

## РІШЕННЯ СПЕЦІАЛІЗОВАНОЇ ВЧЕНОЇ РАДИ ПРО ПРИСУДЖЕННЯ СТУПЕНЯ ДОКТОРА ФІЛОСОФІЇ

Спеціалізована вчена рада ДФ 64.175.006 Фізико-технічного інституту низьких температур ім. Б.І. Веркіна Національної академії наук України, м. Харків, прийняла рішення про присудження ступеня доктора філософії з галузі знань 11 «Математика і статистика» за спеціальністю 111 «Математика» на підставі прилюдного захисту дисертації «Прості замкнені геодезичні на правильних тетраедрах у просторах постійної кривини» 19 Липня 2023 року.

**Сухорєбська Дар'я Дмитрівна**, 01.09.1996 року народження, громадянка України, освіта повна вища. У 2019 році закінчила факультет математики і інформатики Харківського національного університету ім. В.Н. Каразіна і здобула ступінь магістра за спеціальністю «Математика».

З 01.10.2019 року навчалась в аспірантурі Фізико-технічного інституту низьких температур ім. Б.І. Веркіна Національної академії наук України, м. Харків.

Дисертаційну роботу виконано у Відділі диференціальних рівнянь і геометрії Фізико-технічного інституту низьких температур ім. Б.І. Веркіна Національної академії наук України.

*Науковий керівник:* дійсний член (академік) НАН України, доктор фізико-математичних наук, професор, головний науковий співробітник відділу диференціальних рівнянь і геометрії Фізико-технічного інституту низьких температур ім. Б. І. Веркіна Національної академії наук України **Борисенко Олександр Андрійович**.

Здобувач має 7 наукових публікацій за темою дисертації, з них 2 статті у періодичному науковому виданні України, що належить до квартилю Q3 відповідно до класифікації SCImago Journal and Country Rank, 2 статті у науковому виданні, включеному до переліку наукових фахових видань України, 0 монографій:

1. Borisenko A.A., Sukhorebska D.D.: A classification of simple closed geodesics on regular tetrahedra in the Lobachevsky space. Reports of the National Academy of Sciences Ukraine. 4, 3-9 (2019).

<https://doi.org/10.15407/dopovidi2019.04.003>

2. Sukhorebska D.: Necessary condition for the existence of a simple closed geodesic on a regular tetrahedron in the spherical space. Reports of the National Academy of Sciences Ukraine, 10, 9-14 (2020).  
<https://doi.org/10.15407/dopovidi2020.10.009>
3. Sukhorebska D.: Simple closed geodesics on regular tetrahedra in spaces of constant curvature. J. Math. Phys. Anal. Geom., 18(4), 562-610 (2022).  
<https://doi.org/10.15407/mag18.04.562>
4. Sukhorebska D.: Multidimensional Submanifolds with Metric of Revolution in Hyperbolic Space. J. Math. Phys. Anal. Geom., 18(2), 269-285 (2022).  
<https://doi.org/10.15407/mag18.02.269>

У дискусії взяли участь голова і всі члени спеціалізованої вченої ради:

1. Оponent **Ямпольський Олександр Леонідович**, доктор фізико-математичних наук, професор, професор кафедри фундаментальної математики факультету математики і інформатики Харківського національного університету ім. В.Н. Каразіна, дав **позитивний відгук** із зауваженнями  
« 1) С. 32: «Надалі будемо вважати, що  $0 \leq p < q$ », та С. 71: «Не втрачаючи загальності, будемо вважати, що  $0 \leq \beta \leq \alpha/2$ .» – Доречно було б включити до дисертації обґрунтування цих тверджень.  
2) А також є певна кількість зауважень редакційного характеру.  
Зауважень, щодо достовірності та повноти викладення результатів, що суттєво впливали б на оцінку дисертаційної роботи, немає. Робота є цілісною завершеною науковою працею. Що повністю відповідає заявленій спеціальності 111 Математика. Отримані результати повністю відповідають заявленій меті дослідження.»
2. Оponent **Максименко Сергій Іванович**, член-кореспондент НАН України, доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач відділу алгебри і топології Інституту математики НАН України, надав **позитивний відгук**.  
«Проте є декілька зауважень щодо викладення матеріалу:  
1) В теоремі на стор. 3 варто було б сказати, що якщо  $\alpha$  знаходиться між  $\alpha_1$  і  $\alpha_2$ , то не зрозуміло чи існують такі геодезичні в цьому випадку;  
2) стор 4, теорема, п.3. Не зрозуміло що таке  $c(\alpha)$ . Воно визначене в теоремі 4.7, і варто було б сказати, що  $c(\alpha)$  – деяка функція від  $\alpha$ ;

- 3) стор. 34, Твердження 2.1. На мою думку наведене формулювання не зовсім зрозуміле. Мабуть краще сказати, що криві типу  $(p, q)$  розпадаються на класи попарно паралельних геодезичних. І більш того, ці класи попарно ізометричні, тобто для кожної пари класів існує ізометрія, яка переводить один в інший.
- 4) Доведення наслідку 3.4.1 не зовсім чітко – явно не вписано чому буде лише скінченне число таких геодезичних. В наслідку 3.3.1 варто було б явно відмітити, що для кожної пари  $(p, q)$  число простих замкнених геодезичних типу  $(p, q)$  на правильному тетраедрі в сферичному просторі є скінченним. Тоді з нього і з скінченності пар  $(p, q)$  таких, що  $p, q < N$  для кожного  $N$ , явно випливає б скінченність числа таких геодезичних.
- 5) Є ще декілька орфографічних помилок.

Вказані недоліки носять технічний характер, легко виправляються і не впливають ні на результати дисертації, ні на загальне дуже позитивне враження від неї. »

3. Рецензент **Золотарьов Володимир Олексійович**, доктор фізико-математичних наук, професор, провідний науковий ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна НАН України, надав **позитивну рецензію** на роботу, без зауважень. «Дисертація написана чітко, кожне твердження має ґрунтовне доведення. Публікації містять основні твердження дисертації. Рівень дисертації високий.»
4. Рецензент **Горькавий Василь Олексійович**, доктор фізико-математичних наук, доцент, старший науковий співробітник, провідний науковий співробітник ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна НАН України, **надав позитивну рецензію** із зауваженнями
  - «1) На сторінці 19 вперше згадується тип простої замкнутої геодезичної. Бажано було б навести чітко виокремлене твердження, що довільна проста замкнута геодезична на правильному тетраедрі в тримірному евклідовому просторі є геодезичною типу  $(p, q)$ . Опосередковано цей феномен пояснений на сторінках 33-34 і проілюстрований на малюнку 2.2. На мій погляд, він є фундаментально важливим в даній роботі і заслуговує на окреме формулювання.
  - 2) Інколи в тексті зустрічаються не дуже коректні з математичної точки зору словосполучення, наприклад – «геодезична перетинає точку», «вершини є кутами» і т.д. Крім того, при розгляді геодезичних ліній

на розгортках тетраедрів у сферичному і гіперболічному просторах не дуже вдалим, на мій погляд, є використання терміну «прямолінійний відрізок».

- 3) Бажано було б посилання на монографії якимось деталізувати, конкретизуючі відповідні розділи або сторінки (інколи це зроблено). Також бажано було б робити наскрізну нумерацію усіх тверджень в межах розділу, а не окремо для теорем, лем, тверджень і наслідків.
- 4) У тексті присутня певна кількість друкарських помилок як граматичних, так і математичного змісту. Наприклад, на с.44 вказано, що сегмент  $X_1Y_1$  перетинає ребро  $A_4A_3$  під прямим кутом, хоча насправді, здається, мова іде про перетин сегменту  $X_1Y_1$  з ребром  $A_4A_3$ . А на с.69 помилково вказано, що гранями тетраедра в гіперболічному просторі є сферичні трикутники.
- 5) У твердженні розділу 5, починаючи з Лема 5.1, не вказано область визначення координат  $u^1, \dots, u^l$  і тому може скластись уява, що результати мають локальний характер. З іншого боку, у деяких етапах доведення використовується «полярні» координати, що залучає глобальні властивості ріманових метрик, пов'язані з присутністю виділеної точки – полюса. Бажано було б це якимось деталізувати.

Підбиваючи підсумок, відзначу, що дисертаційна робота Д.Д.Сухоребської виконана на високому рівні.»

5. Голова ради **Хруслов Євген Якович**, академік НАН України, доктор фізико-математичних наук, професор, головний науковий співробітник ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна НАН України дав **позитивну оцінку** роботі, без зауважень.

**Загальна оцінка роботи і висновок.** Дисертація Сухоребської Дар'ї Дмитрівни на тему «Прості замкнені геодезичні на правильних тетраедрах у просторах постійної кривини» є актуальним завершеним науковим дослідженням.

У дисертаційній роботі дослідженню питання існування простих замкнених геодезичних на правильних тетраедрах у тривимірному сферичному просторі та у просторі Лобачевського. Для цього розроблені методи роботи з правильними тетраедрами у просторах постійної кривини. У евклідовому просторі кривина тетраедра зосереджена лише у його вершинах.

Класифікація простих замкнених геодезичних на правильному тетраедрі у евклідовому просторі слідує з розбиття евклідової площини правильними трикутниками та однозначному співвідношенню вершин триангуляції вершинам тетраедра. У сферичному просторі та у просторі Лобачевського кривина тетраедра визначається як вершинами так і гранями. До того ж внутрішня геометрія таких тетраедрів залежить від величини кута грані тетраедра. У цілому не існує розбиття двовимірної сфери чи площини Лобачевського довільними правильними трикутниками. Розгортки тетраедра вздовж геодезичної розглядаються як однопараметричне сімейство многокутників з внутрішньою метрикою з параметром – кутом грані тетраедра.

У роботі знайдена оцінка зверху на кут грані тетраедра сферичного простору, за якої існує проста замкнена геодезична на даного типу на цьому тетраедрі. Також знайдена оцінка знизу на кут грані такого тетраедра, за якої не існує простої замкненої геодезичної даного типу. У просторі Лобачевського дана повна класифікація простих замкнених геодезичних на правильному тетраедрі. Знайдена асимптотика числа таких геодезичних довжини не більше  $L$  на правильних тетраедрах у просторі Лобачевського.

Також у роботі розглянуто локальне ізометричне вкладення підмноговиду малої ковимірності з індукованою метрикою обертання у простір Лобачевського. Доведено, що підмноговид є підмноговидом обертання, якщо геодезичні координатні лінії індукованої метрики є лініями кривини підмноговиду.

Результати досліджень, наведені у дисертаційній роботі та опубліковані у наукових статтях, належать автору. Робота виконана з дотриманням усіх вимог академічної доброчесності. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело. За кількістю і рівнем публікацій, апробацією на міжнародних конференціях дисертаційна робота відповідає вимогам «Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії» №44 від 12.01.2022 р.

Рада вважає, що дисертація Сухоробської Дар'ї Дмитрівни на тему «Прості замкнені геодезичні на правильних тетраедрах у просторах постійної кривини», що подана на здобуття ступеня доктора філософії з галузі знань 11 «Математика і статистика» за спеціальністю 111 «Математика» є завершеним самостійним науковим дослідженням, сукупність результатів

якого розв'язує наукове завдання, що має істотне значення для галузі знань 11 «Математика і статистика», а за актуальністю, науковою новизною і практичною цінністю відповідає вимогам чинного законодавства України, «Порядку підготовки здобувачів вищої освіти ступеня доктора філософії та доктора наук у закладах вищої освіти (наукових установах)» затвердженого постановою Кабінету Міністрів України від 23.03.2016 р. № 261 та «Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії», затвердженого постановою Кабінету Міністрів України від 12.01.2022 р. № 44, а здобувачка Сухоребська Дар'я Дмитрівна заслуговує присудження ступеня доктора філософії з галузі знань 11 «Математика і статистика» за спеціальністю 111 «Математика».

Результати відкритого голосування:                    «За» - 5 членів ради,  
   «Проти» - немає  
   «Утримались» - немає

На підставі результатів відкритого голосування разова спеціалізована вчена рада ДФ 64.175.006 присуджує Сухоребській Дар'ї Дмитрівні ступінь доктора філософії з галузі знань 11 «Математика і статистика» за спеціальністю 111 «Математика».

Голова разової  
спеціалізованої вченої ради  
академік НАН України



Євген ХРУСЛОВ



ЗАСВІДУЮ  
Учений секретар ФІИТ  
д-р Б.І. Вершин НАН України  
Інститут фізико-математичних наук  
*Євгена Хруслів*  
*О.П. Каленченко*

20.07.2023