

ЗАТВЕРДЖУЮ

Директор

ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна НАН України

чл.-кор. НАН України



Ю.І.Найдюк

«7» квітня 2023 р.

ВИСНОВОК

про наукову новизну, теоретичне та практичне значення результатів дисертації на здобуття ступеня доктора філософії з галузі знань

11 «Математика та статистика» за спеціальністю 111 «Математика»

СУХОРЕБСЬКОЇ Дар'ї Дмитрівни

«ПРОСТІ ЗАМКНЕНІ ГЕОДЕЗИЧНІ НА ПРАВИЛЬНИХ ТЕТРАЕДРАХ У ПРОСТОРАХ ПОСТІЙНОЇ КРИВИНИ»

Витяг з протоколу № 1

від 7 квітня 2023 р.

фахового семінару-спільного засідання відділу диференціальних рівнянь і геометрії Фізико-технічного інституту низьких температур ім. Б. І. Веркіна Національної академії наук України та Математичного відділення Фізико-технічного інституту низьких температур ім. Б. І. Веркіна Національної академії наук України

Голова - головний наук. співр. відділу диференціальних рівнянь і геометрії, академік НАН України, доктор фіз.-мат.наук, професор, Хруслов Є.Я.

Секретар - учений секретар Математичного відділення ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна НАН України, кандидат фіз.-мат.наук, старший наук. співр. Миронюк М.В.

Присутні співробітники ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна НАН України, члени Вченої ради Математичного відділення ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна НАН України:

- Фельдман Г.М. , заст. директора з наукової роботи – керівник математичного відділення ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна НАН України, член-кореспондент НАН України, доктор фіз.-мат.наук, професор,
- Амінов Ю.А., головний наук. співр. відділу диференціальних рівнянь і геометрії, доктор фіз.-мат.наук, професор,
- Бархаев П.Ю., наук. співр. відділу теорії функцій, кандидат фіз.-мат. наук,

- Болотов Д.В., провідний наук. співр. відділу диференціальних рівнянь і геометрії, доктор фіз.-мат.наук,
- Борисенко О.А., головний наук. співр. відділу диференціальних рівнянь і геометрії, академік НАН України, доктор фіз.-мат.наук, професор (*науковий керівник*),
- Венгеровський В.В., наук. співр. відділу математичної фізики, кандидат фіз.-мат. наук,
- Горькавий В.О., провідний наук. співр. відділу диференціальних рівнянь і геометрії, доктор фіз.-мат. наук,
- Гукалов О.О. наук. співр. відділу математичної фізики, кандидат фіз.-мат. наук,
- Даниленко О.І., провідний наук. співр. відділу теорії функцій, доктор фіз.-мат.наук,
- Єгорова І.Є., провідний наук. співр. відділу математичної фізики, доктор фіз.-мат.наук,
- Звягін А.А., провідний наук. співр. відділу математичної фізики, доктор фіз.-мат.наук, доцент,
- Золотарьов В.О., провідний наук. співр. відділу теорії функцій, доктор фіз.-мат.наук, доцент,
- Зуєва Т.І., старший наук. співр. відділу диференціальних рівнянь і геометрії, кандидат фіз.-мат. наук,
- Карпенко І.М., молодший наук. співр. відділу диференціальних рівнянь і геометрії,
- Костенко О.В., наук. співр. відділу диференціальних рівнянь і геометрії, кандидат фіз.-мат. наук,
- Котляров В.П., головний наук. співр. відділу математичної фізики, доктор фіз.-мат.наук, професор,
- Марченко В.А. старший наук. співр. відділу теорії функцій, кандидат фіз.-мат.наук,
- Миронюк М.В. старший наук. співр. відділу теорії функцій, кандидат фіз.-мат.наук (*секретар ради*),
- Нессонов М.І., провідний наук. співр. відділу теорії функцій, доктор фіз.-мат.наук, доцент,
- Рибалко В.О., провідний наук. співр. відділу диференціальних рівнянь і геометрії, доктор фіз.-мат.наук,
- Рибалко Я.В., наук. співр. відділу диференціальних рівнянь і геометрії, доктор філософії,

- Хруслов Є.Я., головний наук. співр. відділу диференціальних рівнянь і геометрії, академік НАН України, доктор фіз.-мат.наук, професор,
- Фардигола Л.В., провідний наук. співр. відділу теорії функцій, доктор фіз.-мат.наук, доцент,
- Халіна К.С., наук. співр. відділу теорії функцій, кандидат фіз.-мат.наук,
- Шепельський Д.Г., зав. відділу диференціальних рівнянь і геометрії, доктор фіз.-мат.наук.

Всього: докторів наук – 15, кандидатів наук – 9, без наукового ступеня – 1.

У тому числі фахівців із галузі науки, що відноситься до спеціальності дисертації, докторів наук – 15, кандидатів наук – 9, без наукового ступеня – 1.

СЛУХАЛИ:

Апробацію дисертації «Прості замкнені геодезичні на правильних тетраедрах у просторах постійної кривини», яку провела аспірантка ФТІНТ ім. Б.І.Веркіна НАН України Дар'я Сухоребська, виступивши з науковою доповіддю та представивши основні наукові результати дисертації.

У доповіді Д.Сухоребська обґрунтувала актуальність теми, сформулювала мету і завдання дослідження, його наукову новизну, практичну і теоретичну значимість, розповіла зміст і структуру роботи, її основні результати і методи її отримання, підсумувала доповідь висновками.

В обговоренні взяли участь:

- **науковий керівник**, головний науковий співробітник відділу диференціальних рівнянь і геометрії ФТІНТ ім. Б.І.Веркіна НАН України, доктор фіз.-мат. наук, академік НАН України, професор Борисенко О.А. (*виступ позитивний*).
- провідний наук. співр. відділу диференціальних рівнянь і геометрії, доктор фіз.-мат.наук Болотов Д.В. (*виступ позитивний*);
- провідний наук. співр. відділу диференціальних рівнянь і геометрії, доктор фіз.-мат. наук Горькавий В.О. (*виступ позитивний*).
- головний наук. співр. відділу диференціальних рівнянь і геометрії, академік НАН України, доктор фіз.-мат. наук, професор Хруслов Є.Я. (*виступ позитивний*).

На всі поставлені питання доповідач дав ґрунтовні відповіді. Виступаючі відмітили актуальність теми дослідження, новизну та значну наукову цінність отриманих результатів і зазначили, що робота виконана самостійно і відповідає всім вимогам на здобуття наукового ступеня доктора філософії.

На підставі доповіді здобувача, відповідей на запитання учасників фахового семінару, наукової дискусії та обговорення дисертації учасниками фахового семінару, спільне зібрання дійшло до **висновку**:

1. Дисертація Дар'ї Сухорєбської «Прості замкнені геодезичні на правильних тетраедрах у просторах постійної кривини» на здобуття ступеня доктора філософії з галузі знань 11 «Математика та статистика» за спеціальністю 111 «Математика» є цілісною та завершеною науковою працею теоретичного характеру на актуальну тему, виконаною на високому математичному рівні.

Дисертацію підготовлено у Фізико-технічному інституті низьких температур ім. Б.І. Веркіна Національної академії наук України.

Тему дисертаційної роботи Дар'ї Сухорєбської було затверджено на засіданні Вченої ради ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна НАН України від 12 грудня 2019 року (протокол № 11). Нова редакція назви дисертаційної роботи, ухвалена Вченою радою Математичного відділення ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна НАН України (протокол № 1 від 19 січня 2022 року) та затверджена Вченою ради ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна НАН України 28 січня 2022 року (протокол № 1).

Науковим керівником Дар'ї Сухорєбської було призначено головного наукового співробітника відділу диференціальних рівнянь і геометрії ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна НАН України, доктора фіз.-мат. наук, академіка НАН України, професора О.А. Борисенко (наказ директора ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна НАН України від 17 вересня 2019 року № 103-ОД).

Дослідження, які склали основу дисертаційної роботи, проводились в рамках науково-дослідних робіт тематичного плану ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна НАН України «Геометричні та асимптотичні методи в теорії крайових задач математичної фізики» (номер державної реєстрації 0116U005036) та «Аналітичні і асимптотичні методи математичної фізики і геометрії» (номер державної реєстрації 0121U108115).

2. Актуальність теми дослідження. Задача пошуку замкнених геодезичних ліній на двовимірній поверхні була сформульована як окрема тема для досліджень на початку ХХ сторіччя. Замкнені геодезичні траєкторії на однозв'язних компактних поверхнях з'явилися як періодичні розв'язки інтегрованого граничного випадку плоскої обмеженої задачі трьох тіл. Люстерніком і Шнірельманом у 1929 році було доведено, що на регулярній замкненій опуклій поверхні існує щонайменше три прості замкнені геодезичні. Якщо замкнена поверхня має постійну від'ємну кривину, то на ній існує нескінченно багато замкнених геодезичних. У 2008 році Мірзахані довела, що на число простих замкнених геодезичних обмеженої довжини на двовимірній

замкненій поверхні постійної від'ємної кривини має поліноміальний порядок росту.

Задача пошуку замкнених геодезичних на нерегулярних поверхнях суттєво відрізняється від регулярного випадку. Це пов'язано із тим, що геодезичні не можуть проходити через точки з повним кутом менше 2π . Існують нерегулярні замкнені опуклі поверхні, які не мають простих замкнених геодезичних. Багато результатів з поведінки геодезичних на багатогранниках у евклідовому просторі були доведені на початку ХХІ сторіччя. Наприклад, у 2006 Д.Фукс і К.Фукс доповнили і систематизували результати по замкненим геодезичним на правильних багатогранниках у евклідовому просторі. У 2018 році Акопян і Петрунін довели, що якщо на замкненій опуклій поверхні евклідового простору існує довільно довга геодезична, то ця поверхня є тетраедром, усі грані якого правильні трикутники.

Правильні тетраедри у сферичному просторі або у просторі Лобачевського мають ненульову кривину граней тетраедра. І внутрішня геометрія таких поверхонь залежить від величини кута грані тетраедра. Тому властивості простих замкнених геодезичних на правильних тетраедрах у просторах постійної кривини k різняться в залежності від знаку k .

Група поворотів тетраедра є скінченною підгрупою групи ізометрії сфери. Тому цікаво було дослідити підмноговиди, група ізометрії яких містить групу ізометрії сфери, тобто підмноговиди обертання. На таких підмноговидях існує природня метрика обертання. Тим не менш, існує локально ізометричне вкладення підмноговиду з індукованою метрикою обертання не у вигляді підмноговиду обертання. Тому цікаво знайти додаткову умову на зовнішні властивості підмноговидів з метрикою обертання, щоб вони були підмноговидами обертання. Ця умова була знайдена для випадку, коли підмноговид з метрикою обертання локально ізометрично вкладається у евклідовий простір. У роботі доведено узагальнення цієї умови для підмноговидів простору Лобачевського.

Актуальність описаних проблем, їх теоретичне та практичне значення й зумовили вибір теми дослідження.

3. Наукові положення, розроблені особисто дисертантом, та їх новизна.

У дисертаційній роботі вперше отримано наступні результати:

- доведено, що на правильному тетраедрі у сферичному просторі існує скінченна кількість простих замкнених геодезичних;

- знайдено оцінку знизу на кут грані тетраедра, за якої на правильному тетраедрі у сферичному просторі не існує простої замкненої геодезичної даного типу;
- знайдено оцінку зверху на кут грані тетраедра, за якої проста замкнена геодезична даного типу існує на правильному тетраедрі у сферичному просторі;
- дана повна класифікація простих замкнених геодезичних на правильному тетраедрі у просторі Лобачевського;
- знайдена асимптотика числа простих замкнених геодезичних довжини обмеженої зверху на правильному тетраедрі у просторі Лобачевського;
- узагальнено умову на зовнішні властивості підмноговиду малої ковимірності з індукованою метрикою обертання, за якої даний підмноговид є підмноговидом обертання у просторі Лобачевського.

4. Достовірність результатів та обґрунтованість положень і висновків дисертаційної роботи.

Наукові положення, що виносяться на захист, строго обґрунтовані, сформульовані та доведені у вигляді теорем та опубліковані у наукових фахових журналах, які включено до міжнародних наукометричних баз, тому їх достовірність не викликає сумнівів. Всі основні результати дисертації обговорювалися на міжнародних конференціях та семінарах у наукових центрах.

5. Повнота викладу матеріалів дисертації в публікаціях та особистий внесок здобувача в публікації.

Основні положення дисертації опубліковано в **семи** наукових працях, серед яких **дві** статті у науковому виданні України, що входить до міжнародних наукометричних баз (Scopus, Web of Science) і відноситься до квартилю Q3, **дві** статті, яка належить до наукового фахового видання України. Також результати дисертації додатково відображені у **трьох** тезах конференцій.

Наукові праці, в яких опубліковані основні результати дисертації:

публікації у науковому виданні України,

що входить до міжнародних наукометричних баз:

1. D. Sukhorebska, "Simple closed geodesics on regular tetrahedra in spaces of constant curvature", J. Math. Phys. Anal. Geom., 4 (2022), p. 562-610.

<https://doi.org/10.15407/mag18.04.562> (Scopus, квартиль **Q3**)

2. D. Sukhorebska, "Multidimensional Submanifolds with Metric of Revolution in Hyperbolic Space", J. Math. Phys. Anal. Geom., 18:2 (2022),

p. 269-285. <https://doi.org/10.15407/mag18.02.269> (Scopus, квартиль **Q3**)

публікації у наукових фахових видань України:

3. A. Borisenko, D. Sukhorebska, “A classification of simple closed geodesics on regular tetrahedra in the Lobachevsky space”, Reports of the National Academy of Science of Ukraine, 4 (2019), p. 3-9.

<https://doi.org/10.15407/dopovidi2019.04.003>

4. D. Sukhorebska, “Necessary condition for the existence of a simple closed geodesic on a regular tetrahedron in the spherical space”, Reports of the National Academy of Science of Ukraine, 10 (2020), p. 9-14.

<https://doi.org/10.15407/dopovidi2020.10.009>

Наукові праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації:

5. D. Sukhorebska, A. Borisenko, “Complete classification of simple closed geodesics on regular tetrahedra in Lobachevsky space”, International Conference “Geometry, Differential Equations and Analysis”, Kharkiv, Ukraine (June 17-21, 2019).

6. D. Sukhorebska, A. Borisenko, “Geodesics on regular tetrahedra in spherical space”, International scientific online conference “Algebraic and geometric methods of analysis”, Odesa, Ukraine (May 26-30, 2020).

7. D. Sukhorebska, A. Borisenko, “Simple closed geodesics on regular tetrahedra in spaces of constant curvature”, 8th European Congress of Mathematics (8ECM), Portoroz, Slovenia (June 20-26, 2021).

Результати дисертаційної роботи повністю відображено у публікаціях. Постановка задач, розглянутих у статтях 1-4 належать науковому керівникові. Усі результати, включені до дисертації, були отримані автором особисто, з використанням консультацій наукового керівника за необхідністю. Дисертаційна робота не містить елементів плагіату.

6. Апробація матеріалів дисертації.

Отримані у дисертаційній роботі результати обговорювалися та доповідалися на наступних міжнародних конференціях, семінарах та воркшопах:

1. International Conference “Geometry, Differential Equations and Analysis”, Kharkiv, Ukraine, June 17-21, 2019: “Complete classification of simple closed geodesics on regular tetrahedra in Lobachevsky space”.

2. Lake Como School of Advanced Studies “Geometric Analysis on Riemannian and Singular Metric Measure Spaces (3rd edition)”, Como, Italy, July 1-5, 2019: “Simple closed geodesics on regular tetrahedra in hyperbolic space”.

3. Seminar of the topology laboratory of the Institute of Mathematics of National Academy of Sciences of Ukraine, the head: Prof. Dr. S. Maksymenko, Kyiv, Ukraine,

April 12, 2019: "Simple closed geodesics on regular tetrahedra in Lobachevsky space".

4. Kharkiv State Geometric Seminar, the head: Prof. Dr. A. Borisenko, Kharkiv, Ukraine, February, 10 and 17, 2020: "Simple closed geodesics on regular tetrahedra in spherical space".

5. Workshop on Curvature and Global Shape, Münster, Germany, August 1-7, 2021 (poster presentation): "The structure of multidimensional submanifolds with induced metric of revolution in hyperbolic space".

6. Workshop «The Young Geometers Meeting on Geometric Analysis and Differential Geometry», Copenhagen, Denmark, April 19-23, 2021 (poster presentation): "Simple closed geodesics on regular tetrahedra in hyperbolic and spherical space".

7. Oberseminar of Differential geometry group at Mathematical Institute in WWU Münster, the head: Prof. Dr. B. Wilking, Münster, Germany, April 4, 2022: "Simple closed geodesics on regular tetrahedra in spaces of constant curvature".

8. Oberseminar of Geometry group at Institute of Algebra and Geometry in Karlsruhe Institute of Technology, the head: Prof. Dr. A. Lytchak, Karlsruhe, Germany, December 1, 2022: "Results on simple closed geodesics on regular tetrahedra in spherical and hyperbolic spaces".

7. Практичне та теоретичне значення дисертації.

Дисертаційна робота має теоретичний характер. Отримані результати можуть бути використані при розв'язанні глобальних нерегулярних варіаційних задач у фізиці та в інших прикладних задачах. Запропоновані методи будуть також використані у подальших дослідженнях поведінки геодезичних ліній на нерегулярних поверхнях.

УХВАЛИЛИ:

1. Розглянувши дисертацію та наукові публікації, у яких висвітлені основні наукові результати дисертації, а також за результатами засідання Вченої ради Математичного відділення ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна НАН України, прийнято рішення, що дисертаційна робота Сухорєбської Дар'ї Дмитрівни «Прості замкнені геодезичні на правильних тетраедрах у просторах постійної кривини», яка подана на здобуття ступеня доктора філософії, є завершеною науковою працею, складає вагомий внесок у розвиток теорії нерегулярних поверхонь, за своїм науковим рівнем та практичною цінністю, змістом та оформленням повністю відповідає вимогам пп.7, 8, 9 «Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення

разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії», затвердженому постановою Кабінету Міністрів України від 12 січня 2022 р. № 44 зі змінами від 21 березня 2022 р. № 341 та відповідає напряму наукового дослідження освітньо-наукової програми «Математика» ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна НАН України зі спеціальності 111 «Математика». Дисертація містить обґрунтовані висновки на основі одержаних здобувачем достовірних результатів, характеризується єдністю змісту та відповідає принципам академічної доброчесності.

2. На підставі попередньої експертизи дисертаційної роботи, доповіді здобувача, запитань присутніх і відповідей здобувача, обговорення учасниками засідання основних положень дисертації та виступів наукового керівника і рецензентів, ухвалити **висновок** про наукову новизну, теоретичне та практичне значення результатів дисертації Сухоребської Дар'ї Дмитрівни «Прості замкнені геодезичні на правильних тетраедрах у просторах постійної кривини» на здобуття ступеня доктора філософії зі спеціальності 111 «Математика».
3. Враховуючи високий рівень виконаних досліджень, а також наукову новизну результатів, їх теоретичне та практичне значення, **рекомендувати** дисертаційну роботу Сухоребської Дар'ї Дмитрівни «Прості замкнені геодезичні на правильних тетраедрах у просторах постійної кривини», до **офіційного захисту на здобуття** ступеня доктора філософії зі спеціальності 111 «Математика».

Результати голосування щодо рекомендацій до захисту дисертації Сухоребської Дар'ї Дмитрівни «Прості замкнені геодезичні на правильних тетраедрах у просторах постійної кривини» на здобуття ступеня доктора філософії з галузі знань 11 «Математика та статистика» за спеціальністю 111 «Математика»:

«За» - 26

«Проти» - 0

«Утримались» - 0

Головуючий на засіданні
академік НАН України,
доктор фіз.-мат. наук, професор,
головний науковий співробітник відділу
диференціальних рівнянь і геометрії
ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна НАН України



Хруслов Є.Я.