с σ_{ab} может быть опущено в уравнении (1.9), если выполняется условие:

$$\left| 1 - \frac{\omega^2}{\omega_J^2} \right| \frac{\sigma_{ab}}{\sigma_c} \frac{\varepsilon \omega_J^2 \lambda_{ab}^2}{c^2} \ll 1. \quad (1.18)$$

Затухание ДПВ определяется частотой релаксации ω_r , или проводимостью σ_c квазичастиц в направлении оси z . При низких температурах значение σ_c в слоистых ВТСП очень мало, поэтому во многих задачах затуханием ДПВ можно пренебречь [106, 107].

Так, пренебрегая частотой релаксации в (1.16), а также считая пространственный масштаб изменения полей вдоль оси z больше толщин s и d сверхпроводящих и диэлектрических слоев, можно перейти к континуальному пределу, в котором синусоидальные уравнения Гордона приводятся к следующему дифференциальному уравнению в частных производных:

$$\left(1 - \lambda_{ab}^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \left[\frac{1}{\omega_J^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + \sin \varphi \right] - \lambda_c^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = 0. \quad (1.19)$$

1.5. Закон дисперсии линейных ДПВ

В линейном режиме, когда $\sin(\varphi^{l+1,l})$ можно заменить на $\varphi^{l+1,l}$, уравнения (1.16)

допускают волновые решения вида:

$$\varphi^{l+1,l} \propto \exp[i(qx - \omega t + k_z(q, \omega)lD)] \quad (1.20)$$

Подставляя (1.20) в уравнение (1.16), получаем закон дисперсии для линейных ДПВ в предположении электронейтральности слоев (см., например, [2]):

$$\sin^2\left(\frac{k_z D}{2}\right) = \frac{D^2}{4\lambda_{ab}^2} \left[\frac{c^2 q_{\parallel}^2}{\varepsilon(\omega^2 - \omega_J^2)} - 1 \right], \quad (1.21)$$

где $q_{\parallel}^2 = q_x^2 + q_y^2$ – квадрат параллельной слоям компоненты волнового вектора.

Уравнение (1.21) показывает, что ДПВ могут распространяться в слоистом сверхпроводнике только с частотами выше джозефсоновской плазменной частоты, $\omega > \omega_J$, то есть падающая на образец электромагнитная волна с частотой ниже ω_J будет полностью отражаться от поверхности материала.

В работе [100] было получено дисперсионное уравнение для линейных ДПВ с учетом емкостной связи:

$$\frac{\omega^2(q_{\parallel}, k_z)}{\omega_J^2} = 1 + \frac{\lambda_c^2 q_{\parallel}^2}{1 + (4\lambda_{ab}^2/D^2) \sin^2(k_z D/2)} + 4\alpha \sin^2(k_z D/2), \quad \alpha = \frac{\varepsilon R_D^2}{sD} \ll 1. \quad (1.22)$$

В соответствии с этим уравнением емкостная связь может оказаться существенной лишь для продольных волн (с $q_{\parallel} = 0$) при частотах очень близких к ω_J . В отсутствие емкостной связи уравнения (1.21) и (1.22) совпадают.

1.6. Нелинейность джозефсоновских плазменных волн

Известно, что нелинейность может приводить к ряду нетривиальных оптических явлений, таких как самоиндуцированная прозрачность, самофокусировка света, которые представляют интерес как для фундаментальной, так и для прикладной науки [108, 109]. В отличие от оптики, уравнения электродинамики слоистых сверхпроводников нелинейны из-за нелинейной связи $J \sim \sin \varphi$ джозефсоновского

тока J , текущего поперек слоев, с межслойной клибровочно-инвариантной разностью фаз параметра порядка φ , которая определяет электромагнитное поле в системе. В сильно нелинейном режиме, когда $\varphi \sim \pi$, синусоидальное уравнение Гордона имеет солитонное и бризерное решения [110, 111]. Однако даже в случае малых амплитуд, когда $|\varphi| \ll 1$ и $\sin \varphi$ можно расписать как $\varphi - \varphi^3/6$, в слоистых сверхпроводниках могут проявляться сильно нелинейные эффекты. Как показано в работах [9, 10] при частотах ω близких к джозефсоновской плазменной ω_J можно пренебречь генерацией более высоких гармоник. Тогда нелинейный член $\omega_J^2 \varphi^3$ в уравнении (1.19) (с учетом $\sin \varphi \approx \varphi - \varphi^3/6$) может иметь тот же порядок малости, что и сумма линейных членов

$$\left| \frac{\partial \varphi^2}{\partial t^2} + \omega_J^2 \varphi \right| \simeq |\omega_J^2 - \omega^2| \cdot |\varphi| \sim \omega_J^2 \varphi^3. \quad (1.23)$$

Линейные слагаемые могут практически компенсировать друг друга, и тогда малый нелинейный член φ^3 может играть ключевую роль в задаче. Таким образом, даже слабая нелинейность может существенно повлиять на распространение ДПВ, если частота волны близка к джозефсоновской плазменной частоте.

Важно отметить, что нелинейные волны могут распространяться с частотами ниже джозефсоновской плазменной частоты ω_J , т.е. в запрещенной области спектра. Можно сказать, что нелинейность способствует эффективному уменьшению ω_J . Действительно, выражение в квадратных скобках в уравнении (1.19) может быть представлено в форме $[(\omega_J^{eff})^{-2} \partial^2 \varphi / \partial t^2 + \varphi]$, где

$$\omega_J^{eff} \approx \omega_J \left(1 - \frac{\varphi^2}{12} \right). \quad (1.24)$$

Так, при достаточно больших φ частота падающей волны может оказаться больше эффективной джозефсоновской плазменной частоты ω_J^{eff} и тогда нелинейная ДПВ может распространяться в слоистом сверхпроводнике.

В работе [2] записан закон дисперсии для нелинейных ДПВ:

$$q = \sqrt{\frac{A_1^2}{8} - 1 + \frac{\omega^2}{\omega_J^2}}, \quad (1.25)$$

где q – волновой вектор первой гармоники, A_1 – амплитуда первой гармоники. Видим, что такие волны могут распространяться с частотами ниже джозефсоновской плазменной, если амплитуда A_1 превышает критическую A_c :

$$A_c = \sqrt{8 \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_J^2} \right)}. \quad (1.26)$$

Из закона дисперсии (1.25) следует, что в той точке пространства, где амплитуда нелинейной волны A_1 достигает критического значения A_c , продольный волновой вектор вместе с групповой скоростью волны, $v_g = \partial\omega/\partial q \propto \sqrt{A_1 - A_c}$, обращаются в нуль, т.е. наблюдается явление остановки света [8].

Нелинейность уравнений электродинамики слоистых сверхпроводников приводит еще к ряду необычных нелинейных эффектов, связанных с распространением ДПВ: самофокусировке терагерцевых импульсов [8, 9], возбуждению нелинейных волноводных мод [112], самоиндуцированной прозрачности образцов слоистых сверхпроводников [113]. Предсказанное в работе [113] существенное увеличение прозрачности слоистых сверхпроводников с ростом амплитуды волны было недавно обнаружено экспериментально в работе [114].

1.7. Обыкновенные и необыкновенные ДПВ

Как показано в работе [115], в условиях электронейтральности, когда компонента A_z векторного потенциала связана с фазой φ соотношением

$$A_z = -\frac{\Phi_0}{2\pi d} \varphi, \quad (1.27)$$

уравнение (1.19) может быть переписано в форме волнового уравнения для векторного потенциала \vec{A} , более привычного для макроскопической электродинамики:

$$\text{grad div } \vec{A} - \Delta \vec{A} = -\frac{\varepsilon}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} + \frac{4\pi}{c} \vec{J}. \quad (1.28)$$

При этом векторный потенциал связан с электрическим \vec{E} и магнитным \vec{H} полями стандартными выражениями

$$\vec{H} = \text{rot} \vec{A}, \quad \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}, \quad (1.29)$$

скалярный потенциал предполагается равным нулю, а плотность тока связана с A_x и A_y соотношениями (1.1).

По аналогии с тем, как выделяют волны ТЕ ($\vec{E} \perp \vec{n}$) и ТМ ($\vec{H} \perp \vec{n}$) поляризаций, связывая их с нормалью к поверхности образца \vec{n} , в слоистых сверхпроводниках, как в структурах с одноосной анизотропией, поляризации волн связывают с кристаллографической осью \mathbf{c} (вдоль которой направлен джозефсоновский ток). Таким образом, в слоистых сверхпроводниках ДПВ можно представить в виде суммы так называемых обыкновенной (в которой $\vec{E} \perp \mathbf{c}$) и необыкновенной (в которой $\vec{H} \perp \mathbf{c}$) волн.

Как можно заметить из уравнений (1.27)-(1.29), моды, распространяющиеся в слоистом сверхпроводнике, нелинейны только в тех случаях, когда $A_z \neq 0$, а следовательно и $E_z \neq 0$. В выбранной нами системе координат волны обыкновенной поляризации имеют $E_z = 0$, а волны необыкновенной поляризации перпендикулярны обыкновенным, у них $H_z = 0$. С этим связано удобство выбора таких поляризаций: волны обыкновенной поляризации всегда линейны, в то время как волны необыкновенной поляризации могут быть нелинейными.

В работе [115] рассмотрены теоретически линейные и нелинейные ДПВ волны в ограниченных слоистых сверхпроводниках и получены спектры как обыкновенных,

так и необыкновенных собственных мод в случае их распространения вдоль кристаллографической оси **c** или вдоль плоскости **ab**. В частности, получено дисперсионное соотношение для обыкновенных мод:

$$\omega^2 = \omega_J^2 (q^2 \lambda_c^2 + \gamma^2), \quad (1.30)$$

где $q^2 = q_x^2 + q_y^2 + q_z^2$, $\gamma = \lambda_c / \lambda_{ab}$ – параметр анизотропии. Из этого соотношения видим, что распространяющиеся в сверхпроводнике обыкновенные моды с вещественными q должны иметь частоты ω в $\gamma \gg 1$ раз большие, чем джозефсоновская частота ω_J . Однако на таких частотах происходит разрушение куперовских пар. Это означает, что по крайней мере одна из компонент волнового вектора обыкновенных мод должна быть мнимой, то есть амплитуда обыкновенных волн должна затухать по крайней мере в одном из направлений. Только в этом случае частота обыкновенной моды может принадлежать терагерцевому диапазону.

Как было указано выше, необыкновенные моды, в отличие от обыкновенных, являются нелинейными. В работе [115] был получен закон дисперсии таких мод:

$$\omega^2 = \omega_J^2 \left(1 + \frac{q_{\perp}^2 \lambda_c^2}{q_z^2 \lambda_{ab}^2 + 1} \right) - \beta \omega_J^2 \frac{a_1^2}{A_0^2}, \quad (1.31)$$

где

$$A_0^2 = \frac{c}{\pi J_c \lambda_c^2} \left(\frac{\Phi_0}{\pi d} \right)^3. \quad (1.32)$$

Слагаемое $\beta \omega_J^2 a_1^2 / A_0^2$ обусловлено нелинейностью, коэффициент $\beta = 9/4$ для мод с $q_z \neq 0$ и $\beta = 3$ для моды с $q_z = 0$, $q_{\perp}^2 = q_x^2 + q_y^2$.

Из уравнения (1.31) видно, что необыкновенная волна может распространяться при частотах в интервале

$$\omega_J \sqrt{1 - \beta a_1^2 / A_0^2} < \omega < \omega_J \sqrt{\lambda_c^2 q_{\perp}^2 + 1 - \beta a_1^2 / A_0^2}. \quad (1.33)$$

Для необыкновенных мод можно выделить две частотные области. В одной из

них, а именно в интервале (1.33), все компоненты волнового вектора вещественны, что соответствует бегущей волне. При других частотах волна затухает в одном из направлений. Нелинейность эффективно уменьшает и нижнюю, и верхнюю границы интервала (1.33), тем самым понижая диапазон частот, при которых могут существовать бегущие необыкновенные волны.

Выводы

1. Изучение слоистых сверхпроводников представляет интерес как с общефизической точки зрения, так и для различных приложений. Для прикладной науки важным является то, что ДПВ, существующие в слоистых сверхпроводниках, принадлежат терагерцевому диапазону частот. Это позволяет рассматривать слоистые сверхпроводники в качестве перспективных кандидатов для создания устройств, работающих в терагерцевом диапазоне. С точки зрения фундаментальной науки интерес к слоистым сверхпроводникам вызван существованием в них особого типа твердотельной плазмы, джозефсоновской плазмы, которая проявляет необычные линейные и нелинейные свойства.

2. Электродинамические свойства слоистых сверхпроводников описываются системой связанных синусоидальных уравнений Гордона для межслойной калибровочно-инвариантной разности фаз параметра порядка. При пренебрежении эффектом нарушения электронейтральности слоев эта система уравнений сводится к обычному волновому уравнению для среды с сильно анизотропной токонесущей способностью.

3. Для слоистых сверхпроводников ранее были теоретически предсказаны такие нелинейные явления, как остановка света, самофокусировка терагерцевых импульсов, возбуждение нелинейных волноводных мод, самоиндуцированная прозрачность. Однако в большинстве теоретических работ, посвященных изучению джозефсоновских

плазменных волн, рассматривались бесконечные образцы слоистых сверхпроводников. В то же время, реальные размеры образцов, используемых в экспериментах со слоистыми сверхпроводниками, оказываются соизмеримыми или даже меньшими длины волны терагерцевого излучения. В таких условиях образец нельзя считать бесконечно большим, иначе сопоставление результатов теории с экспериментом не будет корректным. Следовательно, в теории необходимо учитывать конечные размеры образцов.

4. В данной диссертационной работе рассмотрен ряд линейных и нелинейных эффектов в слоистых сверхпроводниках *конечных* размеров. Такая более реалистичная постановка задачи позволит ближе подойти к обсуждению экспериментов, необходимых для проверки теоретических предсказаний.

РАЗДЕЛ 2

ЛИНЕЙНЫЕ ДПВ В СЛОИСТЫХ СВЕРХПРОВОДНИКАХ, ПОМЕЩЕННЫХ В ВОЛНОВОД

В настоящем разделе, опираясь на результаты работы [10], мы обсудим возбуждение и распространение *линейных* джозефсоновских плазменных волн в образце слоистого сверхпроводника *конечной толщины*, помещенном в вакуумный прямоугольный волновод с идеальными металлическими стенками. Мы рассматриваем две возможные конфигурации, схематически изображенные на рис. 2.1: сверхпроводящие слои ориентированы либо перпендикулярно (рис. 2.1 а), либо параллельно оси волновода (рис. 2.1 б).

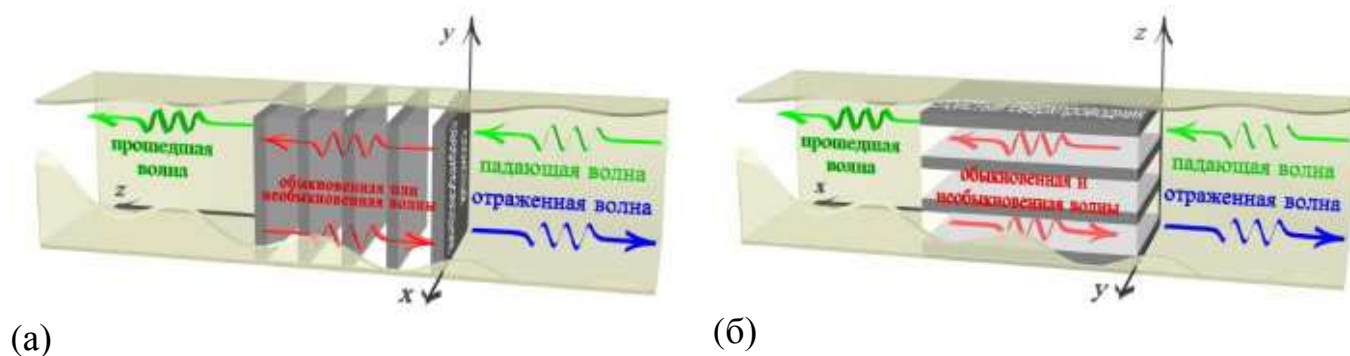


Рис.2.1 Геометрия задачи.

Как уже было сказано, система координат выбрана так, что ось z параллельна кристаллографической оси \mathbf{c} , а оси x и y параллельны кристаллографической плоскости \mathbf{ab} . Таким образом, ось волновода совпадает с осью z для первого случая и с осью x для второго. Для описания электромагнитного поля в сверхпроводнике будем использовать уравнения, приведенные в разделах 1.2 , 1.4, и 1.7.

2.1. Распространение волн поперек слоев

Рассмотрим отражение и прохождение электромагнитных волн сквозь образец слоистого сверхпроводника, помещенный в волновод в условиях, когда

кристаллографическая ось \mathbf{c} образца ориентирована вдоль оси волновода. Геометрия в этом случае имеет вид, показанный на панели (а) рис. 2.1. Волновод с поперечными размерами L_1 и L_2 состоит из трех областей: области, заполненной ограниченным слоистым сверхпроводником толщины D , и двух вакуумных областей. Ось z параллельна кристаллографической оси \mathbf{c} и оси волновода, оси x и y параллельны соответствующим стенкам волновода.

В такой геометрии волна ТЕ-поляризации ($E_z = 0$) или ТМ-поляризации ($H_z = 0$), распространяющаяся в вакуумной части волновода, возбуждает в образце слоистого сверхпроводника только обыкновенную или только необыкновенную волну, соответственно. При этом ни в отраженной, ни в прошедшей волне не происходит трансформация поляризации.

Векторный потенциал удовлетворяет уравнению (1.28), в котором \vec{J} определяется равенствами (1.1) и (1.2) в слоистом сверхпроводнике, и $\vec{J} = 0$ в вакуумных областях. Считаем, что на стенках волновода тангенциальные компоненты электрического поля равны нулю. Поэтому для волн частоты ω можно записать:

$$\begin{aligned} A_x &= \mathcal{A}_x e^{-i\omega t} \cos(q_x x) \sin(q_y y), \\ A_y &= \mathcal{A}_y e^{-i\omega t} \sin(q_x x) \cos(q_y y), \\ A_z &= \mathcal{A}_z e^{-i\omega t} \sin(q_x x) \sin(q_y y), \end{aligned} \quad (2.1)$$

где

$$q_x = \frac{n_1 \pi}{L_1}, \quad q_y = \frac{n_2 \pi}{L_2}, \quad (2.2)$$

n_1 и n_2 – положительные целые числа, определяющие моду, распространяющуюся в волноводе.

2.1.1. Отражение и прохождение ТЕ-волны

Падение на образец ТЕ-поляризованной волны приводит к возбуждению в

образце только обыкновенной волны. В этом подразделе мы изучаем такое возбуждение.

В первой вакуумной области (при $z < 0$, см. панель а) рис. 2.1) для векторного потенциала волн с ТЕ поляризацией ($E_z = 0$), распространяющихся вдоль оси z , можно записать:

$$\begin{aligned}\mathcal{A}_x^{v1} &= -q_y [a^{(E)} e^{ik_z z} - b^{(E)} e^{-ik_z z}], \\ \mathcal{A}_y^{v1} &= q_x [a^{(E)} e^{ik_z z} - b^{(E)} e^{-ik_z z}], \\ \mathcal{A}_z^{v1} &= 0,\end{aligned}\tag{2.3}$$

где $a^{(E)}$ и $b^{(E)}$ – амплитуды падающей и отраженной волн, соответственно, верхний индекс (E) подразумевает ТЕ-поляризацию,

$$k_z = (k^2 - q_x^2 - q_y^2)^{1/2}, \quad k = \frac{\omega}{c}.\tag{2.4}$$

Во второй вакуумной области (при $z > D$) распространяется только прошедшая волна с амплитудой $f^{(E)}$:

$$\begin{aligned}\mathcal{A}_x^{v2} &= -q_y f^{(E)} e^{ik_z(z-D)}, \\ \mathcal{A}_y^{v2} &= q_x f^{(E)} e^{ik_z(z-D)}, \\ \mathcal{A}_z^{v2} &= 0.\end{aligned}\tag{2.5}$$

В слоистом сверхпроводнике компоненты векторного потенциала обыкновенных волн ($E_z = 0$) имеют вид:

$$\begin{aligned}\mathcal{A}_x^s &= -q_y [c^{(o)} e^{p_z z} - d^{(o)} e^{-p_z z}], \\ \mathcal{A}_y^s &= q_x [c^{(o)} e^{p_z z} - d^{(o)} e^{-p_z z}], \\ \mathcal{A}_z^s &= 0,\end{aligned}\tag{2.6}$$

где $c^{(o)}$ и $d^{(o)}$ – амплитуды волн, распространяющихся в пластине в противоположных направлениях; верхний индекс (o) подразумевает обыкновенную волну. Как было показано в подразделе 1.7, обыкновенные моды всегда затухают в

направлении оси z . Поэтому волновой вектор обыкновенной волны чисто мнимый, и мы в уравнении (2.6) ввели вещественный для всех допустимых частот пространственный декремент p_z :

$$p_z = \left[\frac{1}{\lambda_c^2} \left(\gamma^2 - \frac{\omega^2}{\omega_J^2} \right) + q_x^2 + q_y^2 \right]^{1/2}. \quad (2.7)$$

Считая $\omega \ll \gamma\omega_J$, $q_x, q_y \ll \lambda_{ab}^{-1}$, декремент p_z можно записать в виде $p_z = \lambda_{ab}^{-1}$.

На границах между сверхпроводником и вакуумом должны выполняться условия непрерывности тангенциальных компонент электрического и магнитного полей. Используя равенства (1.29), (2.3), (2.5) и (2.6), получим систему линейных уравнений:

$$\begin{aligned} a^{(E)} - b^{(E)} &= c^{(o)} - d^{(o)}, & f^{(E)} &= c^{(o)} e^{p_z D} - d^{(o)} e^{-p_z D}, \\ ik_z (a^{(E)} + b^{(E)}) &= p_z (c^{(o)} + d^{(o)}), & ik_z f^{(E)} &= p_z (c^{(o)} e^{p_z D} + d^{(o)} e^{-p_z D}). \end{aligned} \quad (2.8)$$

Находя из нее неизвестные амплитуды $f^{(E)}$ и $b^{(E)}$, можем определить коэффициент T прохождения,

$$T = \left| \frac{f^{(E)}}{a^{(E)}} \right|^2 = \frac{1}{1 + \mu^2 \operatorname{sh}^2(p_z D)}, \quad (2.9)$$

где $\mu = p_z/2k_z$, и коэффициент отражения, $R = |b^{(E)}/a^{(E)}|^2 = 1 - T$.

Теперь проведем численный анализ зависимости коэффициента прохождения T от частоты и толщины сверхпроводника. Бегущей в волноводе моде соответствуют вещественные k_z . Из (2.4) следует, что для этого частота волны должна превышать частоту отсечки, $\omega > \omega_{cr} = c(q_x^2 + q_y^2)^{1/2}$. Зависимости, изображенные на рис. 2.2, демонстрируют, что коэффициент прохождения T слоистого сверхпроводника для ТЕ-волн быстро убывает с толщиной. Связано это с тем, что обыкновенные моды в сверхпроводнике быстро затухают на расстояниях порядка λ_{ab} . С ростом частоты прозрачность растет, однако при достижимых частотах она все равно остается экспоненциально малой.

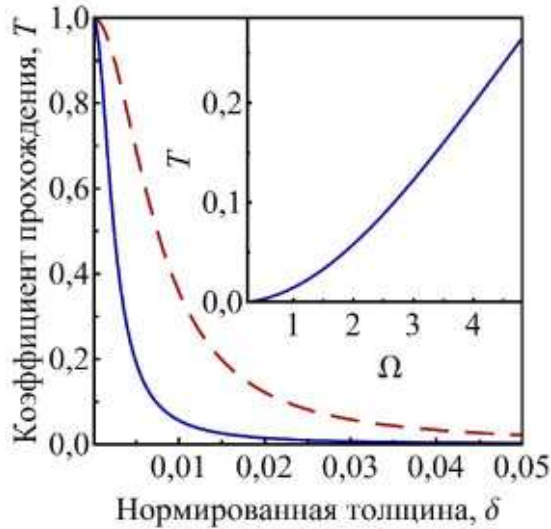


Рис.2.2 Зависимость коэффициента прохождения T от нормированной толщины образца $\delta = D/\lambda_{ab}$ при $\omega = \omega_J$ (сплошная линия) и при $\omega = 3\omega_J$ (штриховая). Вставка: зависимость коэффициента прохождения T от нормированной частоты Ω при $D = 40 \text{ \AA}$ ($\delta = 0,02$). Значения параметров: $\lambda_{ab} = 2000 \text{ \AA}$, $\omega_J/2\pi = 0,3 \text{ ТГц}$, $\varepsilon = 16$, $L_1 = L_2 = 3 \text{ мм}$, $n_1 = 1$, $n_2 = 1$.

2.1.2. Отражение и прохождение ТМ-волны

В этом подразделе мы рассмотрим отражение и прохождение ТМ-поляризованной волны, которая приводит к возбуждению в образце только необыкновенной волны.

В первой вакуумной области (при $z < 0$) для векторного потенциала волн с ТМ-поляризацией ($H_z = 0$), распространяющихся вдоль оси z , можно записать:

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_x^{v1} &= q_x k_z [a^{(H)} e^{ik_z z} - b^{(H)} e^{-ik_z z}], \\ \mathcal{A}_y^{v1} &= q_y k_z [a^{(H)} e^{ik_z z} - b^{(H)} e^{-ik_z z}], \\ \mathcal{A}_z^{v1} &= -i(k^2 - k_z^2) [a^{(H)} e^{ik_z z} + b^{(H)} e^{-ik_z z}]. \end{aligned} \quad (2.10)$$

Здесь q_x , q_y , k_z и k определяются соотношениями (2.2) и (2.4), $a^{(H)}$ и $b^{(H)}$ – амплитуды падающей и отраженной волн, соответственно, верхний индекс (H)

подразумевает ТМ-поляризацию.

Во второй вакуумной области (при $z > D$) распространяется только прошедшая волна с амплитудой $f^{(H)}$:

$$\begin{aligned} A_x^{v2} &= q_x k_z f^{(H)} e^{ik_z(z-D)}, \\ A_y^{v2} &= q_y k_z f^{(H)} e^{ik_z(z-D)}, \\ A_z^{v2} &= -i(k^2 - k_z^2) f^{(H)} e^{ik_z(z-D)}. \end{aligned} \quad (2.11)$$

В слоистом сверхпроводнике компоненты векторного потенциала необыкновенных волн ($H_z = 0$) имеют вид:

$$\begin{aligned} A_x^s &= q_x q_z [c^{(e)} e^{iq_z z} - d^{(e)} e^{-iq_z z}], \\ A_y^s &= q_y q_z [c^{(e)} e^{iq_z z} - d^{(e)} e^{-iq_z z}], \\ A_z^s &= i(q_z^2 + \lambda_{ab}^{-2}) [c^{(e)} e^{iq_z z} + d^{(e)} e^{-iq_z z}], \end{aligned} \quad (2.12)$$

где $c^{(e)}$ и $d^{(e)}$ – амплитуды волн, распространяющихся в пластине в противоположных направлениях; верхний индекс $^{(e)}$ подразумевает необыкновенную волну,

$$q_z = \frac{1}{\lambda_{ab}} \left[(q_x^2 + q_y^2) \frac{\omega_J^2 \lambda_c^2}{\omega^2 - \omega_J^2} - 1 \right]^{1/2}. \quad (2.13)$$

В формулах (2.12) и (2.13) мы пренебрегли малой по сравнению с 1 величиной $\varepsilon \omega^2 \lambda_{ab}^2 / c^2$.

Из выражения (2.13) видим (см. также дисперсионное соотношение для необыкновенных мод (1.31)), что для необыкновенных мод в зависимости от частоты падающей волны могут быть реализованы два случая: волна в сверхпроводнике бегущая, q_z – реальное, и волна затухающая, q_z – мнимое.

Из условия непрерывности тангенциальных компонент электрического и магнитного полей, используя равенства (1.29) и (2.10)-(2.12), получим систему линейных уравнений:

$$\begin{aligned} k_z(a^{(H)} - b^{(H)}) &= q_z(c^{(e)} - d^{(e)}), & k_z f^{(H)} &= q_z(c^{(e)} e^{iq_z D} - d^{(e)} e^{-iq_z D}), \\ -k^2(a^{(H)} + b^{(H)}) &= \lambda_{ab}^{-2}(c^{(e)} + d^{(e)}), & -k^2 f^{(H)} &= \lambda_{ab}^{-2}(c^{(e)} e^{iq_z D} + d^{(e)} e^{-iq_z D}). \end{aligned} \quad (2.14)$$

Находя из этой системы неизвестные амплитуды $f^{(H)}$ и $b^{(H)}$, получим коэффициенты прохождения T и отражения R . В области частот, в которой в сверхпроводнике распространяется бегущая волна, коэффициент прохождения равен:

$$T = \left| \frac{f^{(H)}}{a^{(H)}} \right|^2 = \frac{1}{1 + \mu^2 \sin^2(q_z D)}, \quad (2.15)$$

где $\mu = k_z / (2q_z \lambda_{ab}^2 k^2)$, а коэффициент отражения: $R = |b^{(H)} / a^{(H)}|^2 = 1 - T$.

В области частот, в которой в сверхпроводнике необыкновенная волна затухает, коэффициенты T и R определяются выражением (2.15), в котором q_z нужно заменить на $|q_z|$, а \sin на sh .

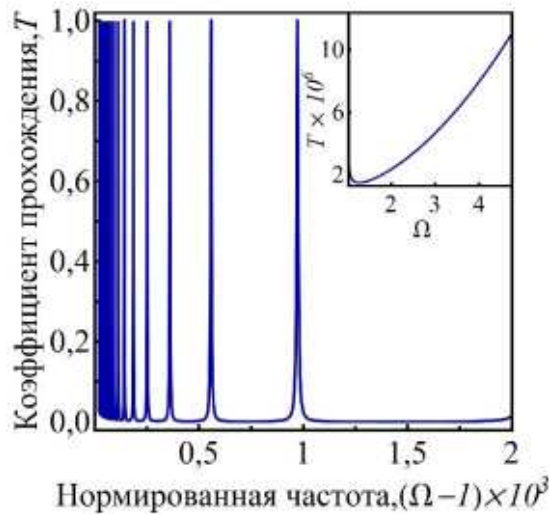


Рис. 2.3 Зависимость коэффициента прохождения T от нормированной частоты Ω . Основная панель показывает область частот, при которых q_z вещественное, вставка – q_z мнимое. Значения параметров: $n_1 = 1$, $n_2 = 5$, $D = 0,1$ мкм. Остальные параметры такие же, как на рис. 2.2.

Зависимость коэффициента прохождения T от нормированной частоты Ω

проиллюстрирована на рис. 2.3. В области частот, где величина q_z реальна, существуют частоты, для которых коэффициент прохождения равен единице. Расстояние между соответствующими пиками растет с увеличением частоты, а минимальное значение коэффициента прохождения уменьшается. В области, где величина q_z мнимая, коэффициент прозрачности экспоненциально мал. Рисунок 2.4 демонстрирует, что для мнимых q_z коэффициент прохождения экспоненциально уменьшается с увеличением толщины, а для q_z реальных – коэффициент прохождения периодически, при определенных толщинах, равен единице (не учитываем диссипацию). Этот случай полного прохождения волны сквозь образец соответствует геометрическому резонансу. Он полностью аналогичен резонансному надбарьерному прохождению частиц в квантовой механике.

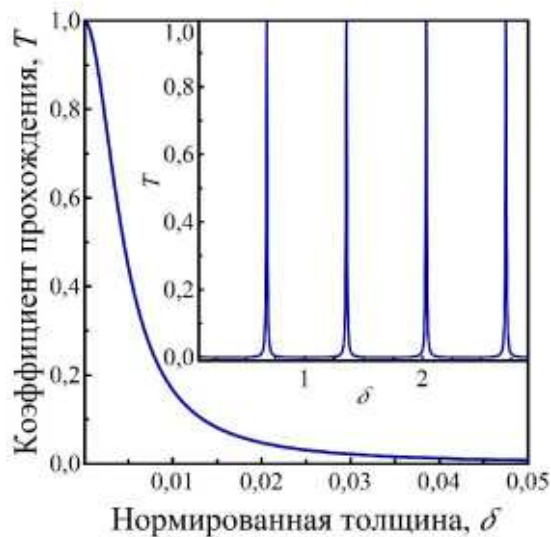


Рис. 2.4 Зависимость коэффициента прохождения T от нормированной толщины образца $\delta = D/\lambda_{ab}$, при $\omega = 1,001 \omega_J$ (основная панель, q_z мнимое) и при $\omega = 1,05 \omega_J$ (вставка, q_z вещественное). Остальные параметры такие же, как на рис. 2.2.

2.2. Распространение волн вдоль слоев

Рассмотрим более интересную ситуацию, когда слои сверхпроводника

параллельны оси волновода. Геометрия в этом случае имеет вид, показанный на панели (б) рис. 2.1. Волновод имеет поперечные размеры L_1 и L_2 и состоит из трех областей: области, заполненной слоистым сверхпроводником толщины D , и двух вакуумных областей. Ось x параллельна оси волновода, оси y и z параллельны стенкам волновода и ось z параллельна кристаллографической оси \mathbf{c} .

В этом случае кристаллографическая ось \mathbf{c} и ось волновода x не совпадают и из-за анизотропии задачи практически при любой поляризации падающей волны в образце возбуждаются оба типа волн, обыкновенная ($E_z = 0$) и необыкновенная ($H_z = 0$). При этом отраженная и прошедшая волны имеют поляризации, которые в общем случае не совпадают с поляризацией падающей волны. Иными словами, происходит трансформация поляризации волны.

Векторный потенциал, удовлетворяющий уравнениям (1.1), (1.2) и (1.28), а также условиям равенства нулю тангенциальных компонент электрического поля на стенках волновода, может быть записан в виде:

$$\begin{aligned} A_x &= \mathcal{A}_x e^{-i\omega t} \sin(q_y y) \sin(q_z z), \\ A_y &= \mathcal{A}_y e^{-i\omega t} \cos(q_y y) \sin(q_z z), \\ A_z &= \mathcal{A}_z e^{-i\omega t} \sin(q_y y) \cos(q_z z), \end{aligned} \quad (2.16)$$

где

$$q_y = \frac{n_1 \pi}{L_1}, \quad q_z = \frac{n_2 \pi}{L_2}. \quad (2.17)$$

Далее будут рассмотрены различные виды поляризации падающих волн и обсуждаться возможности трансформации поляризации при их отражении и прохождении через образец слоистого сверхпроводника.

2.2.1. Взаимная трансформация ТЕ- и ТМ-волн

Начнем рассмотрение с волн, поляризация которых согласована с осью

волновода (осью x), то есть волн ТЕ ($E_x = 0$) и ТМ ($H_x = 0$) поляризаций. В первой вакуумной области (при $x < 0$) векторный потенциал волн, распространяющихся вдоль оси x , можно представить в виде линейной комбинации ТЕ- и ТМ-волн:

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_x^{v1} &= -i(k^2 - k_x^2)[a^{(H)} e^{ik_x x} + b^{(H)} e^{-ik_x x}], \\ \mathcal{A}_y^{v1} &= [k_x q_y a^{(H)} - k q_z a^{(E)}] e^{ik_x x} - [k_x q_y b^{(H)} + k q_z b^{(E)}] e^{-ik_x x}, \\ \mathcal{A}_z^{v1} &= [k_x q_z a^{(H)} + k q_y a^{(E)}] e^{ik_x x} - [k_x q_z b^{(H)} - k q_y b^{(E)}] e^{-ik_x x}. \end{aligned} \quad (2.18)$$

Здесь

$$k_x = (k^2 - q_y^2 - q_z^2)^{1/2}, \quad k = \frac{\omega}{c}, \quad (2.19)$$

амплитуды a и b описывают падающие и отраженные волны, соответственно. Верхние индексы $^{(H)}$ и $^{(E)}$ указывают на ТМ- и ТЕ-поляризации ($H_x = 0$ и $E_x = 0$), соответственно.

Во второй вакуумной области (при $x > D$) векторный потенциал содержит только прошедшие волны с амплитудами $f^{(H)}$ и $f^{(E)}$:

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_x^{v2} &= -i(k^2 - k_x^2) f^{(H)} e^{ik_x(x-D)}, \\ \mathcal{A}_y^{v2} &= [k_x q_y f^{(H)} - k q_z f^{(E)}] e^{ik_x(x-D)}, \\ \mathcal{A}_z^{v2} &= [k_x q_z f^{(H)} + k q_y f^{(E)}] e^{ik_x(x-D)}. \end{aligned} \quad (2.20)$$

В слоистом сверхпроводнике мы представляем поле в виде суммы волн, поляризации которых согласованы с ориентацией сверхпроводящих слоев: обыкновенные ($E_z = 0$) и необыкновенные ($H_z = 0$) волны. Для векторного потенциала волн в области сверхпроводника запишем:

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_x^s &= iS q_x q_z [c^{(e)} e^{iq_x x} - d^{(e)} e^{-iq_x x}] + ik q_y [c^{(o)} e^{p_x x} + d^{(o)} e^{-p_x x}], \\ \mathcal{A}_y^s &= S q_y q_z [c^{(e)} e^{iq_x x} + d^{(e)} e^{-iq_x x}] + ik p_x [c^{(o)} e^{p_x x} - d^{(o)} e^{-p_x x}], \\ \mathcal{A}_z^s &= (S q_z^2 + k^2) [c^{(e)} e^{iq_x x} + d^{(e)} e^{-iq_x x}], \end{aligned} \quad (2.21)$$

где

$$S = \frac{\Omega^2}{\varepsilon\gamma^2}, \quad \gamma = \frac{\lambda_c}{\lambda_{ab}}, \quad \Omega = \frac{\omega}{\omega_J}, \quad (2.22)$$

$$q_x = \left[-q_y^2 - \lambda_c^{-2} + \varepsilon k^2 \right]^{1/2}, \quad p_x = \lambda_{ab}^{-1}.$$

Верхние индексы (o) и (e) указывают на обыкновенные и необыкновенные волны, соответственно. Как и раньше, в выражениях (2.22) мы пренебрегаем величиной $\varepsilon\omega^2\lambda_{ab}^2/c^2$ по сравнению с 1.

На границах сверхпроводник-вакуум должны выполняться условия непрерывности тангенциальных компонент электрического и магнитного полей. Эти условия приводят к системе из восьми линейных уравнений:

$$\begin{aligned} Sq_y q_z [c^{(e)} + d^{(e)}] + ikp_x [c^{(o)} - d^{(o)}] &= [k_x q_y a^{(H)} - k q_z a^{(E)}] - \\ &- [k_x q_y b^{(H)} + k q_z b^{(E)}], \\ Sq_y q_z [c^{(e)} e^{iq_x D} + d^{(e)} e^{-iq_x D}] + ikp_x [c^{(o)} e^{p_x D} - d^{(o)} e^{-p_x D}] &= \\ &= k_x q_y f^{(H)} - k q_z f^{(E)}, \\ (Sq_z^2 + k^2) [c^{(e)} + d^{(e)}] &= [k_x q_z a^{(H)} + k q_y a^{(E)}] - [k_x q_z b^{(H)} - k q_y b^{(E)}], \\ (Sq_z^2 + k^2) [c^{(e)} e^{iq_x D} + d^{(e)} e^{-iq_x D}] &= k_x q_z f^{(H)} + k q_y f^{(E)}, \\ kq_x [c^{(e)} - d^{(e)}] - q_y q_z [c^{(o)} + d^{(o)}] &= [k q_z a^{(H)} + k_x q_y a^{(E)}] + \\ &+ [k q_z b^{(H)} - k_x q_y b^{(E)}], \\ kq_x [c^{(e)} e^{iq_x D} - d^{(e)} e^{-iq_x D}] - q_y q_z [c^{(o)} e^{p_x D} + d^{(o)} e^{-p_x D}] &= \\ &= k q_z f^{(H)} + k_x q_y f^{(E)}, \\ (p_x^2 - q_y^2) [c^{(o)} + d^{(o)}] &= [k q_y a^{(H)} - k_x q_z a^{(E)}] + [k q_y b^{(H)} + k_x q_z b^{(E)}], \\ (p_x^2 - q_y^2) [c^{(o)} e^{p_x D} + d^{(o)} e^{-p_x D}] &= k q_y f^{(H)} - k_x q_z f^{(E)}. \end{aligned} \quad (2.23)$$

Из этой системы можно при заданной поляризации падающей волны, то есть при заданных амплитудах $a^{(H)}$ и $a^{(E)}$, определить поляризации отраженной и прошедшей волн – определить амплитуды $b^{(H)}$, $b^{(E)}$, $f^{(H)}$ и $f^{(E)}$.

Например, рассмотрим возбуждение ДПВ при облучении слоистого

сверхпроводника волной ТМ-поляризации. В этом случае амплитуда $a^{(E)} = 0$, а амплитуду $a^{(H)}$ возьмем для удобства равной 1. Тогда квадраты модулей амплитуд $b^{(H)}$ и $f^{(H)}$ – коэффициенты отражения и прохождения ТМ-поляризованной волны, соответственно, а $b^{(E)}$ и $f^{(E)}$ – коэффициенты трансформации в ТЕ-волну. Также отметим, что, как следует из уравнения (2.19), бегущие моды в волноводе могут распространяться только с частотами $\omega > \omega_{cr} = c(q_y^2 + q_z^2)^{1/2}$.

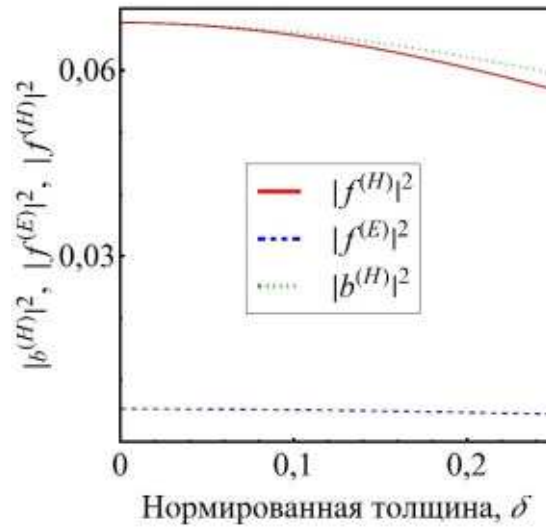


Рис. 2.5 Зависимость коэффициента прохождения $|f^{(E)}|^2$ ТЕ волны, а также коэффициентов ее трансформации в отраженную $|b^{(H)}|^2$ и прошедшую $|f^{(H)}|^2$ ТМ моды от безразмерной толщины образца $\delta = D/\lambda_c$. Значения параметров: $a^{(H)} = 0$, $a^{(E)} = 1$, $\omega = 0,565 \omega_J = 1,01 \omega_{cr}$, $L_1 = 1$ мм, $L_2 = 2$ мм, $n_1 = n_2 = 1$, $\lambda_{ab} = 2000 \text{ \AA}$, $\omega_J/2\pi = 0,3$ ТГц, $\varepsilon = 16$.

Численный анализ системы уравнений (2.23) показал, что для достаточно тонких пластин при частотах близких к частоте отсечки ω_{cr} падающая ТМ-волна преобразуется в отраженную ТЕ-волну с небольшой примесью ТМ-компоненты, а падающая ТЕ-волна преобразуется в прошедшую ТМ-волну с небольшой примесью ТЕ-компоненты. В качестве примеров такой ситуации на рисунках 2.5 и 2.6

изображены графики зависимостей $|b^{(H)}|^2$, $|b^{(E)}|^2$, $|f^{(H)}|^2$ и $|f^{(E)}|^2$ для случаев падения ТМ и ТЕ волн, соответственно, от безразмерной толщины образца $\delta = D/\lambda_c$ при частоте близкой к частоте отсечки.

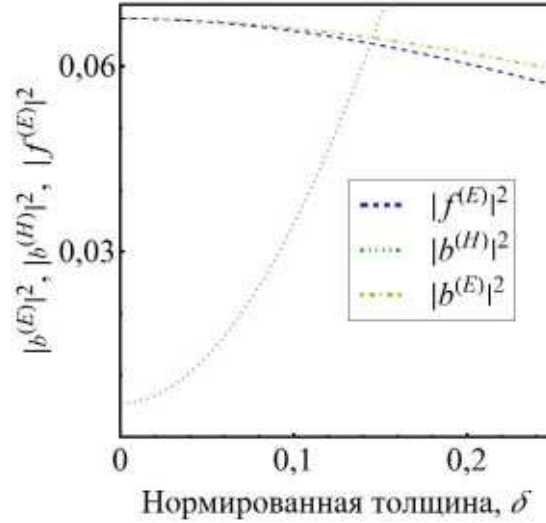


Рис. 2.6 Зависимость коэффициента отражения $|b^{(H)}|^2$ ТМ волны, а также коэффициентов ее трансформации в отраженную $|b^{(E)}|^2$ и прошедшую $|f^{(E)}|^2$ ТЕ моды от безразмерной толщины образца $\delta = D/\lambda_c$, $a^{(H)} = 1$, $a^{(E)} = 0$. Остальные параметры те же, что и на рис. 2.5.

2.2.2. Взаимная трансформация волн с поляризациями, связанными с осью с

Теперь рассмотрим падающие волны, поляризация которых согласована с кристаллографической осью с слоистого сверхпроводника – обыкновенные ($E_z = 0$) и необыкновенные ($H_z = 0$) волны. В первой вакуумной области (при $x < 0$) для векторного потенциала волны, распространяющейся вдоль оси x , можно записать:

$$\begin{aligned} A_x^{v1} &= i[k_x q_z a^{(e)} + k q_y a^{(o)}] e^{ik_x x} - i[k_x q_z b^{(e)} - k q_y b^{(o)}] e^{-ik_x x}, \\ A_y^{v1} &= [q_y q_z a^{(e)} - k k_x a^{(o)}] e^{ik_x x} + [q_y q_z b^{(e)} + k k_x b^{(o)}] e^{-ik_x x}, \\ A_z^{v1} &= -(k^2 - q_z^2)[a^{(e)} e^{ik_x x} + b^{(e)} e^{-ik_x x}]. \end{aligned} \quad (2.24)$$

Аналогично, во второй вакуумной области (при $x > D$) выполняются соотношения:

$$\begin{aligned}
\mathcal{A}_x^{v2} &= i[k_x q_z f^{(e)} + k q_y f^{(o)}] e^{ik_x(x-D)}, \\
\mathcal{A}_y^{v2} &= [q_y q_z f^{(e)} - k k_x f^{(o)}] e^{ik_x(x-D)}, \\
\mathcal{A}_z^{v2} &= -(k^2 - q_z^2) f^{(e)} e^{ik_x(x-D)}.
\end{aligned} \tag{2.25}$$

Поля в сверхпроводнике определяются выражениями (2.21). Условия непрерывности тангенциальных компонент электрического и магнитного полей на границах сверхпроводник-вакуум приводят к системе из восьми линейных уравнений (2.23), в которой вместо амплитуд $a^{(E)}$ и $a^{(H)}$, $b^{(E)}$ и $b^{(H)}$, $f^{(E)}$ и $f^{(H)}$ следует подставить их выражения через амплитуды $a^{(o)}$ и $a^{(e)}$, $b^{(o)}$ и $b^{(e)}$, $f^{(o)}$ и $f^{(e)}$, в соответствии с уравнениями:

$$\begin{aligned}
-(k^2 - k_x^2) a^{(H)} &= k_x q_z a^{(e)} + k q_y a^{(o)}, & k_x q_z a^{(H)} + k q_y a^{(E)} &= -(k^2 - q_z^2) a^{(e)}, \\
-(k^2 - k_x^2) b^{(H)} &= -k_x q_z b^{(e)} + k q_y b^{(o)}, & -k_x q_z b^{(H)} + k q_y b^{(E)} &= -(k^2 - q_z^2) b^{(e)}, \\
-(k^2 - k_x^2) f^{(H)} &= k_x q_z f^{(e)} + k q_y f^{(o)}, & k_x q_z f^{(H)} + k q_y f^{(E)} &= -(k^2 - q_z^2) f^{(e)}.
\end{aligned} \tag{2.26}$$

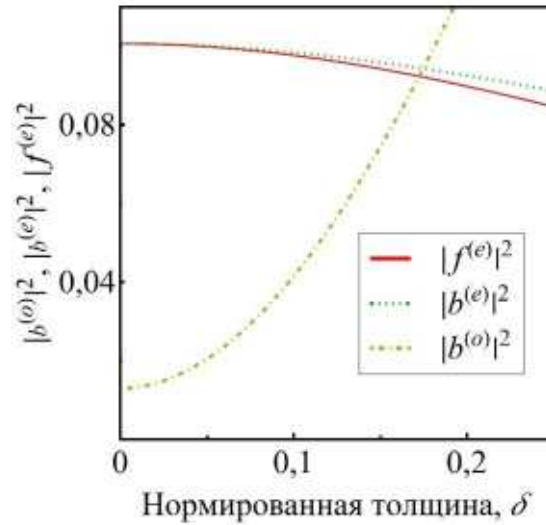


Рис. 2.7 Зависимость коэффициента отражения $|b^{(o)}|^2$ обыкновенной волны, а также коэффициентов ее трансформации в отраженную $|b^{(e)}|^2$ и прошедшую $|f^{(e)}|^2$ необыкновенные моды от безразмерной толщины образца $\delta = D/\lambda_c$, $a^{(e)} = 0$, $a^{(o)} = 1$. Остальные параметры те же, что и на рис. 2.5.

Связи (2.26) получены приравниванием выражений (2.18) и (2.24) для векторного потенциала \vec{A}^{v1} в первой вакуумной области, а также (2.20) и (2.25) для \vec{A}^{v2} во второй вакуумной области. Таким образом, решая систему уравнений (2.23) совместно с (2.26), при заданной поляризации падающей волны, то есть при заданных амплитудах $a^{(e)}$ и $a^{(o)}$, можно определить поляризации отраженной и прошедшей волн – найти амплитуды $b^{(e)}$, $b^{(o)}$, $f^{(e)}$ и $f^{(o)}$.

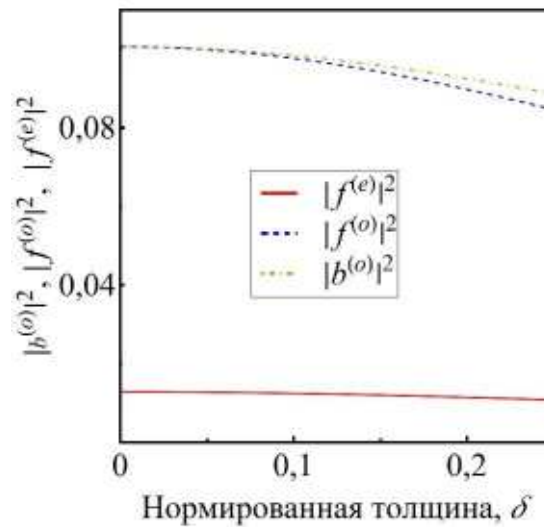


Рис. 2.8 Зависимость коэффициента прохождения $|f^{(e)}|^2$ необыкновенной волны, а также коэффициентов ее трансформации в отраженную $|b^{(o)}|^2$ и прошедшую $|f^{(o)}|^2$ обыкновенные моды от безразмерной толщины образца $\delta = D/\lambda_c$, $a^{(e)} = 1$, $a^{(o)} = 0$. Остальные параметры те же, что и на рис. 2.5.

Численный анализ указанной системы уравнений показывает, что пластина слоистого сверхпроводника может служить преобразователем необыкновенной волны в обыкновенную, и наоборот. Для достаточно тонких пластин при частотах близких к частоте отсечки ω_{cr} падающая обыкновенная волна преобразуется в отраженную необыкновенную с небольшой примесью обыкновенной компоненты, а падающая необыкновенная мода преобразуется в прошедшую обыкновенную волну с небольшой примесью необыкновенной компоненты (см. рис. 2.7 и 2.8, относящиеся к случаям

падения обыкновенной и необыкновенной волн, соответственно).

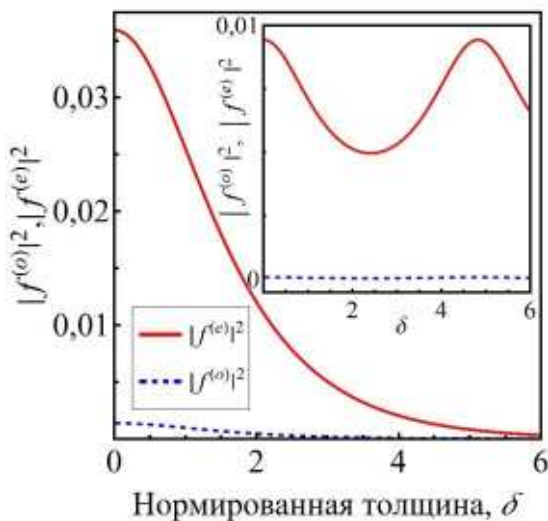


Рис. 2.9 Зависимость коэффициентов прохождения $|f^{(o)}|^2$ обыкновенных мод и трансформации $|f^{(e)}|^2$ в необыкновенную моду от безразмерной толщины образца $\delta = D/\lambda_c$. Значения параметров: $\omega = 0,9\omega_J$ (основная панель), $\omega = 1,2\omega_J$ (вставка), $a^{(e)} = 0$, $a^{(o)} = 1$. Остальные параметры те же, что и на рис. 2.5.

В случае, когда частота не близка к частоте отсечки, обыкновенная волна преобразуется в прошедшую необыкновенную волну с небольшой примесью обыкновенной. У такого преобразования существует простое физическое объяснение. Из-за анизотропии падающая обыкновенная волна возбуждает в слоистом сверхпроводнике не только обыкновенную волну, но и небольшую примесь необыкновенной волны. Обыкновенная волна в пластине быстро затухает и, в условиях $D \gg \lambda_{ab}$, на другой стороне пластины остается, в основном, незатухающая необыкновенная мода с экспоненциально малой примесью обыкновенной моды. В качестве примера такой ситуации на рис. 2.9 изображен график зависимостей амплитуд $|f^{(o)}|^2$ и $|f^{(e)}|^2$ прошедших волн от безразмерной толщины образца $\delta = D/\lambda_c$ в двух случаях. В первом случае (основная панель) частота волны меньше джозефсоновской и обе волны (обыкновенная и необыкновенная) в пластине затухают. Во втором случае

(вставка) частота волны больше джозефсоновской и необыкновенная волна в пластине распространяется.

2.2.3. Отражение и прохождение волн, в которых $E_y = 0$ и $H_y = 0$

Рассмотрим еще один тип поляризации волн, согласованной с осью y , которая перпендикулярна как оси волновода (оси x), так и кристаллографической оси c слоистого сверхпроводника (оси z). Волны с $E_y = 0$ мы будем называть волнами E_{\perp} поляризации и, соответственно, волны с $H_y = 0$ – волнами H_{\perp} поляризации.

В первой вакуумной области (при $x < 0$) для векторного потенциала волны, распространяющейся вдоль оси x , запишем:

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_x^{v1} &= i [k_x q_y a^{(1)} + k q_z a^{(2)}] e^{ik_x x} - i [k_x q_y b^{(1)} - k q_z b^{(2)}] e^{-ik_x x}, \\ \mathcal{A}_y^{v1} &= -(k^2 - q_y^2) [a^{(1)} e^{ik_x x} + b^{(1)} e^{-ik_x x}], \\ \mathcal{A}_z^{v1} &= [q_y q_z a^{(1)} - k k_x a^{(2)}] e^{ik_x x} + [q_y q_z b^{(1)} + k k_x b^{(2)}] e^{-ik_x x}. \end{aligned} \quad (2.27)$$

Здесь верхние индексы (1) и (2) обозначают поляризации H_{\perp} и E_{\perp} , соответственно.

Аналогично, во второй вакуумной области (при $x > D$):

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_x^{v2} &= i [k_x q_y f^{(1)} + k q_z f^{(2)}] e^{ik_x (x-D)}, \\ \mathcal{A}_y^{v2} &= -(k^2 - q_y^2) f^{(1)} e^{ik_x (x-D)}, \\ \mathcal{A}_z^{v2} &= [q_y q_z f^{(1)} - k k_x f^{(2)}] e^{ik_x (x-D)}. \end{aligned} \quad (2.28)$$

Как и в предыдущих разделах, поля в сверхпроводнике определяются выражениями (2.21). Используя формулы (2.21), (2.27), (2.28), свяжем тангенциальные компоненты электрического и магнитного полей на границах сверхпроводник-вакуум, что приведет к системе (2.23), в которой вместо амплитуд $a^{(E)}$ и $a^{(H)}$, $b^{(E)}$ и $b^{(H)}$, $f^{(E)}$ и $f^{(H)}$ следует подставить их выражения через амплитуды $a^{(1)}$ и $a^{(2)}$, $b^{(1)}$ и $b^{(2)}$, $f^{(1)}$ и $f^{(2)}$, в соответствии с уравнениями:

$$\begin{aligned}
-(k^2 - k_x^2)a^{(H)} &= k_x q_y a^{(1)} + k q_z a^{(2)}, & k_x q_y a^{(H)} - k q_z a^{(E)} &= -(k^2 - q_y^2)a^{(1)}, \\
-(k^2 - k_x^2)b^{(H)} &= -k_x q_y b^{(1)} + k q_z b^{(2)}, & -k_x q_y b^{(H)} - k q_z b^{(E)} &= -(k^2 - q_y^2)b^{(1)}, \\
-(k^2 - k_x^2)f^{(H)} &= k_x q_y f^{(1)} + k q_z f^{(2)}, & k_x q_y f^{(H)} - k q_z f^{(E)} &= -(k^2 - q_y^2)f^{(1)}.
\end{aligned} \tag{2.29}$$

Связи (2.29) получены приравнованием выражений (2.18) и (2.27) для векторного потенциала \vec{A}^{v1} в первой вакуумной области, а также (2.20) и (2.28) для \vec{A}^{v2} во второй вакуумной области. Решая систему уравнений (2.23) совместно с (2.29) при заданных амплитудах $a^{(1)}$ и $a^{(2)}$, можно определить поляризации отраженной и прошедшей волн – найти амплитуды $b^{(1)}$, $b^{(2)}$, $f^{(1)}$ и $f^{(2)}$.

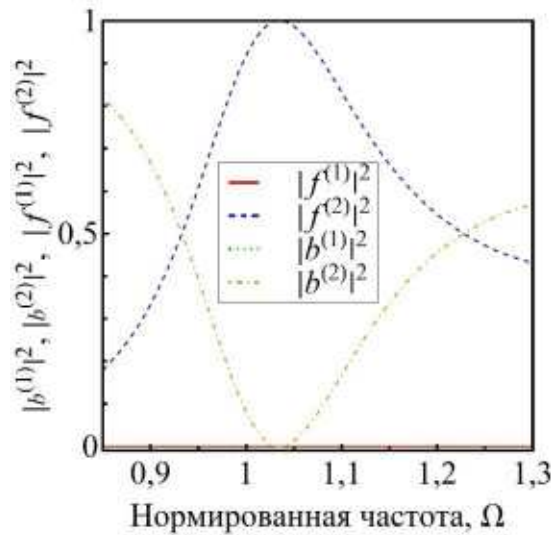


Рис. 2.10 Зависимости коэффициентов отражения $|b^{(2)}|^2$ и прохождения $|f^{(2)}|^2$ волны с поляризацией E_{\perp} , а также коэффициентов ее трансформации в отраженную $|b^{(1)}|^2$ и прошедшую $|f^{(1)}|^2$ волны с поляризациями H_{\perp} от безразмерной частоты $\Omega = \omega/\omega_J$. Значения параметров: $a^{(1)} = 0$, $a^{(2)} = 1$, $D = 80$ мкм ($\delta = 2$). Остальные параметры такие же, что и на рис. 2.5.

Численное решение указанной системы приводит к необычным результатам. Как оказалось, волны H_{\perp} и E_{\perp} поляризаций не трансформируются одна в другую. Волны H_{\perp} полностью отражаются, не возбуждая в образце волну E_{\perp} поляризации, а волны

E_{\perp} поляризации частично отражаются и частично проходят, опять же не возбуждая в образце волну H_{\perp} поляризации. Результаты численного решения в случае падения E_{\perp} волны ($a^{(1)} = 0$, $a^{(2)} = 1$) приведены на рис. 2.10.

Выводы

1. Изучено отражение и прохождение *линейных* волн терагерцевого диапазона сквозь образец слоистого сверхпроводника конечной толщины, помещенный в волновод, при двух конфигурациях: сверхпроводящие слои либо перпендикулярны, либо параллельны оси волновода.

2. Показано, что в первом случае волны ТЕ- или ТМ-поляризации, распространяющиеся в вакуумной части волновода, возбуждают в образце слоистого сверхпроводника только обыкновенную или только необыкновенную волну, соответственно. Поэтому не происходит трансформации поляризации падающей волны. Получено аналитическое выражение для коэффициента прохождения, проанализирована его зависимость от частоты падающей волны и толщины образца.

3. Установлено, что во втором случае в образце возбуждаются одновременно и обыкновенная, и необыкновенная волны, то есть происходит трансформация поляризации падающей волны. В частности, выделен ряд ситуаций, при которых может наблюдаться частичная трансформация поляризации. Также показано, что волны с поляризациями H_{\perp} и E_{\perp} (в которых либо $H_y = 0$, либо $E_y = 0$, ось y перпендикулярна оси волновода и кристаллографической оси c), несмотря на анизотропию задачи, не трансформируются друг в друга.

РАЗДЕЛ 3

НЕЛИНЕЙНЫЕ ДПВ В СЛОИСТЫХ СВЕРХПРОВОДНИКАХ, ПОМЕЩЕННЫХ В ВОЛНОВОД

Данный раздел, основанный на работе [11], посвящен изучению отражения и прохождения *нелинейных* волн терагерцевого диапазона сквозь слоистые сверхпроводники *конечных* размеров, помещенные в вакуумный прямоугольный волновод. Мы рассматриваем две конфигурации: сверхпроводящие слои либо перпендикулярны, либо параллельны оси волновода. В разделе будет описано поведение нелинейных волн только для тех случаев, когда не происходит трансформации их поляризации. Трансформация поляризации нелинейных волн будет рассмотрена ниже в разделе 4.

Обсуждается случай слабой нелинейности, когда плотность джозефсоновского тока $J_c \sin \varphi$ можно представить в виде $J_c \sin \varphi \approx J_c (\varphi - \varphi^3/6)$. Даже в этом случае линейные слагаемые в уравнении (1.19) могут практически компенсировать друг друга, и тогда, несмотря на слабость нелинейности, в распространении волны могут проявляться сильные нелинейные эффекты (см. подраздел 1.6 и уравнение (1.23) в нем).

Мы изучаем вакуумный волновод с поперечными размерами L_1 и L_2 , в котором находится образец слоистого сверхпроводника толщины D . Напомним, что мы считаем число слоев достаточно большим, чтобы можно было перейти к континуальному пределу и не учитывать пространственное распределение электромагнитного поля в каждом слое. Как и в предыдущих разделах, координатная система выбрана таким образом, чтобы кристаллографическая плоскость **ab** слоистого сверхпроводника совпадала с плоскостью xu , а кристаллографическая ось **c** была направлена вдоль оси z .

3.1. Распространение нелинейных волн поперек слоев

Начнем обсуждение с конфигурации, в которой электромагнитная волна частоты ω распространяется вдоль кристаллографической оси c (поперек слоев) в волноводе, причем ось c слоистого сверхпроводника (ось z выбранной нами координатной системы) направлена вдоль оси волновода (см. рис. 3.1). Рассмотрим падающие волны необыкновенной поляризации со следующими компонентами:

$$\vec{E} = \{E_x, E_y, E_z\}, \quad \vec{H} = \{H_x, H_y, 0\}, \quad (3.1)$$

то есть магнитное поле параллельно поверхности образца. Падающая волна частично отражается и частично проходит сквозь образец.

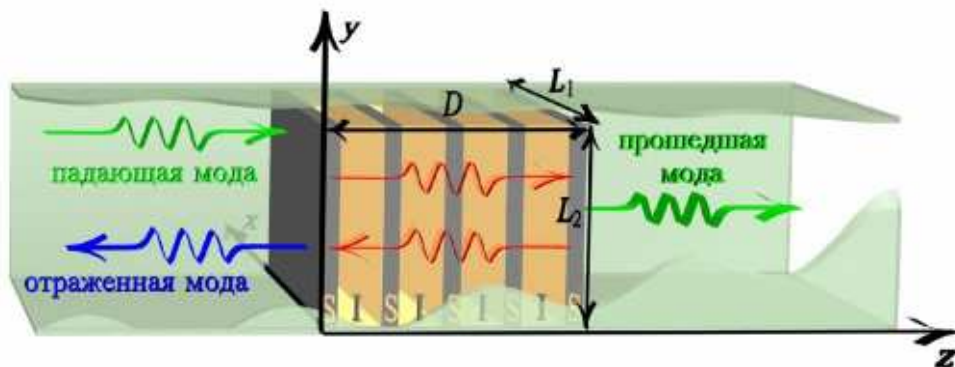


Рис. 3.1 Геометрия задачи для случая, когда волны распространяются поперек слоев. Обозначения: S и I – сверхпроводящие и диэлектрические слои, соответственно, D – толщина образца, L_1 и L_2 – поперечные размеры волновода.

3.1.1. Электромагнитные поля в вакуумных областях волновода и в сверхпроводнике. Коэффициент прохождения нелинейной волны

В первой вакуумной области (при $z < 0$) электромагнитное поле может быть представлено в виде суммы падающей и отраженной волн с амплитудами H_i и H_r , соответственно. Используя граничные условия (равенство нулю тангенциальных компонент электрического поля на стенках волновода) и уравнения Максвелла, можно

найти связь всех компонент поля с амплитудами H_i и H_r :

$$\begin{aligned}
 E_x^{v1} &= \frac{k_x k_z}{k^2} \cos(k_x x) \sin(k_y y) [H_i \sin(k_z z - \omega t) - H_r \sin(k_z z + \omega t + \alpha)], \\
 E_y^{v1} &= \frac{k_y k_z}{k^2} \sin(k_x x) \cos(k_y y) [H_i \sin(k_z z - \omega t) - H_r \sin(k_z z + \omega t + \alpha)], \\
 H_x^{v1} &= -\frac{k_y}{k} \sin(k_x x) \cos(k_y y) [H_i \sin(k_z z - \omega t) + H_r \sin(k_z z + \omega t + \alpha)], \\
 H_y^{v1} &= \frac{k_x}{k} \cos(k_x x) \sin(k_y y) [H_i \sin(k_z z - \omega t) + H_r \sin(k_z z + \omega t + \alpha)].
 \end{aligned} \tag{3.2}$$

Во второй вакуумной области (при $z > D$) существует только прошедшая волна с амплитудой H_t . Для компонент поля справедливы выражения:

$$\begin{aligned}
 E_x^{v2} &= \frac{k_x k_z}{k^2} \cos(k_x x) \sin(k_y y) H_t \sin[k_z(z - D) - \omega t + \beta], \\
 E_y^{v2} &= \frac{k_y k_z}{k^2} \sin(k_x x) \cos(k_y y) H_t \sin[k_z(z - D) - \omega t + \beta], \\
 H_x^{v2} &= -\frac{k_y}{k} \sin(k_x x) \cos(k_y y) H_t \sin[k_z(z - D) - \omega t + \beta], \\
 H_y^{v2} &= \frac{k_x}{k} \cos(k_x x) \sin(k_y y) H_t \sin[k_z(z - D) - \omega t + \beta],
 \end{aligned} \tag{3.3}$$

где

$$k_x = \frac{\pi n_1}{L_1}, \quad k_y = \frac{\pi n_2}{L_2}, \quad k_z = (k^2 - k_x^2 - k_y^2)^{1/2}, \tag{3.4}$$

$k = \omega/c$, n_1 и n_2 – неотрицательные целые числа, которые определяют распространяющиеся моды в волноводе (они не могут быть равными нулю одновременно), α и β – сдвиги фаз в отраженной и прошедшей волнах, соответственно. Мы не приводим выражения для компоненты E_z , так как для дальнейших выкладок оно не понадобится.

Электромагнитное поле внутри слоистого сверхпроводника определяется распределением калибровочно-инвариантной разности фаз $\varphi(x, z, t)$ параметра

порядка между соседними слоями (см, например, работу [2]). Соотношения между компонентами поля и разностью фаз $\varphi(x, z, t)$ для рассматриваемой поляризации (3.1) имеют вид:

$$E_x = -\frac{\lambda_{ab}^2}{c} \frac{\partial^2 H_y}{\partial t \partial z}, \quad E_y = \frac{\lambda_{ab}^2}{c} \frac{\partial^2 H_x}{\partial t \partial z}, \quad E_z = \mathcal{H}_0 \frac{1}{\omega_J \sqrt{\varepsilon}} \frac{\partial \varphi}{\partial t},$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = \frac{\mathcal{H}_0}{\lambda_c} \left[\sin \varphi + \frac{1}{\omega_J^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} \right],$$
(3.5)

где $\mathcal{H}_0 = \Phi_0 / 2\pi d \lambda_c$, $\Phi_0 = \pi \hbar / e$ – квант магнитного потока, λ_{ab} и $\lambda_c = c / \omega_J \varepsilon^{1/2}$ – лондоновские глубины проникновения поперек и вдоль слоев, соответственно.

Разность фаз φ определяется связанными синусоидальными уравнениями Гордона, описанными в разделе 1.4. Для волны с поляризацией (3.1) уравнение (1.19) приобретет дополнительное слагаемое $\partial^2 \varphi / \partial y^2$,

$$\left(1 - \lambda_{ab}^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \left[\frac{1}{\omega_J^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + \sin \varphi \right] - \lambda_c^2 \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} \right) = 0.$$
(3.6)

Мы рассматриваем случай слабой нелинейности, когда $\sin \varphi \sim \varphi - \varphi^3 / 6$, и частота ω близка к ω_J . Введем безразмерную частоту,

$$\Omega = \frac{\omega}{\omega_J},$$
(3.7)

близкую к единице. Будем искать решение уравнения (3.6) в форме моды с амплитудой a и фазой η , зависящими от z :

$$\varphi(x, y, z, t) = a(z) |1 - \Omega^2|^{1/2} \sin(k_x x) \sin(k_y y) \sin(\eta(z) - \omega t).$$
(3.8)

Введем безразмерную z координату и нормированную толщину образца:

$$\zeta = \frac{z}{\lambda_{ab}} \kappa, \quad \delta = \frac{D}{\lambda_{ab}} \kappa,$$
(3.9)

где

$$\kappa = \lambda_c \frac{k_{||}}{|1 - \Omega^2|^{1/2}}, \quad k_{||} = (k_x^2 + k_y^2)^{1/2}.$$
(3.10)

Подставляя разность фаз φ из уравнения (3.8) в уравнение (3.6), можно получить два уравнения для функций $\eta(\zeta)$ и $a(\zeta)$:

$$\eta'(\zeta) = -\frac{L}{h^2(\zeta)}, \quad (3.11 \text{ а})$$

$$h''(\zeta) = a(\zeta) + \frac{L^2}{h^3(\zeta)} + \frac{h(\zeta)}{\kappa^2}, \quad (3.11 \text{ б})$$

где L – константа интегрирования, штрих обозначает производную по ζ и

$$h(\zeta) = -\text{sign}(\Omega - 1)a(\zeta) - \frac{9}{128}a(\zeta)^3. \quad (3.12)$$

Как уже отмечалось, в рассматриваемой геометрии линейные волны могут распространяться лишь при частотах $\Omega > 1$. В то же время, нелинейные волны могут распространяться и при $\Omega < 1$ (см. раздел 1.6).

Уравнения (3.5), (3.8), (3.11) и (3.12) позволяют рассчитать электромагнитное поле внутри образца. Для тангенциальных компонент поля получаем:

$$\begin{aligned} E_x^s &= -\mathcal{H}_0 \Gamma \frac{k_x k_z}{k} \frac{|1 - \Omega^2|}{k_{\parallel} \kappa} \cos(k_x x) \sin(k_y y) \{h(\zeta) \cos[\eta(\zeta) - \omega t]\}'_{\zeta}, \\ E_y^s &= -\mathcal{H}_0 \Gamma \frac{k_y k_z}{k} \frac{|1 - \Omega^2|}{k_{\parallel} \kappa} \sin(k_x x) \cos(k_y y) \{h(\zeta) \cos[\eta(\zeta) - \omega t]\}'_{\zeta}, \\ H_x^s &= \mathcal{H}_0 k_y \frac{|1 - \Omega^2|}{k_{\parallel} \kappa} h(\zeta) \sin(k_x x) \cos(k_y y) \sin[\eta(\zeta) - \omega t], \\ H_y^s &= -\mathcal{H}_0 k_x \frac{|1 - \Omega^2|}{k_{\parallel} \kappa} h(\zeta) \cos(k_x x) \sin(k_y y) \sin[\eta(\zeta) - \omega t], \end{aligned} \quad (3.13)$$

где введен параметр

$$\Gamma = \frac{k^2 \lambda_{ab}}{k_z} \kappa. \quad (3.14)$$

Связывая тангенциальные компоненты полей в сверхпроводнике (3.13) с компонентами (3.2) и (3.3) в вакуумных областях на двух границах (при $z = 0$ и $z = D$), получаем следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned}
h_i + h_r \cos \alpha &= \Gamma(h'(0) \sin \eta(0) + h(0) \eta'(0) \cos \eta(0)), \\
h_r \sin \alpha &= \Gamma(h'(0) \cos \eta(0) - h(0) \eta'(0) \sin \eta(0)), \\
h_i - h_r \cos \alpha &= -h(0) \cos \eta(0), \\
h_r \sin \alpha &= -h(0) \sin \eta(0), \\
h_t \cos \beta &= \Gamma(h'(\delta) \sin \eta(\delta) + h(\delta) \eta'(\delta) \cos \eta(\delta)), \\
h_t \sin \beta &= -\Gamma(h'(\delta) \cos \eta(\delta) - h(\delta) \eta'(\delta) \sin \eta(\delta)), \\
h_t \cos \beta &= -h(\delta) \cos \eta(\delta), \\
h_t \sin \beta &= -h(\delta) \sin \eta(\delta).
\end{aligned} \tag{3.15}$$

где

$$h_n = \frac{H_n}{\mathcal{H}_0} \frac{k_{\parallel} \kappa}{k |1 - \Omega^2|} \quad (n = i, r, t) \tag{3.16}$$

– нормированные амплитуды.

Система (3.15) приводит к следующим уравнениям для амплитуд $h(0)$, $h(\delta)$ и пространственных производных $h'(0)$ и $h'(\delta)$, а также для амплитуды прошедшей волны:

$$\Gamma^2 [h'(0)]^2 + \left[h(0) + \frac{\Gamma L}{h(0)} \right]^2 = 4h_i^2, \tag{3.17 а}$$

$$h^2(\delta) = \Gamma L, \tag{3.17 б}$$

$$h'(\delta) = 0, \tag{3.17 в}$$

$$h_t^2 = h(\delta)^2. \tag{3.17 г}$$

Данные уравнения совместно с уравнениями (3.11), (3.12) определяют константу интегрирования L для каждой амплитуды падающей волны h_i . Исходя из уравнения (3.17 б), можно получить выражение, непосредственно связывающее коэффициент прохождения T с константой интегрирования L :

$$T = \frac{h^2(\delta)}{h_i^2} = \frac{\Gamma}{h_i^2} L. \tag{3.18}$$

Нелинейность уравнения (3.11) приводит к многозначности зависимости

коэффициента прохождения от амплитуды падающей волны. В следующих подразделах проведен анализ необычного поведения коэффициента прохождения для двух случаев. В одном из них частота падающей волны меньше джозефсоновской плазменной частоты ω_J ($\Omega < 1$), а в другом – больше, чем ω_J ($\Omega > 1$).

3.1.2. Коэффициент прохождения при отрицательных отстройках частоты

Начнем рассмотрение со случая, когда частота падающей волны ω меньше джозефсоновской плазменной частоты ω_J ,

$$\omega < \omega_J \quad (3.19)$$

При таких частотах линейные волны не могут распространяться в слоистых сверхпроводниках, они экспоненциально затухают. Однако нелинейные волны могут распространяться в таком режиме из-за эффективного понижения джозефсоновской плазменной частоты. Численный анализ зависимости коэффициента прохождения T от нормированной амплитуды h_i падающей волны представлен на рисунке 3.2.

Чтобы проанализировать эту зависимость, рассмотрим также фазовые траектории $a'(a)$. Проинтегрировав уравнение (3.11 б) с учетом (3.12) и (3.17 в), приходим к уравнению для фазовых траекторий $a'(a)$:

$$\begin{aligned} h'^2(a) = & \text{sign}(\Omega - 1)[a^2(\delta) - a^2] + \frac{27}{256}[a^4(\delta) - a^4] + \\ & + \frac{h^4(\delta)}{\Gamma^2}[h^{-2}(\delta) - h^{-2}(\zeta)] - \kappa^{-2}[h^2(\delta) - h^2(\zeta)], \end{aligned} \quad (3.20)$$

где $h(\zeta)$ определяется выражением (3.12) и

$$h'(a) = a'(a)\left[\text{sign}(\Omega - 1) - \frac{27}{128}a^2\right]. \quad (3.21)$$

Фазовые траектории $a'(a)$, построенные с использованием уравнения (3.20), представлены на рисунке 3.3. Увеличению пространственной координаты ζ (см.

уравнение (3.9)) от нуля до δ соответствует движение вдоль фазовой траектории $a'(a)$ в направлении, показанном стрелками. Точка $\zeta = 0$ соответствует начальной точке фазовой траектории $a'(a)$. Исходя из уравнения (3.17 г), находим, что все фазовые траектории оканчиваются в точке, где $a'(\delta) = 0$. Различные зависимости a' от a могут характеризоваться величинами $a(\delta)$ в этих конечных точках. Каждая траектория относится к определенной величине нормированной амплитуды h_i падающей волны. В соответствии с уравнениями (3.12), (3.17 в) и (3.18) величина $a(\delta)$ определяет константу L и коэффициент прохождения волны сквозь образец.

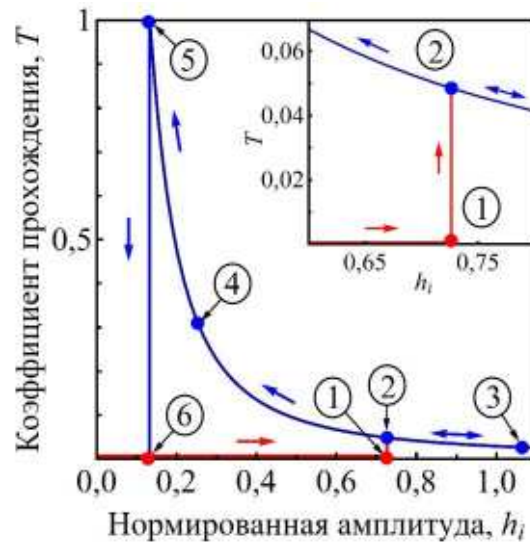


Рис. 3.2 Зависимость коэффициента прохождения T от нормированной амплитуды h_i падающей волны для отрицательной отстройки частоты $(\Omega - 1) = -5 \cdot 10^{-5}$. Числа около точек на кривой $T(h_i)$ соответствуют числам около фазовых траекторий $a'(a)$ на рис. 3.3. Вставка демонстрирует увеличенную область около точки 1. Значения параметров: $\delta = 2$, $\lambda_c = 4 \cdot 10^{-3}$ см, $\lambda_{ab} = 2000 \text{ \AA}$, $\omega_j/2\pi = 0,3$ ТГц, $n_1 = n_2 = 1$, и $L_1 = L_2 = 0,1$ см.

Низкоамплитудная ветвь зависимости $T(h_i)$ показана на рис. 3.2 красной кривой близкой к абсциссе. При малых Γ эта ветвь описывается следующей асимптотической формулой:

$$T(h_i \ll 1) \approx 4\tilde{\Gamma}^2 \sinh^{-2} \tilde{\delta}, \quad (3.22)$$

где $\tilde{\Gamma} = \Gamma\sqrt{1+\kappa^{-2}}$ и $\tilde{\delta} = \delta\sqrt{1+\kappa^{-2}}$. Низкоамплитудный коэффициент прохождения (3.22) всегда близок к нулю, независимо от отстройки $(\Omega-1)$. Фазовые траектории, которые относятся к низкоамплитудному решению, находятся в области $a < (128/27)^{1/2}$. При малых h_i эти траектории близки к точке $(a=0, a'=0)$ (в качестве примера такой траектории см. кривую 6 на рис. 3.3). Увеличение амплитуды h_i приводит к увеличению длины фазовой траектории. Эта длина становится бесконечной, когда $h_i \rightarrow (128/243)^{1/2}$ (см. кривую 1 на рис. 3.3).

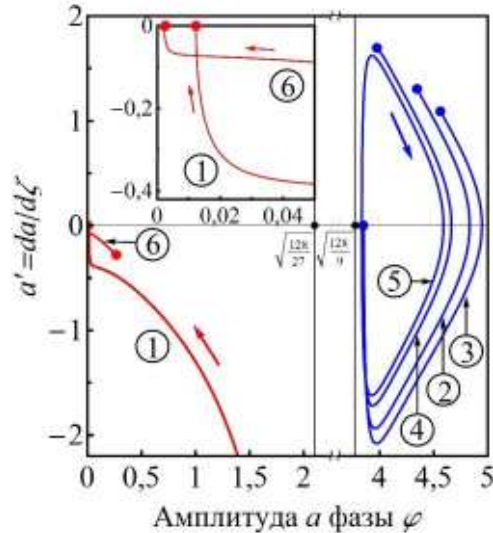


Рис. 3.3 Фазовые траектории $a'(a)$ для отрицательной отстройки $(\Omega-1) = -5 \cdot 10^{-5}$. Числа около кривых соответствуют точкам на графике $T(h_i)$ (рис. 3.2). Вставка в верхнем левом углу демонстрирует увеличенную область около точки $(a=0, a'=0)$. Параметры такие же, как и на рис. 3.2.

Высокоамплитудная ветвь зависимости $T(h_i)$ показана на рис. 3.2 синими сплошными кривыми. Высокоамплитудные решения описывают нелинейные ДПВ, которые имеют большие значения коэффициента прохождения и могут распространяться с частотами ниже джозефсоновской плазменной частоты ω_J , $(\Omega < 1)$.

Соответствующие фазовые траектории находятся в области $a(\zeta) > (128/9)^{1/2}$ и представляют собой части замкнутых петель (см. кривые 2-5 на рис. 3.3). Значение h для $a > (128/9)^{1/2}$ отрицательно. В этом случае мы будем считать h положительным, но фазу падающей волны будем полагать сдвинутой на π . Как видно из рис. 3.2, коэффициент прохождения изменяется в широком диапазоне, практически от нуля до единицы, в зависимости от амплитуды h_i .

Важно отметить, что длина волны нелинейных волн в сверхпроводнике существенно зависит от амплитуды падающей волны h_i . Таким образом, изменяя h_i , можно контролировать соотношение между длиной волны и толщиной образца. Коэффициент прохождения чувствителен к этому соотношению, и можно достичь полной прозрачности образца, выбирая оптимальное значение амплитуды падающей волны h_i (соответствующей точке 5 на рис. 3.2).

При достаточно больших амплитудах h_i толщина образца D оказывается меньше длины волны. В этом случае изменение координаты ζ в интервале $0 < \zeta < \delta$ соответствует движению вдоль части петли фазовой траектории в направлении, указанном стрелками (см. траектории 2, 3, 4 на рис. 3.3). С уменьшением h_i уменьшается длина волны, фазовая траектория приближается к замкнутой петле, коэффициент прохождения образца растет. Наконец, при определенном значении h_i длина волны становится равной толщине образца, фазовая траектория очерчивает замкнутую петлю и коэффициент прохождения достигает единицы (см. траекторию 5 на рис. 3.3).

Амплитудная зависимость коэффициента прохождения может быть найдена асимптотически для малых параметров Γ и не слишком толстых образцов, $\delta \lesssim 1$,

$$T(h_i) \simeq \frac{h_{i,\max}^2}{h_i^2} \left(1 + \frac{4\Gamma}{\delta} \sqrt{\frac{h_i^2}{h_{i,\max}^2} - 1} \right). \quad (3.23)$$

В первом приближении при высоких амплитудах коэффициент прохождения определяется уравнением $T \simeq h_{i,\max}^2 / h_i^2$, то есть первым слагаемым уравнения (3.23), а второе слагаемое определяет лишь малую поправку. В случае полной прозрачности образца ($T = 1$) при $h_{i,\max} \simeq \sqrt{32/9} \Gamma \delta$ и электрическое, и магнитное поля принимают одинаковые значения на границах образца. Таким образом, амплитуды падающей и прошедшей волн оказываются равными.

Нетривиальной особенностью прохождения нелинейных волн через слоистый сверхпроводник является гистерезисное поведение зависимости $T(h_i)$. Рассмотрим увеличение амплитуды h_i от нуля. Сначала коэффициент прохождения близок к нулю и зависимость $T(h_i)$ следует низкоамплитудной ветви, показанной красной сплошной кривой близкой к абсциссе на рис. 3.2. После того, как низкоамплитудная кривая достигает точки 1, дальнейшее движение по этой ветви становится невозможным и происходит скачок на высокоамплитудную ветвь в точку 2. Затем увеличение амплитуды h_i приводит к монотонному убыванию коэффициента прохождения.

Теперь проанализируем поведение коэффициента прохождения при уменьшении амплитуды h_i . Как видно из графика на рис. 3.2 изменение $T(h_i)$ происходит по другому пути. Действительно, после достижения точки 2 коэффициент прохождения вместо скачка на низкоамплитудную ветвь продолжает следовать высокоамплитудной ветви, то есть коэффициент прохождения продолжает расти. Когда он становится равным единице (точка 5), дальнейшее движение вдоль высокоамплитудной ветви становится невозможным и происходит возвратный скачок на низкоамплитудную ветвь.

Отметим, что скачок с низкоамплитудной ветви на высокоамплитудную может возникать также при изменении частоты ω при постоянной амплитуде H_i падающей волны. Этот скачок наблюдается, когда отстройка частоты $(1 - \Omega)$ становится равной пороговому значению,

$$(1 - \Omega_{\text{cr}}) = \frac{3}{8} \left(\frac{9}{2} \right)^{1/3} \left(\lambda_c k_{\parallel}^2 \frac{H_i}{\mathcal{H}_0} \right)^{2/3}.$$

3.1.3. Коэффициент прохождения при положительных отстройках частоты

Обсудим прохождение нелинейных волн, частоты которых выше джозефсоновской плазменной частоты ω_J ,

$$\omega > \omega_J \quad (3.24)$$

В отличие от случая $\Omega < 1$, теперь линейные ДПВ могут распространяться в слоистом сверхпроводнике. Поэтому их коэффициент прохождения не мал и может варьироваться в широком диапазоне, в зависимости от соотношения между длиной волны и толщиной образца. Асимптотически для достаточно малых амплитуд h_i и малых Γ коэффициент прохождения T можно представить в виде:

$$T(h_i \ll 1) \approx 4\tilde{\Gamma}^2 \sin^{-2} \tilde{\delta}, \quad (3.25)$$

где $\tilde{\Gamma} = \Gamma \sqrt{1 - \kappa^{-2}}$ и $\tilde{\delta} = \delta \sqrt{1 - \kappa^{-2}}$. Заметим, что \sinh в уравнении (3.22), записанном для случая $\omega < \omega_J$, заменился в уравнении (3.25) на \sin . Кроме того изменился знак перед κ^{-2} в выражениях для $\tilde{\Gamma}$ и $\tilde{\delta}$ с плюса на минус.

Рисунок 3.4 демонстрирует зависимости $T(h_i)$ для трех разных положительных отстроек частоты. Как показал анализ уравнений (3.11), (3.12) и (3.17), (3.18) зависимость $T(h_i)$ проявляет гистерезисное поведение при частотах меньших некоей пороговой частоты $\Omega < \Omega_{\text{thr}}$, которая при малых Γ определяется асимптотическим выражением,

$$(\Omega_{\text{thr}} - 1) \approx \left(\frac{D\lambda_c k_{\parallel}}{\sqrt{2\pi}\lambda_{ab}} \right)^2. \quad (3.26)$$

В этом случае можно добиться полного прохождения, сначала увеличивая, а затем

уменьшая амплитуду h_i (см. сплошную кривую на рис. 3.4). При этом в точке 2 происходит скачок с низкоамплитудной ветви на высокоамплитудную. Можно получить асимптотическое выражение для амплитуды $h_{i,\max}$, при которой образец становится полностью прозрачным:

$$h_{i,\max} \simeq \frac{\sqrt{3}\Gamma\delta^2}{I^2}, \quad (3.27)$$

где

$$I = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^{4/3}}} = \frac{3}{4} \mathbf{B}\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right) \approx 1,7972$$

и $\mathbf{B}(x, y)$ – интеграл Эйлера первого рода.

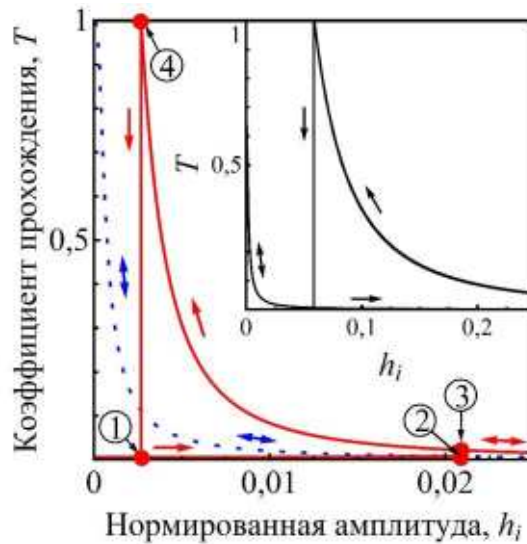


Рис. 3.4 Зависимость коэффициента прохождения T от нормированной амплитуды h_i падающей волны при положительных отстройках: $(\Omega - 1) = 4,97 \cdot 10^{-3}$ (пунктирная кривая); $(\Omega - 1) = 4,74 \cdot 10^{-3}$ (сплошная кривая); $(\Omega - 1) = 1,64 \cdot 10^{-3}$ (вставка). Толщина образца $D = 4,3 \cdot 10^{-5}$ см, остальные параметры такие же, как на рис. 3.2.

В случае, когда частота $\Omega > \Omega_{\text{thr}}$, зависимость $T(h_i)$ однозначна и обратима. Примером такой зависимости является пунктирная кривая на рис. 3.4.

3.1.4. Механическая аналогия

У рассматриваемой задачи существует интересная механическая аналогия. Действительно, уравнения (3.11) описывают движение частицы в центрально-симметричном потенциале. Амплитуда $h(\zeta)$ магнитного поля, фаза $\eta(\zeta)$ и координата ζ поперек слоев играют роль радиальной координаты частицы, ее полярного угла и времени, соответственно. Более того, константу L в уравнениях (3.11) можно рассматривать как сохраняющийся угловой момент частицы.

Интегрируя уравнение (3.11) для радиального движения частицы, можно получить закон сохранения энергии:

$$\frac{(h')^2}{2} + U_{\text{eff}}(h) = E \quad (3.28)$$

с эффективным потенциалом

$$U_{\text{eff}}(h) = \frac{L^2}{2h^2} - \frac{h^2}{2\kappa} - \int a(\tilde{h}) d\tilde{h}. \quad (3.29)$$

Первое слагаемое в уравнении (3.28) описывает кинетическую энергию радиального движения частицы, E – полная энергия частицы. Первое слагаемое в уравнении (3.29) – центробежная энергия, а два оставшихся – потенциальная энергия центрально-симметричного поля.

Зависимость $U_{\text{eff}}(h)$, проиллюстрированная на рисунке 3.5 для случая отрицательной отстройки ($\Omega < 1$), является трехзначной, что соответствует трем ветвям функции $a(h)$ (см. уравнение (3.12)). Таким образом, многозначность функции $a(h)$ приводит к многозначности эффективного потенциала $U_{\text{eff}}(h)$. Поэтому существует несколько вариантов движения частицы. В терминах электродинамической задачи это означает, что при одной и той же амплитуде h_i падающей волны может быть реализовано несколько различных распределений полей в слоистом сверхпроводнике.

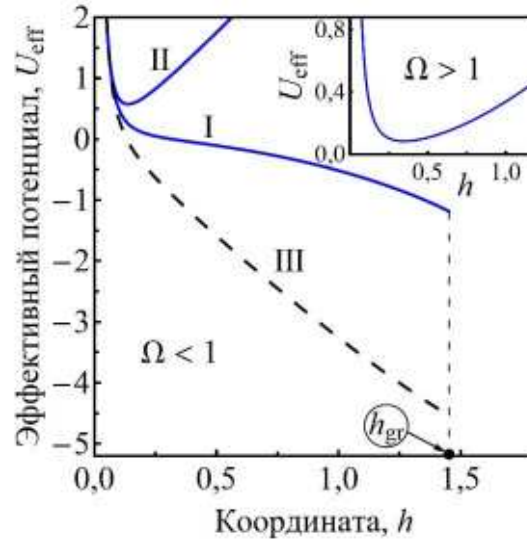


Рис. 3.5 Зависимость эффективного потенциала U_{eff} от радиальной координаты h . Основная панель: кривые I, II и III соответствуют трем ветвям зависимости $a(h)$ при отрицательной отстройке, $\Omega < 1$. Величина h_{gr} определяется выражением (3.30). Вставка: зависимость $U_{\text{eff}}(h)$ при положительной отстройке, $\Omega > 1$, когда существует только одна ветвь зависимости $a(h)$. Константа $L = 0,1$. Остальные параметры такие же, как на рис. 3.2. для отрицательной отстройки и рис. 3.4 для положительной отстройки (сплошная кривая на основной панели).

Кривая I на рис. 3.5 демонстрирует эффективный потенциал, который соответствует низкоамплитудному решению электродинамической задачи. Движение частицы (справа налево на рис. 3.5) в этом потенциале монотонно, оно соответствует монотонному убыванию поля в глубь образца. В соответствии с уравнением (3.17 в) точка остановки частицы ($h' = 0$) соответствует левой границе сверхпроводника (на рис. 3.1). Из-за того, что кривая I ограничена точкой

$$h_{\text{gr}} = \frac{16}{9} \left(\frac{2}{3} \right)^{1/2}, \quad (3.30)$$

она не может определять движение частицы при достаточно больших h . В этом случае частица движется в потенциале, описываемом кривой II на рис. 3.5. Это движение

финитно и периодически. Оно соответствует высокоамплитудному решению электродинамической задачи. Кривая III на рис. 3.5 представляет ветвь зависимости $U_{\text{eff}}(h)$, которая не может быть реализована изменением амплитуды h_i .

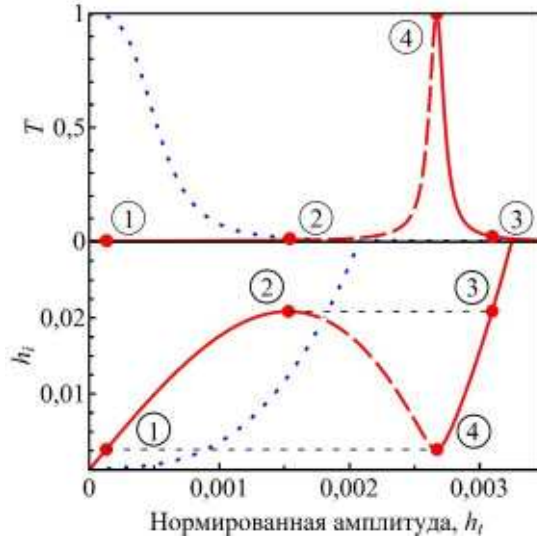


Рис. 3.6 Зависимость амплитуды падающей волны h_i и коэффициента прохождения T от амплитуды h , прошедшей волны. Значения параметров и числа около точек соответствуют числам на основной панели рис. 3.4.

При положительной отстройке частоты зависимость эффективного потенциала U_{eff} от радиальной координаты h однозначна (см. вставку на рис. 3.5), что соответствует однозначной зависимости $a(h)$ в уравнении (3.12). Тем не менее, зависимость $T(h_i)$ может быть многозначной даже при $\Omega > 1$ (см. рис. 3.4), что может показаться парадоксальным. Действительно, движение частицы полностью определено начальными координатами. Однако задание значения h_i в уравнениях (3.17) не означает наложение определенных начальных условий на координаты частицы. Чтобы проиллюстрировать эту нетривиальную особенность прохождения электромагнитных волн сквозь образец слоистого сверхпроводника, рассмотрим обратную задачу. Найдем амплитуду h_i падающей волны, которую необходимо иметь, чтобы получить данное значение прошедшей амплитуды h . В соответствии с уравнением (3.17 б) значение h_i

однозначно определяет угловой момент $L = h_i^2/\Gamma$ частицы. Анализируя уравнения движения (3.11) и граничные условия (3.17 в), мы обнаружим, что зависимость $h_i(h_i)$ должна быть однозначной. Соответственно, зависимость коэффициента прохождения $T = h_t^2/h_i^2$ от амплитуды h_i прошедшей волны тоже однозначна. Как видно из рис. 3.6, пунктирные кривые монотонны, что соответствует однозначной зависимости $T(h_i)$ (пунктирная кривая на рис. 3.4). Однако, если частота $\Omega < \Omega_{\text{thr}}$ (см. уравнение (3.26)), эта зависимость немонотонна (см. сплошную кривую на рис. 3.6), что приводит к многозначной зависимости $T(h_i)$ (см. сплошную кривую на основной панели рис. 3.4).

3.2. Распространение волн вдоль слоев

Рассмотрим теперь конфигурацию, в которой электромагнитная волна частоты ω распространяется вдоль сверхпроводящих слоев образца в волноводе, то есть ось x теперь параллельна оси волновода (см. рис. 3.7). Мы рассматриваем нелинейные волны с поляризацией

$$\vec{E} = \{0, 0, E_z\}, \quad \vec{H} = \{H_x, H_y, 0\}, \quad (3.31)$$

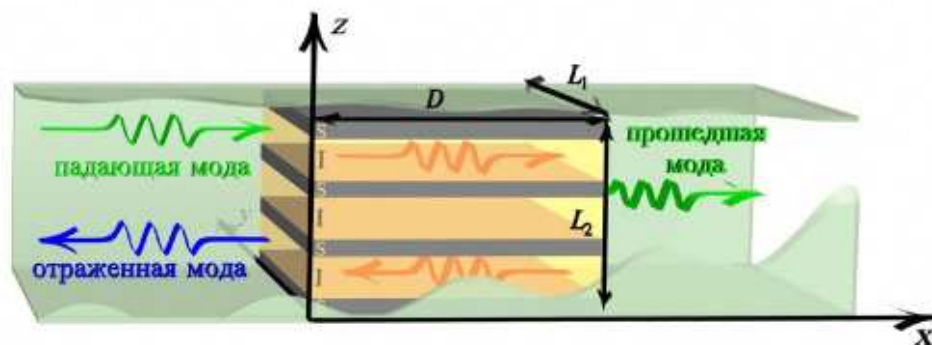


Рис. 3.7 Геометрия задачи, в которой волны распространяются вдоль сверхпроводящих слоев. Обозначения: S и I – сверхпроводящие и диэлектрические слои, соответственно, D – толщина образца, L_1 и L_2 – поперечные размеры волновода.

в которой магнитное поле параллельно поверхности образца, а электрическое поле перпендикулярно сверхпроводящим слоям. В этом случае не происходит трансформации поляризации в прошедшей и отраженной волнах. В образце при этом возбуждается только необыкновенная волна.

3.2.1. Электромагнитные поля в вакуумных областях волновода и в сверхпроводнике. Коэффициент прохождения нелинейной волны

Запишем поля в вакуумных областях (см. рис. 3.7). В первой вакуумной области ($x < 0$) поле представлено падающей и отраженной волнами с амплитудами H_i и H_r , соответственно. Используя граничные условия (равенство нулю компонент электрического поля на границах волновода) и уравнения Максвелла, получаем следующие выражения для ненулевых тангенциальных компонент поля в первой вакуумной области:

$$\begin{aligned} E_z^{v1} &= -[H_i \cos(k_x x - \omega t) - H_r \cos(k_x x + \omega t + \alpha)] \sin(k_y y), \\ H_x^{v1} &= -\frac{k_y}{k} [H_i \sin(k_x x - \omega t) + H_r \sin(k_x x + \omega t + \alpha)] \cos(k_y y), \\ H_y^{v1} &= \frac{k_x}{k} [H_i \cos(k_x x - \omega t) + H_r \cos(k_x x + \omega t + \alpha)] \sin(k_y y). \end{aligned} \quad (3.32)$$

Во второй вакуумной области ($x > D$) есть только прошедшая волна с амплитудой H_t . Компоненты поля в этой области можно представить в виде:

$$\begin{aligned} E_z^{v2} &= -H_t \cos[k_x(x - D) - \omega t + \beta] \sin(k_y y), \\ H_x^{v2} &= -\frac{k_y}{k} H_t \sin[k_x(x - D) - \omega t + \beta] \cos(k_y y), \\ H_y^{v2} &= \frac{k_x}{k} H_t \cos[k_x(x - D) - \omega t + \beta] \sin(k_y y), \end{aligned} \quad (3.33)$$

где

$$k_x = (k^2 - k_y^2)^{1/2}, \quad k_y = \frac{n_1 \pi}{L_1}, \quad (3.34)$$

$k = \omega/c$, n_1 – неотрицательное целое число, которое определяет распространяющиеся моды в волноводе, α и β – сдвиги фаз в отраженной и прошедшей модах, соответственно. Отметим, что мы рассматриваем волноводные моды с нулевым k_z .

Электромагнитное поле в образце описывается уравнениями (3.5), а синусоидальное уравнение Гордона (3.6) для рассматриваемой поляризации (3.31) записывается в виде:

$$\left(\frac{1}{\omega_J^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + k_y^2 \lambda_c^2 \varphi + \sin \varphi \right) - \lambda_c^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = 0. \quad (3.35)$$

Из уравнения (3.35) следует, что линейные ДПВ могут распространяться в волноводе, если их частота превышает частоту отсечки ω_{cut} ,

$$\omega_{\text{cut}} = \omega_J (1 + k_y^2 \lambda_c^2)^{1/2}. \quad (3.36)$$

Как и в предыдущих разделах, мы рассматриваем случай слабой нелинейности и ищем решение уравнения (3.35) в форме волны с амплитудой a и фазой η , зависящими от x :

$$\varphi(x, y, t) = a(x) \mu \tilde{\kappa} \sin[\eta(x) - \omega t] \sin(k_y y), \quad (3.37)$$

где

$$\mu = \frac{8}{3} \sqrt{2}, \quad \tilde{\kappa} = |\Omega^2 - \Omega_{\text{cut}}^2|^{1/2}, \quad \Omega = \frac{\omega}{\omega_J}, \quad \Omega_{\text{cut}} = \frac{\omega_{\text{cut}}}{\omega_J}. \quad (3.38)$$

Вводя безразмерную координату x и нормированную толщину образца,

$$\xi = \frac{x}{\lambda_c} \tilde{\kappa}, \quad \tilde{\delta} = \frac{D}{\lambda_c} \tilde{\kappa}. \quad (3.39)$$

и подставляя разность фаз из уравнения (3.37) в уравнение (3.35), получаем два дифференциальных уравнения для функций $\eta(\xi)$ и $a(\xi)$:

$$\eta'(\xi) = \frac{L}{a^2(\xi)}, \quad (3.40 \text{ а})$$

$$a''(\xi) = -\sigma a(\xi) - a^3(\xi) + \frac{L^2}{a^3(\xi)}, \quad (3.40 \text{ б})$$

где $\sigma = \text{sign}(\Omega - \Omega_{\text{cut}})$, L – константа интегрирования, штрих обозначает производную по ξ .

Используя уравнения (3.37) и (3.5), запишем ненулевые тангенциальные компоненты поля в образце:

$$\begin{aligned} E_z &= -\mathcal{H}_0 \lambda_c \mu \tilde{k} k a(\xi) \cos[\eta(\xi) - \omega t] \sin(k_y y), \\ H_y &= \mathcal{H}_0 \mu \tilde{k}^2 \{a(\xi) \sin[\eta(\xi) - \omega t]\}'_{\xi} \sin(k_y y). \end{aligned} \quad (3.41)$$

Связывая тангенциальные компоненты поля в вакууме (3.32), (3.33) и сверхпроводнике (3.41) на двух границах (при $x = 0$ и $x = D$), приходим к следующей системе уравнений для амплитуд и фаз волн:

$$\begin{aligned} h_i - h_r \cos \alpha &= a(0) \cos \eta(0), \\ h_r \sin \alpha &= a(0) \sin \eta(0), \\ h_i + h_r \cos \alpha &= \tilde{\Gamma} [a'(0) \sin \eta(0) + a(0) \eta'(0) \cos \eta(0)], \\ h_r \sin \alpha &= \tilde{\Gamma} [a'(0) \cos \eta(0) - a(0) \eta'(0) \sin \eta(0)], \\ h_t \cos \beta &= a(\tilde{\delta}) \cos \eta(\tilde{\delta}), \\ h_t \sin \beta &= a(\tilde{\delta}) \sin \eta(\tilde{\delta}), \\ h_t \cos \beta &= \tilde{\Gamma} [a'(\tilde{\delta}) \sin \eta(\tilde{\delta}) + a(\tilde{\delta}) \eta'(\tilde{\delta}) \cos \eta(\tilde{\delta})], \\ h_t \sin \beta &= -\tilde{\Gamma} [a'(\tilde{\delta}) \cos \eta(\tilde{\delta}) - a(\tilde{\delta}) \eta'(\tilde{\delta}) \sin \eta(\tilde{\delta})], \end{aligned} \quad (3.42)$$

где $\tilde{\Gamma} = \tilde{k}/(k_x \lambda_c)$, а амплитуды нормированы следующим образом,

$$h_n = \frac{H_n}{\mathcal{H}_0 k \lambda_c \mu \tilde{k}}, \quad n = i, r, t. \quad (3.43)$$

Система (3.42) приводит к уравнениям для амплитуд $a(0)$, $a(\tilde{\delta})$ и производных $a'(0)$, $a'(\tilde{\delta})$, а также к уравнению для амплитуды h_t прошедшей волны:

$$\left[\tilde{\Gamma} a'(0) \right]^2 + \left[\frac{\tilde{\Gamma} L}{a(0)} + a(0) \right]^2 = 4h_i^2, \quad (3.44 \text{ а})$$

$$a^2(\tilde{\delta}) = \tilde{\Gamma} L, \quad (3.44 \text{ б})$$

$$a'(\tilde{\delta}) = 0, \quad (3.44 \text{ в})$$

$$h_i^2 = a^2(\tilde{\delta}). \quad (3.44 \text{ г})$$

Уравнения (3.44) совместно с уравнениями (3.40) определяют константу интегрирования L для каждой амплитуды падающей волны h_i . В соответствии с уравнением (3.44 б) константа L непосредственно определяет коэффициент прохождения T :

$$T = \frac{h^2(\tilde{\delta})}{h_i^2} = \frac{\tilde{\Gamma}}{h_i^2} L. \quad (3.45)$$

В следующих подразделах мы анализируем зависимость коэффициента прохождения T от амплитуды падающей волны h_i в случаях отрицательной и положительной отстройек ($\Omega - \Omega_{\text{cut}}$) (для отрицательных и положительных σ). Как будет показано, зависимость $T(h_i)$ многозначна, что связано с нелинейностью уравнений (3.40).

3.2.2. Коэффициент прохождения при отрицательных отстройках частоты

Начнем рассмотрение со случая отрицательных отстроек ($\sigma = -1$), когда

$$\Omega < \Omega_{\text{cut}}. \quad (3.46)$$

Как было отмечено ранее, линейные волны вдоль слоев не могут распространяться при таких условиях, и для них коэффициент прохождения экспоненциально мал. Однако из-за эффективного уменьшения частоты отсечки нелинейные волны могут распространяться.

Используя уравнения (3.40) и условия (3.44), мы находим константу

интегрирования L и коэффициент прохождения T , определенный выражением (3.45). На рисунке 3.8 представлена зависимость $T(h_i)$.

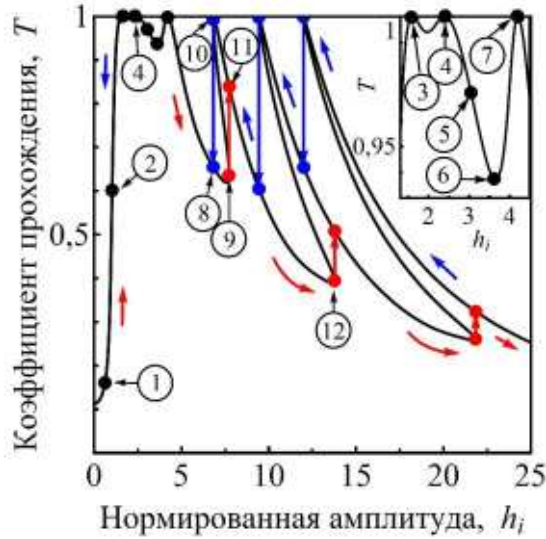


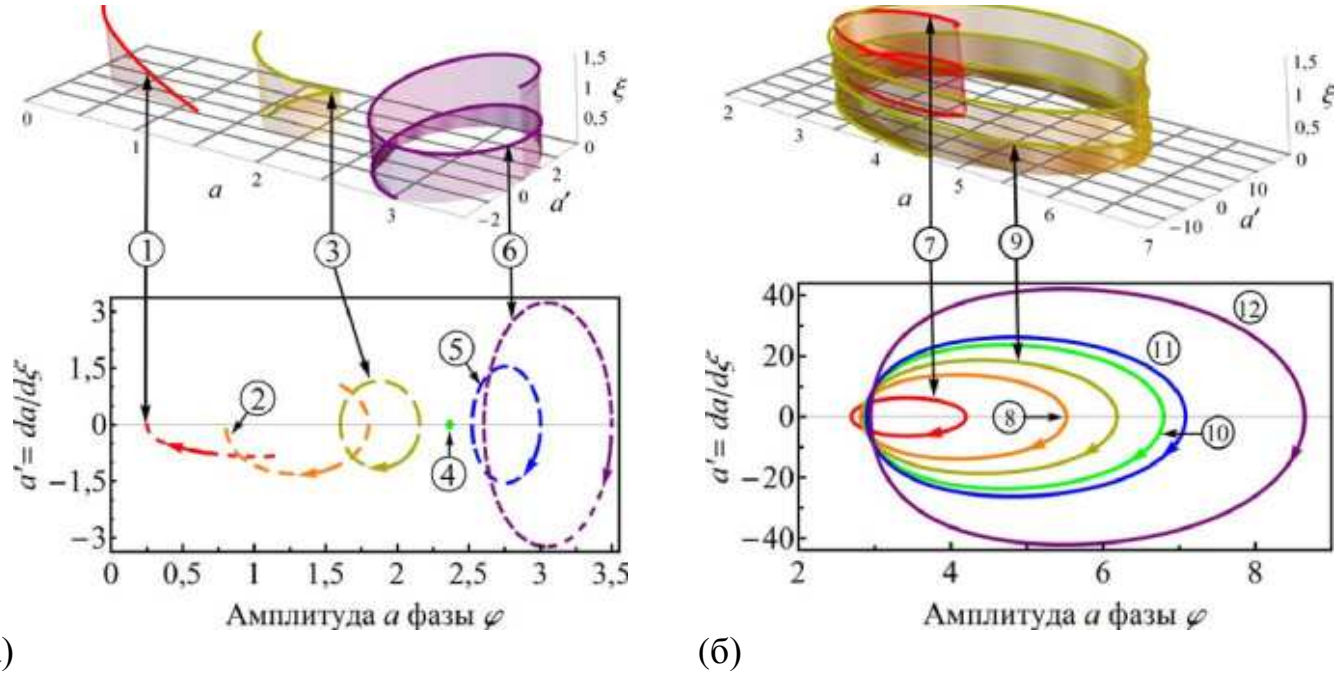
Рис. 3.8 Зависимость коэффициента прохождения T от нормированной амплитуды падающей волны h_i для отрицательной отстройки, $\Omega - \Omega_{\text{cut}} < 0$. Движение вдоль нижних красных (верхних синих) стрелок демонстрирует изменение коэффициента прохождения при увеличении (уменьшении) амплитуды h_i . Числа около точек на кривой $T(h_i)$ соответствуют числам на фазовых траекториях $a'(a)$, представленных на рис. 3.9. Вставка показывает увеличенную область около первых трех максимумов зависимости $T(h_i)$. Значения параметров: $\tilde{\kappa} = 0,1$, $\delta = 1,5$ ($D = 15\lambda_c$), $\lambda_c = 4 \cdot 10^{-3}$ см, $\lambda_{ab} = 2000 \text{ \AA}$, $\omega_J/2\pi = 0,3$ ТГц, $n_1 = 1$ и $L_1 = 0,1$ см.

В последующем анализе мы также рассмотрим фазовые траектории $a'(a)$. Проинтегрировав уравнение (3.40 б) и используя (3.40 а), (3.44 б), приходим к уравнению для фазовых траекторий $a'(a)$:

$$a'^2(a) = \sigma[a^2(\delta) - a^2] + \frac{1}{2}[a^4(\delta) - a^4] + \frac{a^4(\delta)}{\tilde{\Gamma}^2}[a^{-2}(\delta) - a^{-2}], \quad (3.47)$$

Фазовые траектории $a'(a)$ продемонстрированы на нижних панелях рисунка 3.9. Движение вдоль пространственной координаты ξ (пропорциональной x , как

определено в уравнении (3.39)) от нуля до δ указано стрелками. Верхние панели рисунка 3.9 представляют 3D кривые для зависимостей a и a' от координаты ξ . Каждая траектория соответствует определенному значению падающей амплитуды h_i . В соответствии с уравнениями (3.44 б) и (3.45) значение $a(\delta)$ определяет коэффициент прохождения образца.



(a)

(б)

Рис. 3.9 Фазовые траектории $a'(a)$ для отрицательных отстроек, $\Omega - \Omega_{\text{cut}} < 0$. Траектории панелей (а) и (б) соответствуют точкам от 1 до 6 и от 7 до 12 на графике $T(h_i)$, показанном на рис. 3.8. Верхняя панель демонстрирует 3D зависимости a и a' от пространственной координаты ξ вдоль образца (для точек 1, 3, 6, 7 и 9 на рис. 3.8). Значения параметров такие же, как на рис. 3.8.

Рассмотрим зависимость коэффициента прохождения T от амплитуды падающей волны h_i , представленную на рис. 3.8. При увеличении амплитуды h_i коэффициент прохождения растет, следуя красным нижним стрелкам и проходя точки 1 и 2 на графике $T(h_i)$. При таких амплитудах фазовые траектории $a'(a)$ являются незамкнутыми кривыми (см. кривые 1 и 2 на рис. 3.9). В точке 3 (при $h_i \approx 1,7$)

коэффициент прохождения достигает максимального значения $T = 1$ (рис. 3.8) и фазовая траектория превращается в замкнутую петлю (кривая 3 на рис. 3.9). Затем, с увеличением h_i , коэффициент прохождения осциллирует, достигая максимального значения $T = 1$ в точках 4 и 7 на рис. 3.8. Интересной особенностью задачи является то, что существует особое значение $h_i \approx 2,4$, где фазовые траектории $a'(a)$ сжимаются в точку (см. точку 4 на рис. 3.8). При таком значении h_i амплитуда a электромагнитной волны, заданная уравнениями (3.41), постоянна внутри образца, фаза η изменяется линейно при изменении ξ , как это происходит для линейных волн, и образец оказывается полностью прозрачным (см. точку 4 на рис. 3.8). Дальнейшее плавное изменение коэффициента прохождения при увеличении h_i прерывается в точке 9 (при $h_i \approx 7,7$) на рис. 3.8 и происходит скачок на верхнюю ветвь зависимости $T(h_i)$ (в точку 11). При дальнейшем увеличении амплитуды падающей волны возникают новые аналогичные скачки (см., например, точку 12).

Теперь рассмотрим зависимость $T(h_i)$ при уменьшении амплитуды падающей волны h_i , следуя верхним синим стрелкам на рис. 3.8. При уменьшении h_i коэффициент прохождения растет до тех пор, пока образец не станет полностью прозрачным. В этой точке плавная зависимость $T(h_i)$ прерывается и дальнейшее движение возможно только после скачка на нижнюю ветвь. Как видно из рис. 3.8, уменьшение амплитуды h_i приводит к подобному поведению $T(h_i)$ (плавный рост до единицы с последующим скачком на нижележащую ветвь) вплоть до тех пор, пока не будет достигнута точка 10 ($h_i \approx 6,8$), где происходит последний скачок (в точку 8). Дальнейшее уменьшение амплитуды не вызывает скачков.

На рис. 3.10 проиллюстрировано пространственное распределение амплитуды электрического поля внутри волновода для трех значений амплитуды h_i падающей волны. Панель 3.10 (1) соответствует точке 10 на рис. 3.8. Образец в этих условиях практически полностью прозрачен, отраженная волна имеет очень малую амплитуду, и

поэтому в первой вакуумной области (при $x < 0$) наблюдается весьма размытая интерференционная картина. Панели 3.10 (2) и 3.10 (3) соответствуют точкам 11 и 12 на рис. 3.8. Они демонстрируют более выраженную интерференционную картину в области при $x < 0$. Отметим, что распределение поля вдоль оси y соответствует значению $n_1 = 1$.

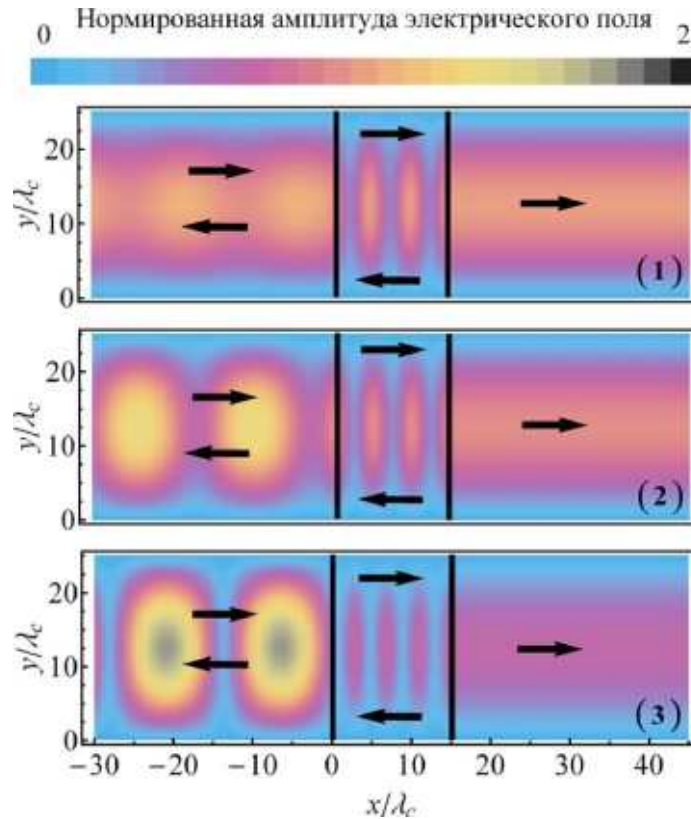


Рис. 3.10 *Пространственное распределение амплитуды электрического поля (нормированной на амплитуду падающей волны H_i) внутри волновода. Панели (1), (2) и (3) соответствуют точкам 10, 11 и 12 на рис. 3.8, соответственно. Цвет определяет величину амплитуды. Вертикальные прямые линии показывают границы образца. Значения параметров те же, что и на рис. 3.8.*

3.2.3. Коэффициент прохождения при положительных отстройках частоты

Теперь рассмотрим случай положительных отстроек ($\sigma = +1$), когда

$$\Omega > \Omega_{\text{cut}}. \quad (3.48)$$

В этом случае даже линейные волны могут распространяться вдоль сверхпроводящих слоев. Поэтому коэффициент прохождения в линейном режиме не мал. Он изменяется в широком диапазоне, от нуля до единицы, в зависимости от соотношения между толщиной образца и длиной волны.

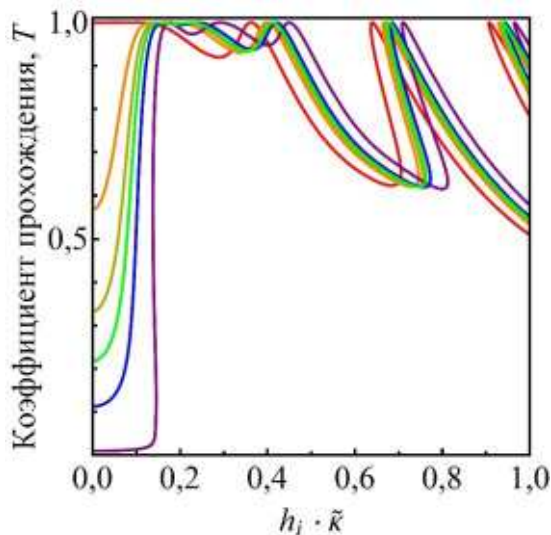


Рис. 3.11 Зависимость коэффициента прохождения T от величины $h_i \cdot \tilde{k}$ для разных отстроек частоты. Красная, оранжевая, и желтая кривые соответствуют положительным отстройкам частоты, $\Omega - \Omega_{\text{cut}} > 0$, с $\tilde{k} = 0,2, 0,1$ и $0,05$, соответственно. Фиолетовая, синяя и зеленая кривые соответствуют отрицательным отстройкам частоты, $\Omega - \Omega_{\text{cut}} < 0$, с $\tilde{k} = 0,2, 0,1$ и $0,05$, соответственно. Остальные параметры те же, что и на рис. 3.7.

Рисунок 3.11 демонстрирует зависимости коэффициента прохождения от амплитуды падающей волны для разных отстроек частоты. Для правильного сопоставления кривых мы используем здесь нормировку амплитуды падающей волны, независимую от \tilde{k} , и поэтому отличную от уравнения (3.32). А именно, мы строим кривые в функции параметра $h_i \cdot \tilde{k} = H_i / (\mathcal{H}_0 k \lambda_c \mu)$. Как видно из графика, коэффициент прохождения T существенно зависит от отстройки частоты (от \tilde{k} и σ) при малых значениях $h_i \cdot \tilde{k}$. Однако при больших $h_i \cdot \tilde{k}$ все зависимости T от амплитуды падающей волны демонстрируют похожее поведение. Это значит, что для

достаточно больших значений амплитуды H_i , нелинейность влияет сильнее на коэффициент прохождения, чем отстройка частоты.

Таким образом, гистерезисное поведение $T(h_i)$ со скачками должно наблюдаться как для положительных, так и для отрицательных отстроек частоты.

3.2.4. Механическая аналогия

Возвращаясь к механической аналогии, подробно рассмотренной в подразделе 3.1.4, отметим, что для данной геометрии, когда волны распространяются вдоль слоев, роль координаты частицы, ее полярного угла и времени играют амплитуда $a(\xi)$, фаза $\eta(\xi)$ и координата ξ , соответственно. Зависимость потенциальной энергии U_{eff} от радиальной координаты $a(\xi)$ однозначна как для отрицательной, так и для положительной отстроек.

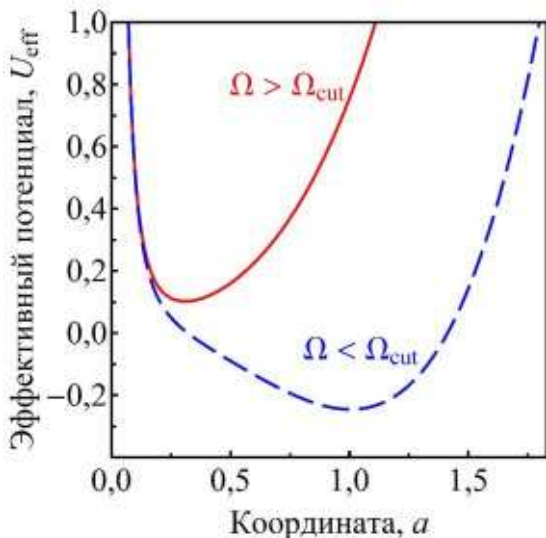


Рис. 3.12 Зависимость эффективного потенциала U_{eff} (см. уравнение (3.50)) от радиальной координаты a . Сплошная красная кривая соответствует положительной отстройке частоты, а штриховая синяя кривая соответствует отрицательной отстройке. Константа $L = 0,1$.

Действительно, следуя рассуждениям подраздела 3.1.4, проинтегрируем уравнение (3.30) и получим закон сохранения энергии фиктивной частицы:

$$\frac{(a')^2}{2} + U_{\text{eff}}(a) = E \quad (3.49)$$

с эффективной потенциальной энергией

$$U_{\text{eff}}(a) = \frac{L^2}{2a^2} + \sigma \frac{a^2}{2} + \frac{a^4}{4}. \quad (3.50)$$

Первое слагаемое в уравнении (3.49) – кинетическая энергия радиального движения, E – полная энергия, первое слагаемое в уравнении (3.50) – центробежная энергия и последние два слагаемые в уравнении (3.50) описывают потенциал центрального поля.

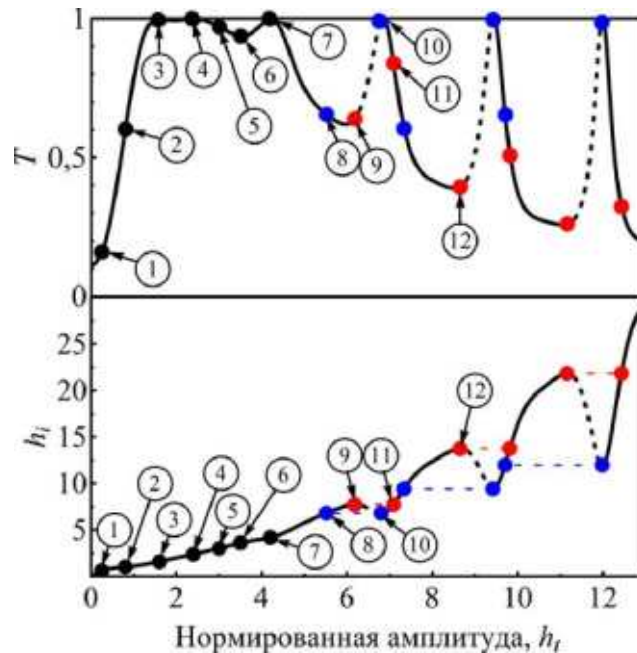


Рис. 3.13 Зависимость амплитуды падающей волны h_i и коэффициента прохождения $T = h_t^2/h_i^2$ от амплитуды h_i прошедшей волны. Значения параметров и номера около точек на кривой соответствуют рис. 3.8.

Зависимость $U_{\text{eff}}(a)$, проиллюстрированная на рис. 3.12, однозначна, хотя зависимость $T(h_i)$ многозначна (см. рис. 3.8). Эту многозначность можно легко объяснить так же, как и для случая положительной отстройки, рассмотренного в подразделе 3.1.4. А именно, рассмотрим зависимости коэффициента прохождения T и

амплитуды падающей волны h_i от амплитуды прошедшей волны h_t . Как можно увидеть из рис. 3.13, эти зависимости также однозначны, но в то же время немонотонны, что и приводит к многозначности зависимости $T(h_i)$.

Выводы

1. Рассмотрено явление самоиндуцированной прозрачности образцов слоистых сверхпроводников конечной толщины, помещенных в волновод, для двух геометрий: сверхпроводящие слои перпендикулярны или параллельны оси волновода.

2. Показано, что коэффициент прохождения весьма чувствителен к амплитуде падающей волны из-за нелинейной связи джозефсоновского тока с межслойной разностью фаз параметра порядка. Даже в случае слабой нелинейности коэффициент прохождения изменяется в широком диапазоне, практически от нуля до единицы.

3. Для обеих рассмотренных геометрий зависимость коэффициента прохождения от амплитуды падающей волны имеет гистерезисный характер. Однако сам вид зависимостей различен. В случае распространения волн поперек слоев можно выделить две ветви зависимости $T(h_i)$: низкоамплитудную и высокоамплитудную. При достижении критических точек происходят скачки с одной ветви на другую. В случае же распространения вдоль слоев имеется много ветвей $T(h_i)$ и при изменении амплитуды происходит несколько скачков. Такой характер зависимости коэффициента прохождения от амплитуды падающей волны был недавно экспериментально обнаружен в работе [114].

РАЗДЕЛ 4

ТРАНСФОРМАЦИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ДПВ В СЛОИСТЫХ СВЕРХПРОВОДНИКАХ, ПОМЕЩЕННЫХ В ВОЛНОВОД

В данном разделе изучена *трансформация* поляризации *нелинейных* волн при их отражении и прохождении сквозь образец слоистого сверхпроводника *конечной* толщины, помещенный в вакуумный прямоугольный волновод. Считаем, что волны распространяются вдоль слоев, то есть ось волновода параллельна сверхпроводящим слоям (см. рис. 4.1). Трансформация поляризации отраженных и прошедших волн обусловлена сильной анизотропией границы раздела сверхпроводник-вакуум (плоскость yz). Как и в предыдущих разделах, координатная система выбрана таким образом, что кристаллографическая плоскость **ab** слоистого сверхпроводника совпадает с плоскостью xu , а ось **c** направлена вдоль оси z . Рассматриваем случай слабой нелинейности (см. подраздел 1.6). Обсуждение основано на материалах работ [13] и [15]. В них была рассчитана зависимость коэффициентов трансформации от амплитуды падающей волны в случае падения поперечной магнитной (ТМ) моды или поперечной электрической (ТЕ) моды.

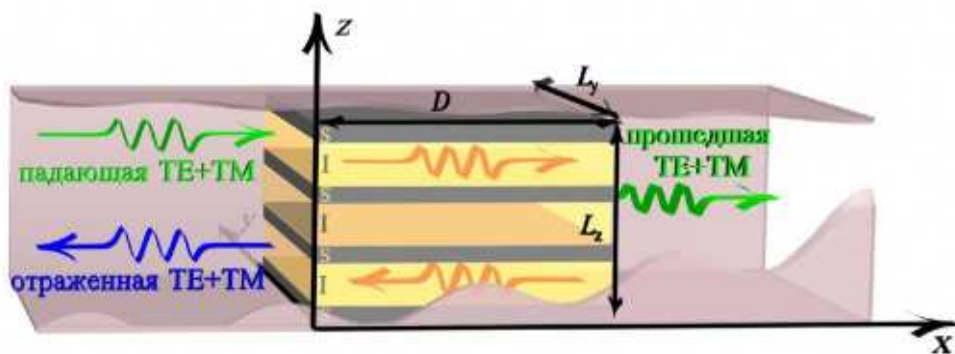


Рис. 4.1 Геометрия задачи о трансформации поляризации нелинейных волн. Обозначения: S и I – сверхпроводящие и диэлектрические слои, соответственно, D – толщина образца, L_y и L_z – поперечные размеры волновода.

Основной результат работы заключается в выявлении специфического *принципа суперпозиции*, который справедлив даже в нелинейном случае. Мы обсуждаем две взаимно ортогональные поляризации волн, связанные с осью y , которая перпендикулярна как оси волновода (оси x), так и кристаллографической оси c слоистого сверхпроводника (ось z). Магнитное поле волны первой поляризации (мы будем ее называть H_{\perp} поляризация) и электрическое поле волны второй поляризации (будем называть ее E_{\perp} поляризация) перпендикулярны оси y . Такие волны в линейном случае были рассмотрены в подразделе 2.2.3. Мы показываем, что несмотря на нелинейность, волны поляризаций H_{\perp} и E_{\perp} практически не взаимодействуют друг с другом и для них справедлив своеобразный принцип суперпозиции. Поэтому для изучения отражения, прохождения и взаимной трансформации нелинейных ТЕ и ТМ волн (или волн любых других поляризаций) можно предпринять следующие шаги:

1. Представить падающую волну в виде *суперпозиции* мод H_{\perp} и E_{\perp} поляризаций;
2. Изучить отражение и прохождения этих мод *раздельно*;
3. Представить отраженные и прошедшие поля H_{\perp} и E_{\perp} мод в виде *суперпозиции* ТЕ и ТМ мод.

Мы рассматриваем волновод с поперечными размерами L_y и L_z , внутри которого находится образец слоистого сверхпроводника толщины D (см. рис. 4.1). Электромагнитная мода частоты ω распространяется в волноводе вдоль оси x , которая параллельна сверхпроводящим слоям. Падающая волна частично отражается и частично проходит сквозь образец, как схематично показано на рис. 4.1. Электрические $\vec{E}(\vec{r}, t)$ и магнитные $\vec{H}(\vec{r}, t)$ поля в волноводе связаны с векторным потенциалом $\vec{A}(\vec{r}, t)$ стандартными выражениями (1.29). Используя граничные условия (равенство нулю тангенциальных компонент электрического поля на стенках волновода), запишем компоненты векторного потенциала в следующей форме:

$$\begin{aligned}
A_x(\vec{r}, t) &= \mathcal{A}_x(x, t) \sin(k_y y) \sin(k_z z), \\
A_y(\vec{r}, t) &= \mathcal{A}_y(x, t) \cos(k_y y) \sin(k_z z), \\
A_z(\vec{r}, t) &= \mathcal{A}_z(x, t) \sin(k_y y) \cos(k_z z),
\end{aligned} \tag{4.1}$$

где $k_y = \pi n_y / L_y$, $k_z = \pi n_z / L_z$; n_y и n_z – положительные целые числа, определяющие распространяющиеся моды в волноводе. Выражения для $\mathcal{A}_x(x, t)$, $\mathcal{A}_y(x, t)$ и $\mathcal{A}_z(x, t)$ в различных областях волновода будут представлены ниже.

4.1. Электромагнитные поля в вакууме и в образце слоистого сверхпроводника.

Электромагнитное поле в вакууме может быть представлено в виде суперпозиции волн H_{\perp} и E_{\perp} поляризаций. В волне H_{\perp} поляризации, магнитное поле перпендикулярно оси y ,

$$\vec{E}^{(1)} = \{E_x^{(1)}, E_y^{(1)}, E_z^{(1)}\}, \quad \vec{H}^{(1)} = \{H_x^{(1)}, 0, H_z^{(1)}\}, \tag{4.2}$$

в то время как в волне E_{\perp} поляризации электрическое поле перпендикулярно оси y ,

$$\vec{E}^{(2)} = \{E_x^{(2)}, 0, E_z^{(2)}\}, \quad \vec{H}^{(2)} = \{H_x^{(2)}, H_y^{(2)}, H_z^{(2)}\}. \tag{4.3}$$

Здесь и дальше верхние индексы (1) и (2) обозначают волны H_{\perp} и E_{\perp} поляризаций, соответственно.

В первой вакуумной области (при $x < 0$) существуют падающие и отраженные волны. Векторный потенциал $\vec{\mathcal{A}}_{\text{inc}}(x, t)$ падающей волны может быть представлен как суперпозиция волн H_{\perp} и E_{\perp} поляризаций. С помощью уравнений Максвелла получаем следующие выражения:

$$\begin{aligned}
\mathcal{A}_{x \text{ inc}}(x, t) &= -H_{\text{inc}}^{(1)} \frac{k_x k_y}{k^3} \sin(k_x x - \omega t + \phi_{\text{inc}}^{(1)}) - H_{\text{inc}}^{(2)} \frac{k_z}{k^2} \sin(k_x x - \omega t + \phi_{\text{inc}}^{(2)}), \\
\mathcal{A}_{y \text{ inc}}(x, t) &= -H_{\text{inc}}^{(1)} \frac{k^2 - k_y^2}{k^3} \cos(k_x x - \omega t + \phi_{\text{inc}}^{(1)}), \\
\mathcal{A}_{z \text{ inc}}(x, t) &= H_{\text{inc}}^{(1)} \frac{k_y k_z}{k^3} \cos(k_x x - \omega t + \phi_{\text{inc}}^{(1)}) - H_{\text{inc}}^{(2)} \frac{k_x}{k^2} \cos(k_x x - \omega t + \phi_{\text{inc}}^{(2)}),
\end{aligned} \tag{4.4}$$

где $H_{\text{inc}}^{(1)}$ и $\phi_{\text{inc}}^{(1)}$, $H_{\text{inc}}^{(2)}$ и $\phi_{\text{inc}}^{(2)}$ – амплитуды и фазы магнитного поля падающих волн H_{\perp} и E_{\perp} поляризаций.

Подобные выражения могут быть записаны для векторного потенциала отраженных волн,

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{x \text{ ref}}(x, t) &= -H_{\text{ref}}^{(1)} \frac{k_x k_y}{k^3} \sin(k_x x + \omega t - \phi_{\text{ref}}^{(1)}) + H_{\text{ref}}^{(2)} \frac{k_z}{k^2} \sin(k_x x + \omega t - \phi_{\text{ref}}^{(2)}), \\ \mathcal{A}_{y \text{ ref}}(x, t) &= -H_{\text{ref}}^{(1)} \frac{k^2 - k_y^2}{k^3} \cos(k_x x + \omega t - \phi_{\text{ref}}^{(1)}), \\ \mathcal{A}_{z \text{ ref}}(x, t) &= H_{\text{ref}}^{(1)} \frac{k_y k_z}{k^3} \cos(k_x x + \omega t - \phi_{\text{ref}}^{(1)}) + H_{\text{ref}}^{(2)} \frac{k_x}{k^2} \cos(k_x x + \omega t - \phi_{\text{ref}}^{(2)}), \end{aligned} \quad (4.5)$$

где $H_{\text{ref}}^{(1)}$ и $\phi_{\text{ref}}^{(1)}$, $H_{\text{ref}}^{(2)}$ и $\phi_{\text{ref}}^{(2)}$ – амплитуды и фазы магнитного поля отраженных волн H_{\perp} и E_{\perp} поляризаций.

Во второй вакуумной области (при $x > D$) распространяются прошедшие волны, векторный потенциал которых может быть записан в форме:

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{x \text{ tr}}(x, t) &= -H_{\text{tr}}^{(1)} \frac{k_x k_y}{k^3} \sin[k_x(x - D) - \omega t + \phi_{\text{tr}}^{(1)}] - H_{\text{tr}}^{(2)} \frac{k_z}{k^2} \sin[k_x(x - D) - \omega t + \phi_{\text{tr}}^{(2)}], \\ \mathcal{A}_{y \text{ tr}}(x, t) &= -H_{\text{tr}}^{(1)} \frac{k^2 - k_y^2}{k^3} \cos[k_x(x - D) - \omega t + \phi_{\text{tr}}^{(1)}], \\ \mathcal{A}_{z \text{ tr}}(x, t) &= H_{\text{tr}}^{(1)} \frac{k_y k_z}{k^3} \cos[k_x(x - D) - \omega t + \phi_{\text{tr}}^{(1)}] - H_{\text{tr}}^{(2)} \frac{k_x}{k^2} \cos[k_x(x - D) - \omega t + \phi_{\text{tr}}^{(2)}]. \end{aligned} \quad (4.6)$$

где $H_{\text{tr}}^{(1)}$ и $\phi_{\text{tr}}^{(1)}$, $H_{\text{tr}}^{(2)}$ и $\phi_{\text{tr}}^{(2)}$ – амплитуды и фазы магнитного поля прошедших волн H_{\perp} и E_{\perp} поляризаций.

Для нахождения электромагнитного поля в образце слоистого сверхпроводника мы используем уравнения для векторного потенциала (1.27), (1.28) и плотностей токов (1.1), (1.2). Эти выражения образуют полный набор уравнений для нахождения поля в континуальном пределе. Мы изучаем случай слабой нелинейности $|\varphi| \ll 1$, когда $\sin \varphi$

можно представить в виде $\varphi - \varphi^3/6$. Даже слабая нелинейность может приводить к сильно нелинейным эффектам, если частота волны близка к частоте отсечки ω_{cut} . Здесь ω_{cut} – это минимальная частота, с которой линейные волны могут распространяться в образце слоистого сверхпроводника (см. ниже формулу (4.10)).

В рассматриваемом здесь общем случае, когда падающая на образец волна содержит обе моды – волны с H_{\perp} и E_{\perp} поляризациями, в сверхпроводнике возбуждаются как необыкновенная, так и обыкновенная волны (см. подробней подраздел 1.7). Электрическое поле обыкновенной волны перпендикулярно оси z . Поэтому компонента A_z векторного потенциала и разность фаз φ (см. (1.27)) равны нулю для таких волн. Следовательно, обыкновенная волна не создает тока вдоль оси z , эта мода всегда линейна. Учитывая равенство $A_z = 0$, можно решить уравнение (1.28) и получить выражения для компонент векторного потенциала обыкновенной моды,

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_x^{\text{ord}} &= \frac{k_y}{k^2} [e^{-p_x x} H_-^{\text{ord}} \sin(\omega t - \phi_-^{\text{ord}}) + e^{p_x(x-D)} H_+^{\text{ord}} \sin(\omega t - \phi_+^{\text{ord}})], \\ \mathcal{A}_y^{\text{ord}} &= \frac{p_x}{k^2} [e^{-p_x x} H_-^{\text{ord}} \sin(\omega t - \phi_-^{\text{ord}}) - e^{p_x(x-D)} H_+^{\text{ord}} \sin(\omega t - \phi_+^{\text{ord}})], \\ \mathcal{A}_z^{\text{ord}} &= 0, \end{aligned} \quad (4.7)$$

где

$$p_x = \sqrt{\frac{1}{\lambda_c^2} \left(\gamma^2 - \frac{\omega^2}{\omega_J^2} \right) + k_z^2 + k_y^2} \approx \lambda_{ab}^{-1},$$

H_-^{ord} и ϕ_-^{ord} , H_+^{ord} и ϕ_+^{ord} – амплитуды и фазы убывающих и нарастающих с увеличением x обыкновенных волн внутри образца.

Поляризация необыкновенной волны перпендикулярна обыкновенной, и ее магнитное поле перпендикулярно оси z . Именно у этой моды проявляются нелинейные свойства джозефсоновской плазмы. Мы ищем решение для A_z в форме волны с зависящими от x амплитудами $a(x)$ и фазами $\eta(x)$,

$$\mathcal{A}_z^{\text{ext}} = \mathcal{H}_0 \tilde{\Omega} \lambda_c a(x) \sin[\omega t - \eta(x)] \quad (4.8)$$

где

$$\mathcal{H}_0 = \frac{4\sqrt{2}}{3\pi} \frac{\Phi_0}{d\lambda_c}, \quad \tilde{\Omega} = |\Omega^2 - \Omega_{\text{cut}}^2|^{1/2}, \quad \Omega = \frac{\omega}{\omega_J}. \quad (4.9)$$

Частота отсечки Ω_{cut} – это минимальная частота, с которой линейные необыкновенные ДПВ могут распространяться в слоистом сверхпроводнике,

$$\Omega_{\text{cut}} = \left(1 + \frac{k_y^2 \lambda_c^2}{1 + \lambda_{ab} k_z^2} \right)^{1/2}. \quad (4.10)$$

Вводя безразмерные координаты и нормированную толщину образца,

$$\xi = \frac{x}{\lambda_c} \tilde{\Omega}, \quad \delta = \frac{D}{\lambda_c} \tilde{\Omega}, \quad (4.11)$$

и подставляя уравнение (4.8) в уравнение (1.28), можно найти другие компоненты векторного потенциала необыкновенных мод,

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_x^{\text{ext}} &= \mathcal{H}_0 \tilde{\Omega}^2 \lambda_{ab}^2 k_z [a \sin(\omega t - \eta)]', \\ \mathcal{A}_y^{\text{ext}} &= \mathcal{H}_0 \tilde{\Omega} \lambda_{ab}^2 \lambda_c k_y k_z a \sin(\omega t - \eta), \end{aligned} \quad (4.12)$$

и два дифференциальных уравнения для функций $\eta(\xi)$ и $a(\xi)$,

$$(a^2 \eta')' = 0, \quad (4.13 \text{ а})$$

$$a'' = -\sigma a - a^3 + a \eta'^2. \quad (4.13 \text{ б})$$

Здесь $\sigma = \text{sign}(\Omega - \Omega_{\text{cut}})$, а штрих обозначает производную по ξ . Мы будем использовать эти уравнения для численного анализа электромагнитного поля внутри образца слоистого сверхпроводника.

4.2. Принцип суперпозиции

Используя уравнения для векторных потенциалов в вакууме (4.4)-(4.6) и сверхпроводнике (4.7), (4.8), (4.12), а также выражения (4.1), (1.29), можно связать тангенциальные компоненты электрических и магнитных полей на двух границах

образца (при $x = 0$ и $x = D$) и получить два набора уравнений. Граничные условия на первой границе ($x = 0$) приводят к уравнениям:

$$\mu[\tilde{h}_{\text{inc}}^{(1)} + \tilde{h}_{\text{ref}}^{(1)}] = i(k_x \lambda_c)^{-1} \alpha \tilde{\gamma} \tilde{h}_-^{\text{ord}} - i\tilde{\gamma}^2 a(0) e^{i\eta(0)}, \quad (4.14 \text{ а})$$

$$\tilde{h}_{\text{inc}}^{(1)} + \tilde{h}_{\text{ref}}^{(1)} - \alpha[\tilde{h}_{\text{inc}}^{(2)} - \tilde{h}_{\text{ref}}^{(2)}] = ia(0) e^{i\eta(0)}, \quad (4.14 \text{ б})$$

$$\mu[\tilde{h}_{\text{inc}}^{(2)} + \tilde{h}_{\text{ref}}^{(2)}] = \tilde{\gamma}^2 \tilde{h}_-^{\text{ord}} - \beta[a(\xi) e^{i\eta(\xi)}]_{\xi=0}', \quad (4.14 \text{ в})$$

$$\alpha[\tilde{h}_{\text{inc}}^{(1)} - \tilde{h}_{\text{ref}}^{(1)}] + \tilde{h}_{\text{inc}}^{(2)} + \tilde{h}_{\text{ref}}^{(2)} = -\tilde{h}_-^{\text{ord}}, \quad (4.14 \text{ г})$$

где введены нормированные амплитуды волн H_{\perp} и E_{\perp} поляризаций в вакууме и обыкновенных мод в образце:

$$\tilde{h}_{\text{inc,ref,tr}}^{(1),(2)} = h_{\text{inc,ref,tr}}^{(1),(2)} \exp[i\phi_{\text{inc,ref,tr}}^{(1),(2)}], \quad h_{\text{inc,ref,tr}}^{(1),(2)} = \frac{k_y k_z}{\mathcal{H}_0 k^3 \tilde{\Omega} \lambda_c} H_{\text{inc,ref,tr}}^{(1),(2)}, \quad (4.15)$$

$$\tilde{h}_{\pm}^{\text{ord}} = h_{\pm}^{\text{ord}} \exp(i\phi_{\pm}^{\text{ord}}), \quad h_{\pm}^{\text{ord}} = \frac{H_{\pm}^{\text{ord}}}{\mathcal{H}_0 k^3 \tilde{\Omega} \lambda_c \lambda_{ab}^2},$$

и параметры

$$\alpha = \frac{k k_x}{k_y k_z}, \quad \beta = \frac{\tilde{\Omega}}{k k_y k_z \lambda_c^3}, \quad \mu = \frac{k^2 - k_y^2}{k_y^2 k_z^2 \lambda_c^2}, \quad \tilde{\gamma} = \frac{\lambda_{ab}}{\lambda_c} = \gamma^{-1}. \quad (4.16)$$

Граничные условия на второй границе ($x = D$) приводят к уравнениям:

$$\mu \tilde{h}_{\text{tr}}^{(1)} = -i(k_x \lambda_c)^{-1} \alpha \tilde{\gamma} \tilde{h}_+^{\text{ord}} - i\tilde{\gamma}^2 a(\delta) e^{i\eta(\delta)}, \quad (4.17 \text{ а})$$

$$\tilde{h}_{\text{tr}}^{(1)} - \alpha \tilde{h}_{\text{tr}}^{(2)} = ia(\delta) e^{i\eta(\delta)}, \quad (4.17 \text{ б})$$

$$\mu \tilde{h}_{\text{tr}}^{(2)} = \tilde{\gamma}^2 \tilde{h}_+^{\text{ord}} - \beta[a(\xi) e^{i\eta(\xi)}]_{\xi=\delta}', \quad (4.17 \text{ в})$$

$$\alpha \tilde{h}_{\text{tr}}^{(1)} + \tilde{h}_{\text{tr}}^{(2)} = -\tilde{h}_+^{\text{ord}}. \quad (4.17 \text{ г})$$

Здесь мы пренебрегаем слагаемыми с $\exp(-p_x D)$, так как считаем, что толщина образца D много больше лондоновской глубины проникновения λ_{ab} .

Поскольку $\tilde{\gamma} = \lambda_{ab}/\lambda_c \ll 1$, правая часть уравнения (4.14 а) относительно мала.

Таким образом, в главном приближении по параметру $\tilde{\gamma}$ мы получаем

$$\tilde{h}_{\text{ref}}^{(1)} \approx -\tilde{h}_{\text{inc}}^{(1)}. \quad (4.18)$$

Это означает, что падающая волна H_{\perp} поляризации *практически полностью отражается* от слоистого сверхпроводника, а амплитуда $\tilde{h}_{\text{tr}}^{(1)}$ прошедшей волны H_{\perp} поляризации гораздо меньше амплитуды $\tilde{h}_{\text{inc}}^{(1)}$ падающей волны, $|\tilde{h}_{\text{tr}}^{(1)}/\tilde{h}_{\text{inc}}^{(1)}| \sim \tilde{\gamma} \ll 1$. Более того, поведение H_{\perp} поляризованных волн *не зависит от наличия ортогональной моды с E_{\perp} поляризацией*.

В главном приближении по $\tilde{\gamma}$ выражения (4.14 б), (4.14 в), и (4.17 б), (4.17 в) дают следующие уравнения для описания отражения и прохождения волн E_{\perp} поляризации:

$$\begin{aligned} -\alpha (\tilde{h}_{\text{inc}}^{(2)} - \tilde{h}_{\text{ref}}^{(2)}) &= i a(0) e^{i\eta(0)}, \\ \mu (\tilde{h}_{\text{inc}}^{(2)} + \tilde{h}_{\text{ref}}^{(2)}) &= -\beta e^{i\eta(0)} [a'(0) + i a(0) \eta'(0)], \\ -\alpha \tilde{h}_{\text{tr}}^{(2)} &= i a(\delta) e^{i\eta(\delta)}, \\ \mu \tilde{h}_{\text{tr}}^{(2)} &= -\beta e^{i\eta(\delta)} [a'(\delta) + i a(\delta) \eta'(\delta)]. \end{aligned} \quad (4.19)$$

Данный набор уравнений так же, как и уравнения (4.13), не содержат параметров H_{\perp} поляризованной волны. Это означает, что отражение и прохождение волн с E_{\perp} поляризацией *не зависит от присутствия моды H_{\perp} поляризации*. Таким образом, мы видим, что в главном приближении по параметру анизотропии γ моды H_{\perp} и E_{\perp} поляризаций отражаются и проходят сквозь образец слоистого сверхпроводника независимо друг от друга. То есть для волн H_{\perp} и E_{\perp} поляризаций даже в сильно нелинейном режиме оказывается справедливым своеобразный принцип суперпозиции. После нахождения амплитуд отраженных и прошедших волн H_{\perp} и E_{\perp} поляризаций мы можем использовать уравнения (4.14 г) и (4.17 г) для определения амплитуд $\tilde{h}_{-}^{\text{ord}}$ и $\tilde{h}_{+}^{\text{ord}}$ обыкновенных мод в слоистом сверхпроводнике.

С физической точки зрения независимость отражения и прохождения волн H_{\perp} и

E_{\perp} поляризации связана со следующими обстоятельствами. У падающей волны H_{\perp} поляризации присутствует y -компонента электрического поля параллельная как границе раздела вакуум-сверхпроводник, так и кристаллографической плоскости \mathbf{ab} (см. уравнение (4.2)). Эта волна вызывает сильные токи экранирования вдоль слоев. Поэтому она проникает в слоистый сверхпроводник только на короткие расстояния в форме сильно затухающей волны и практически полностью отражается от образца, не оказывая влияния на распространение волны E_{\perp} поляризации. В то же время, у волны E_{\perp} поляризации нет y -компоненты электрического поля (см. уравнение (4.3)). Токи экранирования этой волны протекают только вдоль кристаллографической оси \mathbf{c} , они относительно малы в этом случае. Таким образом, волна E_{\perp} поляризации может распространяться в образце слоистого сверхпроводника и проникать на большие расстояния. Эта волна частично отражается и частично проходит сквозь образец, что и следует из системы уравнений (4.19).

Чтобы продемонстрировать принцип суперпозиции, мы рассмотрим три задачи отражения и прохождения, в которых падающая волна представляет собой: только моду H_{\perp} поляризации с $h_{\text{inc}}^{(1)} = 2$; только моду E_{\perp} поляризации с $h_{\text{inc}}^{(2)} = 2$; суперпозицию волн H_{\perp} и E_{\perp} поляризации с $h_{\text{inc}}^{(1)} = h_{\text{inc}}^{(2)} = 2$. Рисунок 4.2 изображает пространственное распределение нормированной характерной амплитуды \bar{W} электромагнитного поля внутри волновода для этих трех случаев,

$$\bar{W} = \frac{k_y k_z}{\mathcal{H}_0 k^3 \tilde{\Omega} \lambda_c} \sqrt{\langle |\vec{E}(\vec{r}, t)|^2 + |\vec{H}(\vec{r}, t)|^2 \rangle_t}, \quad (4.20)$$

где $\langle \dots \rangle_t$ обозначает усреднение по времени t .

Как видно из панели (1) рис. 4.2, волна H_{\perp} поляризации полностью отражается от образца слоистого сверхпроводника и не возбуждает распространяющейся моды внутри него. Существует только затухающая мода, которая убывает в области, близкой к поверхности образца. Поэтому в данном случае отсутствует прошедшая волна. Волна

E_{\perp} поляризации, рис. 4.2 панель (2), частично отражается и частично проходит сквозь слоистый сверхпроводник. Когда же падающая волна представлена суммой волн H_{\perp} и E_{\perp} поляризаций с такими же амплитудами, рис. 4.2 панель (3), распределение поля в сверхпроводнике и во второй вакуумной области ($x > D$) остается таким же, как на рис. 4.2 (2). Это наглядно демонстрирует, что моды H_{\perp} и E_{\perp} поляризаций не взаимодействуют друг с другом и могут быть рассмотрены независимо.

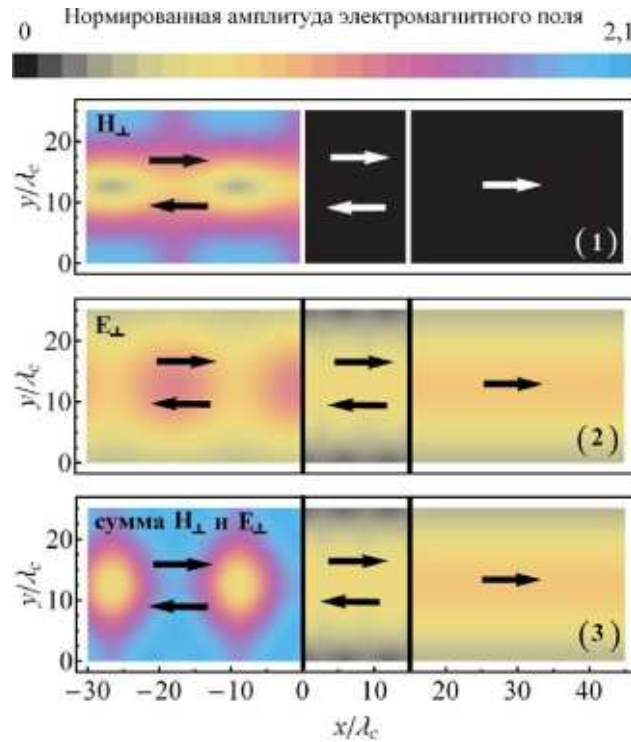


Рис. 4.2 Пространственное распределение (по координатам x и y при $z = L_z/3$) нормированной амплитуды \bar{W} электромагнитного поля внутри волновода. На панели (1): $h_{\text{inc}}^{(1)} = 2$, $h_{\text{inc}}^{(2)} = 0$; на панели (2): $h_{\text{inc}}^{(1)} = 0$, $h_{\text{inc}}^{(2)} = 2$; на панели (3): $h_{\text{inc}}^{(1)} = h_{\text{inc}}^{(2)} = 2$. Цвет определяет значение амплитуды. Прямые вертикальные линии показывают границы образца. Значения параметров: $\tilde{\Omega} = 0,1$, $\sigma = -1$, $D = 15\lambda_c$, $L_y = L_z = 0,1$ см, $n_y = n_z = 1$, $\phi_{\text{inc}}^{(1)} = \phi_{\text{inc}}^{(2)} = 0$, $\lambda_c = 4 \cdot 10^{-3}$ см, $\lambda_{ab} = 2000 \text{ \AA}$, $\omega_J/2\pi = 0,3$ ТГц.

4.3. Прохождение и отражение волн с E_{\perp} поляризацией

В этом подразделе мы обсудим нелинейное отражение и прохождение волн с E_{\perp} поляризацией. Уравнения (4.19) можно переписать в форме:

$$[2h_{\text{inc}}^{(2)}]^2 = \left[\frac{\beta}{\mu} a'(0) \right]^2 + a^2(0) \left[\frac{1}{\alpha} + \frac{\beta}{\mu} \eta'(0) \right]^2, \quad (4.21 \text{ а})$$

$$\eta'(\delta) = \frac{\mu}{\alpha\beta}, \quad (4.21 \text{ б})$$

$$a'(\delta) = 0, \quad (4.21 \text{ в})$$

$$|h_{\text{tr}}^{(2)}| = \frac{|a'(\delta)|}{\alpha}. \quad (4.21 \text{ г})$$

Как и для волн с $k_z = 0$, рассмотренным в главе 3, поведение волн E_{\perp} поляризации внутри образца в главном приближении по параметру анизотропии γ определяется только необыкновенными волнами. Используя уравнения (4.13) и (4.21), рассчитаем амплитуды отраженных и прошедших волн. В последующем анализе мы будем также рассматривать фазовые траектории $a'(a)$, которые соответствуют определенным решениям этих уравнений. Интегрируя уравнение (4.13 б) с учетом (4.13 а) и (4.21 б), получим явное уравнение для фазовых траекторий,

$$a'^2(a) = \sigma[a^2(\delta) - a^2] + \frac{1}{2}[a^4(\delta) - a^4] + \frac{a^4(\delta)}{(\alpha\beta/\mu)^2}[a^{-2}(\delta) - a^{-2}]. \quad (4.22)$$

На рис. 4.3 изображены фазовые траектории, соответствующие уравнению (4.22) для разных значений константы интегрирования $a(\delta)$. Панель (1) представляет незамкнутые фазовые траектории при $a(\delta)=0,2$ (красная кривая 1) и $a(\delta)=0,7$ (оранжевая кривая 2), практически замкнутую петлю при $a(\delta)=1,39$ (коричневая кривая 3), траекторию с частичным ее наложением на замкнутую петлю при $a(\delta)=1,8$ (зеленая кривая 4). На панели (2) представлены фазовые траектории при $a(\delta)=2,4$ (фиолетовая кривая 5), $a(\delta)=2,7$ (зеленая кривая 6), $a(\delta)=3$ (синяя кривая 8) и

$a(\delta)=3,2$ (темно-голубая кривая 9). Черные штриховые кривые – огибающие фазовых траекторий. Точка 7 представляет сжатую фазовую траекторию при $a(\delta) = a_{cr} \approx 2,84$. Стрелки указывают направление движения при увеличении координаты ξ .

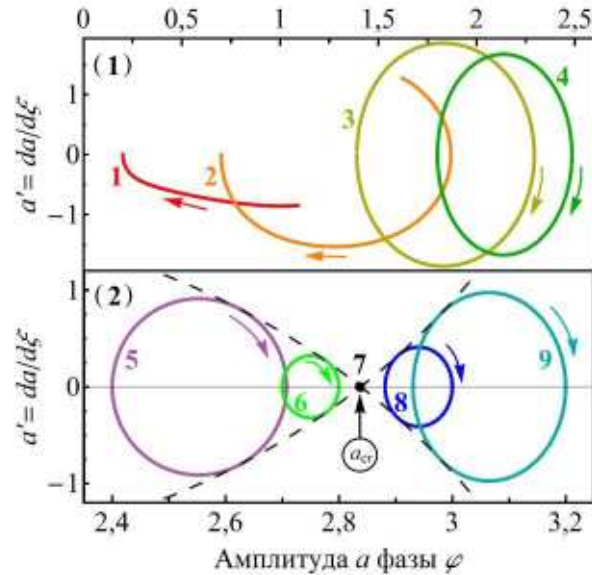


Рис. 4.3 Фазовые траектории $a'(a)$ при $\delta = 3$ ($D = 30\lambda_c$), которые соответствуют сплошной толстой синей кривой на рис. 4.4. Остальные параметры такие же, как и на рис. 4.2.

На рисунке 4.3 продемонстрировано изменение фазовых траекторий $a'(a)$ при увеличении $a(\delta)$. При $a(\delta) < a_1$ (кривые 1 и 2 на рис. 4.3) фазовые траектории представляют собой незамкнутые петли. Для параметров, рассмотренных на рис. 4.3, $a_1 \approx 1,39$. При $a(\delta) = a_1$ фазовая траектория формирует замкнутую петлю (кривая 3 на рис. 4.3). Если $a(\delta) > a_1$, фазовая траектория начинает повторное движение вдоль замкнутой петли, то есть витки фазовой траектории начинают накладываться друг на друга (кривые 4-9 на рис. 4.3).

Как отмечалось в разделе 3, у фазовых траекторий существует интересная особенность – существование особого значения $a(\delta) = a_{cr} \approx 2,84$, при котором фазовая траектория $a'(a)$ сжимается в точку (см. точку 7 на рис. 4.3). Сверхпроводящий

образец полностью прозрачен в этом случае. Используя то, что a'' равно нулю в этой точке, из уравнения (4.13 б) получим выражение для a_{cr} :

$$a_{\text{cr}} = \left[\left(\frac{\mu}{\alpha\beta} \right)^2 - \sigma \right]^{1/2}. \quad (4.23)$$

Подставив в уравнение (4.21а) значение $a(0) = a_{\text{cr}}$ и $\eta'(0) = \mu/(\alpha\beta)$, можно получить критическое значение амплитуды $h_{\text{inc}}^{(2)} = h_{\text{cr}}$, при котором возникает однородное пространственное распределение амплитуды $a(\xi)$ (то есть $a(\xi) = a_{\text{cr}}$ для всех ξ). Значение магнитного поля H_{cr} (с учетом нормировки (4.15)) определяется выражением,

$$H_{\text{cr}} = \mathcal{H}_0 \frac{k^2 \lambda_c}{k_x} \sqrt{\left[\frac{(k^2 - k_y^2) \lambda_c}{k_x} \right]^2 + \frac{\omega_{\text{cut}}^2 - \omega^2}{\omega_J^2}}. \quad (4.24)$$

В этом случае, в соответствии с уравнением (4.13), фаза η меняется с ростом ξ по линейному закону. Это означает, что электромагнитное поле внутри образца меняется так же, как в линейной волне, распространяющейся вдоль оси x , причем амплитуда отраженной волны от границы $x = D$ равна при этом нулю. Заметим, что траектории при $a < a_{\text{cr}}$ и $a > a_{\text{cr}}$ соответствуют амплитудам $H_{\text{inc}}^{(2)} < H_{\text{cr}}$ и $H_{\text{inc}}^{(2)} > H_{\text{cr}}$, соответственно.

Рисунок 4.4 представляет зависимость коэффициента прохождения T от амплитуды $H_{\text{inc}}^{(2)}$ (нормированной на H_{cr}) падающей волны E_{\perp} поляризации для различных размеров D , L_x и L_y сверхпроводящего образца. Все кривые на основной панели рис. 4.4 имеют осциллирующую структуру и коэффициент прохождения T достигает максимального значения $T = 1$ при некоторых амплитудах падающей волны. Помимо случая $H_{\text{inc}}^{(2)} = H_{\text{cr}}$, полная прозрачность образца ($T = 1$) наблюдается в случаях, когда фазовые траектории $a'(a)$ на рис. 4.3 представляют собой замкнутые

петли с целым числом полных оборотов, то есть когда $a(0) = a(\delta)$. С физической точки зрения такие условия соответствуют случаю, когда толщина образца D равна целому числу длин волн нелинейной моды.

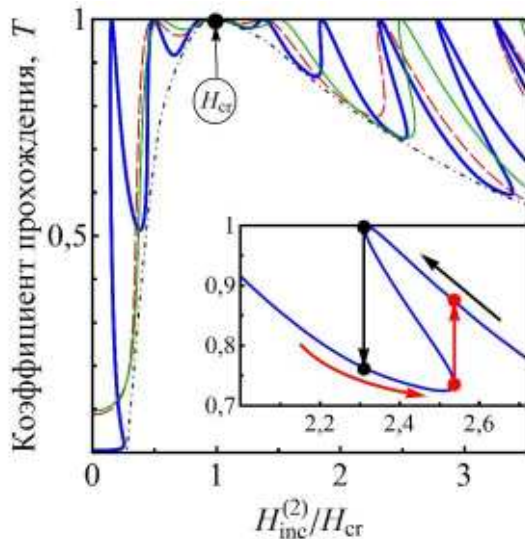


Рис. 4.4 Зависимость коэффициента прохождения T от нормированной амплитуды $H_{inc}^{(2)}/H_{cr}$ падающей волны E_{\perp} поляризации. Основная панель: кривые $T(H_{inc}^{(2)}/H_{cr})$, построенные для разных размеров образца. Сплошная синяя кривая соответствует $L_y = L_z = 0,1$ см, $D = 30\lambda_c$; сплошная зеленая – $L_y = L_z = 0,3$ см, $D = 15\lambda_c$; штриховая красная – $L_y = L_z = 0,1$ см, $D = 15\lambda_c$. Остальные параметры такие же, как и на рис. 4.2. Черная штрих-пунктирная кривая представляет огибающую для всех кривых $T(H_{inc}^{(2)}/H_{cr})$. Вставка: гистерезисная зависимость $T(H_{inc}^{(2)}/H_{cr})$ для сплошной толстой кривой на основной панели.

Все кривые $T(H_{inc}^{(2)}/H_{cr})$ на рис. 4.4, построенные для образцов с разными размерами L_x , L_y и D , имеют общую огибающую кривую (штрих-пунктирная кривая). Критическая амплитуда $H_{inc}^{(2)} = H_{cr}$ является единственной точкой, где все кривые, включая огибающую, касаются друг друга. Стоит отметить, что зависимость $T(H_{inc}^{(2)}/H_{cr})$, изображенная для другой отстройки частоты $(\omega - \omega_{cut})$, ведет себя

подобно кривым, показанным на основной панели рис. 4.4, однако с другой огибающей. Кривые $T(H_{\text{inc}}^{(2)}/H_{\text{cr}})$ для различных отстроек представлены на рис. 4.5.

У зависимости $T(H_{\text{inc}}^{(2)}/H_{\text{cr}})$ есть интересные гистерезисные особенности. Вставка на рис. 4.4 представляет фрагмент такой зависимости. Подробно гистерезисное поведение зависимости коэффициента прохождения от амплитуды падающей волны обсуждалось в разделе 3. При увеличении амплитуды $H_{\text{inc}}^{(2)}$ происходит движение вдоль красных нижних стрелок (рис. 4.4). Когда достигается конечная точка этой ветви, дальнейшее движение по ней невозможно и увеличение амплитуды падающей волны приводит к скачку на более высокую ветвь, вдоль красной стрелки на рис. 4.4. Подобные скачки происходят при уменьшении амплитуды $H_{\text{inc}}^{(2)}$, следуя черным верхним стрелкам. Сначала коэффициент прохождения растет, но когда достигнута точка окончания ветви, происходит скачок на более низкую ветвь.

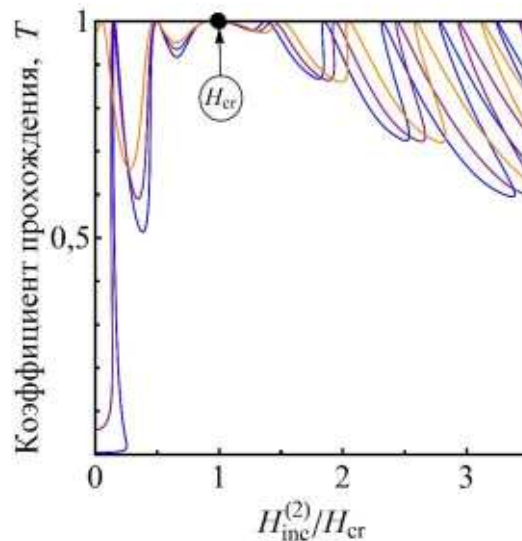


Рис. 4.5 Зависимость коэффициента прохождения T от нормированной амплитуды $H_{\text{inc}}^{(2)}/H_{\text{cr}}$ падающей волны E_{\perp} поляризации для разных отстроек частоты. Синяя кривая идентична синей кривой на рис. 4.4, оранжевая кривая построена для положительной отстройки $\sigma = 1$ с $\kappa = 0,1$, фиолетовая – для отрицательной отстройки $\sigma = -1$ с $\kappa = 0,01$. Остальные параметры такие же, как и на рис. 4.2.

4.4. Прохождение и отражение ТЕ и ТМ мод

В этом подразделе рассмотрено нелинейное прохождение, отражение и взаимная трансформация поперечно-электрических (ТЕ) и поперечно-магнитных (ТМ) мод в вакуумном прямоугольном волноводе с образцом слоистого сверхпроводника. Для рассматриваемой геометрии, представленной на рисунке 4.1, волны ТЕ (ТМ) поляризации определены как моды, у которых электрическое (магнитное) поле перпендикулярно оси x . Векторный потенциал в первой вакуумной области (при $x < 0$) представлен падающими и отраженными волнами. Векторный потенциал $\vec{A}_{\text{inc}}^{(\text{TE})}$ падающей ТЕ поляризованной волны имеет компоненты,

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{x \text{ inc}}^{(\text{TE})} &= 0, \\ \mathcal{A}_{y \text{ inc}}^{(\text{TE})} &= -H_{\text{inc}}^{(\text{TE})} \frac{k k_z}{k^3} \cos [k_x x - \omega t + \phi_{\text{inc}}^{(\text{TE})}], \\ \mathcal{A}_{z \text{ inc}}^{(\text{TE})} &= H_{\text{inc}}^{(\text{TE})} \frac{k k_y}{k^3} \cos [k_x x - \omega t + \phi_{\text{inc}}^{(\text{TE})}], \end{aligned} \quad (4.25)$$

где $H_{\text{inc}}^{(\text{TE})}$ и $\phi_{\text{inc}}^{(\text{TE})}$ – амплитуды и фазы магнитного поля в этой волне.

Для падающей ТМ поляризованной волны с амплитудой $H_{\text{inc}}^{(\text{TM})}$ и фазой $\phi_{\text{inc}}^{(\text{TM})}$ магнитного поля получим:

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{x \text{ inc}}^{(\text{TM})} &= H_{\text{inc}}^{(\text{TM})} \frac{k^2 - k_x^2}{k^3} \sin [k_x x - \omega t + \phi_{\text{inc}}^{(\text{TM})}], \\ \mathcal{A}_{y \text{ inc}}^{(\text{TM})} &= H_{\text{inc}}^{(\text{TM})} \frac{k_x k_y}{k^3} \cos [k_x x - \omega t + \phi_{\text{inc}}^{(\text{TM})}], \\ \mathcal{A}_{z \text{ inc}}^{(\text{TM})} &= H_{\text{inc}}^{(\text{TM})} \frac{k_x k_z}{k^3} \cos [k_x x - \omega t + \phi_{\text{inc}}^{(\text{TM})}]. \end{aligned} \quad (4.26)$$

Компоненты векторного потенциала отраженных ТЕ и ТМ мод могут быть записаны подобным образом, а именно:

$$\begin{aligned}\mathcal{A}_{x \text{ ref}}^{(\text{TE})} &= 0, \\ \mathcal{A}_{y \text{ ref}}^{(\text{TE})} &= -H_{\text{ref}}^{(\text{TE})} \frac{kk_z}{k^3} \cos [k_x x + \omega t - \phi_{\text{ref}}^{(\text{TE})}],\end{aligned}\quad (4.27)$$

$$\mathcal{A}_{z \text{ ref}}^{(\text{TE})} = H_{\text{ref}}^{(\text{TE})} \frac{kk_y}{k^3} \cos [k_x x + \omega t - \phi_{\text{ref}}^{(\text{TE})}],$$

$$\mathcal{A}_{x \text{ ref}}^{(\text{TM})} = -H_{\text{ref}}^{(\text{TM})} \frac{k^2 - k_x^2}{k^3} \sin [k_x x + \omega t - \phi_{\text{ref}}^{(\text{TM})}],$$

$$\mathcal{A}_{y \text{ ref}}^{(\text{TM})} = -H_{\text{ref}}^{(\text{TM})} \frac{k_x k_y}{k^3} \cos [k_x x + \omega t - \phi_{\text{ref}}^{(\text{TM})}],\quad (4.28)$$

$$\mathcal{A}_{z \text{ ref}}^{(\text{TM})} = -H_{\text{ref}}^{(\text{TM})} \frac{k_x k_z}{k^3} \cos [k_x x + \omega t - \phi_{\text{ref}}^{(\text{TM})}].$$

Наконец, во второй вакуумной области (при $x > D$) существует только прошедшая волна. В этой области компоненты векторного потенциала могут быть записаны в виде:

$$\begin{aligned}\mathcal{A}_{x \text{ tr}}^{(\text{TE})} &= 0, \\ \mathcal{A}_{y \text{ tr}}^{(\text{TE})} &= -H_{\text{tr}}^{(\text{TE})} \frac{kk_z}{k^3} \cos [k_x (x - D) - \omega t + \phi_{\text{tr}}^{(\text{TE})}],\end{aligned}\quad (4.29)$$

$$\mathcal{A}_{z \text{ tr}}^{(\text{TE})} = H_{\text{tr}}^{(\text{TE})} \frac{kk_y}{k^3} \cos [k_x (x - D) - \omega t + \phi_{\text{tr}}^{(\text{TE})}],$$

$$\mathcal{A}_{x \text{ tr}}^{(\text{TM})} = H_{\text{tr}}^{(\text{TM})} \frac{k^2 - k_x^2}{k^3} \sin [k_x (x - D) - \omega t + \phi_{\text{tr}}^{(\text{TM})}],$$

$$\mathcal{A}_{y \text{ tr}}^{(\text{TM})} = H_{\text{tr}}^{(\text{TM})} \frac{k_x k_y}{k^3} \cos [k_x (x - D) - \omega t + \phi_{\text{tr}}^{(\text{TM})}],\quad (4.30)$$

$$\mathcal{A}_{z \text{ tr}}^{(\text{TM})} = H_{\text{tr}}^{(\text{TM})} \frac{k_x k_z}{k^3} \cos [k_x (x - D) - \omega t + \phi_{\text{tr}}^{(\text{TM})}].$$

Очевидно, что электромагнитное поле TE и TM мод может быть представлено в виде суперпозиции волн \mathbf{H}_\perp и \mathbf{E}_\perp поляризации. Анализ уравнений (4.4)-(4.6) и (4.25)-

(4.30) приводит к следующим выражениям для комплексных безразмерных амплитуд $\tilde{h}_{\text{inc,ref,tr}}^{(\text{TE}),(\text{TM})}$ падающих, прошедших и отраженных ТЕ и ТМ волн через амплитуды $\tilde{h}_{\text{inc,ref,tr}}^{(1),(2)}$ волн H_\perp и E_\perp поляризаций:

$$\tilde{h}_{\text{inc,tr}}^{(\text{TE})} = \frac{kk_z \tilde{h}_{\text{inc,tr}}^{(1)} - k_x k_y \tilde{h}_{\text{inc,tr}}^{(2)}}{k_y^2 + k_z^2}, \quad \tilde{h}_{\text{inc,tr}}^{(\text{TM})} = -\frac{k_x k_y \tilde{h}_{\text{inc,tr}}^{(1)} + kk_z \tilde{h}_{\text{inc,tr}}^{(2)}}{k_y^2 + k_z^2}, \quad (4.31)$$

$$\tilde{h}_{\text{ref}}^{(\text{TE})} = \frac{kk_z \tilde{h}_{\text{ref}}^{(1)} + k_x k_y \tilde{h}_{\text{ref}}^{(2)}}{k_y^2 + k_z^2}, \quad \tilde{h}_{\text{ref}}^{(\text{TM})} = \frac{k_x k_y \tilde{h}_{\text{ref}}^{(1)} - kk_z \tilde{h}_{\text{ref}}^{(2)}}{k_y^2 + k_z^2}. \quad (4.32)$$

Здесь амплитуды $\tilde{h}_{\text{inc,tr,ref}}^{(\text{TE}),(\text{TM})}$ определены выражениями

$$\begin{aligned} \tilde{h}_{\text{inc,tr,ref}}^{(\text{TE}),(\text{TM})} &= h_{\text{inc,tr,ref}}^{(\text{TE}),(\text{TM})} \exp[i\phi_{\text{inc,tr,ref}}^{(\text{TE}),(\text{TM})}], \\ h_{\text{inc,tr,ref}}^{(\text{TE}),(\text{TM})} &= \frac{k_y k_z}{\mathcal{H}_0 k^3 \tilde{\Omega} \lambda_c} H_{\text{inc,tr,ref}}^{(\text{TE}),(\text{TM})}. \end{aligned} \quad (4.33)$$

Так как ТЕ и ТМ моды представляют собой комбинации мод H_\perp и E_\perp поляризации, они обе частично отражаются, частично проходят сквозь образец и могут трансформироваться одна в другую.

Начнем рассмотрение со случая падения ТЕ поляризованной волны. Используя уравнения (4.31) и (4.32), принцип суперпозиции для волн H_\perp и E_\perp поляризаций, а также результаты предыдущих разделов по отражению и прохождению волн H_\perp и E_\perp поляризаций, мы можем найти коэффициенты отражения $R_{\text{TE} \rightarrow \text{TE}}$ и прохождения $T_{\text{TE} \rightarrow \text{TE}}$ для ТЕ волн,

$$R_{\text{TE} \rightarrow \text{TE}} = \left| \frac{h_{\text{ref}}^{(\text{TE})}}{h_{\text{inc}}^{(\text{TE})}} \right|^2, \quad T_{\text{TE} \rightarrow \text{TE}} = \left| \frac{h_{\text{tr}}^{(\text{TE})}}{h_{\text{inc}}^{(\text{TE})}} \right|^2. \quad (4.34)$$

и коэффициенты трансформации $R_{\text{TE} \rightarrow \text{TM}}$ и $T_{\text{TE} \rightarrow \text{TM}}$ в ТМ волну, которая возникает в вакуумных областях $x < 0$ и $x > D$, соответственно,

$$R_{\text{TE} \rightarrow \text{TM}} = \left| \frac{h_{\text{ref}}^{(\text{TM})}}{h_{\text{inc}}^{(\text{TE})}} \right|^2, \quad T_{\text{TE} \rightarrow \text{TM}} = \left| \frac{h_{\text{tr}}^{(\text{TM})}}{h_{\text{inc}}^{(\text{TE})}} \right|^2. \quad (4.35)$$

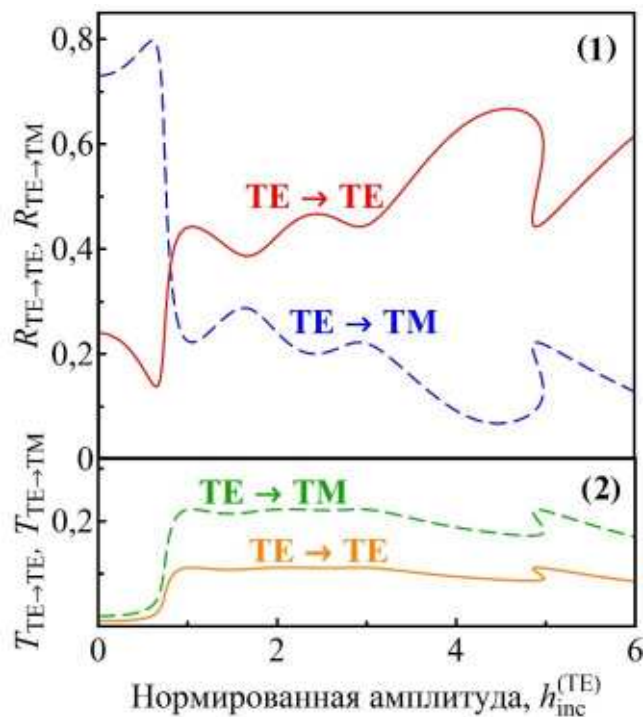


Рис. 4.6 Панель (1): Зависимость коэффициентов отражения $R_{\text{TE} \rightarrow \text{TE}}$ (красная сплошная кривая) и трансформации $R_{\text{TE} \rightarrow \text{TM}}$ (синяя штриховая кривая) от безразмерной амплитуды $h_{\text{inc}}^{(\text{TE})}$ падающей TE волны. Панель (2): Зависимость коэффициентов прохождения $T_{\text{TE} \rightarrow \text{TE}}$ (оранжевая сплошная кривая) и трансформации $T_{\text{TE} \rightarrow \text{TM}}$ (зеленая штриховая кривая) от безразмерной амплитуды $h_{\text{inc}}^{(\text{TE})}$ падающей TE волны. Параметры те же, что и на рис. 4.2.

Рисунок 4.6 представляет результаты численного анализа зависимостей коэффициентов $R_{\text{TE} \rightarrow \text{TE}}$, $T_{\text{TE} \rightarrow \text{TE}}$, $R_{\text{TE} \rightarrow \text{TM}}$ и $T_{\text{TE} \rightarrow \text{TM}}$ от безразмерной амплитуды $h_{\text{inc}}^{(\text{TE})}$ падающей TE волны. Сплошные кривые соответствуют отраженной и прошедшей волне той же, TE поляризации, что и падающая волна. Штриховые кривые соответствуют отраженным и прошедшим волнам другой, TM поляризации, что

демонстрирует эффект трансформации. Отметим, что все эти зависимости проявляют гистерезисное поведение при изменении амплитуды падающей волны, которое обсуждалось выше.

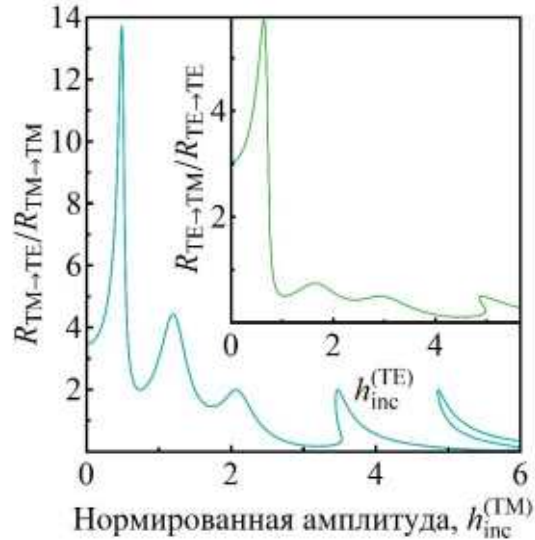


Рис. 4.7 Зависимость отношения $R_{\text{TM} \rightarrow \text{TE}} / R_{\text{TM} \rightarrow \text{TM}}$ от безразмерной амплитуды $h_{\text{inc}}^{(\text{TM})}$ падающей волны ТМ поляризации (основная панель) и отношения $R_{\text{TE} \rightarrow \text{TM}} / R_{\text{TE} \rightarrow \text{TE}}$ от безразмерной амплитуды $h_{\text{inc}}^{(\text{TE})}$ падающей волны ТЕ поляризации (вставка). Параметры те же, что и на рис. 4.2.

Как можно увидеть из рис. 4.6, при определенных значениях амплитуды падающей волны амплитуды трансформированных волн превосходят амплитуды нетрансформированных волн. Отношение коэффициента трансформации $R_{\text{TE} \rightarrow \text{TM}}$ к коэффициенту отражения $R_{\text{TE} \rightarrow \text{TE}}$ представлено на вставке рис. 4.7. График $R_{\text{TE} \rightarrow \text{TM}} / R_{\text{TE} \rightarrow \text{TE}}(h_{\text{inc}}^{(\text{TE})})$ показывает, при каких амплитудах может происходить эффективная трансформация поляризации в отраженной волне. В прошедших модах в случае падения волны ТЕ поляризации волна трансформированной поляризации преобладает. Из-за того, что во второй вакуумной области ($x > D$) волны H_{\perp} поляризации отсутствуют, коэффициенты прохождения волн ТЕ и ТМ поляризаций

пропорциональны друг другу, в соответствии с уравнением (4.31), в котором $\tilde{h}_{tr}^{(1)}$ положено равным нулю.

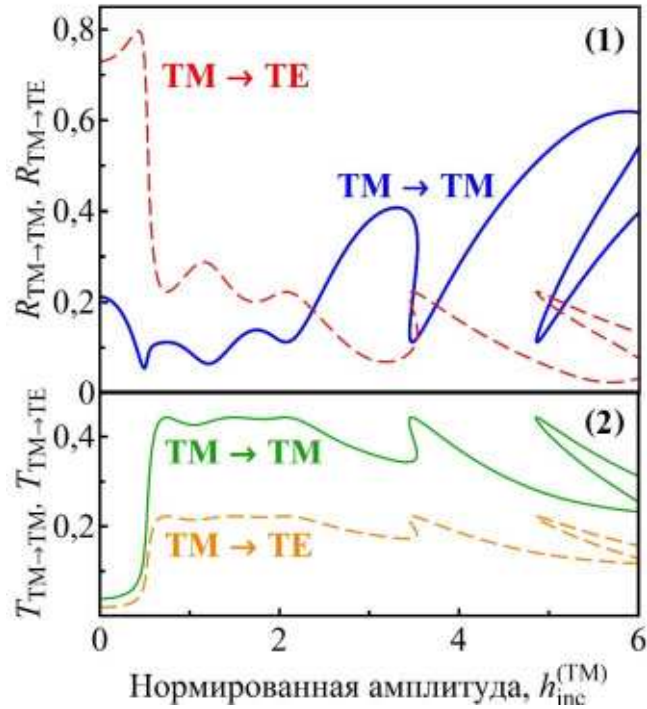


Рис. 4.8 Панель (1): Зависимость коэффициентов отражения $R_{TM \rightarrow TM}$ (синяя сплошная кривая) и трансформации $R_{TM \rightarrow TE}$ (красная штриховая кривая) от безразмерной амплитуды $h_{inc}^{(TM)}$ падающей ТМ волны. Панель (2): Зависимость коэффициентов прохождения $T_{TM \rightarrow TM}$ (зеленая сплошная кривая) и трансформации $T_{TM \rightarrow TE}$ (оранжевая штриховая кривая) от безразмерной амплитуды $h_{inc}^{(TM)}$ падающей ТМ волны. Параметры такие же, как и на рис. 4.2.

Теперь рассмотрим случай падения волны ТМ поляризации и численно рассчитаем коэффициенты отражения $R_{TM \rightarrow TM}$ и прохождения $T_{TM \rightarrow TM}$ ТМ волн,

$$R_{TM \rightarrow TM} = \left| \frac{h_{ref}^{(TM)}}{h_{inc}^{(TM)}} \right|^2, \quad T_{TM \rightarrow TM} = \left| \frac{h_{tr}^{(TM)}}{h_{inc}^{(TM)}} \right|^2, \quad (4.36)$$

а также коэффициенты трансформации $R_{TM \rightarrow TE}$ и $T_{TM \rightarrow TE}$ в ТЕ волну, которая

возникает в вакуумных областях $x < 0$ и $x > D$, соответственно,

$$R_{\text{TM} \rightarrow \text{TE}} = \left| \frac{h_{\text{ref}}^{(\text{TE})}}{h_{\text{inc}}^{(\text{TM})}} \right|^2, \quad T_{\text{TM} \rightarrow \text{TE}} = \left| \frac{h_{\text{tr}}^{(\text{TE})}}{h_{\text{inc}}^{(\text{TM})}} \right|^2. \quad (4.37)$$

Рисунок 4.8 представляет зависимости этих коэффициентов от безразмерной амплитуды $h_{\text{inc}}^{(\text{TM})}$ падающей ТМ волны. Как видно из рисунка 4.8, может наблюдаться трансформация поляризации в отраженной волне. Отношение коэффициента трансформации $R_{\text{TM} \rightarrow \text{TE}}$ к коэффициенту отражения $R_{\text{TM} \rightarrow \text{TM}}$ представлено на основной панели рис. 4.7.

Выводы

1. Изучена трансформация поляризации нелинейных электромагнитных волн при их отражении и прохождении сквозь слоистый сверхпроводник конечной толщины, помещенный в вакуумный прямоугольный волновод, для случая, когда сверхпроводящие слои параллельны оси волновода.

2. Показано, что большой интерес представляют волны двух взаимно ортогональных поляризаций, связанных с осью y , которая перпендикулярна как оси волновода, так и кристаллографической оси c слоистого сверхпроводника. Эти волны не трансформируются одна в другую, распространяются независимо и проявляют принципиально разное поведение. Волна первой поляризации вызывает сильные токи экранирования вдоль кристаллографической плоскости \mathbf{ab} и поэтому практически полностью отражается от образца. Волна второй поляризации не содержит компоненты электрического поля параллельной как поверхности образца, так и кристаллографической плоскости \mathbf{ab} . Поэтому она частично отражается и частично проходит сквозь образец, причем из-за нелинейности задачи ее коэффициент отражения (прохождения) сильно меняется с изменением амплитуды падающей волны.

3. На основе вышеупомянутых выявленных в работе двух взаимноортогональных поляризаций волн сформулирован оригинальный метод – своеобразный принцип суперпозиции, справедливый даже в нелинейном режиме. Данный метод может быть использован для упрощения решения задач отражения и прохождения волн с произвольными поляризациями сквозь сильно анизотропные проводящие и сверхпроводящие структуры.

4. Используя предложенный метод – принцип суперпозиции, изучено нелинейное отражение, прохождение и взаимная трансформация волн ТЕ и ТМ поляризаций. Получены зависимости коэффициентов отражения, прохождения и трансформации ТЕ и ТМ мод от амплитуды падающей волны.

РАЗДЕЛ 5

ОТРАЖЕНИЕ И ПРОХОЖДЕНИЕ ТМ ВОЛН СКВОЗЬ СЛОИСТЫЕ СВЕРХПРОВОДНИКИ В ПРИСУТСТВИИ ПОСТОЯННОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ

В настоящем разделе на основе работ [12] и [14] обсуждается возможность управления прозрачностью пластины слоистого сверхпроводника с помощью внешнего постоянного магнитного поля. Рассматриваем случай относительно слабых магнитных полей, когда джозефсоновские вихри еще не проникают в образец. В разделе показано, что благодаря нелинейной связи электромагнитного поля с током в слоистом сверхпроводнике коэффициент отражения электромагнитной волны может меняться в широком интервале значений, практически от нуля до единицы.

Задача рассмотрена в двух приближениях: предполагается, что длина затухания волны либо меньше, либо больше размеров образца. В первом случае образец условно можно считать полубесконечным, а во втором – нужно учитывать конечность толщины образца. Однако в обоих случаях считаем толщину образца больше глубины проникновения магнитного поля λ_c . Как и в предыдущих разделах, система координат выбрана так, что ось z параллельна кристаллографической оси c , а оси x и y параллельны кристаллографической плоскости ab . Мы рассматриваем геометрию, в которой ось c параллельна облучаемой поверхности образца. Именно в этом случае магнитное поле может оказывать существенное влияние на распространение ДПВ.

5.1. Отражение ТМ волн от полубесконечного образца

Рассмотрим отражение плоской электромагнитной волны ТМ поляризации от образца слоистого сверхпроводника в случае, когда длина затухания волны много меньше размеров образца. Тогда граница образца, противоположная облучаемой

поверхности, не оказывает влияния на коэффициент отражения, и поэтому мы можем считать толщину образца бесконечной (см. рис. 5.1). Внешнее постоянное магнитное поле \vec{H}_0 направлено вдоль оси y и параллельно границе сверхпроводник-вакуум. Волна падает под углом θ к поверхности образца так, что плоскость падения перпендикулярна оси y . Падающая волна ТМ поляризации имеет следующие компоненты поля:

$$\vec{E} = \{E_x, 0, E_z\}, \quad \vec{H} = \{0, H_y, 0\}. \quad (5.1)$$

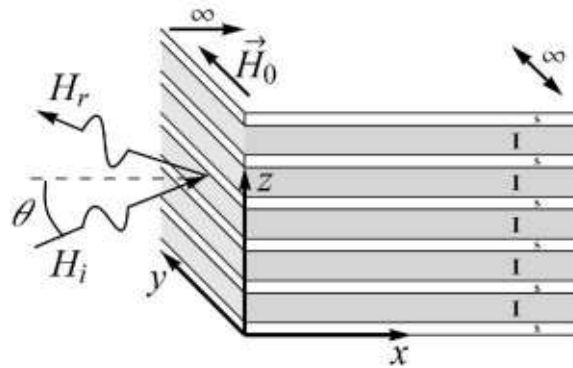


Рис. 5.1 Геометрия задачи. Обозначения: s и I – сверхпроводящие и диэлектрические слои, H_i и H_r – амплитуды падающей и отраженной волн, соответственно, \vec{H}_0 – внешнее постоянное магнитное поле, θ – угол падения.

В этом подразделе мы получим аналитические выражения для коэффициента отражения и проанализируем его поведение при изменении частоты волны, угла падения и величины статического магнитного поля. Особое внимание уделим условиям, при которых амплитуда отраженной волны оказывается минимальной или даже равной нулю.

5.1.1. Электромагнитные поля в вакууме и в слоистом сверхпроводнике.

Коэффициент отражения

В вакуумной области поле представлено падающей и отраженной от образца слоистого сверхпроводника волнами. Используя уравнения Максвелла, можно записать

ненулевые тангенциальные компоненты поля волны в вакууме в следующей форме:

$$\begin{aligned} H_y &= H_i \exp[i(k_x x + k_z z - \omega t)] + H_r \exp[i(-k_x x + k_z z - \omega t)], \\ E_z &= -\frac{k_x}{k} [H_i \exp[i(k_x x + k_z z - \omega t)] - H_r \exp[i(-k_x x + k_z z - \omega t)]], \end{aligned} \quad (5.2)$$

где H_i и H_r – амплитуды магнитного поля падающей и отраженной волн, соответственно; $k_x = k \cos \theta$, $k_z = k \sin \theta$ – компоненты волнового вектора; $k = \omega/c$ – модуль волнового вектора; θ – угол падения волны.

Распределение поля внутри образца слоистого сверхпроводника будем описывать, используя формулы (1.1), (1.2), (1.27)-(1.29), из которых можно получить синусоидальное уравнение Гордона для разности фаз φ :

$$\sin \varphi + \frac{1}{\omega_J^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} - \lambda_c^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = 0, \quad (5.3)$$

Здесь и дальше мы проводим вычисления в первом приближении по малому параметру λ_{ab}/λ_c , равному по порядку величины $1/200$ для $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ ($\lambda_{ab} = 2000 \text{ \AA}$, $\lambda_c = 4 \cdot 10^{-3} \text{ см}$).

С помощью уравнений (1.1), (1.2), (1.27)-(1.29) можно также получить выражение, связывающее магнитное поле H_y внутри сверхпроводника с разностью фаз φ :

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{2\pi d}{\Phi_0} H_y. \quad (5.4)$$

Калибровочно-инвариантная разность фаз $\varphi(\vec{r}, t)$ связана с тангенциальными компонентами поля в сверхпроводнике следующим образом (см., например, [2]):

$$E_z^s = \mathcal{H}_0 \frac{1}{\omega_J \sqrt{\varepsilon}} \frac{\partial \varphi}{\partial t}, \quad \frac{\partial H_y^s}{\partial x} = \frac{\mathcal{H}_0}{\lambda_c} \left[\sin \varphi + \frac{1}{\omega_J^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} \right]. \quad (5.5)$$

Рассмотрим распределение постоянного магнитного поля в случае, когда присутствует только внешнее статическое магнитное поле и нет падающей волны. Из

уравнения (5.3) находим:

$$\varphi_0(\xi) = -4 \operatorname{arctg}\left(e^{-\xi-\xi_0}\right) \quad (5.6)$$

где введена безразмерная координата $\xi = x/\lambda_c$. Константа ξ_0 определяется из граничного условия при $x = 0$ с учетом (5.4):

$$\xi_0 = \operatorname{Arch}\left(\frac{1}{h_0}\right), \quad h_0 = \frac{H_0}{\Phi_0} \pi d \lambda_c. \quad (5.7)$$

Здесь введено нормированное значение h_0 для внешнего статического магнитного поля H_0 . Из уравнений (5.4) и (5.6) можно получить выражение для распределения постоянного поля внутри образца:

$$h_s(\xi) = \frac{1}{\operatorname{ch}(\xi + \xi_0)}. \quad (5.8)$$

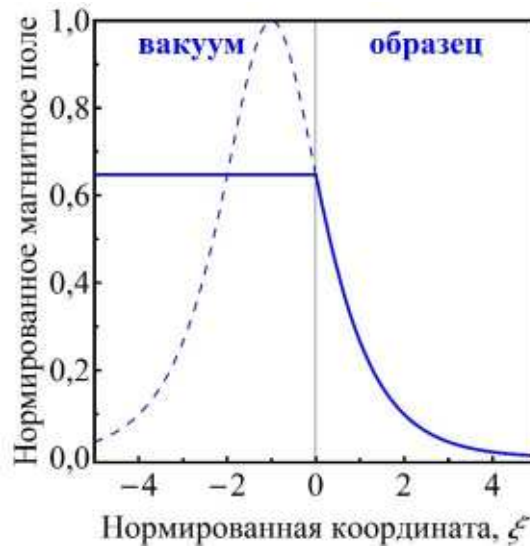


Рис. 5.2 Распределение нормированного постоянного магнитного поля в вакууме и в образце слоистого сверхпроводника (сплошная линия) в соответствии с уравнением (5.8) вблизи границы вакуум-образец. Штриховая линия обозначает распределение магнитного поля солитона, хвост которого проникает внутрь образца.

Таким образом, внешнее магнитное поле проникает внутрь образца слоистого сверхпроводника в форме солитонного решения синусоидального уравнения Гордона.

Распределение нормированного постоянного магнитного поля представлено на рис. 5.2. В вакууме поле однородно, но в образец оно проникает в форме «хвоста» солитона, который описывается уравнением (5.8). С увеличением поля солитон как бы проникает глубже в образец, но его центр остается вне образца. Мы изучаем случай относительно слабых магнитных полей, когда нормированное значение $h_0 < 1$. Это соответствует условиям, когда джозефсоновские вихри не проникают в сверхпроводник.

Теперь вычислим распределение электромагнитного поля в случае, когда на фоне присутствующего в образце постоянного магнитного поля (5.8) в образец проникает ТМ волна. Считаем, что амплитуда падающей волны намного меньше амплитуды внешнего постоянного магнитного поля. Тогда разность фаз параметра порядка представляется в виде суммы двух слагаемых

$$\varphi(\xi, z, t) = \varphi_0(\xi) + \varphi_v(\xi, z, t), \quad (5.9)$$

первое из которых описывается уравнением (5.6), а второе представляет собой малую добавку, осциллирующую с частотой падающей волны. Решение уравнения (5.9) для φ_v ищем в виде:

$$\varphi_v = a(\xi) \exp[i(k_z z - \omega t)]. \quad (5.10)$$

Используя малость параметра φ_v , получаем из (5.3) дифференциальное уравнение на амплитуду $a(\xi)$:

$$\frac{\partial^2 a}{\partial \xi^2} + \left[\tilde{\Omega}^2 + \frac{2}{\text{ch}^2(\xi_0 + \xi)} \right] a(\xi) = 0, \quad (5.11)$$

где $\tilde{\Omega} = (\Omega^2 - 1)^{1/2}$, $\Omega = \omega/\omega_J$ – нормированная частота. Решение уравнения (5.11) имеет вид:

$$a(\xi) = C e^{i\tilde{\Omega}\xi} \left[i\tilde{\Omega} - \text{th}(\xi + \xi_0) \right]. \quad (5.12)$$

С помощью уравнений (5.4) и (5.9) можно определить поля в сверхпроводнике. Тангенциальные переменные компоненты поля, нормированные на характерное поле

$\Phi_0/\pi d \lambda_c$ (так же, как и внешнее постоянное магнитное поле h_0), имеют вид:

$$\begin{aligned} h_y &= \frac{1}{2} a'(\xi) \exp[i(k_z z - \omega t)], \\ e_z &= -\frac{i\Omega}{2\sqrt{\varepsilon}} a(\xi) \exp[i(k_z z - \omega t)]. \end{aligned} \quad (5.13)$$

Сшивая тангенциальные компоненты полей в образце слоистого сверхпроводника (5.13) и в вакууме (5.2) с учетом (5.12), можно получить выражение для энергетического коэффициента отражения:

$$R \equiv \frac{|h_r|^2}{|h_i|^2} = 1 - \frac{2}{1 + mn + 1/(4n)}, \quad (5.14)$$

где введены параметры

$$n = \frac{\tilde{\Omega}\Omega}{2} \frac{\sqrt{\varepsilon} \cos \theta}{\Omega^2 - h_0^2}, \quad m = 1 + \frac{h_0^4(1 - h_0^2)}{\tilde{\Omega}^2 \Omega^4}. \quad (5.15)$$

Легко видеть, что величина $mn + 1/(4n)$ заведомо больше 1.

Как отмечалось выше, мы рассматриваем изменения нормированного внешнего магнитного поля h_0 в пределах от 0 до 1. В случаях $h_0 = 0$ и $h_0 = 1$ выражение (5.14) можно записать в виде:

$$R_{0,1} = \left(1 - \frac{2}{1 + (\Omega/\tilde{\Omega})^j \sqrt{\varepsilon} \cos \theta} \right)^2, \quad (5.16)$$

где $j = -1$ для $h_0 = 0$ и $j = 1$ для $h_0 = 1$.

5.1.2. Анализ зависимости коэффициента отражения от параметров задачи

Проанализируем, к каким качественным изменениям коэффициента отражения приводит наличие внешнего постоянного магнитного поля. Сравним частотную и угловую зависимости коэффициента отражения при $h_0 = 0$ и $h_0 = 1$. На рис. 5.3 представлены зависимости коэффициента отражения (5.16) от нормированной

частоты $\Omega = \omega/\omega_J$ для малого угла падения $\theta = 0,13\pi$ и угла $\theta = 0,46\pi$ в случае отсутствия магнитного поля ($h_0 = 0$), а также при $h_0 = 1$. Стрелками показан эффект включения поля (от $h_0 = 0$ до $h_0 = 1$). Видно, что для малых углов в отсутствие магнитного поля зависимость $R(\Omega)$ имеет минимум равный нулю, а включение магнитного поля $h_0 = 1$ делает эту зависимость монотонной. В то же время, для углов близких к $\pi/2$ включение магнитного поля приводит к противоположному результату: без магнитного поля кривая $R(\Omega)$ монотонна, а включение поля $h_0 = 1$ приводит к появлению минимума коэффициента отражения. Более того, минимальное значение R оказывается равным 0, т.е. образец становится идеально поглощающим (последнее замечание относится к бездиссипативному случаю, когда мы пренебрегаем проводимостью квазичастиц).

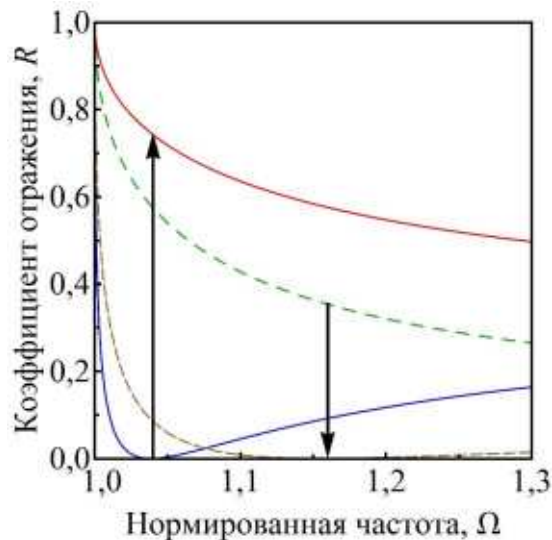


Рис. 5.3 Зависимости коэффициента отражения R от нормированной частоты Ω при $\theta = 0,13\pi$ (сплошные кривые) и $\theta = 0,46\pi$ (штриховые кривые) при $h_0 = 0$ (начала стрелок) и $h_0 = 1$ (окончания стрелок).

С помощью уравнения (5.16) можно найти критический угол падения, при котором происходит переход от одной из описанных выше ситуаций к другой. При $h_0 = 0$ и $h_0 = 1$ равный нулю минимум коэффициента отражения может наблюдаться

при частотах

$$\Omega_{\min 0,1} = \frac{1}{\sqrt{1 - (\varepsilon \cos^2 \theta)^j}}, \quad (5.17)$$

где $j = -1$ для $h_0 = 0$ и $j = 1$ для $h_0 = 1$. Чтобы минимумы существовали, подкоренные выражения должны быть положительными, т.е. в отсутствие магнитного поля минимум у зависимости коэффициента отражения от частоты может наблюдаться при углах $0 < \theta < \arccos(\varepsilon^{-1/2})$. В случае $h_0 = 1$ картина в точности противоположна: минимум коэффициента отражения может наблюдаться для углов падения в интервале $\arccos(\varepsilon^{-1/2}) < \theta < \pi/2$. Таким образом, внешним постоянным магнитным полем можно увеличивать или уменьшать диапазон изменения коэффициента отражения в функции частоты облучения.

Рассмотрим теперь *зависимость коэффициента отражения от угла падения*, представленную на рис. 5.4. Видим, что для частот близких к джозефсоновской плазменной частоте (при $\Omega = \omega/\omega_J = 1,01$) включение магнитного поля приводит к возникновению минимума на угловой зависимости коэффициента отражения. Для бóльших отстроек от джозефсоновской плазменной частоты (при $\Omega = \omega/\omega_J = 1,25$) минимум коэффициента отражения наблюдается и в отсутствие внешнего поля. Включение магнитного поля не влияет значительно на зависимость $R(\theta)$, а приводит только к увеличению угла падения, при котором этот минимум достигается.

С помощью выражения (5.16) можно убедиться, что значение угла θ , при котором наблюдается минимум $R = 0$ в случаях $h_0 = 0$ и $h_0 = 1$, определяется выражением

$$\theta_{\min 0,1} = \arccos \left[\left(\tilde{\Omega} / \Omega \right)^j \sqrt{\varepsilon} \right] \quad (5.18)$$

где $j = -1$ для $h_0 = 0$ и $j = 1$ для $h_0 = 1$, $\tilde{\Omega} = (\Omega^2 - 1)^{1/2}$. Чтобы минимум существовал, аргумент арккосинуса должен быть меньше единицы, поэтому в

отсутствие магнитного поля минимум $R(\theta)$ может наблюдаться при частотах $\Omega > (1 - \varepsilon^{-1})^{-1/2}$. В случае $h_0 = 1$ при любой частоте, меняя угол падения, можно добиться полного подавления коэффициента отражения. Таким образом, при частотах близких к джозефсоновской частоте ω_J минимум на угловой зависимости коэффициента отражения может наблюдаться только при наличии постоянного магнитного поля.

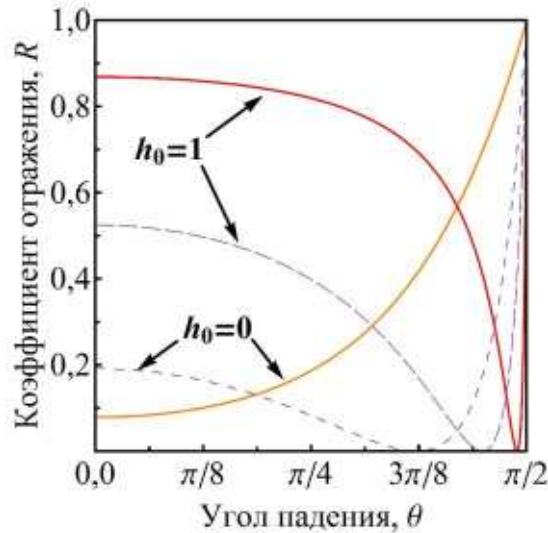


Рис. 5.4 Зависимости коэффициента отражения R от угла падения θ при значениях нормированной частоты $\Omega = 1,01$ (сплошные кривые) и $\Omega = 1,25$ (штриховые кривые) при $h_0 = 0$ и $h_0 = 1$.

Теперь проанализируем, как изменяется коэффициент отражения при плавном увеличении магнитного поля h_0 от 0 до 1. На рис. 5.5 показаны эти зависимости для трех значений угла падения. Видно, что включение внешнего магнитного поля может приводить как к уменьшению, так и к увеличению отражательной способности образца. При углах падения близких к нулю (кривая 1) коэффициент отражения монотонно растет с ростом магнитного поля. При увеличении угла кривая перестает быть монотонной (кривая 2) и появляется минимум R при значении поля,

$$h_{0\min} = \sqrt{\frac{\Omega^2}{2\varepsilon \cos^2 \theta} - \frac{\Omega^2 - 1}{2}}. \quad (5.19)$$

Для углов больших $\arccos(\varepsilon^{-1/2})$ с ростом магнитного поля коэффициент отражения уменьшается (кривая 3).

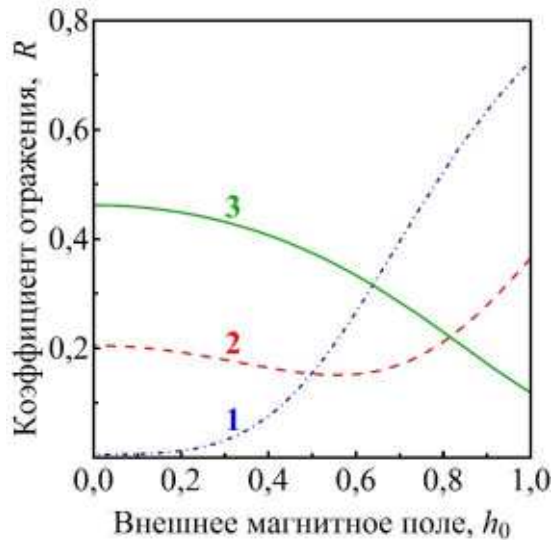


Рис. 5.5 Зависимости коэффициента отражения от величины внешнего постоянного магнитного поля при частоте $\Omega = 1,05$ и углах падения $\theta = 0,1 \pi$ (кривая 1), $\theta = 0,4 \pi$ (кривая 2), $\theta = 0,45 \pi$ (кривая 3).

Магнитное поле может как уменьшать, так и увеличивать коэффициент отражения в зависимости от параметров задачи. Определим, какую величину магнитного поля нужно приложить при данной частоте Ω и угле падения θ , чтобы получить минимально возможный коэффициент отражения. На рис. 5.6 цветом показана величина внешнего магнитного поля, при которой образец обладает наименьшим коэффициентом отражения при различных нормированных частотах Ω и углах падения θ . Точки 1, 2 и 3 соответствуют кривым на рис. 5.5. При значениях частоты и угла в области I коэффициент отражения минимален в отсутствие магнитного поля. Для значений Ω и θ , относящихся к области III, минимум коэффициента отражения наблюдается при магнитном поле $h_0 = 1$, поскольку зависимость от поля монотонно убывающая. Для значений Ω и θ из области II минимум достигается при определенном промежуточном значении поля. Как показывает анализ уравнения (5.14), коэффициент отражения в минимуме обращается

в 0 только на границах областей I, II и III, когда $h_0 = 0$ или $h_0 = 1$ и углы падения определяются соотношениями (5.18). Из диаграммы также видно, как меняется характер зависимости коэффициента отражения от поля при разных частотах. Как было продемонстрировано на рис 5.3 и 5.4, для частот близких к джоузефсоновской (т.е. при $\Omega < (1 - \varepsilon^{-1})^{-1/2}$) только включением магнитного поля можно добиться полного подавления коэффициента отражения, а при больших частотах минимальный коэффициент отражения равен 0 как в присутствии, так и в отсутствие магнитного поля.

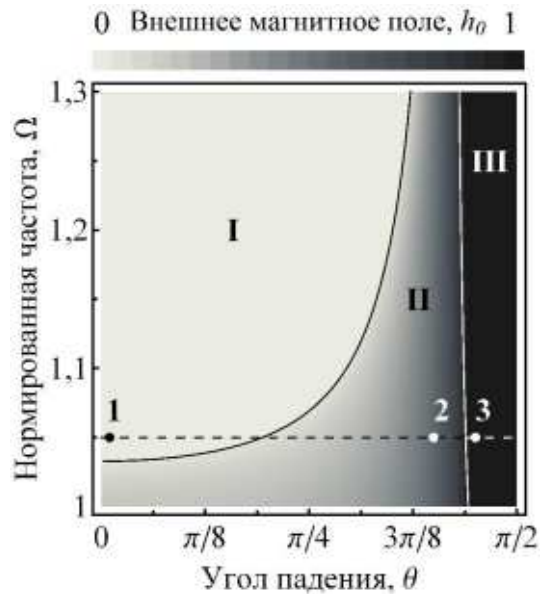


Рис. 5.6 Диаграмма значений внешнего магнитного поля, необходимых для минимизации коэффициента отражения при различных частотах Ω и углах падения θ . Точки 1, 2, 3 соответствуют кривым на рис. 5.5.

5.2. Прохождение ТМ волны через слоистый сверхпроводник конечной толщины

Рассмотрим теперь падение волны ТМ поляризации (см. уравнение (5.1)) под углом θ в плоскости xz на образец слоистого сверхпроводника толщины D в условиях, когда размер образца меньше длины затухания волны, но больше глубины

проникновения постоянного магнитного поля λ_c (см. рис. 5.7). Падающая волна частично отражается и частично проходит сквозь образец, как показано на рис. 5.7. Внешнее постоянное магнитное поле \vec{H}_0 направлено вдоль оси y .

Рассчитаем коэффициент прохождения и проанализируем его зависимость от параметров задачи. Посмотрим, к каким качественным изменениям приводит конечность образца.

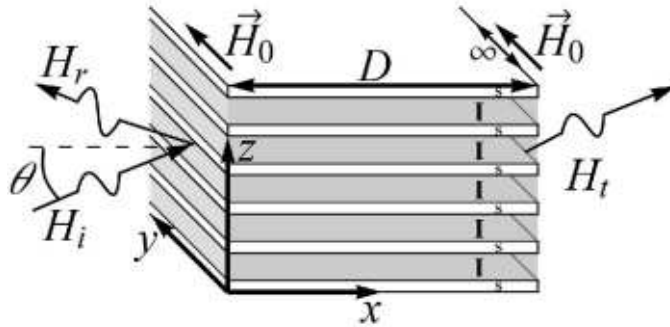


Рис. 5.7 Геометрия задачи. Обозначения: s и I – сверхпроводящие и диэлектрические слои, H_i , H_r и H_t – амплитуды падающей, отраженной и прошедшей волн, соответственно, \vec{H}_0 – внешнее постоянное магнитное поле, θ – угол падения, D – толщина образца.

5.2.1. Поля в системе.

Электромагнитное поле в вакуумных областях справа и слева от образца (см. рис. 5.7) представляет собой суперпозицию постоянного магнитного поля и поля падающей, отраженной и прошедшей волн. Используя уравнения Максвелла, можно получить следующие выражения для тангенциальных компонент магнитного и электрического полей падающей и отраженной волн в вакуумной области слева от образца:

$$\begin{aligned} H_y^{\text{left}} &= H_i \exp[i(k_x x + k_z z - \omega t)] + H_r \exp[i(-k_x x + k_z z - \omega t)], \\ E_z^{\text{left}} &= -\frac{k_x}{k} (H_i \exp[i(k_x x + k_z z - \omega t)] - H_r \exp[i(-k_x x + k_z z - \omega t)]), \end{aligned} \quad (5.20)$$

где H_i и H_r – амплитуды падающей и отраженной волн, соответственно, $k_x = k \cos \theta$, $k_z = k \sin \theta$ – компоненты волнового вектора, $k = \omega/c$ – его модуль, θ – угол падения. Аналогично, тангенциальные компоненты полей прошедшей волны в вакуумной области справа от образца:

$$\begin{aligned} H_y^{\text{right}} &= H_t \exp[i(k_x(x-D) + k_z z - \omega t)], \\ E_z^{\text{right}} &= -\frac{k_x}{k} H_t \exp[i(k_x(x-D) + k_z z - \omega t)], \end{aligned} \quad (5.21)$$

где D – толщина образца, H_t – амплитуда прошедшей волны.

Для описания полей в сверхпроводнике будем пользоваться синусоидальным уравнением Гордона для калибровочно-инвариантной разности фаз в форме (5.3), а также ее связью (5.5) с полями.

Рассмотрим распределение поля в образце, когда присутствует только внешнее постоянное магнитное поле и нет падающей волны. Внешнее магнитное поле экспоненциально затухает внутрь образца подобно распределению, представленному на рис. 5.2, но с обеих его границ. Считаем образец достаточно большим, $D \gg \lambda_c$, чтобы можно было пренебречь взаимодействием между «хвостами» поля, проникающего с правой и левой границ. Используя уравнение (5.3), можно получить справедливые с экспоненциальной точностью выражения для статической разности фаз в окрестности левой и правой границ:

$$\begin{aligned} \varphi_0^{\text{left}}(\xi) &= -4 \operatorname{arctg}(e^{-\xi - \xi_0}), \\ \varphi_0^{\text{right}}(\xi) &= 4 \operatorname{arctg}(e^{\xi - (\delta - \xi_0)}), \end{aligned} \quad (5.22)$$

где введена безразмерная координата $\xi = x/\lambda_c$ и нормированная толщина образца $\delta = D/\lambda_c$. Константа ξ_0 определена величиной внешнего поля H_0 :

$$\xi_0 = \operatorname{Arch} \frac{1}{h_0}, \quad h_0 = H_0 \frac{\pi d \lambda_c}{\Phi_0}. \quad (5.23)$$

Поле h_0 нормировано таким образом, что джозефсоновские вихри начинают проникать

в образец при $h_0 > 1$. В данной работе мы изучаем относительно слабые поля, когда $0 < h_0 < 1$, и внешнее постоянное магнитное поле экспоненциально затухает внутрь образца на расстоянии много меньшем толщины образца D . Как было сказано, проникающие поля с левой и правой границ, описываемые уравнениями (5.22), не взаимодействуют. Таким образом, разность фаз $\varphi_0(\xi)$, связанная с внешним постоянным полем, представляет собой сумму $\varphi_0^{\text{left}}(\xi)$ и $\varphi_0^{\text{right}}(\xi)$ из уравнений (5.22).

Теперь рассмотрим распределение поля в условиях, когда помимо внешнего постоянного магнитного поля присутствует проникающая в образец электромагнитная волна ТМ поляризации. Считаем амплитуду падающей волны много меньше величины постоянного магнитного поля. В этом случае калибровочно-инвариантную разность фаз можно представить в виде суммы трех компонент:

$$\varphi(\xi, z, t) = \varphi_0^{\text{left}}(\xi) + \varphi_0^{\text{right}}(\xi) + \varphi_v(\xi, z, t), \quad (5.24)$$

где первые два слагаемых определены уравнениями (5.22), а последнее слагаемое представляет собой малую добавку, осциллирующую с частотой падающей волны.

Мы используем относительную малость величины φ_v и ищем решение уравнения (5.3) в виде:

$$\varphi_v(\xi, z, t) = a(\xi) \exp[i(k_z z - \omega t)]. \quad (5.25)$$

Тогда уравнение (5.3) сводится к

$$\frac{\partial^2 a(\xi)}{\partial \xi^2} + \left[\frac{2}{\text{ch}^2(\xi + \xi_0)} + \frac{2}{\text{ch}^2(\delta + \xi_0 - \xi)} + \tilde{\Omega}^2 \right] a(\xi) = 0, \quad (5.26)$$

где $\Omega = \omega/\omega_j$ – нормированная частота, $\tilde{\Omega} = (\Omega^2 - 1)^{1/2}$

Стоит подчеркнуть, что первое и второе слагаемые в квадратных скобках в уравнении (5.26) независимы друг от друга и существенны только в окрестности левой и правой границ, соответственно. Тогда решение уравнения (5.26) можно найти аналитически:

$$a(\xi) = C_1 \exp(i\tilde{\Omega}\xi)[p^2 a_1(\xi) + a_2(\xi) - p\Omega] + C_2 \exp(-i\tilde{\Omega}\xi)[a_1(\xi) + p^2 a_2(\xi) + p\Omega], \quad (5.27)$$

где

$$a_1(\xi) = \text{th}(\xi_0 + \xi) - 1, \quad a_2(\xi) = \text{th}(\xi_0 + \delta - \xi) - 1,$$

$$p = \frac{1 + i\tilde{\Omega}}{\Omega}.$$

Теперь, используя уравнения (5.5) и (5.24), мы можем определить поле в слоистом сверхпроводнике. Тангенциальные переменные компоненты поля (связанные с падающей волной), нормированные на характерное поле $\Phi_0/\pi d\lambda_c$, то есть таким же образом, что и в уравнении (5.23), равны:

$$H_y \frac{\pi d\lambda_c}{\Phi_0} = h_y = \frac{1}{2} a'(\xi) \exp[i(k_z z - \omega t)],$$

$$E_z \frac{\pi d\lambda_c}{\Phi_0} = e_z = -\frac{i\Omega}{2\sqrt{\varepsilon}} a(\xi) \exp[i(k_z z - \omega t)].$$
(5.28)

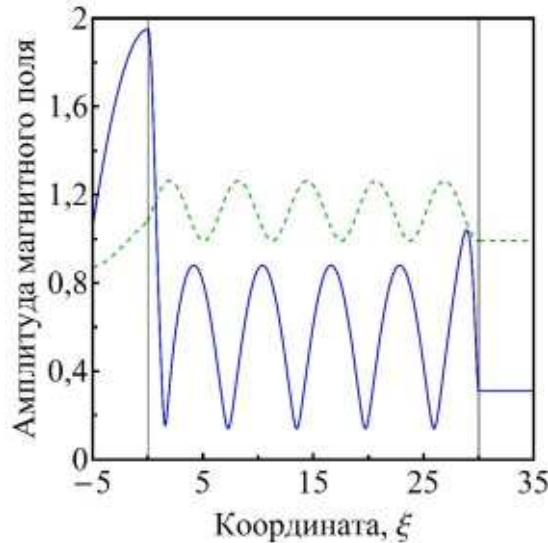


Рис. 5.8 *Пространственное распределение амплитуды переменной составляющей магнитного поля (в соответствии с уравнениями (5.20), (5.21), (5.28), нормированными согласно (5.23)) снаружи и внутри образца в отсутствие постоянного поля (при $h_0=0$, штриховая кривая) и при наличии постоянного поля (при $h_0=1$, сплошная кривая). Вертикальные линии представляют границы образца.*

Параметры: $\Omega=1,12$, $\theta=\pi/4$, $\delta=30$, $\lambda_c=4\cdot 10^{-3}$ см, $\lambda_{ab}=2000$ Å, $\omega_J/2\pi=0,3$ ТГц, $\varepsilon=16$.

На рис. 5.8 показано распределение переменной составляющей магнитного поля в вакууме и в образце слоистого сверхпроводника в отсутствие внешнего постоянного магнитного поля и при поле, равном $h_0=1$. Рисунок показывает, как постоянное магнитное поле благодаря нелинейности влияет на прохождение волны через образец.

5.2.2. Коэффициент прохождения

Сшивая тангенциальные компоненты полей в вакуумных областях (5.20) и (5.21) с полем внутри образца (5.28), мы можем найти неизвестные константы C_1 и C_2 в уравнении (5.27) и затем получить коэффициент прохождения:

$$T = \frac{|h_t|^2}{|h_i|^2} = \left(1 + \sin^2(\tilde{\Omega}\delta - \phi) \left\{ \left[\frac{1}{4\Theta} + \left(\frac{h_0^4 \tilde{h}_0^2}{\Omega^4 \tilde{\Omega}^2} + 1 \right) \Theta \right]^2 - 1 \right\} \right)^{-1}, \quad (5.29)$$

где

$$\tilde{h}_0 = \sqrt{1 - h_0^2}, \quad \Theta = \frac{\Omega \tilde{\Omega} \sqrt{\varepsilon}}{2(\tilde{h}_0^2 + \tilde{\Omega}^2)} \cos \theta, \quad \phi = \frac{\pi}{2} - \arctg \left(\frac{1 - \tilde{\Omega}^2}{2\tilde{\Omega}} + \frac{\Omega^4 \tilde{h}_0}{2\tilde{\Omega} h_0^2} P \right),$$

$$P = \left[\frac{\Omega^2 \varepsilon \cos^2 \theta}{\Omega^2 + (\tilde{h}_0^2 - \Omega^2) \varepsilon \cos^2 \theta} - \frac{\tilde{h}_0 + \tilde{\Omega}^2}{\tilde{h}_0 + 1} \right]^{-1}.$$

Уравнение (5.29) можно упростить в случаях $h_0 = 0$ и $h_0 = 1$. Если нет внешнего магнитного поля, $h_0 = 0$, уравнение (5.29) приводится к виду:

$$T(h_0 = 0) = \left[1 + \sin^2(\tilde{\Omega}\delta) \left(\frac{1}{4\Theta_0} - \Theta_0 \right)^2 \right]^{-1}, \quad (5.30)$$

$$\Theta_0 = \frac{\tilde{\Omega} \sqrt{\varepsilon}}{\Omega} \cos \theta.$$

Если частота волны удовлетворяет неравенству $\Omega > (1 - \varepsilon^{-1})^{-1/2}$, то множитель

при синусе в (5.30) обращается в нуль при $\cos \theta = \Omega/(\tilde{\Omega}\sqrt{\varepsilon})$. При таком угле падения должно наблюдаться полное прохождение ТМ волны через образец. Обратим внимание на то, что это происходит независимо от толщины образца.

Когда значение постоянного магнитного поля равно критическому ($h_0 = 1$), коэффициент прохождения приобретает следующую форму:

$$T(h_0 = 1) = \left[1 + \sin^2(\tilde{\Omega}\delta - \phi_1) \left(\frac{1}{4\Theta_1} - \Theta_1 \right)^2 \right]^{-1}, \quad (5.31)$$

$$\phi_1 = 2 \operatorname{arctg} \tilde{\Omega}, \quad \Theta_1 = \frac{\Omega}{\tilde{\Omega}} \frac{\sqrt{\varepsilon}}{2} \cos \theta.$$

При углах падения, удовлетворяющих равенству $\cos \theta = \tilde{\Omega}/(\Omega\sqrt{\varepsilon})$, коэффициент прохождения равен 1 независимо от частоты (но при $\Omega > 1$) и толщины образца.

В следующих подразделах мы приводим результаты анализа зависимостей коэффициента прохождения от толщины образца, угла падения и частоты падающей волны для общего случая, когда внешнее постоянное магнитное поле меняется от нуля до единицы.

5.2.3. Зависимость коэффициента прохождения от толщины образца

Зависимость коэффициента прохождения от толщины образца δ в уравнении (5.29) содержится только в аргументе синуса $\sin(\tilde{\Omega}\delta - \phi)$. Видно, что образец становится полностью прозрачным в условиях, когда синус равен нулю. Согласно уравнению (5.30), в отсутствие внешнего магнитного поля это происходит, когда толщина образца равна целому числу полувольт,

$$\delta = \pi k / \tilde{\Omega}, \quad k = 1, 2, \dots \quad (5.32)$$

При включении внешнего магнитного поля (см. уравнение (5.29) или (5.31)) аргумент синуса приобретает новое слагаемое ϕ , которое зависит от величины h_0 . Наличие внешнего магнитного поля приводит только к сдвигу максимумов функции

$T(\delta)$ и увеличению амплитуды изменения $T(\delta)$, но ее период по δ остается таким же. Этот сдвиг показан стрелкой на рис. 5.9.

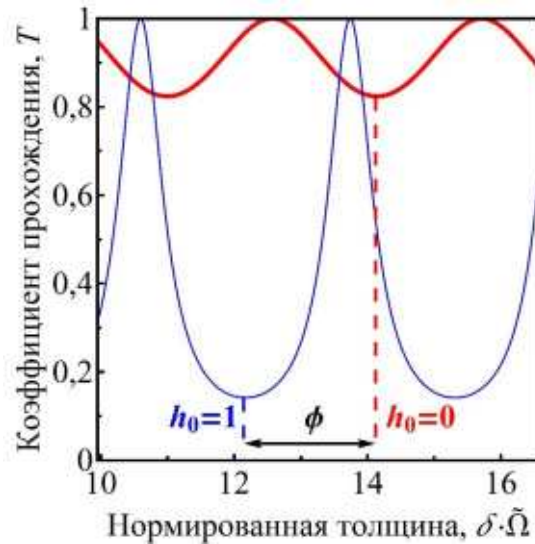


Рис. 5.9 Зависимость коэффициента прохождения T от нормированной толщины образца δ при $h_0=0$ (толстая красная кривая) и при $h_0=1$ (тонкая синяя кривая).
 Параметры: $\Omega=1,2$, $\theta = \pi/4$, $\lambda_c = 4 \cdot 10^{-3}$ см, $\lambda_{ab} = 2000$ Å, $\omega_J/2\pi = 0,3$ THz, $\varepsilon=16$.

5.2.4. Зависимость коэффициента прохождения от угла падения

Зависимость коэффициента прохождения от угла падения более сложная. На рис. 5.10 цветом показана величина коэффициента прохождения T в зависимости от угла падения и внешнего постоянного магнитного поля. Как можно заметить из рис. 5.10, изменяя внешнее магнитное поле можно варьировать прозрачность образца в широком диапазоне значений. Однако эффект от варьирования магнитного поля зависит от выбора угла падения и частоты. Например, для параметров, соответствующих рис. 5.10, при острых углах падения (вплоть до $3\pi/8$) коэффициент прохождения убывает с ростом постоянного магнитного поля. При менее острых углах падения изменение внешнего поля не приводит к значительному изменению

коэффициента прохождения. Наконец, при углах падения близких к $\pi/2$, коэффициент прохождения растет с увеличением магнитного поля.

Описанное поведение коэффициента прохождения аналогично представленному на рис. 5.4 для случая полубесконечного образца. Обратим внимание на то, что имеется широкая область значений углов падения, при которых изменением магнитного поля можно добиться полного прохождения (черные области на рис. 5.10). Таким образом, изменяя внешнее магнитное поле можно достичь полного прохождения практически для любого угла падения и частоты падающей волны. Чтобы это продемонстрировать, мы находим из уравнения (5.29) оптимальный угол падения, при котором коэффициент прохождения имеет максимально возможное значение T_{\max} при заданных величинах внешнего магнитного поля и частоты падающей волны. Рисунок 5.11 представляет зависимость значения T_{\max} от внешнего магнитного поля и частоты падающей волны.

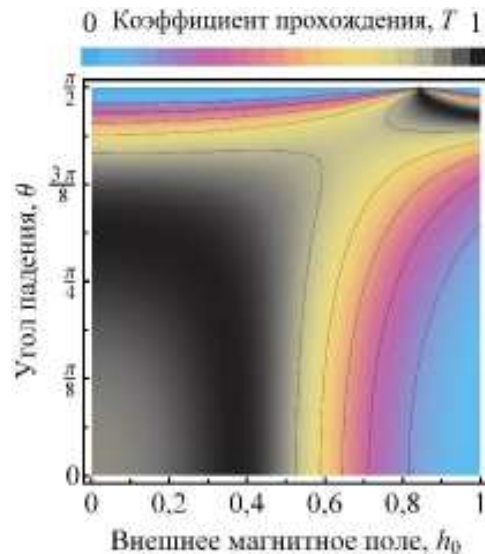


Рис. 5.10 Зависимость коэффициента прохождения T от угла падения θ и внешнего постоянного магнитного поля h_0 . Параметры: $\Omega=1,12$, $\delta=30$, $\lambda_c = 4 \cdot 10^{-3}$ см, $\lambda_{ab} = 2000$ Å, $\omega_J/2\pi = 0,3$ ТГц, $\varepsilon=16$.

Как видно из рисунка, имеется широкий диапазон изменения параметров h_0 и Ω (см. светлые области на рис. 5.11), при которых подбором оптимального угла падения

θ можно добиться полного прохождения. Кроме того, рис. 5.11 демонстрирует, что существуют области, где невозможно добиться полного прохождения (темно-синие области). А именно, при частотах близких к джозефсоновской плазменной частоте ($\Omega = 1$) образец практически всегда отражает большую часть энергии падающей волны. С ростом частоты размеры темных областей, в которых коэффициент прохождения меньше единицы, становятся меньше.

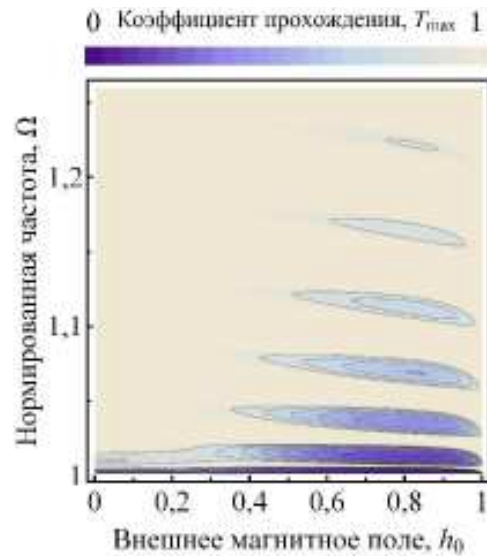


Рис. 5.11 Зависимость коэффициента прохождения T_{\max} , максимизированного по углу падения θ , от нормированной частоты Ω и внешнего магнитного постоянного поля h_0 . Параметры: $\delta = 30$, $\lambda_c = 4 \cdot 10^{-3}$ см, $\lambda_{ab} = 2000$ Å, $\omega_J/2\pi = 0,3$ ТГц, $\varepsilon = 16$.

5.2.5. Зависимость коэффициента прохождения от частоты падающей волны

Величина коэффициента прохождения при изменении частоты падающей волны и величины внешнего постоянного магнитного поля, но при фиксированном угле падения $\theta = \pi/4$, показана цветом на рис. 5.12. При малых значениях внешнего магнитного поля имеются широкие по частоте области полного прохождения, представленные черным цветом. Наблюдаемые осцилляции $T(\Omega)$ связаны с

зависимостью аргумента синуса в уравнении (5.29) от частоты. Как можно увидеть из рис. 5.12, увеличение магнитного поля приводит к сужению черных полос и их сдвигу в сторону низких частот. Таким образом, если мы зафиксируем частоту падающей волны и будем менять внешнее магнитное поле, мы можем варьировать коэффициент прохождения в довольно широком диапазоне. Однако диапазон этого изменения зависит от выбора частоты. Например, при фиксированной частоте, представленной штриховой линией I на рис. 5.12, диапазон изменения коэффициента прохождения оказывается значительней, чем при частоте, представленной линией II.

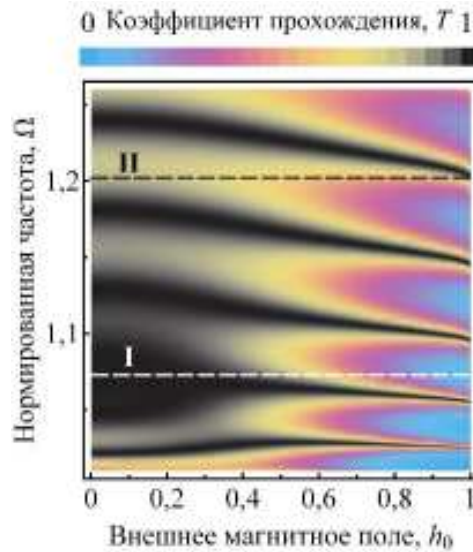


Рис. 5.12 Зависимость коэффициента прохождения T от нормированной частоты Ω и внешнего постоянного магнитного поля h_0 . Штриховые горизонтальные линии I и II соответствуют линиям I и II на рис. 5.13. Параметры: $\theta = \pi/4$, $\delta = 30$, $\lambda_c = 4 \cdot 10^{-3}$ см, $\lambda_{ab} = 2000$ Å, $\omega_J/2\pi = 0,3$ ТГц, $\varepsilon = 16$.

Удостоверимся в этом, изучив диапазон изменения коэффициента прохождения при изменении внешнего постоянного магнитного поля для разных частот, приведенного на рис. 5.13. Верхние красные и нижние синие кривые на рис. 5.13 представляют, соответственно, максимально и минимально возможные значения коэффициента прохождения при изменении внешнего постоянного магнитного поля

при данной частоте Ω . Серая промежуточная область между красной и синей кривой – диапазон изменения коэффициента прохождения. Сравним диапазоны, отмеченные штриховыми линиями I и II (см. рис. 5.12 и 5.13). При частоте, соответствующей линии I, можно варьировать коэффициент прохождения практически от нуля до единицы, в то время как для линии II диапазон изменения T гораздо меньше, и при этом нельзя достичь полного прохождения.

Также отметим, что диапазон изменения коэффициента прохождения немного уменьшается с ростом частоты, а также мал для частот близких к джоузефсоновской плазменной частоте ω_J ($\Omega=1$). У красной и синей кривых существуют чередующиеся минимумы и максимумы. При этом участки роста на красной кривой практически вертикальны и полное прохождение наблюдается для широкой области частот.

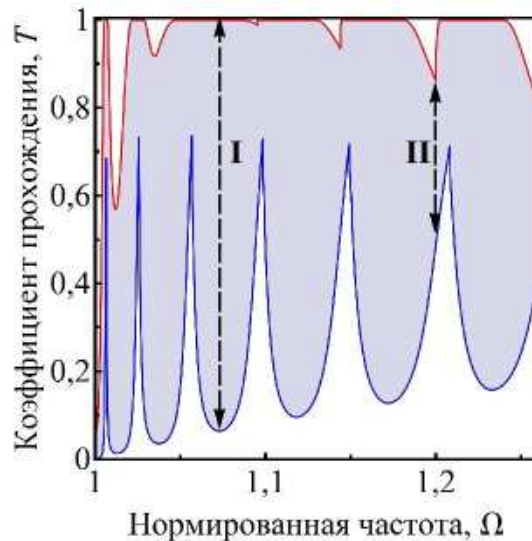


Рис. 5.13 Зависимость коэффициента прохождения T от нормированной частоты Ω . Серая область представляет пределы изменения T при изменении h_0 , верхняя красная и нижняя синяя кривые соответствуют максимально и минимально возможным значениям коэффициента прохождения, соответственно. Штриховые линии I и II соответствуют линиям I и II на рис. 5.12. Параметры те же, что и на рис. 5.12.

Таким образом, выбор частоты падающей волны определяет диапазон, в котором

с помощью магнитного поля можно варьировать коэффициент прохождения. Чтобы получить широкий диапазон изменения, нужно использовать относительно малые частоты, но не слишком близкие к джозефсоновской пламенной частоте ω_J (см. рис. 5.13).

Выводы

1. Изучена возможность управления коэффициентами отражения и прохождения волн ТМ поляризации сквозь слоистые сверхпроводники при помощи внешнего постоянного магнитного поля. Задача рассмотрена в двух случаях: когда длина затухания волны меньше образца и его можно считать полубесконечным, и когда длина затухания волны больше размеров образца и нужно учитывать конечность толщины образца.

2. Для случая полубесконечных образцов найдено аналитическое выражение для коэффициента отражения и проанализировано его поведение при изменении параметров задачи. Показано, что в зависимости от угла падения и частоты волны включение внешнего постоянного магнитного поля может приводить как к увеличению, так и к уменьшению коэффициента отражения. Например, зависимость коэффициента отражения от магнитного поля при острых углах падения возрастающая, а при углах близких к $\pi/2$ – убывающая. Особое внимание уделено минимизации коэффициента отражения в функции угла падения, величины статического магнитного поля и частоты волны. Определены условия практически полного подавления коэффициента отражения. Приведена диаграмма, графически представляющая величину внешнего магнитного поля, необходимого для получения минимально возможного коэффициента отражения при различных частотах и углах падения электромагнитной волны. В частности показано, что при частотах близких к джозефсоновской пламенной частоте можно достичь минимума коэффициента отражения только включением постоянного магнитного поля.

3. Для случая образцов конечной толщины получено аналитическое выражение для коэффициента прохождения и проанализирована его зависимость от толщины образца, угла падения и частоты падающей волны. Показано, что внешнее поле изменяет эффективную толщину образца. Когда эффективная толщина совпадает с целым числом полуволн, образец становится полностью прозрачным. Внешнее магнитное поле сдвигает максимумы коэффициента прохождения, но не меняет их периодичности. Эффект от внешнего магнитного поля сильно зависит от параметров задачи. Установлено, что для частот не слишком близких к джозефсоновской плазменной частоте всегда найдутся такие угол падения, частота и внешнее магнитное поле, при которых может наблюдаться полное прохождение. Показано, что внешним постоянным магнитным полем можно управлять прозрачностью образца в широком диапазоне значений.

ВЫВОДЫ

В диссертационной работе решена важная задача теоретической физики конденсированного состояния, а именно: теоретически описано трансформацию поляризации линейных и нелинейных электромагнитных волн при их отражении и прохождении сквозь слоистые сверхпроводники конечных размеров и установлено влияние внешнего постоянного магнитного поля на коэффициенты отражения и прохождения.

Основными оригинальными результатами диссертационной работы являются:

1. Найдены зависимости коэффициентов прохождения линейных поперечно-электрических и поперечно-магнитных волн и коэффициентов преобразования поляризаций от толщины образца и частоты волны в слоистых сверхпроводниках конечных размеров, помещенных в вакуумный прямоугольный волновод, в случае, когда волны распространяются или вдоль, или поперек сверхпроводящих слоев. Установлено, что в случае распространения волн параллельно слоям, возникает эффект преобразования поляризации волн.

2. Изучено отражение и прохождение нелинейных волн сквозь слоистые сверхпроводники конечных размеров, помещенные в вакуумный прямоугольный волновод, в двух случаях, когда волны распространяются или перпендикулярно, или параллельно сверхпроводниковым слоям. Установлено, что в обоих случаях зависимость коэффициента прохождения нелинейных волн от амплитуды падающей волны имеет гистерезисный характер. Показано, что изменением амплитуды падающей волны можно варьировать коэффициент прохождения в широком диапазоне значений.

3. Предложен оригинальный метод решения задач отражения, прохождения и трансформации нелинейных волн с произвольными поляризациями в слоистых сверхпроводниках. Этот метод базируется на двух выявленных в работе волнах с взаимно ортогональными поляризациями, которые даже в нелинейном режиме

практически не взаимодействуют. На основе этого метода дано теоретическое описание взаимной трансформации поляризации нелинейных поперечно-электрических и поперечно-магнитных волн при их отражении и прохождении сквозь образец слоистого сверхпроводника конечной толщины, помещенный в вакуумный прямоугольный волновод.

4. Найдены аналитические выражения для зависимостей коэффициентов отражения и прохождения поперечно-магнитных волн сквозь слоистые сверхпроводники от внешнего постоянного магнитного поля, частоты и угла падения падающей волны. Получены условия практически полного подавления коэффициента отражения. Установлено, что внешним магнитным полем можно эффективно управлять коэффициентом отражения и прохождения волн в широком диапазоне значений.

В заключение хочу выразить сердечную благодарность моему научному руководителю Валерию Александровичу Ямпольскому за внимательное научное руководство, предложенную интересную тему исследований и помощь в становлении меня как научного сотрудника.

Также хочу выразить благодарность всем своим соавторам, в частности акад. НАН Украины, проф. Яковенко В.М., доктору физ.-мат. наук, с. н. с. Ханкиной С.И. и проф. Nogi F, а в особенности канд. физ.-мат. наук, доц. Майзелису З.А. и канд. физ.-мат. наук, доц. Апостолову С.С., за плодотворное сотрудничество и поддержку на всех этапах исследования.

Я глубоко признательна всем сотрудникам отдела теоретической физики Института радиопизики и электроники им. А.Я. Усикова НАН Украины за то, что в нашем коллективе всегда царит атмосфера доброжелательности, уважения и никогда не прекращается интенсивная работа.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Kleiner R. Intrinsic Josephson effects in high- T_c superconductors / R. Kleiner, P. Müller // *Physical Review B*. – 1994. – V. 49, № 2. – P. 1327 – 1341.
2. Terahertz Josephson plasma waves in layered superconductors: spectrum generation nonlinear and quantum phenomena / S. Savel'ev, V.A. Yampol'skii, A.L. Rakhmanov [et al.] // *Reports on Progress in Physics*. – 2010. – V. 73, № 2. – P. 026501-1 – 026501-49.
3. Tachiki M. Josephson plasma in the mixed state of High- T_c superconductors / M. Tachiki, T. Koyama, S. Takahashi // *Chinese Journal of Physics*. – 1996. – V. 34. – P. 340 – 346.
4. Tonouchi M. Cutting-edge terahertz technology / M. Tonouchi // *Nature Photonics*. – 2007. – V. 1, № 2. – P. 97 – 105.
5. Lee M. Searching for a Solid-State THz-Technology / M. Lee, M.C. Wanke // *Science*. – 2007. – V. 316, № 5821. – P. 64 – 65.
6. Powerful terahertz emission from $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ mesa arrays / T.M. Benseman, K.E. Gray, A.E. Koshelev [et al.] // *Applied Physics Letters*. – 2013. – V. 103, № 2. – P. 022602-1 – 022602-4.
7. Surface Josephson Plasma Waves in Layered Superconductors above the Plasma Frequency: Evidence for a Negative Index of Refraction / V.A. Golick, D.V. Kadygrob, V.A. Yampol'skii [et al.] // *Physical Review Letters*. – 2010. – V. 104, № 18. – P. 187003-1 – 187003-4.
8. Analogues of nonlinear optics using terahertz Josephson plasma waves in layered superconductors / S. Savel'ev, A.L. Rakhmanov, V.A. Yampol'skii [et al.] // *Nature Physics*. – 2006. – V. 2, № 8. – P. 521 – 525.
9. Nonlinear electrodynamics in layered superconductors / V.A. Yampol'skii, S. Savel'ev, A.L. Rakhmanov [et al.] // *Physical Review B*. – 2008. – V. 78, № 2. – P. 024511-1 – 024511-9.

10. Трансформация поляризации терагерцевых волн при их отражении и прохождении сквозь слоистый сверхпроводник конечных размеров / С.С. Апостолов, **Т.Н. Рохманова**, С.И. Ханкина, В.М. Яковенко, В.А. Ямпольский // Физика низких температур. – 2012. – Т. 38, № 9. – С. 1109 – 1118.
11. Self-induced THz-waves transmissivity of waveguides with finite-length layered superconductors / **T.N. Rokhmanova**, S.S. Apostolov, Z.A. Maizelis, V.A. Yampol'skii, Franco Nori // Physical Review B. – 2013. – V. 88, № 1. – P. 014506-1 – 014506-10.
12. Управление отражательной способностью слоистого сверхпроводника с помощью статического магнитного поля / **Т.Н. Рохманова**, З.А. Майзелис, С.С. Апостолов, В.А. Ямпольский // Радиофизика и электроника. – 2014. – Т. 19, № 3. – С. 49 – 54.
13. Superposition principle for nonlinear Josephson plasma waves in layered superconductors / **T.N. Rokhmanova**, S.S. Apostolov, Z.A. Maizelis, V.A. Yampol'skii, Franco Nori // Physical Review B. – 2014. – V. 90, № 18. – P. 184503-1 – 184503-9.
14. **Rokhmanova T.N.** Transmittance of electromagnetic waves through finite-length layered superconductors in presence of external static magnetic field / **T.N. Rokhmanova**, Z.A. Maizelis // Вісник Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна. – 2014. – Вип. 21. – С. 16 – 20.
15. Нелинейная трансформация волн с различными поляризациями в ограниченных слоистых сверхпроводниках / **Т.Н. Рохманова**, С.С. Апостолов, З.А. Майзелис, В.А. Ямпольский // Доповіді Національної академії наук України. – 2015. – № 2. – С. 66 – 71.
16. **Rokhmanova T.M.** Transmission and reflection of waves in vacuum waveguide with layered superconductor / **T.M. Rokhmanova** // 3rd International Conference for Young Scientists «Low temperature physics – 2012». – 14-18 May 2012, Kharkiv,

Ukraine. – P. 55.

17. **Rokhmanova T.N.** Tunable transparency of layered superconductors placed inside a vacuum waveguide / **T.N. Rokhmanova** // 4th International Conference for Young Scientists «Low temperature physics – 2013». – 3-7 June 2013, Kharkiv, Ukraine. – P. 22.
18. Self-induced THz-waves transmissivity of waveguides with layered superconductors / **T.N. Rokhmanova**, S.S. Apostolov, Z.A. Maizelis, V.A. Yampol'skii // The international summer school nanotechnology: from fundamental research to innovations and practice conference «Nanotechnology and nanomaterials». – 25 August-1 September 2013, Bukovel, Ukraine. – P. 34.
19. **Rokhmanova T.N.** Transformation of THz waves polarization via transmission through a finite slab of layered superconductor / **T.N. Rokhmanova**, S.S. Apostolov, V.A. Yampol'skii // The international summer school nanotechnology: from fundamental research to innovations and practice conference «Nanotechnology and nanomaterials». – 25 August-1 September 2013, Bukovel, Ukraine. – P. 35.
20. Nonlinear THz-waves transmission through a finite-length layered superconductor placed inside a vacuum rectangular wave-guide [электронный ресурс] / **T.N. Rokhmanova**, S.S. Apostolov, Z.A. Maizelis, V.A. Yampol'skii // XIII Kharkiv Young Scientist Conference on Radiophysics, Electronics, Photonics and Biophysics. – 2-6 December 2013, Kharkiv, Ukraine. – 1 эл. опт. диск (CD-ROM); 12 см.
21. **Rokhmanova T.N.** Independent nonlinear modes in waveguides with finite-length layered superconductors / **T.N. Rokhmanova** // Young scientists conference «Problems of Theoretical Physics». – 24-27 December 2013, Kyiv, Ukraine. – P. 41.
22. Superposition principle for nonlinear waveguide modes in layered superconductors / **T.N. Rokhmanova**, Z.A. Maizelis, S.S. Apostolov, V.A. Yampol'skii // 5th International Conference for Young Scientists «Low temperature physics – 2014». – 2-6 June 2014, Kharkiv, Ukraine. – P. 41.
23. Applying a DC Magnetic Field as a way to Control the Reflectance of Layered

- Superconductors / **T.N. Rokhmanova**, Z.A. Maizelis, S.S. Apostolov, V.A. Yampol'skii // International Conference of Physics Students. – 10-17 August 2014, Heidelberg, Germany. – P. 22.
24. Superposition Principle for Nonlinear Josephson Plasma Waves in Layered Superconductors Placed inside a Vacuum Waveguide / **T.N. Rokhmanova**, Z.A. Maizelis, S.S. Apostolov, V.A. Yampol'skii // Condensed matter in Paris 2014, CMD 25-JMC 14. – 24-29 August 2014, Paris, France. – P. 365 – 366.
25. Reflectivity of semi-infinite layered superconductors in presence of external dc magnetic field [электронный ресурс] / **T.N. Rokhmanova**, S.S. Apostolov, Z.A. Maizelis, V.A. Yampol'skii // 14th Kharkiv Young Scientist Conference on Radiophysics, Electronics, Photonics and Biophysics. – 14-17 October 2014, Kharkiv, Ukraine. – 1 эл. опт. диск (CD-ROM); 12 см.
26. Transparency of finite-thickness layered superconductors controlled by DC magnetic field / **T.N. Rokhmanova**, Z.A. Maizelis, S.S. Apostolov, V.A. Yampol'skii // 58th Scientific Conference for Students of Physics and Natural Sciences – 24-27 March 2015, Vilnius, Lithuania – P. 64.
27. Kamerlingh-Onnes H. The Superconductivity of Mercury / H. Kamerlingh-Onnes // Communications from the Laboratory of Physics at the University of Leiden. – 1911. – № 124. – P. 21 – 25.
28. Roberts B.W. Survey of superconductive materials and critical evaluation of selected properties / B.W. Roberts // Journal of Physical and Chemical Reference Data. – V. 5, № 3. – 1976. – P. 581 – 821.
29. Bednorz J.G. Possible high- T_c superconductivity in the Ba – La – Cu – O system / J.G. Bednorz, K.A. Müller // Z. Physik. – 1986. – V. 64, № 2. – P. 189 – 193.
30. Superconductivity at 93 K in a new mixed-phase Y – Ba – Cu – O compound system at ambient pressure / M.K. Wu, J.R. Ashburn, C.J. Torng [et al.] // Physical Review Letters. – 1987. – V. 58, № 9. – P. 908 – 910.
31. A New High- T_c Oxide Superconductor without a Rare Earth Element / H. Maeda,

- Y. Tanaka, M. Fukutomi [et al.] // Japanese Journal of Applied Physics. – 1988. – V. 27, № 2. – P. L209 – L210.
32. Model family of high-temperature superconductors: $Tl_mCa_{n-1}Ba_2Cu_nO_{2(n+1)+m}$ ($m=1,2; n=1,2,3$) / S.S.P. Parkin, V.Y. Lee, A.I. Nazzal [et al.] // Physical Review B. – 1988. – V. 38, № 10. – P. 6531 – 6537.
33. Superconductivity at 94 K in $HgBa_2CuO_{4+\delta}$ / S.N. Putilin, E.V. Antipov, O. Chmaissem [et al.] // Nature. – 1993. – V. 362, № 6417. – P. 226 – 228.
34. Superconductivity above 130 K in the Hg – Ba – Ca – Cu – O system / A. Schilling, M. Cantoni, J.D. Guo [et al.] // Nature. – 1993. – V. 363, № 6424. – P. 56 – 58.
35. Superconductivity above 150 K in $HgBa_2Ca_2Cu_3O_{8+\delta}$ at high pressures / C.W. Chu, L. Gao, F. Chen [et al.] // Nature. – 1993. – V. 365, № 6444. – P. 323 – 325.
36. Iron-Based Layered Superconductor: LaOFeP / Yoichi Kamihara, Hidenori Hiramatsu, Masahiro Hirano [et al.] // Journal of the American Chemical Society. – 2006. – V. 128, № 31. – P. 10012 – 10013.
37. Iron-Based Layered Superconductor $La[O_{1-x}F_x]FeAs$ ($x=0,05-0,12$) with $T_c = 26$ K / Yoichi Kamihara, Takumi Watanabe, Masahiro Hirano [et al.] // Journal of the American Chemical Society. – 2008. – V. 130, № 11. – P. 3296 – 3297.
38. Superconductivity at 43 K in an iron-based layered compound $La[O_{1-x}F_x]FeAs$ / Hiroki Takahashi, Kazumi Igawa, Kazunobu Arii [et al.] // Nature. – 2008. – V. 453, № 7193. – P. 376 – 378.
39. Superconductivity at 55 K in Iron-Based F-Doped Layered Quaternary Compound $Sm[O_{1-x}F_x]FeAs$ / Ren Zhi-An, Lu Wei, Yang Jie [et al.] // Chinese Physics Letters. – 2008. – V. 25, № 6. – P. 2215 – 2216.
40. Phase diagram and electronic indication of high-temperature superconductivity at 65 K in single-layer FeSe films / Shaolong He, Junfeng He, Wenhao Zhang [et al.] // Nature Materials. – 2013. – V. 12, № 7. – P. 605 – 610.

41. Intrinsic Josephson effects in $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ single crystals / R. Kleiner, F. Steinmeyer, G. Kunkel [et al.] // *Physical Review Letters*. – 1992. – V. 68, № 15. – P. 2394 – 2397.
42. Josephson B.D. Possible new effects in superconductive tunnelling / B.D. Josephson // *Physics Letters*. – 1962. – V. 1, № 7. – P. 251 – 253.
43. Gurvitch M. High quality refractory Josephson tunnel junctions utilizing thin aluminum layers / M. Gurvitch, W.A. Washington and H.A. Huggins // *Applied Physics Letters*. – 1983. – V. 42, № 5. – P. 472 – 474.
44. Fabrication of $\text{Al}/\text{AlO}_x/\text{Al}$ Josephson junctions and superconducting quantum circuits by shadow evaporation and a dynamic oxidation process / Wu Yu-Lin, Deng Hui, Yu Hai-Feng [et al.] // *Chinese Physics B*. – 2013. – V. 22, № 6. – P. 060309-1 – 060309-5.
45. Гинзбург В.Л. К теории сверхпроводимости / В.Л. Гинзбург и Л.Д.Ландау // *Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики*. – 1950. – Т. 20. – С. 1064 – 1081.
46. Lawrence W.E. Theory of layer structure superconductors / W.E. Lawrence and S. Doniach // *Proceedings of the Twelfth International Conference on Low Temperature Physics, September 4-10, 1970. – Kyoto, Japan, 1971. – P. 361.*
47. Chen Z. On the Lawrence-Doniach model for layered superconductors / Z. Chen, K.H. Hoffmann, J. Jiang // *European Journal of Applied Mathematics: Cambridge University Press*. – 1997. – V. 8, № 4. – P. 369 – 387.
48. Chapman S. Jonathan On the Lawrence-Doniach and Anisotropic Ginzburg-Landau Models for Layered Superconductors / S. Jonathan Chapman, Qiang Du, Max D. Gunzburger // *SIAM Journal on Applied Mathematics*. – 1995. – V. 55, № 1. – P. 156 – 174.
49. On the applicability of the layered sine-Gordon model for Josephson-coupled high- T_c layered superconductors / I. Nandori, U.D. Jentschura, S. Nagy [et al.] // *Journal of Physics: Condensed Matter*. – 2007. – V. 19, № 23. – P. 236226-1 – 236226-7.

50. Sakai S. Fluxons in thin-film superconductor-insulator superlattices / S. Sakai, P. Bodin, N.F. Pedersen // *Journal of Applied Physics*. – 1993. – V. 73, № 5. – P. 2411 – 2314.
51. Tachiki M. Current Understanding of Josephson Plasma Theory and Experiments in HTSC / M. Tachiki, M. Machida // *Physica C*. – 2000. – V. 341-348, Part 3. – P. 1493 – 1498.
52. Time-dependent equations for phase differences and a collective mode in Josephson-coupled layered superconductors / L.N. Bulaevskii, M. Zamora, D. Baeriswyl [et al.] // *Physical Review B*. – 1994. – V. 50, № 17. – P. 12831 – 12834.
53. Theory of the superconducting phase and charge dynamics in intrinsic Josephson-junction systems: microscopic foundation for longitudinal Josephson plasma and phenomenological dynamical equations / M. Machida, T. Koyama, A. Tanaka [et al.] // *Physica C*. – 2000. – V. 331, № 1. – P. 85 – 96.
54. Tachiki M. Electromagnetic phenomena related to a low-frequency plasma in cuprate superconductors / M. Tachiki, T. Koyama, S. Takahashi // *Physical Review B*. – 1994. – V. 50, № 10. – P. 7065 – 7084.
55. Bulaevskii L.N. Low Frequency Magneto-optical Properties of Josephson-Coupled Superconductors / L.N. Bulaevskii, M.P. Maley, M. Tachiki // *Physical Review Letters*. – 1995. – V. 74, № 5. – P. 801 – 804.
56. Longitudinal Josephson-plasma excitation in $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$: Direct observation of the Nambu-Goldstone mode in a superconductor / K. Kadowaki, I. Kakea, M.B. Gaifullin [et al.] // *Physical Review B*. – 1997. – V. 56, № 10. – P. 5617 – 5621.
57. Savel'ev S. Surface Josephson Plasma Waves in Layered Superconductors / S. Savel'ev, V. Yampol'skii, F. Nori // *Physical Review Letters*. – 2005. – V. 95, № 18. – P. 187002-1 – 187002-4.
58. THz detectors using surface Josephson plasma waves in layered superconductors / S. Savel'ev, V. Yampol'skii, A.L. Rakhmanov [et al.] // *Physica C*. – 2006. – V. 445-448. – P. 183 – 185.

59. Using Josephson vortex lattices to generate, detect and control THz radiation / S. Savel'ev, V. Yampol'skii, A. Rakhmanov [et al.] // *Physica C*. – 2006. – V. 437-438. – P. 281 – 284.
60. Surface plasma waves across the layers of intrinsic Josephson junctions / V.A. Yampol'skii, D.R. Gulevich, S. Savel'ev [et al.] // *Physical Review B*. – 2008. – V. 78, № 5. – P. 054502-1 – 054502-4.
61. Excitation of surface Josephson plasma waves in layered superconductors / V.A. Yampol'skii, A.V. Kats, M.L. Nesterov [et al.] // *Physical Review B*. – 2007. – V. 76, № 22. – P. 224504-1 – 224504-7.
62. Resonance effects due to the excitation of surface Josephson plasma waves in layered superconductors / V.A. Yampol'skii, A.V. Kats, M.L. Nesterov [et al.] // *Physical Review B*. – 2009. – V. 79, № 21. – P. 214501-1 – 214501-8.
63. Excitation of surface plasma waves across the layers of intrinsic Josephson junctions / D.V. Kadygrob, V.A. Golick, V.A. Yampol'skii [et al.] // *Physical Review B*. – 2009. – V. 80, № 21. – P. 184512-1 – 184512-10.
64. Layered superconductors as negative-refractive-index metamaterials / A.L. Rakhmanov, V.A. Yampol'skii, J.A. Fan [et al.] // *Physical Review B*. – 2010. – V. 81, № 7. – P. 075101-1 – 075101-6.
65. Controlled terahertz frequency response and transparency of Josephson chains and superconducting multilayers / V.A. Yampol'skii, S. Savel'ev, O.V. Usatenko [et al.] // *Physical Review B*. – 2007. – V. 75, № 1. – P. 014527-1 – 014527-7.
66. Zhang X.-C. Three-dimensional terahertz wave imaging / X.-C. Zhang // *Philosophical Transactions of the Royal Society A*. – 2004. – V. 362, № 1815. – P. 283 – 299.
67. van der Valk N.C.J. Towards terahertz near-field microscopy / N.C.J. van der Valk, P.C.M. Planken // *Philosophical Transactions of the Royal Society A*. – 2004. – V. 362, № 1815. – P. 315 – 321.
68. Label-free THz sensing of genetic sequences: towards “THz biochips” / P.H. Bolvar, M. Nagel, F. Richter [et al.] // *Philosophical Transactions of the Royal Society A*. –

2004. – V. 362, № 1815. – P. 323 – 335.
69. Dobroiu A. Terahertz-wave sources and imaging applications / A. Dobroiu, C. Otani, K. Kawase // *Measurement Science and Technology*. – 2006. – V. 17, № 11. – P. R161 – R174.
 70. Quantum cascade lasers / F. Capasso, C. Gmachl, D.L. Sivco [et al.] // *Physics Today*. – 2002. – V. 55, № 5. – P.34 – 40.
 71. Active terahertz metamaterial devices / H.-T. Chen, W.J. Padilla, J.M.O. Zide [et al.] // *Nature*. – 2006. – V. 444, № 7119. –P. 597 – 600.
 72. Reconfigurable terahertz plasmonic antenna concept using a graphene stack / M. Tamagnone, J.S. Gómez-Daz, J.R. Mosig [et al.] // *Applied Physics Letters*. – 2012. – V. 101, № 21. – P. 214102-1 – 214102-5.
 73. Yanson I.K. Experimental observation of the tunnel effect of Cooper pairs with the emission of photons / I.K. Yanson, V.M. Svistunov, I.M. Dmitrenko // *JETP Letters*. – 1965. – V. 21, № 3. – P. 650 – 652.
 74. Investigation of Microwave Radiation Emitted by Josephson Junctions / D.N. Langenberg, D.J. Scalapino, B.N. Taylor [et al.] // *Physical Review Letters*. – 1965. – V. 15, № 7. – P. 294 – 297.
 75. Darula M. Millimetre and sub-mm wavelength radiation sources based on discrete Josephson junction arrays / M. Darula, T. Doderer, S. Beuven // *Superconductor Science and Technology*. – 1999. – V. 12, № 1. – P. R1 – R26.
 76. Mutual phase-locking in Josephson junction arrays / A.K. Jain, K.K. Likharev, J.E. Lukens [et al.] // *Physics Reports*. – 1984. – V. 109, № 6. – P. 309 – 426.
 77. Koshelets V.P. Integrated superconducting receivers / V.P. Koshelets, S.V. Shitov // *Superconductor Science and Technology*. – 2000. – V. 13, № 5. – P. R53 – R69.
 78. Demonstration of Josephson effect submillimeter wave sources with increased power / S. Han, B. Bi, W. Zhang [et al.] // *Applied Physics Letters*. – 1994. – V. 64, № 11. – P. 1424 – 1426.
 79. Booi P.A.A. High power generation with distributed Josephson-junction arrays /

- P.A.A. Booij, S.P. Benz // *Applied Physics Letters*. – 1996. – V. 68, № 26. – P. 3799-3801.
80. Koyama T. Plasma excitation by vortex flow / T. Koyama, M. Tachiki // *Solid State Communications*. – 1995. – V. 96, № 6. – P. 367 – 371.
81. Emission of continuous coherent terahertz waves with tunable frequency by intrinsic Josephson junctions / M. Tachiki, M. Iizuka, K. Minami [et al.] // *Physical Review B*. – 2005. – V. 71, № 13. – P. 134515-1 – 134515-5.
82. Emission of Coherent THz Radiation from Superconductors. / L. Ozyuzer, A.E. Koshelev, C. Kurter [et al.] // *Science*. – 2007. – V. 318, № 5854. – P. 1291 – 1293.
83. Kadowaki K. Direct observation of terahertz electromagnetic waves emitted from intrinsic Josephson junctions in single crystalline $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ / K. Kadowaki, H. Yamaguchi, K. Kawamata // *Physica C*. – 2008. – V. 468, № 7-10. – P. 634 – 639.
84. Savel'ev S. Using Josephson Vortex Lattices to Control Terahertz Radiation: Tunable Transparency and Terahertz Photonic Crystals / S. Savel'ev, A. Rakhmanov, F. Nori // *Physical Review Letters*. – 2005. – V. 94, № 15. – P. 157004-1 – 157004-4.
85. Kleiner R. Filling the Terahertz Gap / R. Kleiner // *Science*. – 2007. – V. 318, № 5854. – P. 1254 – 1255.
86. Generation of tunable terahertz out-of-plane radiation using Josephson vortices in modulated layered superconductors / S. Savel'ev, V. Yampol'skii, A. Rakhmanov [et al.] // *Physical Review B*. – 2005. – V. 72, № 14. – P. 144515-1 – 144515-7.
87. Using Josephson vortex lattices to generate, detect and control THz radiation / S. Savel'ev, V. Yampol'skii, A. Rakhmanov [et al.] // *Physica C*. – 2006. – V. 437-438. – P. 281 – 284.
88. Generation of tunable terahertz radiation using Josephson vortices: Transition and Cherenkov radiation / S. Savel'ev, V. Yampol'skii, A. Rakhmanov [et al.] // *Physica C*. – 2006. – V. 445-448. – P 175 – 179.
89. Koyama T. Plasma excitation by vortex flow / T. Koyama, M. Tachiki // *Solid State*

- Communications. – 1995. – V. 96, № 6. – P. 367 – 371.
90. Josephson vortex motion in stacks of intrinsic Josephson junctions in $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+x}$ / G. Hechtfisher, R. Kleiner, A.V. Ustinov [et al.] // Applied Superconductivity. – 1997. – V. 5, № 7-12. – P. 303 – 312.
 91. High frequency applications of intrinsic Josephson junctions in mesa structures on $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+y}$ single crystals / G. Hechtfisher, W. Walkenhorst, G. Kunkel [et al.] // IEEE Transactions on Applied Superconductivity. – 1997. – V. 7, № 2. – P. 2723 – 2726.
 92. Shapiro Step Response in the Coherent Josephson Flux Flow State of $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ / Yu.I. Latyshev, M.B. Gaifullin, T. Yamashita [et al.] // Physical Review Letters. – 2001. – V. 87, № 24. – P. 247007-1 – 247007-4.
 93. Bulaevskii L.N. Radiation due to Josephson Oscillations in Layered Superconductors / L.N. Bulaevskii, A.E. Koshelev // Physical Review Letters. – 2007. – V. 99, № 5. – P. 057002-1 – 057002-5.
 94. Reflectivity and Microwave Absorption in Crystals with Alternating Intrinsic Josephson Junctions / Ch. Helm, L.N. Bulaevskii, E.M. Chudnovsky [et al.] // Physical Review Letters. – 2002. – V. 89, № 5. – P. 057003-1 – 057003-4.
 95. Koyama T. I-V characteristics of Josephson-coupled layered superconductors with longitudinal plasma excitations / T. Koyama, M. Tachiki // Physical Review B. – 1996. – V. 54, № 22. – P. 16183 – 16191.
 96. Artemenko S.N. Stability, collective modes and radiation from sliding Josephson vortex lattice in layered superconductors / S.N. Artemenko, S.V. Remizov // Physica C. – 2001. – V. 362, № 1-4. – P. 200 – 204.
 97. Artemenko S.N. Excitation of plasma oscillations during the motion of Josephson vortices in layered superconductors / S.N. Artemenko, S.V. Remizov // JETP Letters. – 1997. – V. 66, № 12. – P. 853 – 859.
 98. Kim Yu.H. Collective Josephson vortex dynamics in long Josephson junction stacks /

- Yu.H. Kim, J. Pokharel // *Physica C*. – 2003. – V. 384, № 4. – P. 425 – 436.
99. Shafranjuk S.E. Penetration of ac fields into anisotropic layered superconductors / S.E. Shafranjuk, M. Tachiki, T. Yamashita // *Physical Review B*. – 1997. – V. 55, № 13. – P. 8425 – 8429.
100. Helm Ch. Optical properties of layered superconductors near the Josephson plasma resonance / Ch. Helm, L.N. Bulaevskii // *Physical Review B*. – 2002. – V. 66, № 9. – P. 094514-1 – 094514-23.
101. Ryndyk D.A. Collective Dynamics of Intrinsic Josephson Junctions in High- T_c Superconductors / D.A. Ryndyk // *Physical Review Letters*. – 1998. – V. 80, № 15. – P. 3376 – 3379.
102. Gurevich A. Charge Effects and Josephson Plasma Resonance on Planar Defects in High-Temperature Superconductors / A. Gurevich, M. Tachiki // *Physical Review Letters*. – 1999. – V. 83, № 1. – P. 183 – 186.
103. Static charge coupling of intrinsic Josephson junctions / Ch. Helm, J. Keller, Ch. Peris [et al.] // *Physica C*. – 2001. – V. 362, № 1-4. – P. 43 – 50.
104. Shukrinov Y.M. Current-voltage characteristics of intrinsic Josephson junctions with charge-imbalance effect / Y.M. Shukrinov, F. Mahfouzi // *Physica C*. – 2007. – V. 460-462, Part 2. – P. 1303 – 1304.
105. Charge-imbalance effects in intrinsic Josephson systems / S. Rother, Y. Koval, P. Müller [et al.] // *Physical Review B*. – 2003. – V. 67, № 2. – P. 024510-1 – 024510-8.
106. Koshelev A.E. Role of in-plane dissipation in dynamics of a Josephson vortex lattice in high-temperature superconductors / A.E. Koshelev // *Physical Review B*. – 2000 – V. 62, № 6. – P. R3616 – R3619.
107. Latishev Yu.I. Probing quasiparticle dynamics in $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ with a driven Josephson vortex lattice / Yu.I. Latishev, A.E. Koshelev, L.N. Bulaevskii // *Physical Review B*. – 2003. – V. 68, № 13. – P. 134504-1 – 134504-10.
108. Mills D.L. *Nonlinear optics: basic concepts* / D.L. Mills – Berlin: Springer, 1998. – 263 p.

109. Bloembergen N. *Nonlinear Optics* / N. Bloembergen – Singapore: World Scientific, 1996. – 172 p.
110. Rajaraman R. *Solitons and Instantons, An Introduction to Solitons and Instantons in Quantum Field Theory* / R. Rajaraman – Amsterdam: North-Holland, 1987. – 418 p.
111. Olsen O.H. Hysteresis in rf-driven large-area josephson junctions / O.H. Olsen, M.R. Samuelsen // *Physical Review B*. – 1986. – V. 34, № 5. – P. 3510 – 3512.
112. Layered superconductors as nonlinear waveguides for terahertz waves / S. Savel'ev, V.A. Yampol'skii, A.L. Rakhmanov [et al.] // *Physical Review B*. – 2007. – V. 75, № 18. – P. 184503-1 – 184503-8.
113. Self-induced tunable transparency in layered superconductors / S.S. Apostolov, Z.A. Maizelis, M.A. Sorokina [et al.] // *Physical Review B*. – 2010. – V. 82, № 14. – P. 144521-1 – 144521-8.
114. Optical excitation of Josephson plasma solitons in a cuprate superconductor / A. Dienst, E. Casandruc, D. Fausti [et al.] // *Nature Materials*. – 2013. – V. 12, № 6. – P. 535 – 541.
115. Khankina S.I. Josephson plasma oscillations in confined layered superconductors / S.I. Khankina, V.M. Yakovenko, V.A. Yampol'skii // *Low Temperature Physics*. – 2012. – V. 38, № 3. – P. 193 – 198.