

ФІЗИКО-ТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ НИЗЬКИХ ТЕМПЕРАТУР
ім. Б.І. ВЕРКІНА НАЦІОНАЛЬНОЇ АКАДЕМІЇ НАУК УКРАЇНИ

Фізико-технічний інститут низьких температур
ім. Б.І. Веркіна Національної академії наук України

Кваліфікаційна наукова
праця на правах рукопису

Люль Максим Петрович

УДК 538.915, 538.945

ДИСЕРТАЦІЯ


**ДИНАМІЧНІ ПРОЦЕСИ У БАГАТОРІВНЕВИХ МЕЗОСКОПІЧНИХ
СИСТЕМАХ**

104 — Фізика та астрономія

10 — Природничі науки

Подається на здобуття наукового ступеня доктора філософії

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей,
результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело


М.П. Люль
(підпис здобувача)

Науковий керівник: **Шевченко Сергій Миколайович**, доктор фізико-
математичних наук, старший науковий співробітник

Харків 2023

АНОТАЦІЯ

Люль М. П. Динамічні процеси у багаторівневих мезоскопічних системах. — Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю 104 – «Фізика та астрономія» (10 – Природничі науки). – Фізико-технічний інститут низьких температур ім. Б.І. Веркіна Національної академії наук України, Харків, 2023.

Дисертацію присвячено детальному дослідженню та аналізу динамічних процесів, які відбуваються при взаємодії мезоскопічних дворівневих (кубітів) та багаторівневих (кудітів) систем зі збуджуючим сигналом.

У **вступі** визначено мету та основні завдання дослідження, стисло описано актуальність вибору теми дисертаційної роботи, зазначено об'єкт, предмет та методи дослідження. Сформульовано наукову новизну, а також практичне значення отриманих результатів. Наведено відомості про публікації, особистий внесок здобувача та апробацію результатів дисертації. Також описано структуру та обсяг представленої дисертаційної роботи.

Розділ 1 присвячено огляду та аналізу літератури за темою дисертації. В ньому розглянуто теоретичні та експериментальні аспекти дисертаційної роботи.

Проаналізовано експерименти, опису яких присвячено подальші розрахунки. Зокрема, було розглянуто твердотільний штучний атом у дворівневому наближенні - кубіт постійного струму, подвійну квантову точку, основу на кремнії, твердотільний штучний атом у чотирьохрівневому наближенні. Розглянуто кубіт постійного струму: описано його переваги та можливі сфери застосування та детально описано один з експериментів у якому така система вивчалася. Зокрема, приведено схему досліджуваного об'єкта, його схему енергетичних рівнів, зазначено параметри експерименту. Також наведено результати експерименту. Результатом експериментального дослідження стала інтерференційна картина: залежність ймовірності перебування системи у збудженому стані від напруги, що підведено до системи, та потокової відстройки.

Досліджено інформацію про властивості, поведінку, особливості подвійних квантових точок, зокрема було зазначено їхні можливі області

застосування та в цілому обґрунтовано актуальність вивчення такого роду систем. Також приведено схему пристрою, що використовувався під час проведення одного з експериментів, наведено параметри системи та збуджуючого сигналу. У пункті подано теоретичні відомості, які допомогли зв'язати теоретичні та експериментальні результати. Однією з головних задач розділу було представлення результатів, отриманих під час проведення експерименту. Цим результатом є інтерферометрія подвійної квантової точки: дослідження залежності фазової відповіді резонатора від енергетичної відстройки та амплітуди збуджуючого сигналу.

Вивчено один з експериментів по дослідженню властивостей твердотілого штучного атома у чотирьох рівневому наближенні. А саме приведено схему такої системи, її діаграма енергетичних рівнів, подано результати експерименту.

У розділі особливу увагу приділено теоретичним основам дослідження, а саме отримано рівняння балансу, рівняння Ліндблада, розглянуто теоретичні аспекти надпровідних кубітів.

Виведено рівняння балансу. Спочатку розглянуто дворівневу систему, вона збуджується періодичним сигналом, однією з компонент якого є класичний шум, який відповідає за декогеренцію системи. З використанням теорії збурень отримано частоту переходу між станами досліджуваної системи. Отриманий вираз для частоти переходу узагальнюється на випадок багаторівневих систем, після чого подається рівняння балансу для таких об'єктів. У якості прикладу отримане рівняння приміняється для опису дворівневої системи. В результаті було встановлено, що вираз для ймовірності заселеності верхнього рівня кубіта в точності співпадає з розв'язком рівняння Блоха для дворівневої системи (ДРС). Оскільки у деяких випадках корисно скористатися функціями Ейрі, замість функцій Бесселя (які входять у вираз для частоти переходу між станами системи), то було описано перехід між ними.

Отримано рівняння Ліндблада. Виведення починається з запису рівняння Ліувілля-фон Неймана для системи "досліджуваний об'єкт-резервуар", яке потім переписується у представленні взаємодії. Як наслідок, після застосування ітераційного методу отримується рівняння Борна-Маркова.

Після запису гамільтоніана взаємодії ”досліджуваний об’єкт-резервуар” у певному вигляді отримується загальне рівняння Ліндблада. У якості прикладу отримане рівняння застосовується для опису дворівневої та чотирьохрівневої систем.

Описано отримання гамільтоніана для кубіта розміщеного перед дзеркалом. Цей гамільтоніан буде використано в основній частині роботи для теоретичного опису такої системи.

Детально досліджено теоретичні аспекти надпровідних кубітів, а саме описано автономний контакт Джозефсона, надпровідне кільце із контактом Джозефсона (вч-СКВІД). Систему, яка складається з надпровідного кільця із контактом Джозефсона було проквантовано і як результат отримано оператор Гамільтона цієї системи.

У **розділі 2** рівняння балансу застосовується для опису двох квантових систем: твердотільного штучного атома у дворівневому (кубіта постійного струму) та чотирьохрівневому наближеннях.

Записано рівняння балансу для дворівневої системи — кубіта постійного струму. Для стаціонарного режиму отримано розв’язки: ймовірності заселеності станів системи як функції релаксацій, частоти та амплітуди збуджуючого сигналу, енергетичної відстройки та відстані між енергетичними рівнями системи у точці їхнього найбільшого зближення. Головним результатом підрозділу стала інтерферограма: ймовірність заселеності стану $|1\rangle$ системи як функція амплітуди збуджуючого поля та енергетичної відстройки. З порівняння теоретичних та експериментальних картин зроблено висновок, що результати добре узгоджуються.

Вивчено динаміку кубіта постійного струму. Для цього було записано і розв’язано рівняння Ліндблада і як наслідок отримано ймовірність заселеності стану $|1\rangle$ системи як функцію часу, частоти та амплітуди збудження, відстройки енергії, розщеплення енергетичних рівнів (відстані між енергетичними рівнями системи у точці їхнього найбільшого зближення). З іншого боку для цієї системи записано і розв’язано рівняння балансу і як наслідок отримано заселеність стану $|1\rangle$ системи як функцію тих самих параметрів. Після чого ці два підходи було порівняно між собою. Спочатку було побудовано заселеність стану $|1\rangle$ системи як функцію часу та

енергетичної відстройки і зроблено висновок про те, що розглянуті підходи мають гарну якісну відповідність. Потім було зафіксовано два значення енергетичної відстройки і для них побудовано ймовірність заселеності стану $|1\rangle$ як функцію часу. З порівняння результатів зроблено висновок, що в рамках формалізму рівняння балансу коливання усереднюються, тому отримані криві є монотонними, тоді як підхід рівняння Ліндблада відображає більш складну поведінку системи.

Значну увагу приділено теоретичному вивченню властивостей та особливостей твердотілого штучного атома у чотирьохрівневому наближенні, зокрема, подано гамільтоніан системи та записано рівняння балансу, що її описують. Розв'язком рівнянь є ймовірності заселеності кожного зі станів системи, як функції часу, амплітуди збудження, енергетичної відстройки та інших параметрів. У відповідному експерименті вивчалася залежність заселеності лівої ями (заселеність станів $|2\rangle$ та $|3\rangle$) від амплітуди збудження та енергетичної відстройки, тому саме такі залежності було побудовано, що дало змогу порівняти теоретичні та експериментальні картини. З порівняльного аналізу було зроблено висновок про хорошу відповідність результатів. У завершенні було вивчено динаміку системи. А саме, побудовано залежність ймовірності заселеності лівої ями від часу та енергетичної відстройки.

Розділ 3 присвячено застосуванню рівняння балансу для опису подвійної квантової точки. Особливу увагу в розділі приділено вивченню можливих сфер застосування подвійних квантових точок та їхнього місця у сучасній фізиці. Також було зауважено, що досліджувана система є кудітом (δ -рівневою квантовою системою). У розглянутому випадку $\delta = 4$, тобто об'єкт є квадрітом.

Виведено вираз для рівнів енергії подвійної квантової точки. Для цього у загальному вигляді записано електростатичну енергію системи, отримано матрицю, що описує заряд на кожній квантовій точці та матрицю ємностей системи. У результаті було виписано електростатичну енергію подвійної квантової точки як функцію кількості електронів на кожній квантовій точці, ємностей та прикладених напруг. І у завершенні побудовано діаграму енергетичних рівнів для досліджуваного об'єкта. Отримана діаграма дає

можливість записати систему рівнянь балансу.

Отримано систему рівнянь балансу для досліджуваної подвійної квантової точки. Під час запису рівнянь було враховано той факт, що після проходження точки максимального наближення рівнів рівні міняються місцями (верхній рівень стає нижнім). Ця обставина особливо впливає на релаксації, які відбуваються з верхнього рівня на нижній. Тут мається на увазі, що зворотні релаксації пригнічені за законом Больцмана. Щоб взяти це до уваги, інтервал по осі енергетичної відстройки було поділено на дві частини: з енергетичною відстройкою більше нуля та менше нуля. Розв'язування отриманих рівнянь дало змогу побудувати експериментально вимірювану величину — фазову відповідь резонатора як функцію амплітуди збуджуючого сигналу та енергетичної відстройки. На основі порівняльного аналізу теоретичних та експериментальних результатів було зроблено висновок, що отримана інтерферограма демонструє ті самі моделі, що й експериментальна. Зокрема, можна побачити чотири різні режими: некогерентний, дворазовий ЛЗШМ, одноразовий ЛЗШМ, багаторазовий ЛЗШМ. У доповнення було побудовано залежність ймовірностей заселення певного рівня від часу для різних режимів.

Розглянуто систему у енергетичному базисі. Зроблено припущення про те, що верхній енергетичний рівень не впливає на поведінку системи і тому ним можна знехтувати. Для такого випадку записано рівняння балансу та обговорено можливі граничні випадки.

Розділ 4 присвячено теоретичному та експериментальному вивченню поведінки кубіта типу трансмон, під'єданого до напівнескінченної лінії передач. На початку розділу описано актуальність та доцільність вивчення такого роду систем, а також коротко описано методи теоретичних досліджень.

Значну частину розділу присвячено експериментальним аспектам вивчення динаміки кубіта типу трансмон, під'єданого до напівнескінченної лінії передач. У ході експерименту на кубіт діють зонduючий та збуджуючий (сигнал накачки) сигнали. Варіюючи параметри цих сигналів і потім, аналізуючи зонduючий сигнал, можна досліджувати динаміку систему. Великою, яку вимірюють під час експерименту є коефіцієнт відбиття

r (у теорії йому відповідає ймовірність заселення зарядового стану $|1\rangle$). Наведено концептуальний ескіз пристрою (дворівневого атома, з'єданого із хвилеводом напівнескінченної лінії передач), приведено зображення кубіта за допомогою скануючого електронного мікроскопа, показано схему експериментальної установки.

Розглянуто дослідження кубіта за допомогою однотонального розсіювання, а саме наведено формулу для обчислення коефіцієнта відбиття r , показано криві, що характеризують коефіцієнт відбиття r як функцію зондууючої частоти для певного значення амплітуди.

Приведено коротке порівняння з попереднім відповідним дослідженням. Зазначено, що основна відмінність між цими двома дослідженнями полягає в тому, що в попередньому експерименті кубіт був розташований у вузлі, таким чином він був «прихований» або «відокремлений» від лінії передач. Іншими словами, кубіт був опромінений електричним полем, але не відчував його, оскільки кубіт був розташований у вузлі.

Детально описано процес обробки експериментальних даних та побудову залежностей. Зокрема, зазначено інструменти, які використовувались при роботі з табличними даними, описано методи та функції, за допомогою яких було отримано інтерферограми та динамічні залежності стану кубіта.

Реалізовано теоретичне описання кубіта типу трансмон, під'єданого до напівнескінченної лінії передач. А саме представлено гамільтоніан системи. Гамільтоніан складається з двох частин: діагональної, що відповідає модуляції рівнів енергії та недіагональної, яка характеризує зв'язок із пробним сигналом. Для того, щоб позбутися швидкого збудження у початковому гамільтоніані, застосовано унітарне перетворення. Для отриманої функції Гамільтона записано рівняння Ліндблада.

Одним з основних результатів розділу є отримані інтерферограми: залежність коефіцієнта відбиття r від потужності накачки і частоти зондууючого сигналу при фіксованій частоті накачки та потужності зондууючого сигналу. Отримані інтерферограми допомагають не лише отримувати підгоночні параметри, а й дозволяють оцінити час декогерентності системи, надають інструмент для калібрування потужності, відкривають нові можливості для багатофотонної спектроскопії. Також у

підрозділі подано порівняльну таблицю, яка містить значення параметрів для попереднього експерименту (у якому не вивчалась динаміка) та для представленого.

Детально вивчена динамічна поведінка кубіта типу трансмон, під'єданого до напівнескінченної лінії передач в залежності від значень частоти накачки та потужності сигналу накачки. Також розглянуто випадок відсутності збуджуючого сигналу. З аналізу отриманих часових залежностей можна зробити висновок, що: ймовірність і коефіцієнт відбиття осцилюють з періодом $T = 2\pi/\omega_{\text{pump}}$ (ω_{pump} — частота накачки); для частоти накачування, $\omega_{\text{pump}}/2\pi = 5\text{ MHz}$, є два види піків: високі та низькі; динаміка системи складається з двох режимів: стаціонарного та перехідного. Стаціонарний режим спостерігається після $t = 1.5\ \mu\text{s}$ для всіх розглянутих випадків.

Ключові слова: надпровідний кубіт, кубіт типу трансмон, подвійна квантова точка, штучний атом, кудіт, ефект Джозефсона, дворівнева квантова система, багаторівнева квантова система, квантові переходи, квантова інтерференція, рівняння балансу, матриця густини, рівняння Ліндблада, динаміка квантової системи.

ABSTRACT

Liul M. P. Dynamic processes in multi-level mesoscopic systems. — Qualification scientific work printed as a manuscript.

Dissertation for a Doctor of Philosophy degree in speciality 104 – «Physics and Astronomy» (10 – Natural Sciences). – B. Verkin Institute for Low Temperature Physics and Engineering, NAS of Ukraine, Kharkiv 2023.

The dissertation is devoted to a detailed study and analysis of dynamic processes that occur during the interaction of mesoscopic two-level (qubits) and multi-level (qudites) systems with an exciting signal.

The **introduction** briefly substantiates the relevance of choosing the topic of the dissertation work, defines the purpose and main tasks of the research, and also describes the object, subject and research methods. The scientific novelty and practical significance of the obtained results are formulated. Information about publications, personal contribution of the recipient and approval of the results of the dissertation is provided. Information about the structure and scope of the presented dissertation work is also indicated.

Chapter 1 is devoted to the review and analysis of the literature on the topic of the dissertation. It examines theoretical and experimental aspects of the dissertation work.

Experiments are analyzed, the description of which is devoted to further calculations. In particular, a persistent-current qubit, a silicon-based double quantum dot, and a solid-state artificial atom are considered.

The persistent-current qubit is considered: its advantages and possible areas of application are described, and one of the experiments in which such a system was studied is described in detail. In particular, the diagram of the object under study is shown, its energy level diagram and the parameters of the experiment are indicated. The results of the experiment are also given. The result of the experimental research was an interference picture: the dependence of the probability of the system being in an excited state on the voltage applied to the system and the flux detuning.

Information about double quantum dots is studied, in particular, their possible areas of application are indicated and, in general, the relevance of studying such systems was justified. The diagram of the device used during one of the experiments is also given, as well as the parameters of the system and the excitation

signal. Theoretical information that helped to connect theoretical and experimental results is provided. One of the main tasks of the chapter is to present the results obtained during the experiment. This result is double quantum dot interferometry: a study of the dependence of the phase response of the resonator on the energy tuning and the amplitude of the excitation signal.

One of the experiments which explores the properties of a solid-state artificial atom is studied. Namely, the scheme of such a system, its diagram of energy levels, and the results of the experiment are presented.

A lot of attention is paid to the theoretical foundations of the research, namely, the rate-equation, the Lindblad equation, and the theoretical aspects of superconducting qubits are considered.

Theoretical aspects of the derivation of the rate-equation are studied in details. First, a two-level system is considered, it is excited by a periodic signal, one of the components of which is classical noise, which is responsible for decoherence of the system. Using perturbation theory, the transition frequency between the states of the system under study are obtained. The resulting expression for the transition frequency is generalized to the case of multi-level systems, after which the balance equation for such objects is given. As an example, the resulting equation is used to describe a two-level system. As a result, it was established that the expression for the probability of population of the upper qubit level exactly coincides with the solution of the Bloch equation for two-level system (TLS). Since in some cases it is useful to use Airy functions instead of Bessel functions (which are included in the expression for the transition frequency between the system states), the transition between them has been described.

The Lindblad equation is obtained. The derivation begins by writing the Liouville-von Neumann equation for the "reservoir-object" system, which is then rewritten in the interaction picture. As a result, after applying the iterative method, the Born-Markov equation is obtained. After writing the Hamiltonian of the interaction "reservoir-object" in a certain form, the general Lindblad equation is obtained. As an example, the resulting equation is used to describe two-level and four-level systems. Obtaining the Hamiltonian for a qubit placed in front of a mirror is described. This Hamiltonian will be used in the main part of the work for the theoretical description of such a system.

A detailed study of the theoretical aspects of superconducting qubits, the self-contained Josephson contact, a superconducting ring with a Josephson contact (SQUID) is described. The system consisting of a superconducting ring with a Josephson contact was quantized and as a result the Hamiltonian operator of this system is obtained.

In **chapter 2** the rate-equation is applied to describe two quantum systems: a persistent-current qubit and a solid-state artificial atom.

The rate-equation for a two-level system — a persistent-current qubit is written. For the steady-state regime, solutions are obtained: the probability of the population of the system states as a function of relaxations, frequency and amplitude of the exciting signal, energy detuning, and the distance between the energy levels of the system at the point of their greatest convergence. The interferogram: the probability of the population of the $|1\rangle$ state of the system as a function of the excitation field amplitude and energy detuning is obtained. From the comparison of theoretical and experimental pictures, it was concluded that the results are in good agreement.

The dynamics of the persistent-current qubit is studied. For this purpose, the Lindblad equation was written down and solved, and as a result, the probability of the population of the $|1\rangle$ state of the system was obtained as a function of time, frequency and amplitude of excitation, energy detuning, splitting of energy levels (distances between the energy levels of the system at the point of their greatest convergence). On the other hand, the rate-equation was written and solved for this system, and as a result, the population of the state $|1\rangle$ of the system was obtained as a function of the same parameters. After that, these two approaches were compared with each other. First, the population of the $|1\rangle$ state of the system was constructed as a function of time and energy tuning, and it was concluded that the considered approaches have a good qualitative correspondence. Then, two values of the energy detuning were fixed and the probability of occupancy of the state $|1\rangle$ as a function of time was plotted for them. From the comparison of the results, it is concluded that the formalism of the rate-equation averages the fluctuations, so the obtained curves are monotonic, while the approach of the Lindblad equation reflects a more complex behavior of the system.

A solid-state artificial atom is theoretically studied in the four-level

approximation, in particular, the Hamiltonian of the system is presented and the rate equations describing it are written. The solution of the equations is the occupation probability of each of the system states as a function of time, excitation amplitude, energy detuning, and other parameters. In the corresponding experiment, the dependence of the left well population (the population of the $|2\rangle$ and $|3\rangle$ states) on the excitation amplitude and energy tuning was studied, so exactly such dependencies are obtained, which made it possible to compare theoretical and experimental pictures. From the comparative analysis, it is concluded that the results are in good agreement. Finally, the dynamics of the system was studied. Namely, the dependence of the occupation probability of the left well on time and energy tuning was constructed.

Chapter 3 is devoted to the application of the rate-equation to describe the double quantum dot. Special attention is paid in the chapter to the study of possible areas of double quantum dots application and their position in modern physics. It is also noted that the studied system is a *qudit* (d -level quantum system). In the considered case, $d = 4$.

An expression for the energy levels of a double quantum dot is derived. For this purpose, the electrostatic energy of the system is written in general form, a matrix describing the charge on each quantum dot and a matrix of system capacities is obtained. As a result, the electrostatic energy of a double quantum dot is written as a function of the number of electrons on each quantum dot, capacitances and applied voltages. And finally, a diagram of energy levels for the object under study is constructed. The resulting diagram makes it possible to write down the system of rate equations.

A system of rate-equations for the investigated double quantum dot is obtained. When writing the equations, we took into account the fact that after passing the point of maximum approximation of the levels, the levels change places (the upper level becomes the lower one). This effect especially affects the relaxations, which occur from the upper level to the lower one. This implies that the inverse relaxations are suppressed according to the Boltzmann law. To take this into account, the interval along the energy detuning axis was separated into two parts: with energy detuning greater than zero and less than zero. Solving the obtained equations made it possible to construct an experimentally measured value — the

phase response of the resonator as a function of the amplitude of the excitation signal and energy detuning. Based on the comparative analysis of theoretical and experimental results, it was concluded that the obtained interferogram shows the same patterns as the experimental one. In particular, four different regimes can be seen: incoherent, two-passage LZSM, single-passage LZSM, multi-passage LZSM. In addition, the dependence of the occupation probability of a certain level on time for different regimes is constructed.

In one of sections, the system is considered in the energy basis and it is assumed that the upper energy level does not affect the behavior of the system and therefore it can be neglected. For such a case, the rate-equations are written and possible boundary cases are discussed.

Also for a two-level system it is theoretically described how to transfer from a diabatic basis to an energy one or to an adiabatic one. The exact expressions for a transfer matrix are given.

Chapter 4 is devoted to the theoretical and experimental study of the transmon-type qubit connected to a semi-infinite transmission line behavior. The introduction to the chapter describes the relevance and expediency of studying this kind of systems, as well as briefly describes the methods of theoretical research.

The experimental aspects of studying the dynamics of a transmon-type qubit connected to a semi-infinite transmission line are considered. During the experiment, probing and excitation (pump) signals act on the qubit. By varying the parameters of these signals and then analyzing the probing signal, it is possible to study the system dynamics. The value measured during the experiment is the reflection coefficient r (in theory, it corresponds to the occupation probability of the charge state $|1\rangle$). It is also shown a conceptual sketch of the device (a two-level atom connected to a waveguide of a semi-infinite transmission line), an image of the qubit using a scanning electron microscope, and a diagram of the experimental setup.

The study of a qubit by using of single-tone scattering is presented, namely, the formula for calculating the reflection coefficient r is given, the curves characterizing the reflection coefficient r as a function of the probing frequency for a certain value of the amplitude are shown.

A brief comparison with previous relevant research is provided. It is noted that

the main difference between these two studies is that in the previous experiment the qubit was located in a node, thus it was "hidden" or "decoupled" from the transmission line. In other words, the qubit was irradiated by the electric field but did not feel it because the qubit was located in the node.

The procedure of processing experimental data and building dependencies is described in detail. In particular, the tools used when working with tabular data are specified, the methods and functions used to obtain interferograms and dynamic dependencies of the qubit states are described.

Theoretical description of a transmon-type qubit connected to a semi-infinite transmission line are given. Namely, the Hamiltonian of the system is presented. The Hamiltonian consists of two parts: the diagonal one, which corresponds to the modulation of the energy levels, and the off-diagonal one, which characterizes the coupling to the probe signal. In order to get rid of fast excitation in the initial Hamiltonian, a unitary transformation is applied. The Lindblad equation is written for the obtained Hamiltonian function.

One of the main results is the obtained interferograms: the dependence of the reflection coefficient r on the pump power and probing signal frequency at a fixed pump frequency and probing signal power. The obtained interferograms help not only to obtain fitting parameters, but also to estimate the system decoherence time, provide a tool for power calibration, and open up new opportunities for multiphoton spectroscopy. The section also provides a comparative table containing parameter values for the previous experiment (in which dynamics were not studied) and for the presented one.

The dynamic behavior of a transmon-type qubit coupled to a semi-infinite transmission line is studied in detail depending on the values of the pump frequency and the pump power of the signal. The case of the absence of an exciting (pump) signal is also considered. From the analysis of the obtained temporal plots one could conclude that: the probability and the reflection coefficient oscillate with period $T = 2\pi/\omega_{\text{pump}}$ (ω_{pump} is the pump frequency); for the pumping frequency, $\omega_{\text{pump}}/2\pi = 5$ MHz, there are two kinds of peaks: high and low ones; the system dynamics consists of two regimes: stationary and transient ones. The stationary regime is observed after $t = 1.5 \mu\text{s}$ for all the cases considered. Also it is studied the system behaviour after switching off the pump pulse.

Keywords: superconducting qubit, transmon-type qubit, double quantum dot, artificial atom, *qudit*, Josephson effect, two-level quantum system, multi-level quantum system, quantum transitions, quantum interference, rate-equation, density matrix, Lindblad equation, quantum system dynamics.

СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

Основні результати дисертаційної роботи опубліковані в 8 наукових працях, серед яких 3 статті у провідних спеціалізованих наукових журналах [1, 2, 3] та 5 тезах конференцій [4, 5, 6, 7, 8].

Наукові праці, в яких опубліковані основні результати дисертації:

1. **M. P. Liul**, and S. N. Shevchenko, "Rate-equation approach for multi-level quantum systems", *Low Temp. Phys.* **49**, № 1, 96–102 (2023),
DOI: 10.1063/10.0016482
2. **M. P. Liul**, C.-H. Chien, C.-Y. Chen, P. Y. Wen, J. C. Chen, Y.-H. Lin, S. N. Shevchenko, Franco Nori, I.-C. Hoi, "Coherent dynamics of a photon-dressed qubit", *Phys. Rev. B* **107**, № 19, 195441 (2023),
DOI: 10.1103/PhysRevB.107.195441
3. **M. P. Liul**, A. I. Ryzhov, S. N. Shevchenko, "Interferometry of multi-level systems: rate-equation approach for a charge qudit", *Eur. Phys. J.: Spec. Top.* (2023),
DOI: 10.1140/epjs/s11734-023-00977-4

Наукові праці, які засвідчують апробацію результатів:

4. **M. P. Liul**, and S. N. Shevchenko, "Parallel double quantum dot coupled to a fermionic sea", I International Advanced Study Conference "Condensed Matter and Low Temperature Physics 2020", (CM<P 2020), 8-14 June, 2020, Kharkiv, Ukraine, Online, Abstracts (2020).
5. **M. P. Liul**, A. I. Ryzhov, and S. N. Shevchenko, "High-frequency quantum interferometry for a double-quantum dot", II International Advanced Study Conference "Condensed Matter and Low Temperature Physics 2021", (CM<P 2021), 6-12 June, 2021, Kharkiv, Ukraine, Online, Abstracts (2021).

6. **M. P. Liul**, C.-H. Chien, C.-Y. Chen, P. Y. Wen, J. C. Chen, Y.-H. Lin, S. N. Shevchenko, Franco Nori, I.-C. Hoi, "Coherence dynamics of a photon-dressed qubit", American Physics Society March meeting 2022, ("APS March meeting"), 14-18 March, 2022, Chicago, USA, Online, Abstracts, p. A36.8 (2022).
7. **M. P. Liul**, and S. N. Shevchenko, "Rate-equation approach for *qudits*", American Physics Society March meeting 2023, ("APS March meeting"), 20-22 March, 2023, Los-Angeles, USA, Online, Abstracts, p. VV01.13 (2023).
8. **M. P. Liul**, S. N. Shevchenko, "Rate-equation approach for the solid-state artificial atom", III International Advanced Study Conference "Condensed Matter and Low Temperature Physics 2023", (CM<P 2023), 5-11 June, 2023, Kharkiv, Ukraine, Online, Abstracts (2023).

ЗМІСТ

Стор.

| | |
|---|-----------|
| Список умовних позначень | 21 |
| ВСТУП..... | 23 |
| 1 ТЕОРЕТИЧНІ І ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ АСПЕКТИ ДОСЛІДЖЕННЯ | 31 |
| 1.1 Експериментальні аспекти дослідження..... | 31 |
| 1.1.1 Кубіт постійного струму | 31 |
| 1.1.2 Подвійна квантова точка, основана на кремнії | 32 |
| 1.1.3 Твердотільний штучний атом у чотирьохрівневому наближенні | 35 |
| 1.2 Теоретичні аспекти дослідження | 38 |
| 1.2.1 Рівняння балансу: від дворівневої системи до багаторівневої | 38 |
| 1.2.2 Рівняння Ліндблада..... | 45 |
| 1.2.3 Гамільтоніан кубіта типу трансмон, розміщеного перед дзеркалом..... | 53 |
| 1.2.4 Надпровідні кубіти | 55 |
| 2 ДИНАМІКА ТВЕРДОТІЛЬНОГО ШТУЧНОГО АТОМА (НАДПРОВІДНОГО КІЛЬЦЯ З ТРЬОМА ДЖОЗЕФСОНІВСЬКИМИ КОНТАКТАМИ) У ДВОРІВНЕВОМУ ТА ЧОТИРЬОХРІВНЕВОМУ НАБЛИЖЕННІ | 62 |
| 2.1 Кубіт: інтерферограма..... | 63 |
| 2.2 Кубіт: динаміка..... | 64 |
| 2.3 Опис динаміки та стаціонарного режиму для багаторівневої системи: твердотільного штучного атома у чотирьохрівневому наближенні..... | 66 |
| Висновки | 71 |
| 3 ЗАСТОСУВАННЯ РІВНЯННЯ БАЛАНСУ ДЛЯ ОПИСУ ПОДВІЙНОЇ КВАНТОВОЇ ТОЧКИ | 72 |
| 3.1 Діаграма рівнів енергії подвійної квантової точки..... | 73 |

| | | |
|----------|---|-----------|
| 3.2 | Рівняння балансу та інтерферограма для подвійної квантової точки | 76 |
| 3.3 | Система рівнянь балансу для подвійної квантової точки для шести інтервалів | 80 |
| 3.4 | Рівняння балансу для подвійної квантової точки у трирівневому наближенні | 84 |
| 3.4.1 | Опис системи в різних базисах | 86 |
| | Висновки | 89 |
| 4 | КУБІТ ТИПУ ТРАНСМОН, ПІД'ЄДНАНИЙ ДО НАПІВНЕСКІНЧЕНОЇ ЛІНІЇ ПЕРЕДАЧ..... | 90 |
| 4.1 | Постановка експеримента | 90 |
| 4.1.1 | Дослідження кубіта за допомогою однотонального розсіювання | 92 |
| 4.1.2 | ЛЗШМ інтерферометрія системи в стаціонарному режимі..... | 94 |
| 4.2 | Обробка експериментальних даних та побудова залежностей | 95 |
| 4.2.1 | Побудова експериментальних інтерферограм..... | 95 |
| 4.2.2 | Побудова експериментальних динамічних залежностей при різних частотах накачки | 96 |
| 4.2.3 | Побудова експериментальних динамічних залежностей при різних потужностях накачки | 97 |
| 4.3 | Теоретичне описання..... | 98 |
| 4.4 | Інтерферометрія кубіта типу трансмон | 100 |
| 4.4.1 | Залежність коефіцієнта відбиття від потужності накачки та частоти зондуючого сигналу | 100 |
| 4.4.2 | Залежність ймовірності заселення верхнього зарядового рівня від частоти накачки та частоти зондуючого сигналу | 103 |
| 4.5 | Динаміка кубіта типу трансмон..... | 104 |
| 4.5.1 | Залежність коефіцієнта відбиття від частоти накачки.. | 107 |
| 4.5.2 | Коефіцієнт відбиття як функція потужності збуджуючого сигналу..... | 108 |
| 4.5.3 | Коефіцієнт відбиття за відсутності збуджуючого сигналу | 110 |

| | | |
|-------|---|------------|
| 4.5.4 | Залежність коефіцієнта відбиття від частоти накачки для випадку операторів Ліндблада в енергетичному базисі | 110 |
| 4.6 | Залежність коефіцієнта відбиття від частоти накачки після вимкнення збуджуючого сигналу | 111 |
| 4.7 | Дослідження поведінки кубіта типу транзмон при малих частотах сигналу накачки..... | 113 |
| 4.7.1 | Залежність ймовірності заселення верхнього зарядового рівня від амплітуди сигналу накачки та частоти зонduючого сигналу | 114 |
| 4.7.2 | Залежність ймовірності заселення верхнього зарядового рівня від частоти зонduючого сигналу та часу | 114 |
| 4.7.3 | Залежність ймовірності заселення верхнього зарядового рівня від амплітуди зонduючого сигналу та частоти релаксації | 115 |
| | Висновки | 117 |
| | ВИСНОВКИ | 118 |
| | БІБЛІОГРАФІЯ | 122 |
| | Додаток А Список публікацій здобувача за темою дисертації | 139 |
| | Додаток Б Відомості про апробацію результатів дисертації | 141 |

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ

- ЛЗШМ: Ландау-Зінер-Штукельберг-Майорана;
 ДРС: дворівнева система;
 ХКЕД: хвилевідна квантова електродинаміка;
 КТ: квантова точка;
 ПКТ: подвійна квантова точка;
 кудіт: δ -рівнева квантова система;
 Δ_{ij} : мінімальна відстань між рівнями, що характеризують стани $|i\rangle$ і $|j\rangle$;
 $W_{ij}(\epsilon_{ij}, A)$: частота переходу між станами $|i\rangle$ і $|j\rangle$;
 $\Gamma_{i'}$: релаксація зі стану $|i\rangle$ у стан $|i'\rangle$;
 ϵ : енергетична відстройка;
 $\delta\epsilon(t)$: класичний шум;
 A, ω : амплітуда та частота збуджуючого сигналу;
 P_i : ймовірність того, що система перебуває у стані $|i\rangle$;
 $J_n(x)$: функція Бесселя порядку n ;
 $\hat{\rho}$: оператор густини;
 ρ : матриця густини;
 \hat{H} : оператор Гамільтона квантової системи;
 Γ_1 : частота релаксації;
 Γ_ϕ : частота дефазування;
 $\Gamma_2 = \Gamma_1/2 + \Gamma_\phi$: частота декогеренції;
 \check{L}_α : супероператор Ліндблада, що описує релаксацію системи, викликану взаємодією з навколишнім середовищем;
 Φ : магнітний потік;
 Φ_0 : квант магнітного потоку;
 $\Delta\phi$: фазова відповідь резонатора у якому знаходиться ПКТ;
 C : параметрична ємність ПКТ;
 r : коефіцієнт відбиття сигналу від лінії передач для кубіта типу трансмон;
 $\omega_{\text{pump}}, P_{\text{pump}}$: частота та потужність сигналу накачки (збуджуючого сигналу);
 ω_p, P_p : частота та потужність зондуючого сигналу;
 $\omega_{10}, \omega_{\text{node}}$: резонансна і вузлова частота кубіта типу трансмон;

δ, G : амплітуда збуджуючого та амплітуда зондуючого сигналу, якими опромінюється кубіт типу трансмон;

E_C : зарядова енергія квантової системи;

E_J : джозефсонівська енергія квантової системи;

t : час.

ВСТУП

Обґрунтування актуальності теми дослідження.

Дослідження динамічної поведінки квантових систем є надзвичайно актуальною та важливою задачею сучасної фізики. У роботі розглянуто надпровідний кубіт постійного струму, подвійну квантову точку, основу на кремнії, твердотільний штучний атом (кільце з трьома джозефсонівськими контактами) у чотирьохрівневому наближенні, кубіт типу трансмон, розміщений перед дзеркалом.

Надпровідні кубіти можна розглядати як дуже хороших кандидатів на створення будівельних блоків квантових комп'ютерів, оскільки такими системами можна успішно керувати за допомогою мікрохвиль. Також надпровідні кубіти мають високу продуктивність при виконанні операцій на наносекундних масштабах. Окрім того, надпровідні кубіти є масштабованими, що відкриває можливості для їх використання в літографії. Наприклад, дослідження такого роду систем можуть дати корисну інформацію щодо покращення роботи квантових логічних операцій і підвищення ефективності квантових алгоритмів загалом.

Подвійні квантові точки також хороші кандидати на створення будівельних блоків квантових комп'ютерів, оскільки вони гарно налаштовуються і мають гнучку геометрію зв'язку. Крім того, квантові точки демонструють хорошу продуктивність для зчитування, маніпуляції та ініціалізації їхніх спінових станів. З іншої сторони, подвійні квантові точки можна успішно використовувати в галузях квантової інформації і квантових обчислень. Ці об'єкти також грають важливу роль у вивченні квантової люмінесценції, надпровідності, ефекту Кондо, реалізації квантового зв'язку тощо.

Надпровідний кубіт у напівнескінченній лінії передач є надзвичайно важливою системою у квантовій електродинаміці, особливо у хвилевідній квантовій електродинаміці (ХКЕД). Наприклад, виявлено, що кубіт типу трансмон, розміщений наприкінці лінії передач, може посилювати амплітуду зондуєчого сигналу, що є надзвичайно важливо у сучасних експериментах. Дослідження такої системи також може бути корисним для пояснення важливих фізичних задач в ХКЕД, серед яких динамічний ефект Казимира,

крос-ефект Керра, маршрутизація фотонів, ймовірнісне рухове усереднення, динаміка в атомоподібних дзеркалах, колективний зсув Лемба, генерація неklasичних мікрохвиль.

Представлене дослідження також є важливим, оскільки воно дає ще один підхід до вивчення переходів ЛЗШМ та інтерферометрії ЛЗШМ. Таке явище відображається в різних наукових галузях, таких як ядерна фізика, квантова оптика, фізика твердого тіла, квантова інформаційна наука. Зокрема, можна використовувати такі переходи для збільшення швидкості тунелювання, керування операціями кубітного затвора, підготовки квантових станів. Повторення переходів ЛЗШМ призводить до інтерференції ЛЗШМ. Інтерферометрія ЛЗШМ може бути використана для опису та контролю системи, дозволяє краще зрозуміти результати експериментів, які вивчали фотонний транспорт, здійснений періодичними хвилями, у надпровідних системах.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дисертацію виконано в Фізико-технічному інституті низьких температур ім. Б.І. Веркіна НАН України в рамках тематичного плану ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна НАН України за відомчими тематиками:

”Надпровідні і мезоскопічні мікроструктури та прилади сучасної квантової електроніки на їх основі” (реєстраційний номер 0117U002291, шифр 1.4.10.16.14, термін виконання 2017-2021 рр.),

”Квантові нано-розмірні надпровідні системи: теорія, експеримент, практична реалізація” (реєстраційний номер 0122U001503, шифр 1.4.10.16.15, термін виконання 2022-2026 рр.).

Частина дисертаційної роботи була виконана за підтримки гранту ARO, США, в рамках проєкту ”Квантові системи під дією збудження: фізика Ландау-Зінера-Штукельберга-Майорани” під керівництвом Шевченка С. М., (реєстраційний номер W911NF2010261, термін виконання 2020-2023 рр.).

Частина дисертаційної роботи була виконана за підтримки стипендії Національної академії наук України для молодих вчених (2023-2025 рр.).

Частина дисертаційної роботи була виконана за підтримки гранту Національної академії наук України, в рамках конкурсу проєктів науково-дослідних робіт молодих учених Національної академії наук України

у 2023 р. Керівник Ільїнська О. О., тема дослідження: "Мезоскопічні системи для квантової інтерферометрії та детектування поодиноких фотонів" (реєстраційний номер 26-04/07-2023, термін виконання 2023-2024 рр.).

Мета і задачі дослідження.

Метою дисертаційної роботи є теоретичний опис надпровідного кубіта постійного струму, подвійної квантової точки, основаної на кремнії, твердотілого штучного атома у чотирьохрівневому наближенні, кубіта типу трансмон, розміщеного перед дзеркалом. Для досягнення поставленої мети необхідно було вирішити наступні завдання:

- Збір, систематизація інформації про властивості, особливості, сфери застосування надпровідного кубіта постійного струму, подвійної квантової точки, основаної на кремнії, твердотілого штучного атома (кільця з трьома джозефсонівськими контактами) у чотирьох рівневому наближенні, кубіта типу трансмон, розміщеного перед дзеркалом.
- Аналіз експериментів, у яких досліджувалися такі системи. Зокрема необхідно описати умови постановки експериментів, розібратися з ключовими параметрами експериментів та їхнім впливом на отриманий результат, розглянути схеми відповідних експериментів. Найголовнішою задачею, безумовно, є аналіз отриманих результатів та пошук відповідностей між експериментальними та теоретичними величинами.
- Огляд літературних джерел з метою висвітлення теоретичних аспектів дисертаційної роботи. До цієї задачі слід віднести отримання рівняння Ліндблада, виведення рівняння балансу для дворівневої системи з подальшим узагальненням підходу на випадок багаторівневих систем. Також у рамках поставленого завдання необхідно детально вивчити теоретичні відомості про надпровідні кубіти, а саме описати автономний контакт Джозефсона, надпровідне кільце із контактом Джозефсона (вч-СКВІД), проквантувати систему, яка складається з надпровідного кільця із контактом Джозефсона.
- Створення моделей для кожної розглянутої системи (отримання їхнього

гамільтоніану та схеми енергетичних рівнів), їхній аналіз, обговорення, перевірка та вдосконалення.

- Побудова рівнянь балансу та рівнянь Ліндблада на основі розроблених моделей. Розв'язування відповідних рівнянь. Розв'язками є ймовірності заселеності певного рівня досліджуваної системи як функції деяких параметрів. Найчастіше у представленій дисертаційній роботі цими параметрами виступають параметри збуджуючого сигналу: амплітуда та енергетична відстройка.
- Побудова інтерференційних картин для досліджуваних систем, використовуючи отримані розв'язки. Для отримання таких залежностей дуже зручним є підхід рівняння балансу, оскільки достатньо розглянути лише стаціонарний режим. У такому випадку система диференціальних рівнянь балансу перетвориться на систему лінійних рівнянь (усі похідні по часу від ймовірностей заселення певного рівня обернуться в нуль). Однак рівняння Ліндблада також можна використати, провівши при цьому процедуру усереднення отриманих значень. Підхід рівняння Ліндблада та процедуру усереднення описано та примінено для аналізу властивостей кубіта типу трансмон, розміщеного перед дзеркалом.
- Отримання динамічних залежностей стану досліджуваних систем від ключових параметрів експерименту. Визначення впливу цих параметрів на властивості та поведінку мезоскопічних систем, що вивчаються в рамках дисертаційної роботи.
- Розробка плану обробки експериментальних даних та побудови залежностей для експерименту, у якому досліджувався кубіт типу трансмон, розміщений перед дзеркалом. Зокрема, знайти інструменти, які використовуватимуться при роботі з табличними даними, підібрати методи та функції, за допомогою яких буде отримано інтерферограми та динамічні залежності стану кубіта.
- На прикладі кубіта типу трансмон дослідити як впливає зображення операторів Ліндблана у різних базисах на отримані результати.

- Порівняння теоретичних та експериментальних результатів.

Таким чином, проведено низку теоретичних досліджень, які допоможуть глибше зрозуміти властивості та поведінку розглянутих систем. Зокрема, з порівняння теорії та експерименту можна буде зробити висновок про вплив параметрів систем на їхню поведінку та характеристики. Результати матимуть не лише теоретичне, а й практичне значення, оскільки зможуть допомогти у постановці та проектуванні майбутніх експериментів.

Об'єкт дослідження.

Об'єктами дослідження є надпровідний кубіт постійного струму, подвійна квантова точка, основана на кремнії, твердотільний штучний атом у чотирьохрівневому наближенні, кубіт типу трансмон, розміщений перед дзеркалом.

Предмет дослідження.

Властивості квантових багаторівневих систем, різні види інтерференції у цих системах.

Методи дослідження.

У роботі використовуються аналітичні і чисельні методи теоретичної фізики конденсованого стану. Зокрема, кожна з систем аналізувалася за допомогою підходів рівняння балансу та модифікованого рівняння Ліувілля – фон Неймана з урахуванням впливу навколишнього середовища – рівняння Ліндблада. Для цього для кожної системи було створено моделі (отримано їхній гамільтоніан та схеми енергетичних рівнів) і побудовано рівняння балансу та рівняння Ліндблада на основі цих моделей.

Наукова новизна отриманих результатів

- В рамках однієї роботи проведено збір та систематизацію інформації про властивості, особливості, сфери застосування надпровідного кубіта постійного струму, подвійної квантової точки, основаної на кремнії, твердотільного штучного атома, кубіта типу трансмон, розміщеного перед дзеркалом. Проаналізовано експерименти, у яких досліджувалися такі системи. Зокрема описано умови постановки експериментів, розібрано ключові параметри експериментів.
- *Вперше* надпровідне кільце з трьома джозефсонівськими контактами

у дворівневому та чотирьохрівневому наближеннях досліджувалося одночасно за допомогою двох підходів: методу рівняння балансу та рівняння Ліндблада, що дозволило порівняти результати, отримані за допомогою цих двох методів. З порівняльного аналізу зроблено висновок, що формалізм рівняння балансу усереднює коливання, тому отримані криві, які описують часову залежність, є монотонними, тоді як підхід рівняння Ліндблада відображає більш складну поведінку системи.

- *Вперше* на основі розв'язування рівнянь балансу для твердотілого штучного атома у чотирьохрівневому наближенні отримано залежність ймовірності заселеності лівої ями від енергетичної відстройки та часу.
- *Вперше* отримано та розв'язано систему рівнянь балансу для подвійної квантової точки, основаної на кремнії. *Вперше* до цієї системи застосовано підхід, який дозволяє описати всю експериментальну інтерференційну картину, а не її частину, як було у минулих роботах.
- *Вперше* у рамках підходу рівняння балансу для подвійної квантової точки, основаної на кремнії отримано залежність ймовірностей заселення певного рівня від часу для різних режимів (некогерентного, дворазового ЛЗШМ, одноразового ЛЗШМ, багаторазового ЛЗШМ).
- *Вперше* досліджено динаміку кубіта типу трансмон, під'єданого до напівнескінченної лінії передач. А саме побудовано залежності коефіцієнта відбиття r від потужності накачки і частоти зондуючого сигналу при фіксованій частоті накачки та потужності зондуючого сигналу. У попередніх подібних роботах вивчалися лише стаціонарні стани системи.

Практичне значення отриманих результатів.

Отримані результати можуть успішно використовуватись в областях сучасної квантової фізики, мезоскопічної фізики, квантової інформації з метою поглиблення розуміння про динаміку квантових систем. Результати дисертаційної роботи можуть використовуватись для вдосконалення квантових технологій, серед яких можна відмітити квантові комунікації, квантові обчислення, квантову криптографію, квантове детектування та

інші. Отримана інформація також дасть змогу збільшити часи життя та когерентності досліджуваних систем, що відкриє величезні можливості їхньої реалізації для розв'язання гострих сучасних задач. Серед такого роду проблем, слід виділити створення квантових комп'ютерів, мікромазерів та мікроскопічних термоелектронних пристроїв. Результати дисертаційної роботи мають не лише теоретичне, а й практичне значення, оскільки зможуть допомогти у постановці, значному вдосконаленні та проектуванні майбутніх експериментів.

Внесок здобувача.

У всіх роботах [1, 2, 3], які були виконані в співавторстві та увійшли до складу дисертації, автором було виконано всі аналітичні та чисельні розрахунки, побудовано та оформлено усі графіки. У процесі роботи над статтею [2] автор проводив обробку експериментальних даних з метою побудови відповідних залежностей. Дисертант брав активну участь у обговоренні та аналізі отриманих результатів, а також у процесі написання статей. Таким чином, особистий внесок здобувача в вирішення поставлених теоретичних задач, які розглянуті в дисертації, є визначальним.

Апробація результатів дисертації.

Основні результати, які містяться в дисертації, були представлені на наступних 5 міжнародних конференціях [4, 5, 6, 7, 8]:

- I International Advanced Study Conference "Condensed Matter and Low Temperature Physics 2020", (CM<P 2020), 8-14 June, 2020, Kharkiv, Ukraine
- II International Advanced Study Conference "Condensed Matter and Low Temperature Physics 2021", (CM<P 2021), 6-12 June, 2021, Kharkiv, Ukraine
- American Physics Society March meeting 2022 ("APS March meeting"), 14-18 March, 2022, Chicago, USA
- American Physics Society March meeting 2023 ("APS March meeting"), 20-22 March, 2022, Los-Angeles, USA, Online

- III International Advanced Study Conference "Condensed Matter and Low Temperature Physics 2023", (CM<P 2023), 5-11 June, 2023, Kharkiv, Ukraine

Публікації.

Дисертація базується на результатах, опублікованих у 3 наукових статтях [1, 2, 3] та 5 тезах доповідей на конференціях [4, 5, 6, 7, 8]. Журнал, у якому опубліковано статтю [1] входить до квартилю Q3, стаття [2] опублікована у журналі, який належить до квартилю Q1, журнал зі статтею [3] належить до квартилю Q2.

Структура дисертації.

Дисертація складається з анотації, вступу, чотирьох оригінальних розділів з рисунками, висновків і списку використаних джерел. Загальний обсяг дисертації становить 141 сторінку. Робота містить 37 рисунків, 1 таблицю та список використаних джерел зі 170 найменувань на 17 сторінках.

РОЗДІЛ 1

ТЕОРЕТИЧНІ І ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ АСПЕКТИ ДОСЛІДЖЕННЯ

1.1 Експериментальні аспекти дослідження

1.1.1 Кубіт постійного струму

Кубіт — дворівнева квантова система, яку можна використати для квантового кодування та побудови квантового комп'ютера [9]. Щоб виконати квантове обчислення, потрібно мати можливість підготувати кубіти в бажаному початковому стані, когерентно маніпулювати суперпозиціями двох станів кубіта, мати можливість з'єднати кубіти разом, виміряти їхній стан [10, 11]. Кубіти були фізично реалізовані в різноманітних системах, включаючи квантову електродинаміку резонаторів [12], іонні пастки [13], і ядерні спіни [14]. По суті, будь-яка квантова система з двома станами, яку можна контролювати, вимірювати, поєднувати із сусідами та відокремлювати від навколишнього середовища, є потенційно корисною для квантових обчислень і квантової комунікації [15].

Кубіти можна реалізувати на базі таких систем як штучні напівпровідникові атоми [16], нанодротиві транзистори [17], надхолодного цезію в лазерній пастці [18], графенової сміжки, яка знаходиться в контакті з золотими електродами [19] тощо. Кубіт постійного струму є однією з можливих реалізацій дворівневої системи [20, 21]. Головною перевагою таких систем є їхня гнучкість у виготовленні: структура та характеристики кубіта повністю визначаються вимогами експерименту і як наслідок параметри системи можна безперервно регулювати в широкому діапазоні [20].

У цьому підрозділі ми розглянемо експериментальне дослідження кубіта постійного струму, запропонованого авторами роботи [21]. Схема системи складається з надпровідного контура, який переривається трьома джозефсонівськими переходами, один з яких має зменшену площу поперечного перерізу (див. Рис. 1.1(a)). Кубіт збуджується залежним від часу магнітним потоком $f(t) = f^{dc} + f^{ac}(t)$, де $f^{dc} = \delta f + \Phi_0/2$ (Φ_0 — квант магнітного потоку), $f^{ac}(t) \propto A \sin(2\pi \nu t)$. В експерименті

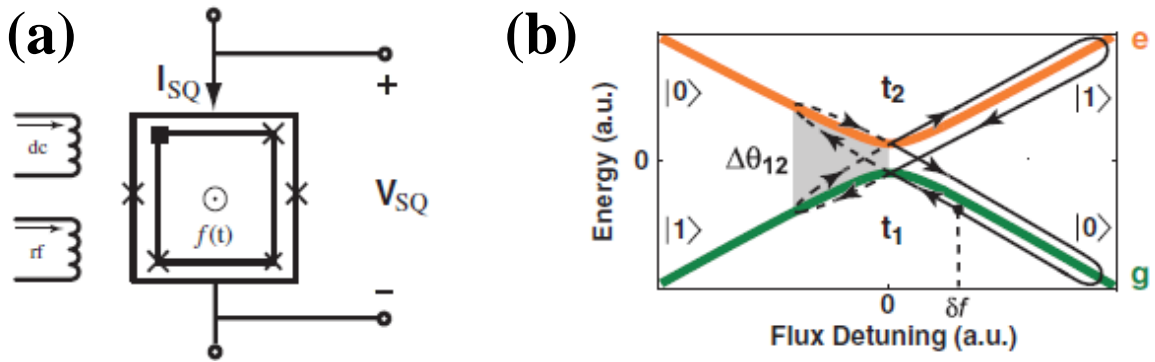


Рис. 1.1: Кубіт постійного струму. (a) Схема кубіта постійного струму, який використано в експерименті [21]. Система складається з надпровідного контура, який переривається трьома джозефсонівськими переходами, один з яких має зменшену площу поперечного перерізу. (b) Діаграма рівнів енергії кубіта постійного струму. Рисунок узято з роботи [21], дозвіл на публікацію отримано.

досліджується залежність ймовірності знаходження системи у стані $|1\rangle$ від напруги V_{rms} (яка пропорційна амплітуді збудження A) та потокової відстройки δf . Схема станів системи зображена на Рис. 1.1(b). Результатом експерименту є інтерферограма, зображена на Рис. 1.2. Панель (a) відповідає частоті збудження $\nu = 270$ МГц, панель (b) — частоті $\nu = 90$ МГц. Результати цього експерименту буде описано теоретично за допомогою рівнянь балансу та рівняння Ліндблада у основній частині роботи.

1.1.2 Подвійна квантова точка, основана на кремнії

Кремнієва квантова електроніка — нова та перспективна область мезоскопічної фізики [22, 23, 24]. Зокрема можна виділити такі напрямки досліджень як вивчення одноелектронних пристроїв [25, 26], спінових фільтрів [27, 28], оптичної інтерферометрії [29, 17]. а також побудова кремнієвих квантових комп'ютерів, оскільки кремній може забезпечити тривалий час когерентності [30, 31]. Також на основі кремнію можна реалізовувати одноелектронні [32, 33, 34], декількаелектронні [35, 36] та подвійні [37, 38, 39, 40] квантові точки.

Квантові точки є перспективними варіантами для створення будівельних блоків квантових комп'ютерів, оскільки мають високу налаштованість [31]

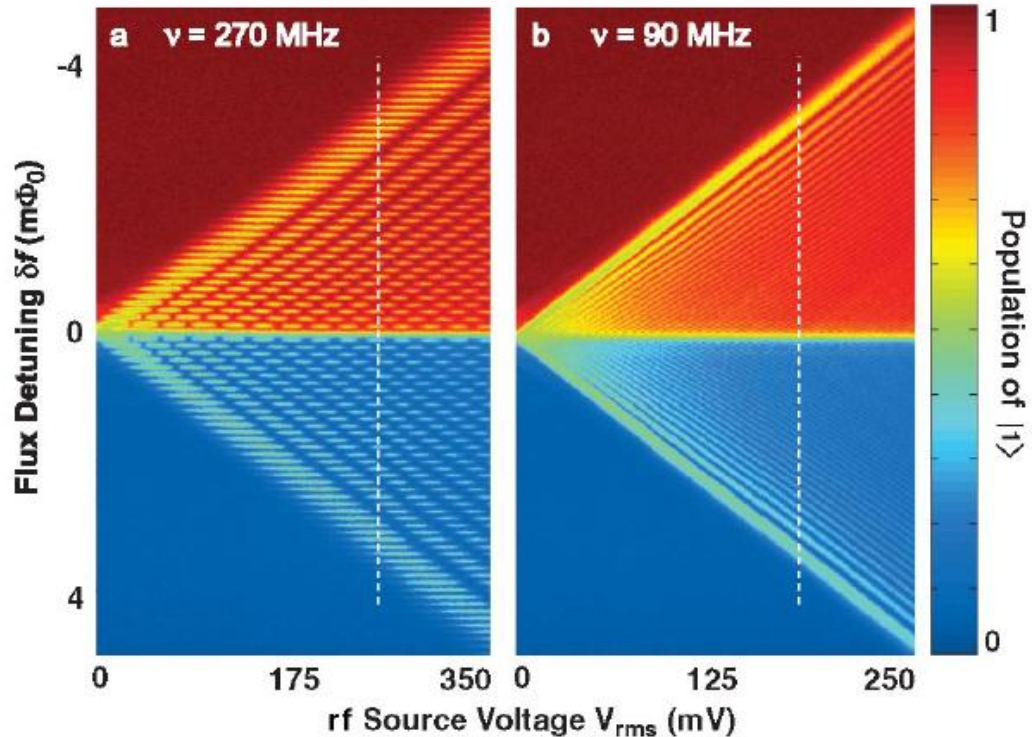


Рис. 1.2: Ймовірність перебування системи у стані $|1\rangle$ як функція напруги V_{rms} (пропорційна амплітуді збудження A) та потокової відстройки δf . Панель (a) відповідає частоті збудження $\nu = 270$ MHz, панель (b) — частоті $\nu = 90$ MHz. Рисунок узято з роботи [21], дозвіл на публікацію отримано.

і гнучку геометрію зв'язку [41]. Крім того, квантові точки показують добрі результати у зчитуванні, маніпуляції та ініціалізації їхніх спінових станів [42, 43, 44, 45]. Такі системи можуть бути використані у квантовій інформації [46, 47] і квантових обчисленнях [10, 48]. Розглянуті об'єкти також представляють інтерес для дослідження надпровідності [49], квантової люмінесценції [50, 51], перетворення енергії твердого тіла [52], реалізації квантового зв'язку [53, 54] і т.д.

У свою чергу більш цікавими з практичної точки зору є подвійні квантові точки. Такого роду системи можуть використовуватись для дослідження електрон-фононного зв'язку [55] та для аналізу напівпровідникового середовища [56]. Крім того, вони виявили потенціал для використання у новому та перспективному напрямку — спінтроніці [57]. Також ці об'єкти можуть бути використані як термоелектричні генератори [58] та детектори шуму [59]. Тому важливо проводити як експериментальні, так і теоретичні дослідження таких систем.

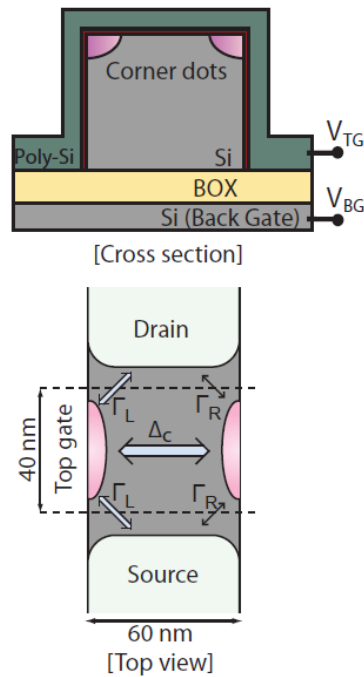


Рис. 1.3: Схема пристрою із зазначенням розташування кутових квантових точок. Верхня панель являє собою поперечний переріз, перпендикулярний напрямку потоку струму, де ми можемо побачити розташування точок. Напруга заднього затвора (V_{BG}) прикладається до пластини. На нижній панелі показаний вид пристрою зверху, у якому верхній затвор зображено прозорим для ясності. П'ять різних електронних переходів між точками та резервуарами позначені стрілками. Δ_C представляє тунельний зв'язок, а $\Gamma_{L(R)}$ – частоту релаксації між лівою (правою) точкою та резервуарами. Рисунок узято з роботи [60], дозвіл на публікацію отримано.

У представленій дисертаційній роботі ми теоретично описуємо подвійну квантову точку, основу на кремнії, яку було досліджено експериментально авторами [60]. Дана система працює в режимі зарядового кубіта, який додатково з'єднується з ферміонним морем, що генерує багаторівневий енергетичний спектр. Відповідна електронна мікрофотографія зображена на Рис.1(а) у роботі [60]. Висота та ширина нанодроту становлять 11 нм та 60 нм відповідно, і він покритий верхнім затвором довжиною 40 нм, який можна зміщувати (V_{TG}), щоб створити шар накопичення електронів у каналі. Крім того, пристрій може бути закритий шляхом подачі напруги (V_{BG}). Деталі виробництва можна знайти у роботі [61]. Подвійна квантова точка утворена у верхніх кутах транзистора і розташовується паралельно омичним контактам витоку та стоку, як можна побачити на схемах на Рис. 1.3.

Вимірювання виконуються з використанням радіочастотної рефлектометрії, як у роботі [62]. З цією метою пристрій вмонтовується у ланцюг резервуара, що складається з індуктора для поверхневого монтажу, $L = 390$ нН, і паразитної ємності пристрою відносно землі $C_p = 660$ фФ, резонансна частота резонатора $f_{\text{rf}} = 313$ МГц, див. Рис.1(а) у статті [60]. В експерименті вимірюється фазова відповідь резонатора $\Delta\phi$, яку згідно з роботою [60] можна обчислити наступним чином:

$$\Delta\phi = -\pi Q \frac{C}{C_p}, \quad (1.1)$$

де $Q = 42$ — навантажена добротність резонатора. Параметрична ємність подвійної квантової точки зі сторони верхнього затвору може бути обчислена за допомогою наступного виразу:

$$C_p \approx -e \frac{d}{dV_{\text{TG}}} (\alpha_L \langle n_L \rangle + \alpha_R \langle n_R \rangle), \quad (1.2)$$

де $\langle n_{L(R)} \rangle$ — середня кількість електронів на лівій (правій) квантовій точці, $\alpha_{L(R)}$ зв'язок між лівою (правою) точкою та затвором [62].

Результати експерименту показано на Рис. 1.4. Рисунок 1.4(а) показує залежність фазової відповіді резонатора $\Delta\phi$ від енергетичної відстройки ε та амплітуди збуджуючого сигналу A_{mw} при цьому частота збуджуючого сигналу $f_{\text{mw}} = 21$ GHz. Рисунок 1.4(б) є перерізом Рис. 1.4(а) при $A_{\text{mw}} = 0.55$ meV. Зокрема, на інтерферограмі можна побачити чотири різні режими: некогерентний (блакитна зірочка), дворазовий ЛЗШМ (зелене коло), одноразовий ЛЗШМ (жовтий трикутник), багаторазовий ЛЗШМ (червона зірочка), що буде обговорено детальніше у основній частині роботи.

1.1.3 Твердотільний штучний атом у чотирьохрівневому наближенні

Штучні атоми є системами, за допомогою яких можна досліджувати різноманітні квантові ефекти: квантову електродинаміку резонатора [63], осциляції Рабі [64, 65], некогерентні переходи ЛЗШМ [66], коливання

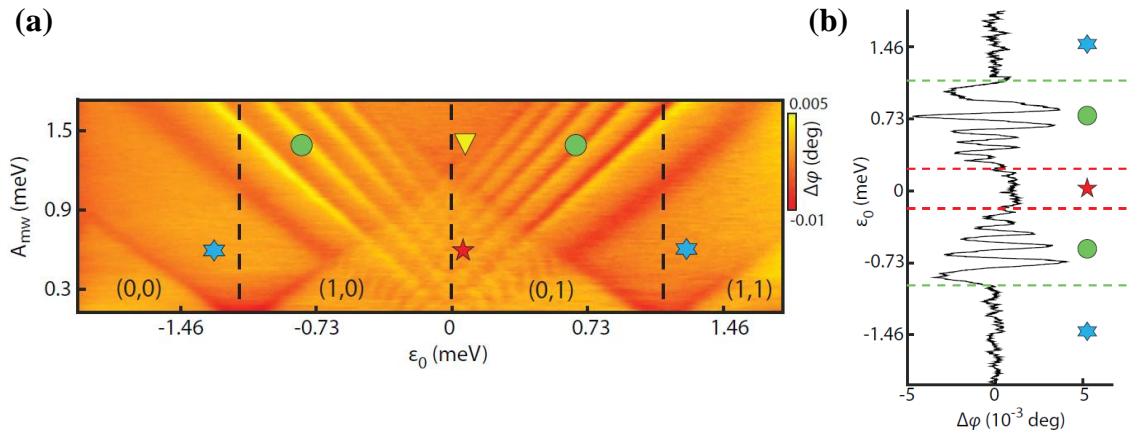


Рис. 1.4: Інтерферометрія подвійної квантової точки. Панель (а) показує залежність фазової відповіді резонатора $\Delta\phi$ від енергетичної відстройки ε та амплітуди збуджуючого сигналу A_{mw} при частоті збуджуючого сигналу $f_{mw} = 21$ GHz. Положення точок найближчого зближення рівнів (10)-(01) і рівнів (00)-(10) і (01)-(11) позначено чорними пунктирними лініями. Панель (b) є перерізом Рис. 1.4(a) при $A_{mw} = 0.55$ meV. Рисунок узято з роботи [60], дозвіл на публікацію отримано.

Штукельберга [67, 68, 21], когерентні суперпозиції макроскопічних станів [69, 70], мікрохвильове охолодження [71, 72] тощо.

У цьому підрозділі буде описано деталі експерименту, поставленого авторами роботи [73]. У статті проводиться амплітудна спектроскопія надпровідного кубіта (твердотільного штучного атома) який має дискретні енергетичні рівні. Схема досліджуваної системи показана на Рис. 1.5. Кубіт — це ніобієва надпровідна петля, розірвана трьома джозефсонівськими переходами [20]. Система збуджується магнітним потоком $\delta f(t)$:

$$\delta f(t) = \delta f_{dc} - \Phi_{rf} \sin(2\pi\nu t), \quad (1.3)$$

де δf_{dc} — амплітуда статичного поля, Φ_{rf} , ν — амплітуда та частота періодичного поля.

Діаграма енергетичних рівнів системи, яка показує залежність амплітуди збуджуючого сигналу V (величини V і Φ_{rf} лінійно залежні) від потокової відстройки δf зображена на Рис. 1.6(a). Поблизу зміщення потоку $\delta f \approx 0.5\Phi_0$ де Φ_0 є квантом магнітного потоку, потенціал кубіта має двовимірний профіль з подвійною ямою, параметризований потоковою відстройкою $\delta f \equiv -0.5\Phi_0$, що показано на Рис. 1.6(b). На цьому рисунку вектор $|L\rangle$

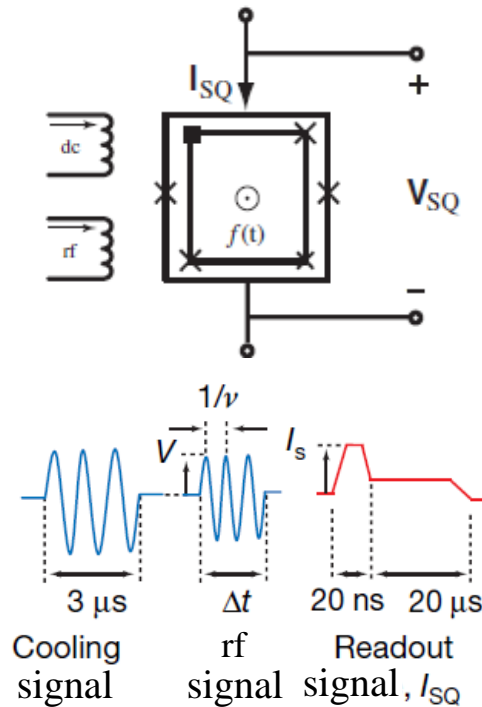


Рис. 1.5: Схема кубіта (штучного атома). Статичні (dc) і радіочастотні (rf) поля контролюють стан кубіта: спочатку подається охолоджуючий імпульс довжиною $3 \mu\text{s}$ (11 MHz, 990 mV), за яким слідує амплітудний спектроскопічний імпульс тривалістю Δt , величина ν , яку зображено на рисунку є частотою радіочастотного поля. Стан кубіта зчитується за допомогою імпульсу струму I_{SQ} , під час моніторингу наявності напруги V_{SQ} . Рисунок узято з роботи [73], перероблено і адаптовано.

характеризує стан лівої ями потенціалу, вектор $|R\rangle$ — правої. В експерименті вимірюється ймовірність того, що система знаходиться у лівій ямі, тобто у стані $|L\rangle$.

Залежність заселеності лівої ями $|L\rangle$ від амплітуди статичного поля δf_{dc} та амплітуди збуджуючого сигналу V для широкого діапазону V зображено на Рис. 1.7(a). Детальний рисунок ромбів D1, D2, зображених на Рис. 1.7(a) представлено на Рис. 1.7(b). Саме опису цієї частини інтерферограми буде присвячений підрозділ 2.3 основної частини роботи.

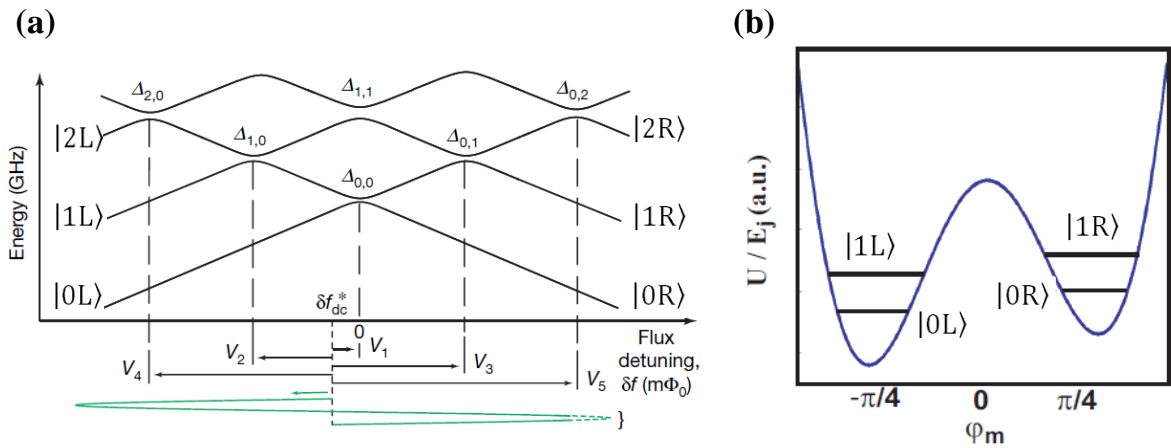


Рис. 1.6: Діаграма енергетичних рівнів штучного атома. Діаграма (a) показує залежність амплітуди збуджуючого сигналу V (величини V і Φ_{rf} лінійно залежні) від потокової відстройку δf . Стрілки показують амплітуди $V_1 - V_5$, при яких досягаються точки максимального зближення рівнів, вони позначають краї спектроскопічних ромбів на Рис. 1.7(a). Панель (b) показує, що поблизу зміщення потоку $\delta f \approx 0.5\Phi_0$ потенціал кубіта має двовимірний профіль з подвійною ямою, параметризований потоковою відстройкою $\delta f \equiv 0.5\Phi_0$. Рисунок узято з роботи [73], перероблено і адаптовано.

1.2 Теоретичні аспекти дослідження

Існує багато способів теоретично описати квантову систему. До основних підходів належать адіабатично-імпульсна модель [74, 75], теорія збурень [76, 77], теорія Флоке [78, 79, 80, 81, 82], рівняння Блоха [83], рівняння Ліндблада [84, 85], рівняння балансу [86, 87, 88]. У ході дослідження ми використовуємо два з них: рівняння Ліндблада та рівняння балансу. Перший з них дає точний результат, у той час, як другий метод дає наближений розв'язок. Однією з цілей дисертаційної роботи є порівняння цих двох методів.

1.2.1 Рівняння балансу: від дворівневої системи до багаторівневої

Опишемо спочатку наближений підхід опису стану квантової системи. Автори робіт [21, 89] успішно описали свій експеримент у рамках формалізму рівняння балансу. У цьому розділі ми даємо короткий опис теоретичних аспектів цього методу.

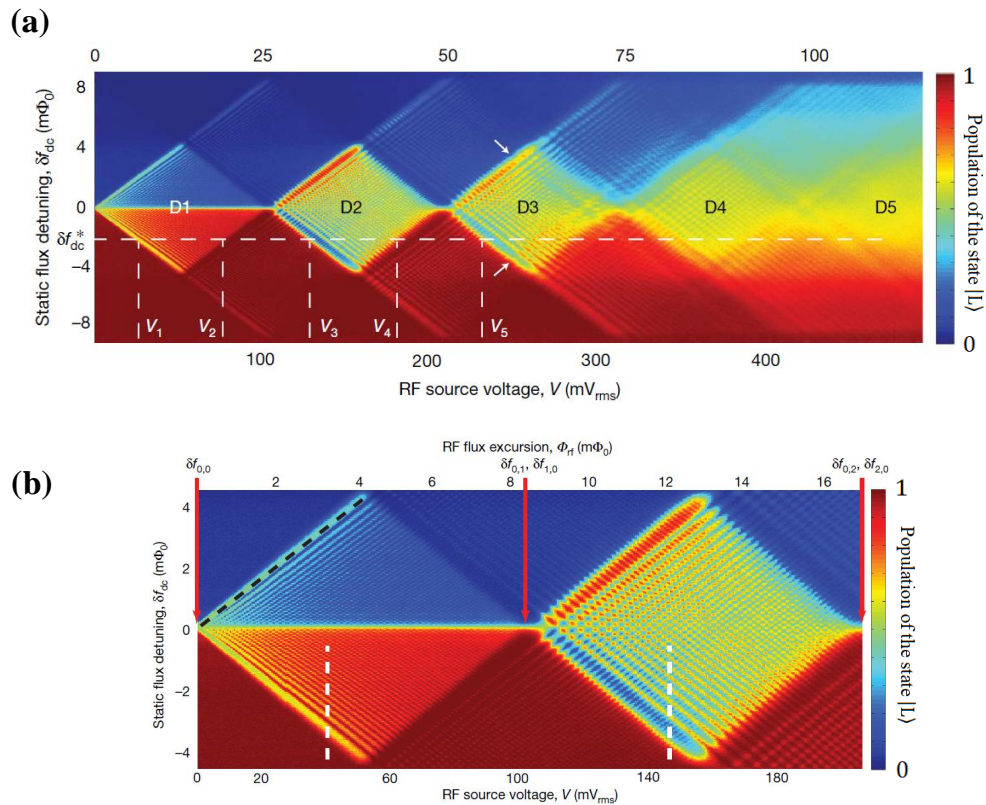


Рис. 1.7: Інтерферометрія штучного атома. (а) Амплітудна спектроскопія ромбів. Кубіт керується на фіксованій частоті $\nu = 0.16$ GHz, а амплітуда керування V змінюється для кожної статичної відстройки потоку δf_{dc} . Кольорова шкала показує популяцію кубіта у стані $|L\rangle$ (див. текст). Основні області ромбів, симетричні відносно $\delta f_{dc} = 0$, позначені D1–D5. Їхні краї позначають значення параметрів, де вперше досягаються відповідні точки максимального наближення рівнів, наприклад, амплітуди $V_1 - V_5$ для $\delta f_{dc} = \delta f_{dc}^*$ (Значення δf_{dc}^* таке ж саме, як на Рис. 1.6(a)). (b) Детальний рисунок ромбів D1, D2 панелі (а). Рисунок узято з роботи [73], перероблено і адаптовано.

Частота переходу для дворівневої системи

Спочатку використаємо цей метод для ДРС з подальшим поширенням отриманих результатів на багаторівневі системи. Гамільтоніан ДРС, опромінений зовнішнім полем, можна записати у формі:

$$H(t) = -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} h(t) & \Delta \\ \Delta & -h(t) \end{pmatrix}, \quad (1.4)$$

$$h(t) = \varepsilon + A \cos \omega t + \delta \varepsilon(t), \quad (1.5)$$

де $\delta\varepsilon(t)$ класичний шум, який відповідає за декогеренцію системи, ε — енергетична відстройка, A та ω — амплітуда та частота збуджуючого сигналу відповідно.

Після унітарного перетворення

$$U = \exp\left(i\frac{\phi(t)}{2}\sigma_z\right), \quad \phi(t) = \frac{1}{\hbar} \int_0^t dt' h(t'), \quad (1.6)$$

отримуємо

$$H'(t) = U^\dagger H U - i\hbar U^\dagger \dot{U} = \begin{pmatrix} 0 & \Delta(t) \\ \Delta^*(t) & 0 \end{pmatrix}, \quad (1.7)$$

де

$$\Delta(t) = \Delta e^{-i\phi}. \quad (1.8)$$

Теорія збурень дає частоту переходу:

$$W = \lim_{\delta t \rightarrow \infty} \frac{|A_{t,t'}|^2}{\delta t}, \quad A_{t,t'} = \frac{1}{2} \int_t^{t'} dt' \Delta(t'), \quad \delta t = t' - t. \quad (1.9)$$

Тут ми використовуємо $\delta t \gg T_2$, де T_2 — час декогерентності системи. Теорія збурень дійсна за умови, що зміна популяції кубіта відбувається повільно в масштабі T_2 , що означає, що ми маємо $W \ll T_2$ [21, 90].

Виконуючи усереднення за білим шумом $\langle \dots \rangle_{\delta\varepsilon}$ для частоти переходу W можна записати:

$$W = \frac{1}{4} \lim_{\delta t \rightarrow \infty} \frac{1}{\delta t} \int_0^\tau d\tau \int_t^{t'} dt' \langle \Delta(t' + \tau) \Delta^*(t') \rangle_{\delta\varepsilon}. \quad (1.10)$$

Далі використаємо розклад Якобі-Ангера

$$e^{ix\sin(\theta)} = \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} J_n(x) e^{in\theta}, \quad (1.11)$$

де $J_n(x)$ — функція Бесселя порядку n , щоб позбутися синуса в експоненті:

$$\begin{aligned} e^{-i\phi(t)} &= \exp\left(-i\frac{\varepsilon}{\hbar}t - i\frac{A}{\hbar\omega}\sin\omega t - i\delta\phi(t)\right) = \\ &= e^{-i\frac{\varepsilon}{\hbar}t} e^{-i\delta\phi(t)} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(x) e^{-in\omega t}. \end{aligned} \quad (1.12)$$

Де ми визначили

$$\delta\phi(t) = \frac{1}{\hbar} \int_0^t dt' \delta\varepsilon(t') \quad \text{та} \quad x = \frac{A}{\hbar\omega}. \quad (1.13)$$

Якщо шум є білим, тобто не залежить від часу, то у низькочастотній області усереднення дає [91]

$$\left\langle e^{i\delta\phi(t)} e^{-i\delta\phi(t')} \right\rangle_{\delta\varepsilon} = e^{-\Gamma_2|t-t'|}. \quad (1.14)$$

Тоді, беручи інтеграл

$$\int_{-\infty}^{\infty} d\tau e^{-i\left(\frac{\varepsilon}{\hbar} - n\omega\right)\tau} e^{-\Gamma_2|\tau|} = \frac{2\Gamma_2}{\left(\frac{\varepsilon}{\hbar} - n\omega\right)^2 + \Gamma_2^2}, \quad (1.15)$$

ми отримаємо частоту переходу

$$W(\varepsilon, A) = \frac{\Delta^2}{2} \sum_n \frac{\Gamma_2 J_n^2(x)}{\left(\frac{\varepsilon}{\hbar} - n\omega\right)^2 + \Gamma_2^2}. \quad (1.16)$$

Слід зауважити, що частота переходу W складається з доданків W_n ,

$$W_n = \frac{1}{2} \Gamma_2 \frac{\Delta^2 J_n^2(x)}{\left(\frac{\varepsilon}{\hbar} - n\omega\right)^2 + \Gamma_2^2}, \quad (1.17)$$

кожний з яких стає суттєвим поблизу n -го резонансу, $\varepsilon \sim n\hbar\omega$. Діаграма рівнів енергії ДРС зображена на рис. 1.8(a). Рів. (1.16) характеризує переходи, які відбуваються, коли система проходить через точку максимального зближення рівнів.

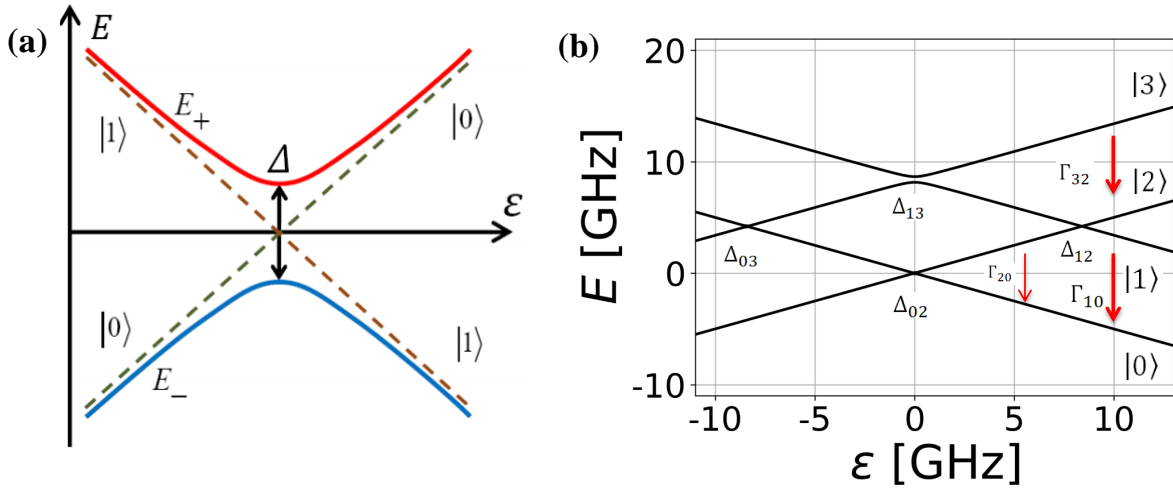


Рис. 1.8: Рівні енергії як функція енергетичного зсуву ϵ . Панель (а) показує графік для ДРС, (б) зображує рівні енергії чотирирівневої системи, вивченої в роботі [73]. Ця діаграма є частиною діаграми, зображеної на Рис. 1.6(а)

Частота переходу та рівняння балансу для багаторівневої системи

У випадку багаторівневої системи кожній точці квазіперетину рівнів (точці максимального зближення рівнів) слід призначити відповідну частоту переходу. Автори роботи [92] запропонували розширити Рів. (1.16) на перехід між довільними станами $|i\rangle$ та $|j\rangle$ багаторівневої системи за формулою:

$$W_{ij}(\epsilon_{ij}, A) = \frac{\Delta_{ij}^2}{2} \sum_n \frac{\Gamma_2 J_n^2(A/\nu)}{(\epsilon_{ij} - n\nu)^2 + \Gamma_2^2}, \quad (1.18)$$

де Δ_{ij} розділення рівнів між станами $|i\rangle$ і $|j\rangle$, ϵ_{ij} відповідна енергетична відстройка, частота ν пов'язана з круговою частотою ω співвідношенням $\nu = \omega/2\pi$. Також для спрощення запису ми приймемо приведену сталу Планка рівній одиниці ($\hbar = 1$). Тоді рівняння балансу для ймовірності заселеності квантового стану $|i\rangle$ може бути записано у вигляді

$$\frac{dP_i}{dt} = \sum_j W_{ij}(P_j - P_i) + \sum_{i'} \Gamma_{i'i} P_{i'} - \sum_{i'} \Gamma_{ii'} P_i. \quad (1.19)$$

Тут P_i – ймовірність того, що система перебуває у стані $|i\rangle$, $\Gamma_{ii'}$ характеризує релаксацію зі стану $|i\rangle$ у стан $|i'\rangle$.

Таким чином, написавши рівняння (1.19) для кожного рівня, ми можемо знайти ймовірності заселеності рівнів, а потім побудувати відповідні інтерферограми. Зазвичай для простоти розглядають лише стаціонарний випадок, $dP_i/dt = 0$. Розв'язок такої системи не буде описувати динаміку квантового об'єкта, але є цілком придатним для опису його основних властивостей. Також ми можемо скористатися тим фактом, що сума всіх ймовірностей дорівнює одиниці $\sum_i P_i = 1$.

Рівняння балансу та його розв'язок для дворівневої системи

Розглянемо дворівневу систему і позначемо ймовірність заселеності верхнього рівня як P_+ , а нижнього - P_- . Тоді для неї рівняння балансу (1.19) переписеться у вигляді

$$\frac{dP_+}{dt} = (W + \Gamma'_1) P_- - (W + \Gamma_1) P_+. \quad (1.20)$$

Тут Γ_1 описує швидкість релаксації від збудженого стану в основний стан, а $\Gamma'_1 = \Gamma_1 e^{-\Delta E/k_B T}$ позначає термічно збуджену зворотну релаксацію. Звідси видно, як враховувати температуру. Далі ми припускаємо розглянемо випадок низьких температур та приймаємо $\Gamma'_1 = 0$.

У якості другого рівняння можна записати рівняння для dP_-/dt , аналогічно рівнянню (1.20), або використати умову $P_+ + P_- = 1$. Тоді в стаціонарному режимі, можна отримати розв'язок для P_+ :

$$P_+ = \frac{W}{2W + \Gamma_1}. \quad (1.21)$$

У точці поблизу k -го резонансу, тобто у точці $\varepsilon \sim k\hbar\omega$, ймовірність визначається k -м доданком W_k у Рів. (1.17):

$$P_+^{(k)} = \frac{W_k}{2W_k + \Gamma_1}. \quad (1.22)$$

Сума за всіма можливими резонансами дає повну ймовірність заселеності

верхнього рівня:

$$P_+ = \sum_{n=-\infty}^{\infty} P_+^{(n)} = \frac{1}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\Delta_n^2}{\Delta_n^2 + \frac{\Gamma_1}{\Gamma_2} \left(\frac{\varepsilon}{\hbar} - n\omega \right)^2 + \Gamma_1 \Gamma_2}. \quad (1.23)$$

Цей вираз в точності співпадає з розв'язком рівняння Блоха для ДРС.

Від функції Бесселя до функції Ейрі

Може бути корисно переписати функцію Бесселя через функцію Ейрі, як у роботі [21], (див. також статтю [93])

$$J_n(x) \approx \sqrt[3]{\frac{2}{x}} \text{Ai} \left(\sqrt[3]{\frac{2}{x}} (n - x) \right), \quad (1.24)$$

що справедливо для $n \gg 1$ і $n > x$. Зазначимо, що можна отримати вираз (1.24), використовуючи рівняння (8.455) і (8.433) з роботи [94] та визначення функції Ейрі першого порядку, $\text{Ai}(u) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} dt \cos \left(\frac{t^3}{3} + ut \right)$. З цим зауваженням ми можемо спростити ряд у рівнянні (1.16). Зі знаменника в рівнянні (1.17) випливає, що ми можемо зробити заміну в знаменнику: $n \rightarrow \varepsilon/\hbar\omega$, тоді відповідна функція Ейрі виноситься за знак суми. Ми можемо виконати підсумовування, розклавши дріб на два елементарних дроби:

$$\frac{1}{\left(\frac{\varepsilon}{\hbar} - n\omega \right)^2 + \Gamma_2^2} = \frac{1}{\Gamma_2 \omega} \text{Im} \frac{1}{z - n}, \quad z = \frac{\varepsilon}{\hbar\omega} - i \frac{\Gamma_2}{\omega}. \quad (1.25)$$

Для того, щоб обчислити суму можна розкласти котангенс у ряд [94]. Для випадка малих аргументів $|z| \gg 1$:

$$\cot \pi z = \frac{1}{\pi z} + \frac{1}{\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{z}{n(z-n)} \approx \frac{1}{\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{z-n}. \quad (1.26)$$

У результаті отримаємо

$$W \approx \frac{\pi \Delta^2}{2 \hbar \omega} \left(\frac{2 \hbar \omega}{A} \right)^{2/3} \text{Ai}^2 \left(\sqrt[3]{\frac{2 \hbar \omega}{A}} \frac{\varepsilon - A}{\hbar \omega} \right) \times \text{Im} \cot \left[\pi \left(\frac{\varepsilon}{\hbar \omega} - i \frac{\Gamma_2}{\omega} \right) \right]. \quad (1.27)$$

1.2.2 Рівняння Ліндблада

Рівняння Борна-Маркова

Опишемо головну систему S , динаміка якої є об'єктом інтересу, пов'язану з іншою квантовою системою B , яка називається ванною (резервуаром). Тут \hat{H}_S і \hat{H}_B — гамільтоніани головної системи S і ванни (резервуара) B відповідно. Тоді повний гамільтоніан дорівнює [95]

$$\hat{H}(t) = \hat{H}_S + \hat{H}_B + \hat{H}_{SB}, \quad (1.28)$$

де \hat{H}_{SB} -гамільтоніан, що описує взаємодію системи та ванни. Рівняння Ліувілля-фон Неймана для глобального оператора густини $\hat{\rho}_{SB}$ буде таким:

$$\frac{d\hat{\rho}_{SB}}{dt} = -\frac{i}{\hbar}[\hat{H}_S + \hat{H}_B + \hat{H}_{SB}, \hat{\rho}_{SB}]. \quad (1.29)$$

Зручно переписати Рів. (1.29) у представленні взаємодії $\hat{H}_S + \hat{H}_B$ у якій гамільтоніан та оператор густини можуть бути записані наступним чином:

$$\hat{H}(t) = e^{\frac{i}{\hbar}(\hat{H}_S + \hat{H}_B)t} \hat{H}_{SB} e^{-\frac{i}{\hbar}(\hat{H}_S + \hat{H}_B)t}, \quad (1.30)$$

і

$$\hat{\rho}(t) = e^{\frac{i}{\hbar}(\hat{H}_S + \hat{H}_B)t} \hat{\rho}_{SB}(t) e^{-\frac{i}{\hbar}(\hat{H}_S + \hat{H}_B)t}, \quad (1.31)$$

нове рівняння для $\hat{\rho}(t)$ має вигляд

$$\frac{d\hat{\rho}(t)}{dt} = -\frac{i}{\hbar}[\hat{H}(t), \hat{\rho}(t)]. \quad (1.32)$$

Еволюція $\hat{\rho}(t) = \text{tr}_B\{\hat{\rho}_B(t)\}$, згідно з Рів. (1.31), задається виразом:

$$\hat{\rho}_{SB}(t) = e^{-\frac{i}{\hbar}(\hat{H}_S + \hat{H}_B)t} \hat{\rho} e^{\frac{i}{\hbar}(\hat{H}_S + \hat{H}_B)t}. \quad (1.33)$$

Рівняння (1.32) є початковою точкою для використання ітераційного методу. Інтегруючи його отримаємо:

$$\hat{\rho}(t) = \hat{\rho}(0) - \frac{i}{\hbar} \int_0^t [\hat{H}(t'), \hat{\rho}(t')] dt'. \quad (1.34)$$

Підставляючи Рів. (1.34) у Рів. (1.32), отримаємо:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \hat{\rho}(t) = & -\frac{i}{\hbar} [\hat{H}(t), \hat{\rho}(0)] - \\ & - \frac{1}{\hbar^2} \left[\hat{H}(t), \int_0^t [\hat{H}(t'), \hat{\rho}(t')] dt' \right]. \end{aligned} \quad (1.35)$$

Беручи слід за степенями свободи резервуара B і використовуючи Борнове наближення та той факт, що згідно з Рів. (1.30) $\hat{H}(t)$ залежить від \hat{H}_{SB} , яке може бути підібране таким чином, щоб $tr_B[\hat{H}(t), \hat{\rho}(0)] = 0$ маємо:

$$\frac{d}{dt} \hat{\rho}_S(t) = -\frac{1}{\hbar^2} tr_B \left(\left[\hat{H}(t), \int_0^t [\hat{H}(t'), \hat{\rho}(t')] dt' \right] \right). \quad (1.36)$$

Для цього наближення ми можемо зробити заміну у підінтегральному виразі $\hat{\rho}(t) = \hat{\rho}_S(t) \hat{\rho}_B$, тоді матимемо:

$$\frac{d}{dt} \hat{\rho}_S(t) = -\frac{1}{\hbar^2} \int_0^\infty dt' tr_B ([\hat{H}(t), [\hat{H}(t'), \hat{\rho}_S(t) \hat{\rho}_B]]). \quad (1.37)$$

Рівняння (1.37) називається рівнянням Борна-Маркова [96].

Гамільтоніан взаємодії системи та резервуара

Запишемо гамільтоніан взаємодії системи та резервуара у наступному вигляді:

$$\hat{H}_{SB} = \hat{S} \hat{B}^\dagger + \hat{S}^\dagger \hat{B}, \quad (1.38)$$

де \hat{S} — загальний оператор, який діє лише на головну систему S , а \hat{B} — оператор, який діє лише на ванну B . Тепер ми вважаємо, що \hat{S} комутує з \hat{H}_S , тобто

$$[\hat{S}, \hat{H}_S] = 0, \quad (1.39)$$

і як результат

$$\hat{S}(t) = \hat{S}, \quad (1.40)$$

(на \hat{S} не впливають перетворення при переході у представлення взаємодії). Розглянемо гамільтоніан ванни, що складається з бозонів:

$$\hat{H}_{SB} = \hat{S}\hat{B}^\dagger + \hat{H}_B = \sum_k \omega_k \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_k, \quad (1.41)$$

де \hat{a}_k and \hat{a}_k^\dagger оператори знищення та народження, ω_k - характеристична частота кожної моди, а \hat{B} визначено у Рів. (1.38) і може бути записано у вигляді

$$\hat{B} = \sum_k g_k^* \hat{a}_k, \quad (1.42)$$

де g_k комплексні коефіцієнти зв'язку. Тоді у представленні взаємодії,

$$\hat{B}(t) = e^{i\hat{H}_B t} \hat{B} e^{-i\hat{H}_B t}. \quad (1.43)$$

Розклад експонент та використання комутаційних співвідношень у Рів. (1.43) дає

$$\hat{B}(t) = \sum_k g_k^* \hat{a}_k e^{-i\omega_k t}. \quad (1.44)$$

Взаємодія (1.38) з визначенням (1.42) нагадує взаємодію Джейнса-Каммінгса, яка представляє один дворівневий атом, що взаємодіє з однією модою поля випромінювання [96].

Загальний вигляд рівняння Ліндблада

Таким чином, комутатор з Рів. (1.37) $[\hat{H}(t), [\hat{H}(t'), \hat{\rho}_S(t) \hat{\rho}_B]]$ можна переписати у вигляді

$$[\hat{H}(t), [\hat{H}(t'), \hat{\rho}_S(t) \hat{\rho}_B]] = \hbar [\hat{S}\hat{B}^\dagger(t) + \hat{S}^\dagger \hat{B}(t), [\hat{H}(t'), \hat{\rho}_S(t) \hat{\rho}_B]]. \quad (1.45)$$

Розклавши комутатор суми на суму комутаторів матимемо

$$[\hat{H}(t), [\hat{H}(t'), \hat{\rho}_S(t) \hat{\rho}_B]] = \hbar [\hat{S} \hat{B}^+(t), [\hat{H}(t'), \hat{\rho}_S(t) \hat{\rho}_B]] + \hbar [\hat{S}^+ \hat{B}(t), [\hat{H}(t'), \hat{\rho}_S(t) \hat{\rho}_B]]. \quad (1.46)$$

З Рів. (1.44) випливає, що

$$tr_B \{ \hat{B}(t) \hat{B}(t') \hat{\rho}_B \} = tr_B \{ \hat{B}^+(t) \hat{B}^+(t') \hat{\rho}_B \} = 0, \quad (1.47)$$

Беручи слід за ступенями свободи резервуара у Рів. (1.46) і використовуючи Рів. (1.47) отримаємо

$$tr_B \{ [\hat{H}(t), [\hat{H}(t'), \hat{\rho}_S(t) \hat{\rho}_B]] \} = \hbar^2 [\hat{S} \hat{S}^+ \hat{\rho}_S(t) - \hat{S}^+ \hat{\rho}_S(t) \hat{S}] tr_B \{ \hat{B}^+(t) \hat{B}(t') \hat{\rho}_B \} + \hbar^2 [\hat{S}^+ \hat{S} \hat{\rho}_S(t) - \hat{S} \hat{\rho}_S(t) \hat{S}^+] tr_B \{ \hat{B}(t) \hat{B}^+(t') \hat{\rho}_B \} + \hbar^2 [\hat{\rho}_S(t) \hat{S}^+ \hat{S} - \hat{S} \hat{\rho}_S(t) \hat{S}^+] tr_B \{ \hat{B}(t') \hat{B}^+(t) \hat{\rho}_B \} + \hbar^2 [\hat{\rho}_S(t) \hat{S} \hat{S}^+ - \hat{S}^+ \hat{\rho}_S(t) \hat{S}] tr_B \{ \hat{B}^+(t') \hat{B}(t) \hat{\rho}_B \}. \quad (1.48)$$

Для спрощення запису введемо функції F та G :

$$F(t) = \int_0^\infty dt' tr_B \{ \hat{B}(t) \hat{B}^+(t') \hat{\rho}_B \}, \quad (1.49)$$

$$F^*(t) = \int_0^\infty dt' tr_B \{ \hat{B}(t') \hat{B}^+(t) \hat{\rho}_B \}, \quad (1.50)$$

$$G(t) = \int_0^\infty dt' tr_B \{ \hat{B}^+(t') \hat{B}(t) \hat{\rho}_B \}, \quad (1.51)$$

$$G^*(t) = \int_0^\infty dt' tr_B \{ \hat{B}^+(t) \hat{B}(t') \hat{\rho}_B \}, \quad (1.52)$$

Тепер підставимо Рів. (1.48) у Рів. (1.37):

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt}\hat{\rho}_S(t) = & [\hat{S}\hat{S}^\dagger\hat{\rho}_S(t) - \hat{S}^\dagger\hat{\rho}_S(t)\hat{S}]G^*(t) - \\
& - [\hat{\rho}_S(t)\hat{S}^\dagger\hat{S} - \hat{S}\hat{\rho}_S(t)\hat{S}^\dagger]F^*(t) - \\
& - [\hat{S}^\dagger\hat{S}\hat{\rho}_S(t) - \hat{S}\hat{\rho}_S(t)\hat{S}^\dagger]F(t) - \\
& - [\hat{\rho}_S(t)\hat{S}^\dagger\hat{S} - \hat{S}\hat{\rho}_S(t)\hat{S}^\dagger]G(t).
\end{aligned} \tag{1.53}$$

В основному стані матриця густини резервуара може бути записана у наступному вигляді:

$$\hat{\rho}_B = (|0\rangle|0\rangle \dots) \otimes (\langle 0|\langle 0| \dots). \tag{1.54}$$

Тоді вирази для $F(t), G(t), G^*(t)$ можна спростити, записавши їх у деякому базисі ванни $|b\rangle$:

$$\begin{aligned}
F(t) = \sum_k |g_k|^2 \int_0^t dt' e^{-i\omega_k(t-t')}, \\
G(t) = G^*(t) = 0.
\end{aligned} \tag{1.55}$$

Якщо ввести щільність стану

$$J(\omega) = \sum_l |g_l|^2 \delta(\omega - \omega_l), \tag{1.56}$$

то сумування у Рів. (1.55) для $F(t)$ можна замінити інтегруванням по усім можливим частотам

$$F(t) = \int_0^\infty d\omega J(\omega) \int_0^t dt' e^{-i\omega(t-t')}, \tag{1.57}$$

якщо увести нову змінну $\tau = t - t'$, тоді

$$F(t) = \int_0^\infty d\omega J(\omega) \int_0^t d\tau e^{-i\omega\tau}. \tag{1.58}$$

Скористаємось марківським наближенням, для якого $t \rightarrow \infty$, тоді

$$\begin{aligned} \int_0^\infty d\tau e^{-i\omega\tau} &= \lim_{\eta \rightarrow +0} \int_0^\infty d\tau e^{-i\omega\tau - \eta\tau} = \\ &= \lim_{\eta \rightarrow +0} \frac{1}{\eta + i\omega} = \lim_{\eta \rightarrow +0} \frac{\eta - i\omega}{\eta^2 + \omega^2} = \\ &= \lim_{\eta \rightarrow +0} \frac{\eta}{\eta^2 + \omega^2} - i \lim_{\eta \rightarrow +0} \frac{\omega}{\eta^2 + \omega^2} = \pi\delta(\omega) - iP\frac{1}{\omega}, \end{aligned} \quad (1.59)$$

де P — головне значення інтеграла за Коші, а $\delta(\omega)$ — дельта-функція Дірака. Тоді вираз для $F(t)$ можна переписати у вигляді:

$$F = \pi \int_0^\infty d\omega J(\omega)\delta(\omega) - iP \int_0^\infty d\omega \frac{J(\omega)}{\omega}. \quad (1.60)$$

Цей вираз зручно переписати у вигляді:

$$F = \frac{\gamma + i\epsilon}{2}, \quad (1.61)$$

де

$$\gamma = 2\pi \int_0^\infty d\omega J(\omega)\delta(\omega), \quad (1.62)$$

$$\epsilon = -2P \int_0^\infty d\omega \frac{J(\omega)}{\omega}. \quad (1.63)$$

Оберемо густину станів таким чином, щоб $\epsilon = 0$, тоді з Рів. (1.53) отримаємо:

$$\frac{d}{dt}\hat{\rho}_S(t) = \gamma[\hat{S}\hat{\rho}_S(t)\hat{S}^\dagger - \frac{1}{2}(\hat{S}^\dagger\hat{S}\hat{\rho}_S(t) + \hat{\rho}_S(t)\hat{S}^\dagger\hat{S})]. \quad (1.64)$$

Тепер повернемося до початкової картини:

$$\hat{\rho}_S(t) = e^{\frac{i}{\hbar}\hat{H}_S t} \hat{\rho}_S e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{H}_S t}. \quad (1.65)$$

Тоді матимемо:

$$\frac{d}{dt}\hat{\rho}_S(t) = -\frac{i}{\hbar}[\hat{H}_S, \hat{\rho}_S] + \gamma[\hat{S}\hat{\rho}_S\hat{S}^\dagger - \frac{1}{2}(\hat{S}^\dagger\hat{S}\hat{\rho}_S + \hat{\rho}_S\hat{S}^\dagger\hat{S})]. \quad (1.66)$$

Отримане рівняння є рівнянням Ліндблада. Його можна узагальнити на випадок декількох шляхів релаксації увівши підсумування за усіма можливими варіантами релаксації.

Рівняння Ліндблада для дворівневої системи

Давайте опишемо точний підхід опису стану системи (див., наприклад, роботи [84, 97]) і почнемо наше дослідження з аналізу ДРС. Рівняння Ліндблада можна записати у вигляді:

$$\frac{d\rho}{dt} = -i [\hat{H}, \rho] + \sum_{\alpha} \check{L}_{\alpha} [\rho], \quad (1.67)$$

де \hat{H} - гамільтоніан системи, підсумування проводиться за усіма можливими шляхами релаксації α , а матриця густини ρ для дворівневої системи має вигляд:

$$\rho = \begin{pmatrix} \rho_{00} & \rho_{01}^r + i\rho_{01}^i \\ \rho_{01}^r - i\rho_{01}^i & 1 - \rho_{00} \end{pmatrix}. \quad (1.68)$$

Ймовірність того, що система знаходиться у стані $|1\rangle$ обчислюється як $P_1 = 1 - \rho_{00}$. Супероператор Ліндблада \check{L}_{α} описує релаксацію системи, викликану взаємодією з навколишнім середовищем і має вигляд

$$\check{L}_{\alpha} [\rho] = \hat{L}_{\alpha} \rho \hat{L}_{\alpha}^{\dagger} - \frac{1}{2} \{ \hat{L}_{\alpha}^{\dagger} \hat{L}_{\alpha}, \rho \}, \quad (1.69)$$

де $\{a, b\} = ab + ba$ — антикомутатор. Для кубіта існує два можливі канали релаксації: дефазування (описується \hat{L}_{ϕ}) і енергетична релаксація (описується \hat{L}_{relax}). Як стає зрозуміло Рів. (1.67) можна отримати з Рів. (1.66), якщо зробити заміну $\sqrt{\gamma} \hat{S} = \hat{L}_{\alpha}$.

Відповідні оператори мають такий вигляд:

$$\hat{L}_{\text{relax}} = \sqrt{\Gamma_1} \hat{\sigma}^+, \quad \hat{L}_{\phi} = \sqrt{\frac{\Gamma_{\phi}}{2}} \hat{\sigma}_z, \quad (1.70)$$

де $\hat{\sigma}^+ = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, Γ_1 — частота релаксації, Γ_{ϕ} — частота дефазування, $\Gamma_2 = \Gamma_1/2 + \Gamma_{\phi}$ — частота декогеренції. Підставляючи вираз (1.70) у (1.69)

отримаємо:

$$\begin{aligned}\check{L}_{relax}[\rho] &= \hat{L}_{relax}\rho\hat{L}_{relax}^\dagger - \frac{1}{2}\{\hat{L}_{relax}^\dagger\hat{L}_{relax},\rho\} = \frac{\Gamma_1}{2}(2\hat{\sigma}^\dagger\rho\hat{\sigma} - \hat{\sigma}\hat{\sigma}^\dagger\rho - \rho\hat{\sigma}\hat{\sigma}^\dagger), \\ \check{L}_\phi[\rho] &= \hat{L}_\phi\rho\hat{L}_\phi^\dagger - \frac{1}{2}\{\hat{L}_\phi^\dagger\hat{L}_\phi,\rho\} = \frac{\Gamma_\phi}{2}(\hat{\sigma}_z\rho\hat{\sigma}_z - \rho).\end{aligned}\tag{1.71}$$

Підставляючи матрицю густини (1.68) та оператори Ліндблада (1.70) у вирази для супероператорів Ліндблада (1.71) отримаємо:

$$\begin{aligned}\check{L}_{relax}[\rho] &= -\frac{\Gamma_1}{2}\begin{pmatrix} 2(\rho_{00} - 1) & \rho_{01}^r + i\rho_{01}^i \\ \rho_{01}^r - i\rho_{01}^i & 2(1 - \rho_{00}) \end{pmatrix}, \\ \check{L}_\phi[\rho] &= -\Gamma_\phi\begin{pmatrix} 0 & \rho_{01}^r + i\rho_{01}^i \\ \rho_{01}^r - i\rho_{01}^i & 0 \end{pmatrix}.\end{aligned}\tag{1.72}$$

Рівняння Ліндблада для чотирирівневої системи

У випадку чотирьохрівневої системи оператори Ліндблада можна записати у наступному вигляді:

$$\begin{aligned}\check{L}_{relax(i)}[\rho] &= L_{relax(i)}\rho L_{relax(i)}^\dagger - \frac{1}{2}\{L_{relax(i)}^\dagger L_{relax(i)},\rho\} = \frac{\Gamma_1^{(i)}}{2}\{2\sigma^{(i)}\rho\sigma^{(i)\dagger} - \sigma^{(i)\dagger}\sigma^{(i)}\rho - \rho\sigma^{(i)\dagger}\sigma^{(i)}\}, \\ \check{L}_{\phi(i)}[\rho] &= L_{\phi(i)}\rho L_{\phi(i)}^\dagger - \frac{1}{2}\{L_{\phi(i)}^\dagger L_{\phi(i)},\rho\} = \frac{\Gamma_\phi^{(i)}}{4}\{2\sigma_z^{(i)}\rho\sigma_z^{(i)\dagger} - \sigma_z^{(i)\dagger}\sigma_z^{(i)}\rho - \rho\sigma_z^{(i)\dagger}\sigma_z^{(i)}\},\end{aligned}\tag{1.73}$$

де

$$\begin{aligned}\sigma^{(1)} = \sigma^\dagger \otimes I &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \sigma^{(2)} = I \otimes \sigma^\dagger &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\ \sigma_z^{(1)} = \sigma_z \otimes I &= \begin{pmatrix} 1 & & & 0 \\ & 1 & & \\ & & -1 & \\ 0 & & & -1 \end{pmatrix}, & \sigma_z^{(2)} = I \otimes \sigma_z &= \begin{pmatrix} 1 & & & 0 \\ & -1 & & \\ & & 1 & \\ 0 & & & -1 \end{pmatrix}.\end{aligned}\tag{1.74}$$

1.2.3 Гамільтоніан кубіта типу трансмон, розміщеного перед дзеркалом

У цьому підрозділі ми опишемо, отримання гамільтоніана (4.3) для кубіта розміщеного перед дзеркалом, який схематично зображений на Рис. 1.9, див. також роботу [98]. Експериментальні аспекти дослідження цього кубіта викладено у підрозділі 1.1.2. Ми повністю повторюємо процедуру, яку було описано у роботі [99], оскільки ми використовуватимемо отримані результати для проведення теоретичних розрахунків.

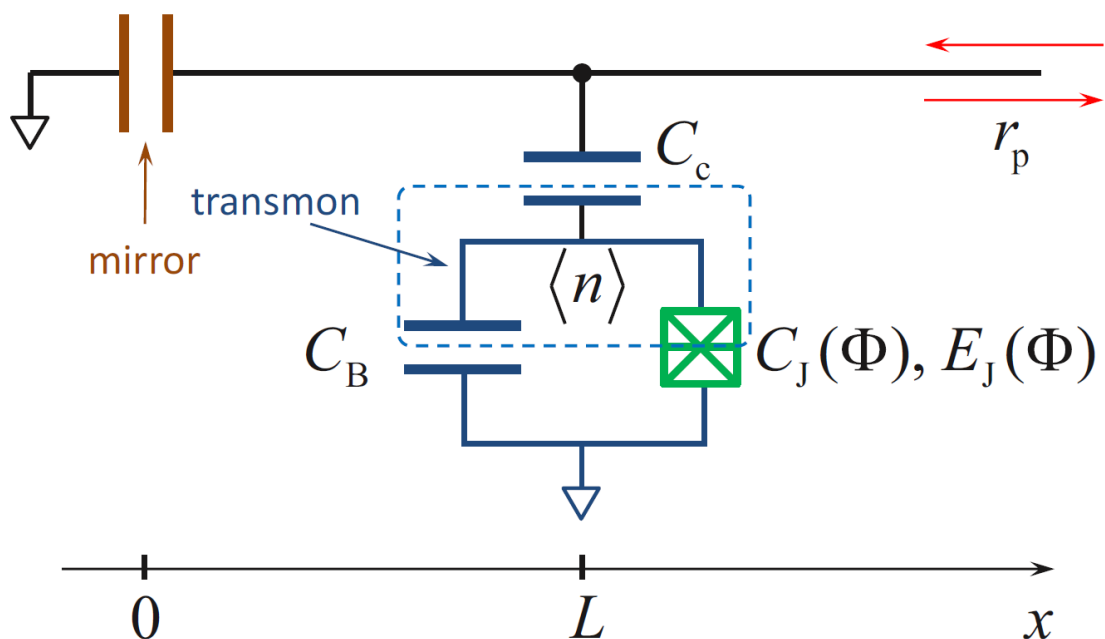


Рис. 1.9: Схема зарядового кубіта, який зашунтовано ємністю та розташовано перед дзеркалом. Кубіт з'єднаний з лінією передачі за допомогою ємності C_c . Лінію передачі зміщено зондуємим сигналом. У процесі експерименту вимірюється коефіцієнт відбиття r . Лінію закінчено конденсатором, який виступає у ролі дзеркала. Кубіт типу трансмон містить джозефсонівські переходи, що можна описати за допомогою ємності (яка залежить від потоку) $C_J(\Phi)$, зашунтованою за допомогою ємності C_B . Рисунок взято з роботи [99], дозвіл на публікацію отримано.

Лінію передач можна описати струмом $I(x, t)$ і напругою $V(x, t)$:

$$I(x, t) = I(x)e^{i\omega_P t}, \quad V(x, t) = V(x)e^{i\omega_P t}, \quad (1.75)$$

де

$$V(x) = V_+ e^{ikx} + V_- e^{-ikx}, \quad (1.76)$$

$$I(x) = -\frac{V_+}{Z_0} e^{ikx} + \frac{V_-}{Z_0} e^{-ikx}, \quad (1.77)$$

а $k = \omega_p/v$. Оскільки при $x = 0$ відбувається відбиття сигналу від дзеркала, маємо $I(0) = 0$, $V_- = V_+$ і $V(x) = 2V_+ \cos(kx)$ для $x \in (0, L)$.

Кубіт типу трансмон можна описати за допомогою числа куперівських пар на ньому $\langle n \rangle$, а оператор числа куперівських пар n можна записати за допомогою матриці Паулі у вигляді [100]

$$n = \left(\frac{E_J}{32E_C} \right)^{1/4} \sigma_x. \quad (1.78)$$

У наближенні $\hbar\omega_{10} \approx \sqrt{8E_C E_J}$, маємо

$$n = \sqrt{\frac{\hbar\omega_{10}}{E_C}} \sigma_x, \quad (1.79)$$

де ω_{10} - резонансна частота кубіта.

Якщо записати заряди пластин конденсатора, можна отримати вираз для острівної напруги [101]

$$V_I = \frac{2e}{C_\Sigma} n - \frac{C_c}{C_\Sigma} V(L, t), \quad (1.80)$$

Записуючи заряди пластин конденсатора, можна отримати острівну напругу [101]

$$V_I = \frac{2e}{C_\Sigma} n - \frac{C_c}{C_\Sigma} V(L, t), \quad (1.81)$$

де $C_\Sigma = C_J + C_B + C_c$. Тоді гамільтоніан кубіта типу трансмон, який розміщено перед дзеркалом та з'єднано з лінією передач, можна записати

(опускаючи константи) у вигляді

$$\begin{aligned} H_c &= \frac{1}{2} C_c [V(L, t) - V_1]^2 \rightarrow C_c V(L, t) V_1 \rightarrow \\ &\rightarrow eV_+ \frac{C_c}{C_\Sigma} \sqrt{\frac{\hbar\omega_{10}}{E_C}} \cos\left(\frac{\omega_p L}{v}\right) \sin(\omega_p t) \sigma_x. \end{aligned} \quad (1.82)$$

Для малих різниць частот $\Delta\omega = \omega_p - \omega_{\text{node}} \ll \omega_p$, маємо

$$\cos\left(\frac{\omega_p L}{v}\right) \approx \frac{\pi \Delta\omega}{2 \omega_{\text{node}}}, \quad (1.83)$$

де $\cos(\omega_{\text{node}} L/v) = 0$. Тоді за допомогою гамільтоніана (1.82) можна описати недіагональну частину гамільтоніана кубіта типу трансмон (4.3) з

$$\begin{aligned} G &= G_0 \frac{\Delta\omega}{\omega_{\text{node}}}, \\ G_0(V_+) &= \frac{\pi C_c}{\hbar C_\Sigma} \sqrt{\frac{\hbar\omega_{10}}{E_C}} eV_+. \end{aligned} \quad (1.84)$$

Це записано як рівняння (4.5).

Проаналізуємо доданок, пов'язаний з діагональною частиною гамільтоніана кубіту типу трансмон, який розміщено перед дзеркалом. Ця частина гамільтоніана описує розщеплення на рівні енергії у виразі (4.1). Магнітний потік має постійну та періодичну компоненти, $\Phi = \Phi_{\text{dc}} + \Phi_{\text{ac}} \sin(\omega_{\text{pump}} t)$. Якщо вважати, що остання величина мала, матимемо

$$\hbar\omega_{10} = \hbar\omega_{10}(\Phi_{\text{dc}}) + \hbar\delta(\Phi_{\text{ac}}) \sin(\omega_{\text{pump}} t), \quad (1.85)$$

де $\delta(\Phi_{\text{ac}}) \propto \Phi_{\text{ac}}$ є амплітудою збудження. В основній частині роботи це записано у вигляді рівняння (4.4).

1.2.4 Надпровідні кубіти

У цьому підрозділі ми розглянемо такий ключовий елемент мезоскопічної фізики як надпровідниковий кубіт. Ця система є ключовою і в рамках

представленої роботи, оскільки надпровідне кільце з трьома контактами вивчалось у роботах [21, 73]. А в роботі [2] досліджувана система — це кубіт типу трансмон, який є однією з модифікацій надпровідного кубіта. Почнемо огляд з автономного джозефсонівського контакта, після розглянемо надпровідне кільце із джозефсонівським контактом і у завершенні отримаємо гамільтоніан джозефсонівського кубіта.

Автономний джозефсонівський контакт

Найпростішою системою з джозефсонівськими контактами є одиночний джозефсонівський контакт, який під'єднано до джерела живлення [102, 103, 98]. Схему відповідного контура представлено на Рис. 1.10. Представлену систему можна охарактеризувати нормальним опором R , критичним струмом I_C і ємністю джозефсонівського контакту. Повний струм системи є сумою надпровідного струму I_S , нормального струму I_N і струму джозефсона I_J . Вираз для повного струму можна записати у вигляді [104]:

$$I = I_S + I_N + C \frac{\partial V}{\partial t}, \quad (1.86)$$

де

$$\begin{cases} V = \frac{\hbar}{2e} \frac{\partial \phi}{\partial t} \\ I_S = I_C \sin \phi \\ I_N = \frac{V}{R} \end{cases} \quad (1.87)$$

Тоді для повного струму отримаємо

$$I = I_C \sin \phi + \frac{\hbar}{2eR} \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\hbar}{2e} C \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2}. \quad (1.88)$$

Динамічною змінною у отриманому рівнянні є різниця фаз на контакті [102, 103]. Рівняння (1.88) можна переписати у більш зручній формі:

$$M \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + \frac{dU}{dt} + r \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0, \quad (1.89)$$

де

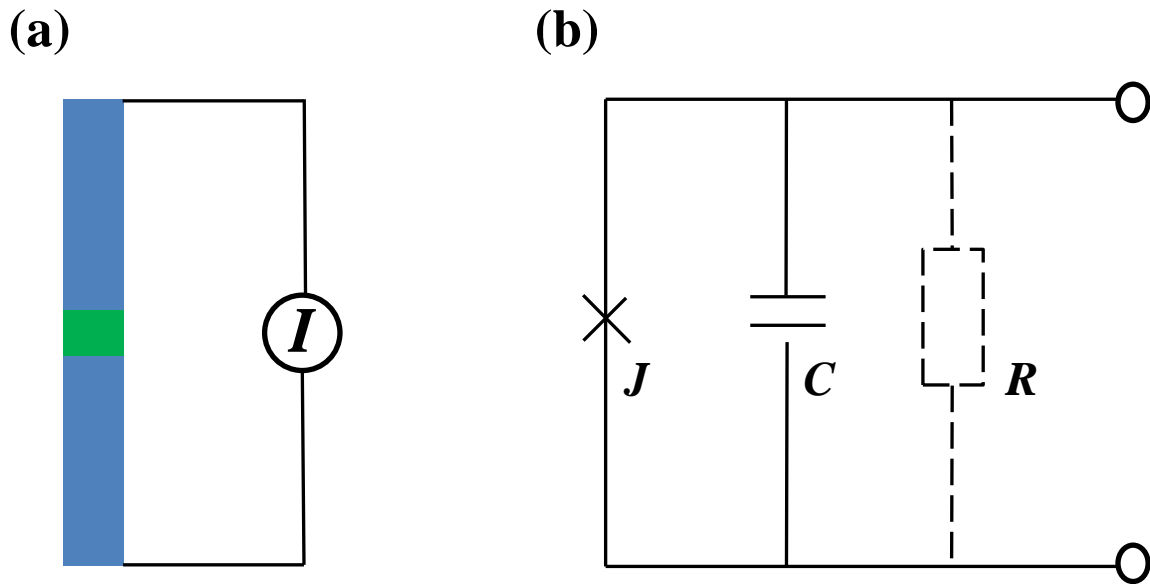


Рис. 1.10: Автономний контакт Джозефсона. Панель (а) зображує модель джозефсонівського контакту. блакитними прямокутниками позначено надпровідні контакти, зеленим прямокутником – діелектрик. Панель (b) показує відповідну електричну схему системи, яка складається з паралельно приєднаних ємності контакту C , джозефсоновського елемента J , опору контакту R , який відрізняється від нормального опору контакту. Опір контакту R сильно залежить від прикладеної напруги і температури.

$$\begin{cases} M = \frac{\hbar^2}{(2e)^2} C = \frac{\hbar^2}{2E_C} \\ U(\phi) = E_J \left[(1 - \cos\phi) - \frac{I}{I_C} \phi \right] \\ r = \frac{\hbar^2}{(2e)^2 R} \end{cases} \quad (1.90)$$

Надпровідне кільце із контактом Джозефсона (вч-СКВІД)

Надпровідне кільце із одним або декількома контактами Джозефсона відіграє дуже велику роль у сучасній фізиці. Зокрема такий об'єкт є важливою складовою надпровідних квантових інтерферометрів. Розглянемо теоретичні аспекти цієї системи.

Надпровідне кільце пронизується магнітним потоком Φ_e . Схему такої системи з одним контактом Джозефсона зображено на Рис. 1.11. Цей магнітний потік індукуює циркулюючий струм I , тоді загальний магнітний

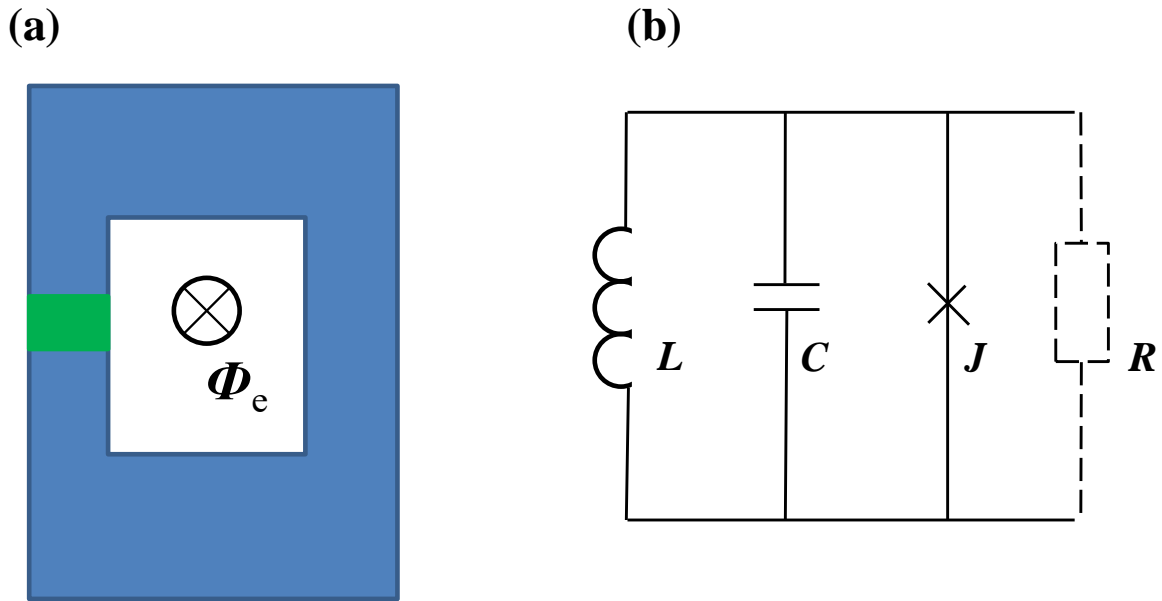


Рис. 1.11: Надпровідне кільце із джозефсонівським контактом. Панель (а) зображує модель надпровідного кільця із джозефсонівським контактом. Блакитними кольором позначено надпровідну петлю, зеленим прямокутником – діелектричну вставку. Петля пронизується магнітним потоком Φ_e . Панель (б) показує відповідну електричну схему системи, яка складається з паралельно приєднаних ємності контакту C , індуктивності L , джозефсоновського елемента J , опору контакту R , який відрізняється від нормального опору контакту. Опір контакту R сильно залежить від прикладеної напруги і температури.

потік у надпровідному кільці з індуктивністю L можна записати у вигляді:

$$\Phi = \Phi_e - LI. \quad (1.91)$$

Повний потік Φ визначатиме різницю фаз на контактах $\phi = 2e\Phi/\hbar$. Виражаючи струм з Рів. (1.91) $I = (\Phi_e - \Phi)/L$ замість Рів. (1.88) матимемо:

$$I_C \sin\phi + \frac{\hbar}{2eR} \frac{\partial\phi}{\partial t} + \frac{\hbar}{2e} C \frac{\partial^2\phi}{\partial t^2} + \frac{\Phi_0}{2\pi L} C(\phi - \phi_e) = 0, \quad (1.92)$$

де $\phi_e = 2e\Phi_e/\hbar$.

У більш зручній формі Рів. (1.92) можна переписати у наступному вигляді:

$$M \frac{\partial^2\phi}{\partial t^2} + \frac{dU}{dt} + r \frac{\partial\phi}{\partial t} = 0, \quad (1.93)$$

де

$$\left\{ \begin{array}{l} M = \frac{\hbar^2}{(2e)^2} C = \frac{\hbar^2}{2E_C} \\ U(\phi) = E_J(1 - \cos\phi) + E_L \frac{(\phi - \phi_e)^2}{2} \\ r = \frac{\hbar^2}{(2e)^2 R} \\ E_L = \frac{(\Phi_0)^2}{4\pi^2 L}, \Phi_0 = \frac{2\pi\hbar c}{2e} \end{array} \right. \quad (1.94)$$

Розглянемо детальніше рівняння (1.93) і (1.88). Доданок $r \frac{\partial \phi}{\partial t}$ описує дисипацію енергії. В експериментах було встановлено, що дисипація є малою величиною і тому нею можна знехтувати. Таким чином, ми отримуємо рівняння, яке з точністю до позначень співпадає з другим законом Ньютона

$$M \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + \frac{dU}{dt} = 0. \quad (1.95)$$

Тоді по аналогії з теоретичною механікою можна записати лагранжیان системи:

$$L(q, \dot{q}) = K - U, \quad (1.96)$$

тут K, U — відповідно кінетична та потенціальна енергія системи q, \dot{q} — узагальнена координата та узагальнена швидкість системи відповідно. З (1.95) випливає, що q відповідає ϕ , а \dot{q} — $\dot{\phi}$. Тоді лагранжیان системи записується у формі

$$L(\phi, \dot{\phi}) = \frac{M\dot{\phi}^2}{2} - U. \quad (1.97)$$

Скориставшись Рів. (1.94) отримаємо:

$$L(\phi, \dot{\phi}) = \frac{\hbar^2}{4E_C} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - E_J(1 - \cos\phi) - E_L \frac{(\phi - \phi_e)^2}{2}. \quad (1.98)$$

Гамільтоніан джозефсонівського кубіта

Отримаємо гамільтоніан системи на прикладі надпровідного кільця із джозефсонівським контактом. З курсу теоретичної механіки відомо:

$$H = p \frac{\partial \phi}{\partial t} - L, p = \frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}}, \dot{\phi} = \frac{\partial \phi}{\partial t}, \quad (1.99)$$

де p — узагальнений імпульс системи. З Рів. (1.98) для узагальненого імпульсу отримаємо

$$H = p \frac{\partial \phi}{\partial t} - L, p = \left(\frac{\hbar}{2e}\right)^2 C \dot{\phi}. \quad (1.100)$$

У цьому випадку величину узагальненого імпульсу легко інтерпретувати: вона пропорційна заряду $q = CU = C\dot{\phi}$, тобто $p = \left(\frac{\hbar}{2e}\right)q$. Імпульс також можна інтерпретувати як кількість куперівських пар, що проходять через контакт n

$$p = \hbar n. \quad (1.101)$$

Користуючись рівняннями (1.99), (1.101) можна переписати гамільтоніан у вигляді:

$$H(n, \phi) = E_C n^2 - E_J \cos \phi + E_L \frac{(\phi - \phi_e)^2}{2}. \quad (1.102)$$

Перейдемо до квантування системи. Оператор імпульсу можна подати у формі:

$$\hat{p} = -i\hbar \frac{\partial}{\partial \phi}. \quad (1.103)$$

Оператор заряду матиме вигляд:

$$\hat{q} = -i2e \frac{\partial}{\partial \phi}. \quad (1.104)$$

Для оператора кількості куперівських пар можна записати

$$\hat{n} = -i \frac{\partial}{\partial \phi}. \quad (1.105)$$

Комутаційне співвідношення між оператором кількості куперівських пар \hat{n} та різницею фаз на контакті $\hat{\phi}$ (тут у відповідність до ϕ поставлено оператор $\hat{\phi}$) подібне до комутаційного співвідношення між координатою \hat{q} і імпульсом \hat{p} :

$$[\hat{\phi}, \hat{p}] = i\hbar, [\hat{\phi}, \hat{n}] = i. \quad (1.106)$$

Тоді оператор гамільтона системи матиме вигляд:

$$\hat{H}(n, \phi) = E_C \hat{n}^2 - E_J \cos \hat{\phi} + E_L \frac{(\hat{\phi} - \phi_e)^2}{2}. \quad (1.107)$$

Таким чином отримано оператор гамільтона джозефсонівського кубіта.

Висновки

У представленому розділі розглянуто теоретичні та експериментальні аспекти дисертаційної роботи. У першому підрозділі аналізуються експерименти, опису яких присвячено подальші розрахунки. Зокрема, було розглянуто кубіт постійного струму, подвійну квантову точку, основу на кремнії, твердотільний штучний атом. У другому підрозділі приділено увагу теоретичним основам дослідження, а саме отримано рівняння балансу для дворівневої системи та проведено його узагальнення на випадок багаторівневих систем. Також отримано рівняння Ліндблада та детально описано процес побудови гамільтоніана для кубіта типу трансмон, що розміщено перед дзеркалом. Детально розглянуто теоретичні аспекти надпровідних кубітів, а саме описано автономний контакт Джозефсона, надпровідне кільце із контактом Джозефсона (вч-СКВІД). Систему, яка складається з надпровідного кільця із контактом Джозефсона було проквантовано і як результат отримано оператор Гамільтона цієї системи.

РОЗДІЛ 2

ДИНАМІКА ТВЕРДОТІЛЬНОГО ШТУЧНОГО АТОМА (НАДПРОВІДНОГО КІЛЬЦЯ З ТРЬОМА ДЖОЗЕФСОНІВСЬКИМИ КОНТАКТАМИ) У ДВОРІВНЕВОМУ ТА ЧОТИРЬОХРІВНЕВОМУ НАБЛИЖЕННІ

Будь-які проблеми, пов'язані з квантовими комп'ютерами, дуже актуальні в сучасній фізиці [105, 106]. Надпровідні кубіти можна розглядати як дуже хороших кандидатів на створення будівельних блоків цих пристроїв [107, 108, 98], оскільки вони мають наступні переваги [109]: можна керувати надпровідними кубітами мікрохвилями; такі системи показують хорошу продуктивність під час операцій на наносекундних масштабах; надпровідні кубіти є масштабованими, що відкриває можливості для їх використання в літографії.

У підсумку можна зробити висновок, що будь-яке вивчення властивостей надпровідних кубітів є дуже важливим для побудови квантових комп'ютерів. Наприклад, такі дослідження можуть дати корисну інформацію щодо покращення роботи квантових логічних операцій [110] і вдосконалення продуктивності квантових алгоритмів загалом [111].

Представлене дослідження також є важливим, оскільки воно дає ще один підхід до вивчення переходів ЛЗШМ та інтерферометрії ЛЗШМ [67, 112, 68, 113]. Переходи ЛЗШМ відбуваються, коли ДРС збуджується сигналом з частотою, яка набагато менша за відстань між рівнями енергії [66]. Таке явище відображається в різних наукових галузях, таких як ядерна фізика [114], квантова оптика [115], хімічна фізика [116], фізика твердого тіла [117], квантова інформаційна наука [118]. Зокрема, можна використовувати такі переходи для збільшення швидкості тунелювання [119, 120], керування операціями кубітного затвора [121], підготовки квантових станів [122, 123], мультисигнальної спектроскопії [124].

Повторення переходів ЛЗШМ призводить до інтерференції ЛЗШМ [125, 126]. Інтерферометрія ЛЗШМ може бути використана для опису та контролю системи, що було підкреслено в роботах [127, 128, 126]. Інтерферометрія ЛЗШМ дозволяє краще зрозуміти результати експериментів, які вивчали фотонний транспорт, здійснений періодичними хвилями, у надпровідних

системах [129, 130] та в квантових точках [131, 132]. Результатом взаємодії квантової системи з навколишнім середовищем є декогеренція. Такий ефект відображається в поведінці інтерференційної картини [21, 133, 134, 93, 135]. Таким чином, інформація про процеси декогеренції може бути отримана з інтерференційної картини.

2.1 Кубіт: інтерферограма

Ми починаємо вивчення формалізму рівняння балансу із застосування його до дворівневої системи, запропонованої в роботі [21]. Розглянута система є кубітом постійного струму [20], який описується гамільтоніаном з Рів. (1.4). Рівняння балансу (1.19) для системи можна переписати у формі:

$$\frac{dP_1}{dt} = W_{10}(P_0 - P_1) + \Gamma'_1 P_0 - \Gamma_1 P_1, \quad (2.1)$$

де Γ_1 частота релаксації зі стану $|1\rangle$ до стану $|0\rangle$, Γ'_1 характеризує релаксацію зі стану $|0\rangle$ до стану $|1\rangle$. Оскільки нас цікавить стаціонарний режим, ми можемо застосувати умову $dP_i/dt = 0$. Доповнюючи Рів. (2.1) співвідношенням $P_0 + P_1 = 1$, ми знаходимо:

$$P_0 = \frac{W_{10} + \Gamma_1}{2W_{10} + \Gamma_1 + \Gamma'_1}, \quad P_1 = \frac{W_{10} + \Gamma'_1}{2W_{10} + \Gamma_1 + \Gamma'_1}. \quad (2.2)$$

У роботі [21] було експериментально досліджено ймовірність заселення верхнього зарядового стану $|1\rangle$ P_1 як функцію відстройку потоку Δf (аналог енергетичної відстройки ε в теоретичних розрахунках) і напруги джерела V_{rms} (амплітуда збуджуючого сигналу A в теорії). Експеримент проводився для двох значень частоти поля збудження: (а) $\nu = 270$ МГц і (б) $\nu = 90$ МГц. Відповідний графік показаний на Рис. 1.2. Параметри експерименту $\Delta = 13$ МГц, $\Gamma_1 = 50$ кГц, $\Gamma_2 = 95$ МГц, $\Gamma'_1 = \Gamma_1 \exp(-\beta\varepsilon)$, де β — параметр, що описує релаксацію з нижнього рівня на верхній. Для наших теоретичних розрахунків ми припустили $\Gamma'_1 = \Gamma_1 \times 10^{-3}$. Результати теоретичних розрахунків представлені на Рис. 2.1. З порівняння результатів можна зробити висновок, що теоретичні та експериментальні картини добре

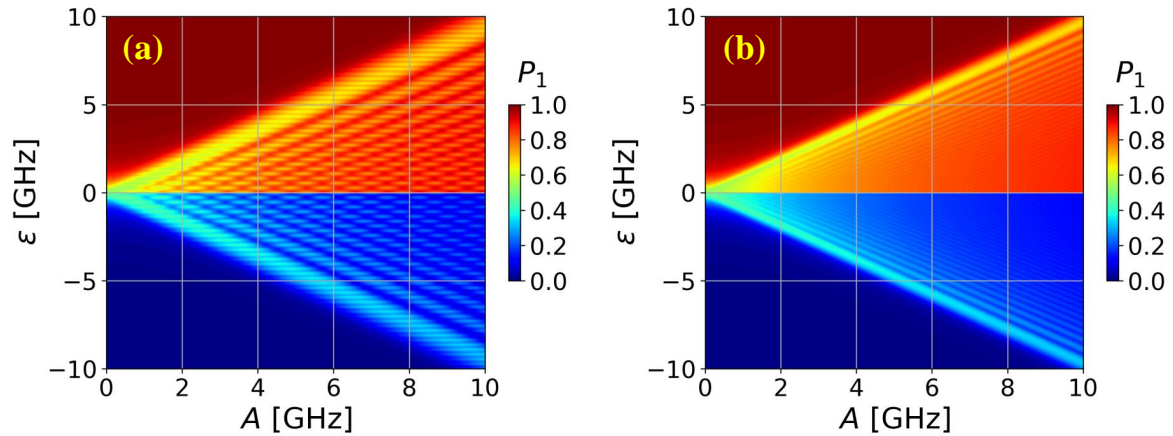


Рис. 2.1: Заселеність P_1 як функція амплітуди збуджуючого поля A та енергетичної відстройки ε . Розрахунки було зроблено для двох різних значень частоти збуджуючого сигналу: (а) $\nu = 270$ MHz і (б) $\nu = 90$ MHz. Результати добре узгоджуються з експериментальними картинами, отриманими у роботі [21]. Для розрахунків було використано наступні значення параметрів $\Delta = 13$ MHz, $\Gamma_1 = 50$ kHz, $\Gamma_2 = 95$ MHz, $\Gamma'_1 = \Gamma_1 \times 10^{-3}$.

узгоджуються.

2.2 Кубіт: динаміка

У цьому підрозділі розглядається динаміка кубіта. Для аналізу порівнюємо два підходи: розв'язування рівняння Ліндблада (точний розв'язок) і системи рівнянь балансу (наближений).

З одного боку, розв'язуючи рівняння (1.67), можна отримати P_1 як функцію часу t , частоти збудження ν та амплітуди A , відстройки енергії ε , розщеплення рівнів Δ . Імовірність заселеності верхнього зарядового рівня є функцією всіх цих параметрів, $P_1 = P_1(t, \nu, A, \varepsilon, \Delta)$. Отримана залежність дозволяє побудувати, наприклад, $P_1 = P_1(\varepsilon, t)$.

З іншого боку, ми можемо отримати те саме співвідношення, розв'язавши Рів. (1.19). На рис. 2.2 (а, б) показано результати теоретичних розрахунків P_1 як функції часу t та енергетичної відстройки ε для $A = 8$ GHz і $\nu = 270$ MHz, інші параметри збігаються з Рис. 2.1. Панель (а) була розрахована за підходом рівняння Ліндблада, тоді як (б) є результатом вирішення рівнянь балансу. Можна зробити висновок, що розглянуті підходи мають гарну якість

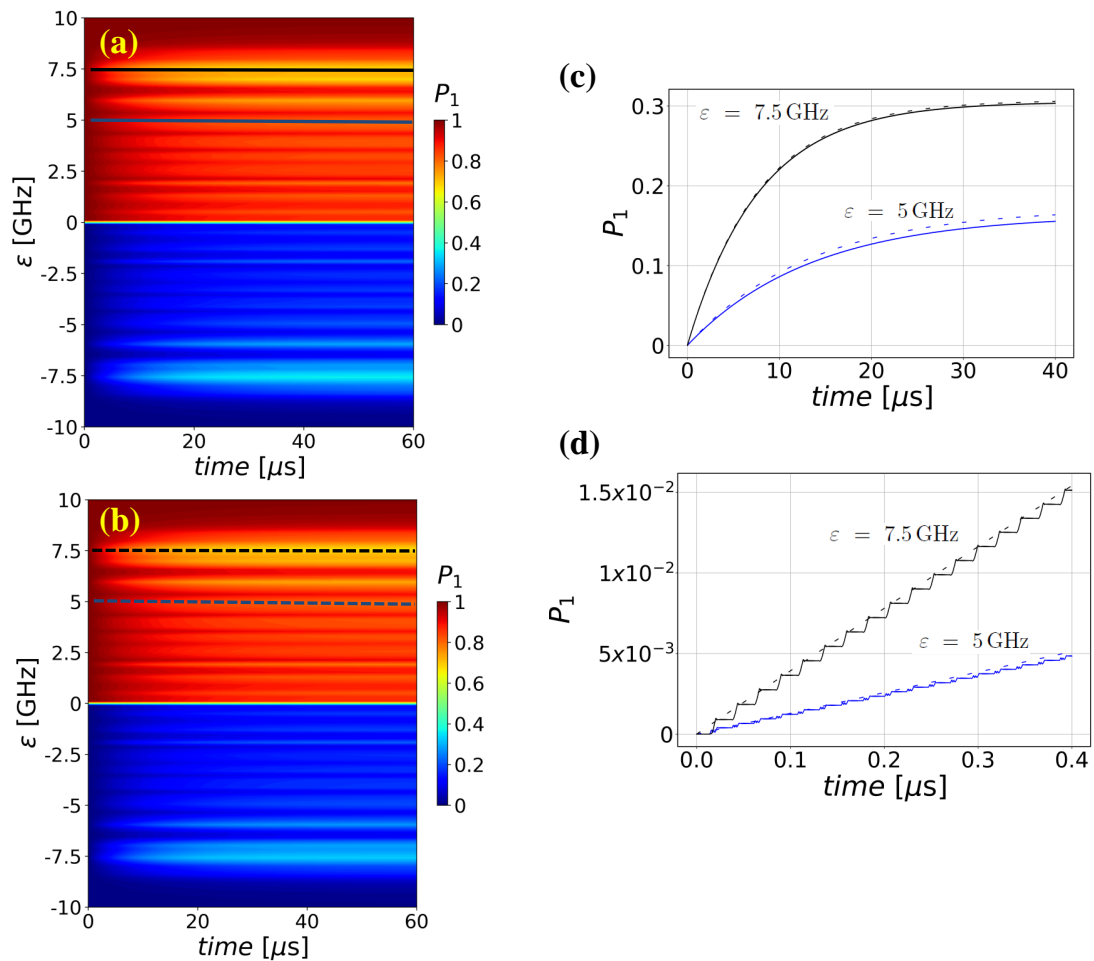


Рис. 2.2: Ймовірність заселеності верхнього зарядового рівня P_1 як функція часу t . Панелі (a, b) показують P_1 як функцію часу t і відстройку енергії ε для $A = 8$ GHz і $\nu = 270$. Панель (a) була розрахована за підходом рівняння Ліндблада, (b) є результатом розв'язання рівнянь балансу. Панель (c) — лінія розрізу вздовж (a, b) на $\varepsilon = 5$ GHz (синя лінія, нижній набір кривих) і $\varepsilon = 7.5$ GHz (чорна лінія, верхній набір кривих). Суцільні лінії відповідають точному розв'язку, штрихові — розв'язки рівнянь балансу. Панель (d) показує динаміку розглянутого процесу протягом перших 400 наносекунд, лінії позначені так само, як і на (b). Інші параметри такі ж, як і на Рис. 2.1.

відповідність.

На Рис. 2.2 (c) ми бачимо лінію розрізу вздовж Рис. 2.2 (a, b) на $\varepsilon = 5$ GHz (синя лінія) і $\varepsilon = 7.5$ GHz (чорна лінія). Суцільні лінії відповідають точному розв'язку, штрихові — розв'язкам рівнянь балансу. Ми бачимо, що обидва підходи добре узгоджуються. Різницю між ними можна побачити, якщо збільшити зображення (наприклад, розглянемо перші мікросекунди процесу).

На рис. 2.2 (d) показана динаміка розглянутого процесу протягом перших 400 наносекунд. Лінії позначені так само, як на рис. 2.2 (c). З порівняння можна зробити висновок, що в рамках формалізму рівняння балансу коливання усереднюються, тому відповідна крива є монотонною кривою, тоді як підхід рівняння Ліндблада відображає більш складну поведінку системи.

2.3 Опис динаміки та стаціонарного режиму для багаторівневої системи: твердотільного штучного атома у чотирьохрівневому наближенні

У цьому підрозділі ми теоретично вивчаємо стаціонарний режим та динамічні властивості твердотільного штучного атома (надпровідного кільця з трьома джозефсонівськими контактами) запропонованого у роботі [73]. Штучний атом — це структура, в якій електрони захоплені й можуть мати лише дискретні енергетичні стани, як у справжніх атомів. Незбурена частина функції Гамільтона розглянутої системи має вигляд [136]:

$$H = \sum_n E_n |n\rangle \langle n| - \frac{1}{2} \sum_{m \neq n} \Delta_{mn} |m\rangle \langle n|, \quad (2.3)$$

для випадку нашої системи незбурену частину гамільтоніана можна записати так:

$$H = -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} -\varepsilon - B & 0 & \Delta_{02} & \Delta_{03} \\ 0 & \varepsilon & \Delta_{12} & \Delta_{13} \\ \Delta_{02} & \Delta_{12} & -\varepsilon & 0 \\ \Delta_{03} & \Delta_{13} & 0 & \varepsilon - B \end{pmatrix}. \quad (2.4)$$

Значення $B = 2 \times 8.4 \text{ GHz}$ описує положення квазіперетинів Δ_{12} і Δ_{03} (див. також далі по тексту). Відповідну енергетичну діаграму можна побачити на рис. 1.8(b). Отримана енергетична діаграма добре узгоджується з діаграмами з роботи [73, 92]. В області нашого інтересу система містить 4 енергетичні рівні, розміщені у двоямному потенціалі, детальну конфігурацію

рівнів енергії можна знайти в роботі [137]. У розглянутому випадку стани $|0\rangle$ і $|1\rangle$ знаходяться в правій ямі, стани $|2\rangle$ і $|3\rangle$ — в лівій. Крім того, згідно зі статтею [73], релаксація всередині ями відбувається швидше в цьому твердому штучному атомі, ніж релаксація між ямами, тому можна знехтувати релаксацією зі стану $|1\rangle$ в стан $|2\rangle$ і навпаки. В експерименті було виміряно заселення в лівій ямі $P_L = P_2 + P_3$. Застосовуючи Рів. (1.19) до аналізованої системи, отримуємо систему рівнянь балансу:

$$\begin{cases} \dot{P}_0 = -P_0(W_{02} + W_{03} + \Gamma_{20}) + P_2(W_{20} + \Gamma_{20}) + P_1\Gamma_{10} + P_3W_{03} \\ \dot{P}_1 = -P_1(W_{12} + W_{13} + \Gamma_{10}) + P_2W_{12} + P_3W_{13} \\ \dot{P}_2 = P_0(W_{02} + \Gamma_{02}) - P_2(W_{02} + W_{12} + \Gamma_{20}) + P_3\Gamma_{23} + P_1W_{12} \\ P_0 + P_1 + P_2 + P_3 = 1. \end{cases} \quad (2.5)$$

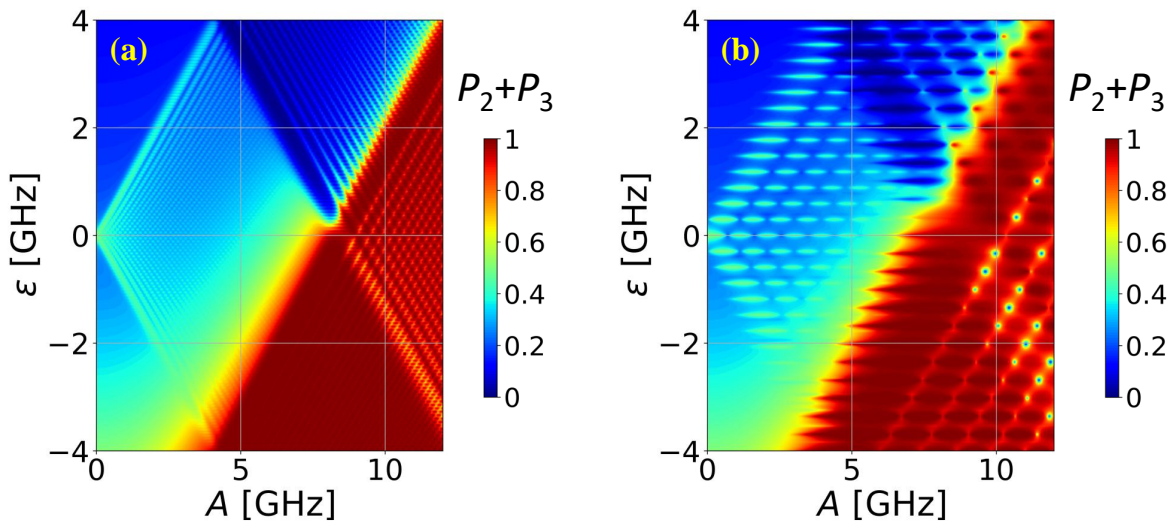


Рис. 2.3: Заселеність лівої ями штучного атома $P_L = P_2 + P_3$ як функція амплітуди збуджуючого поля A та енергетичної відстройки ε . Для випадку (a) частота збудження складає $\nu = 0.16$ GHz, для (b) — $\nu = 0.85$ GHz. Відповідні частоти релаксації системи дорівнюють $\Gamma_{10} = 0.6$ GHz, $\Gamma_{32} = 0.6$ GHz, $\Gamma_{20} = 0.05$ MHz. Зворотні частоти релаксації (від нижнього стану $|m\rangle$ до верхнього $|n\rangle$) пригнічуються за законом Больцмана, і для простоти ми взяли $\Gamma_{mn} = \Gamma_{nm}/100$. Розщеплення рівнів енергії дорівнюють $\Delta_{02} = 0,09$ GHz, $\Delta_{12} = 0,013$ GHz, $\Delta_{13} = 0,5$ GHz, $\Delta_{03} = 0,5$ GHz і їхні положення знаходяться у точках $\varepsilon = 0, 8.4, 0$ і -8.4 GHz відповідно. Частота декогеренції $\Gamma_2 = 0.05$ GHz. Нахили енергетичних рівнів системи [73] дорівнюють $|m_0|, |m_2| = 1.44, |m_1|, |m_3| = 1.09$.

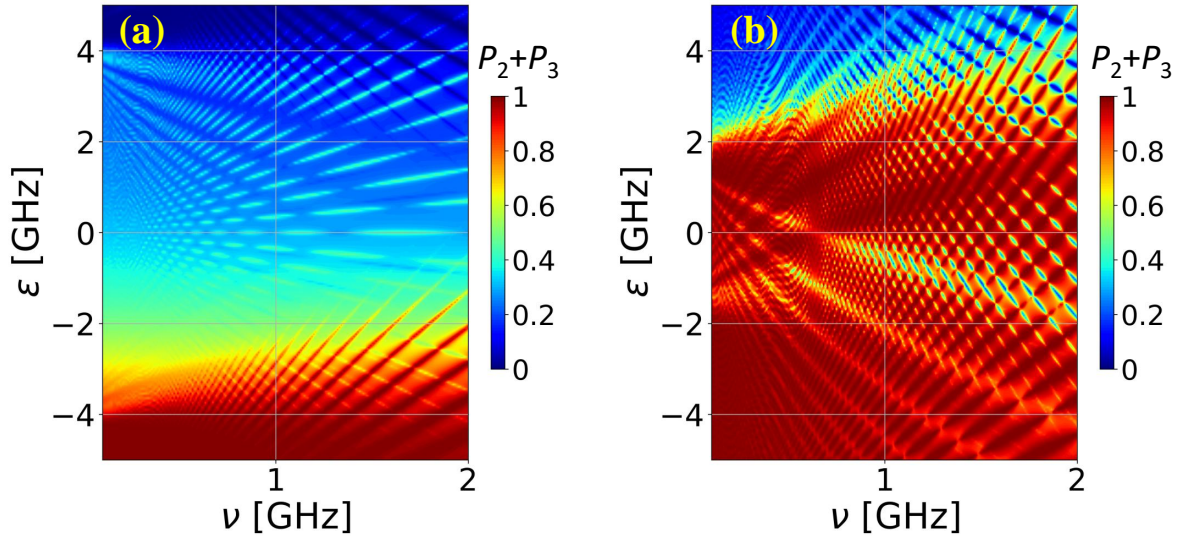


Рис. 2.4: Заселеність лівої ями штучного атома $P_L = P_2 + P_3$ як функція частоти збуджуючого поля ν та енергетичної відстройкі ε . Для випадку (a) амплітуда збудження складає $A = 4$ GHz, для (b) — $A = 10$ GHz. Відповідні частоти релаксації системи дорівнюють $\Gamma_{10} = 0.6$ GHz, $\Gamma_{32} = 0.6$ GHz, $\Gamma_{20} = 0.05$ MHz. Зворотні частоти релаксації (від нижнього стану $|m\rangle$ до верхнього $|n\rangle$) пригнічуються за законом Больцмана, і для простоти ми взяли $\Gamma_{mn} = \Gamma_{nm}/100$. Розщеплення рівнів енергії дорівнюють $\Delta_{02} = 0,09$ GHz, $\Delta_{12} = 0,013$ GHz, $\Delta_{13} = 0,5$ GHz, $\Delta_{03} = 0,5$ GHz і їхні положення знаходяться у точках $\varepsilon = 0, 8.4, 0$ і -8.4 GHz відповідно. Частота декогеренції $\Gamma_2 = 0.05$ GHz. Нахили енергетичних рівнів системи [73] дорівнюють $|m_0|, |m_2| = 1.44$, $|m_1|, |m_3| = 1.09$.

Відповідні частоти релаксації системи дорівнюють $\Gamma_{10} = 0.6$ GHz, $\Gamma_{32} = 0.6$ GHz, $\Gamma_{20} = 0.05$ MHz. Зворотні частоти релаксації (від нижнього стану $|m\rangle$ до верхнього $|n\rangle$) пригнічуються за законом Больцмана, і для простоти ми взяли $\Gamma_{mn} = \Gamma_{nm}/100$. Розщеплення рівнів енергії системи дорівнює $\Delta_{02} = 0.09$ GHz, $\Delta_{12} = 0.013$ GHz, $\Delta_{13} = 0.5$ GHz, $\Delta_{03} = 0.5$ GHz і розташовуються вони у точках $\varepsilon = 0, 8.4, 0$ і -8.4 GHz відповідно. Частота декогерентності становить $\Gamma_2 = 0.05$ GHz.

Щоб покращити відповідність між теорією та експериментом, автори статті [92] запропонували врахувати діабатычний нахил рівнів енергії $m_i = dE_i(\varepsilon)/d\varepsilon$ рівня i з енергією E_i . Рівняння (1.5) можна переписати у формі:

$$h_{ij}(t) = (|m_i| + |m_j|)(\varepsilon + A \sin 2\pi\nu t) + \delta\varepsilon_{\text{noise}}(t). \quad (2.6)$$

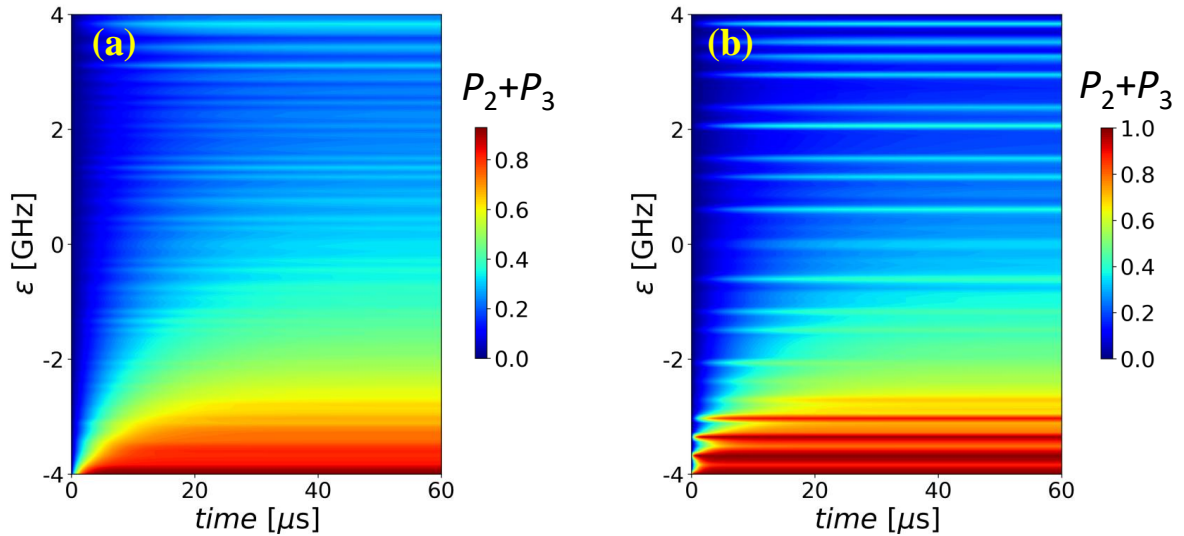


Рис. 2.5: Ймовірність заселеності лівої ями штучного атома $P_L = P_2 + P_3$ як функція відстроєнки енергії ε і часу t . Обчислення виконано для $A = 4$ GHz. Панель (a) відповідає значенню частоти $\nu = 0.16$ GHz, для панелі (b) частота збуджуючого сигналу складає $\nu = 0.85$ GHz. Відповідні частоти релаксації системи дорівнюють $\Gamma_{10} = 0.6$ GHz, $\Gamma_{32} = 0.6$ GHz, $\Gamma_{20} = 0.05$ MHz. Зворотні частоти релаксації (від нижнього стану $|m\rangle$ до верхнього $|n\rangle$) пригнічуються за законом Больцмана, і для простоти ми взяли $\Gamma_{mn} = \Gamma_{nm}/100$. Розщеплення рівнів енергії дорівнюють $\Delta_{02} = 0,09$ GHz, $\Delta_{12} = 0,013$ GHz, $\Delta_{13} = 0,5$ GHz, $\Delta_{03} = 0,5$ GHz і їхні положення знаходяться у точках $\varepsilon = 0, 8.4, 0$ і -8.4 GHz відповідно. Частота декогеренції $\Gamma_2 = 0.05$ GHz. Нахили енергетичних рівнів системи [73] дорівнюють $|m_0|, |m_2| = 1.44, |m_1|, |m_3| = 1.09$.

Нахили енергії системи [73] дорівнюють $|m_0|, |m_2| = 1.44, |m_1|, |m_3| = 1.09$.

Результати теоретичних розрахунків представлені на Рис. 2.3. Панель (a) відповідає випадку $\nu = 0.16$ GHz, (b) була побудована для частоти збудження рівній $\nu = 0.85$ GHz. Повна картина складається з трикутників, які можна дуже грубо інтерпретувати як взаємодії в межах ДРС. Наприклад, система поводить себе як кубіт на інтервалі $A < 4$ GHz. Для випадку (a) картина на інтервалі $A > 8.4$ GHz також є ДРС-подібною, тоді як для випадку (b) поведінка системи є більш складною. Ми також можемо зробити висновок, що для більших частот резонанси стають більш помітними, як це спостерігалось для кубіта.

Оскільки теоретичні результати показали гарну відповідність з

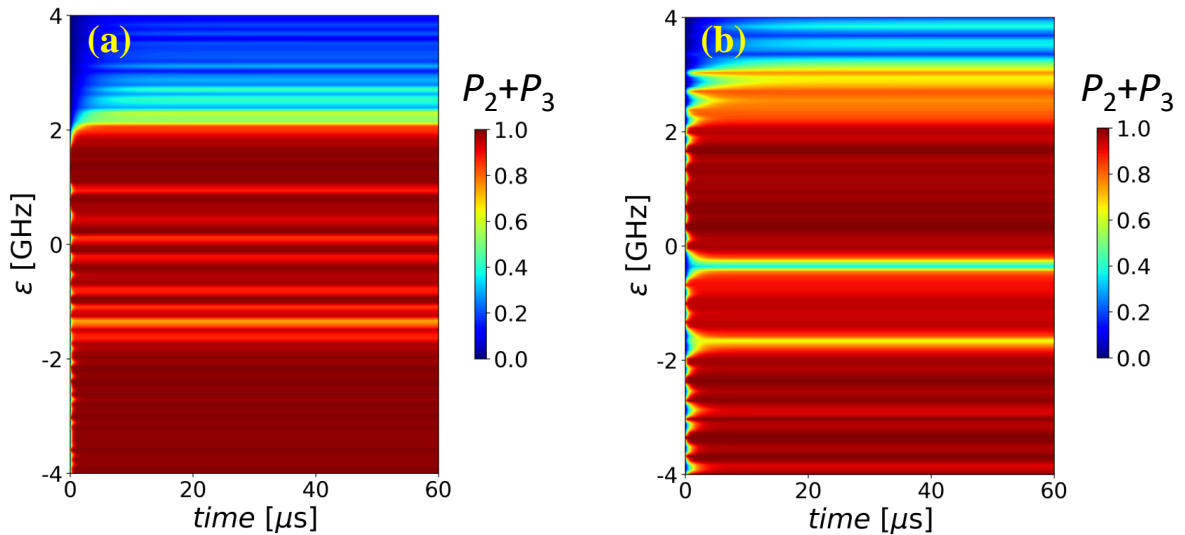


Рис. 2.6: Ймовірність заселеності лівої ями штучного атома $P_L = P_2 + P_3$ як функція відстроики енергії ε і часу t . Обчислення виконано для $A = 10$ GHz. Панель (a) відповідає значенню частоти $\nu = 0.16$ GHz, для панелі (b) частота збуджуючого сигналу складає $\nu = 0.85$ GHz. Інші параметри такі ж, як і на Рис. 2.3.

експериментальними, то можна стверджувати, що ми зрозуміли як співвідносяться теоретичні та експериментальні величини. Також у ході побудови інтерферограми ми знайшли значення підготовчих параметрів. Тому тепер можемо побудувати інші залежності, наприклад залежність заселеності лівої ями штучного атома $P_L = P_2 + P_3$ від енергетичної відстроики ε та частоти збуджуючого сигналу ν для різних значень амплітуди збуджуючого поля A . Рис. 2.4 показує таку залежність. Панель (a) відповідає випадку амплітуди збуджуючого сигналу $A = 4$ GHz, панель (b) — випадку амплітуди збуджуючого сигналу $A = 10$ GHz. Значення усіх параметрів співпадають з параметрами на Рис. 2.3.

Для завершення дослідження вивчимо динаміку системи. На Рис. 2.5 показано залежність ймовірності заселеності лівої ями $P_L = P_2 + P_3$ від часу та енергетичної відстроики ε для $A = 4$ GHz. Рисунок 2.5(a) відповідає значенню частоти збуджуючого сигналу $\nu = 0.16$ GHz, на Рис. 2.5(b) частота збуджуючого сигналу дорівнює $\nu = 0.85$ GHz.

На Рис. 2.6 показано залежність ймовірності заселеності лівої ями $P_L = P_2 + P_3$ від часу та енергетичної відстроики ε для $A = 10$ GHz і $\nu = 0.16$ GHz. Усі параметри такі ж як і на Рис. 2.3.

Висновки

Опис квантової системи з N рівнями, якщо розв'язувати, наприклад, рівняння Ліндблада, потребує розв'язання $N^2 - 1$ рівнянь для компонентів матриці густини. Розглянуто альтернативний підхід, що полягає у розв'язанні рівнянь балансу, кількість яких $N - 1$. Ми почали з ДРС, для якої ми маємо лише одне рівняння замість трьох рівнянь Ліндблада. Потім ми розглянули узагальнення для багаторівневої системи та описали багаторівневу систему на основі потокових кубітів. Щоб записати рівняння балансу необхідно задати релаксацію та декогеренцію системи. У ході дослідження було показано, що підхід рівнянь балансу зручний для отримання стаціонарних станів. Зокрема, ми застосували цей метод для інтерферометрії ЛЗШМ, яка є важливим інструментом для характеристики та контролю квантових систем.

Основні результати розділу висвітлено у публікаціях [1, 7].

РОЗДІЛ 3

ЗАСТОСУВАННЯ РІВНЯННЯ БАЛАНСУ ДЛЯ ОПИСУ ПОДВІЙНОЇ КВАНТОВОЇ ТОЧКИ

Швидкий розвиток галузі квантових обчислень вимагає складних практичних рішень. Одним із таких рішень є квантові точки. Ці системи є хорошими кандидатами на створення будівельних блоків квантових комп'ютерів, оскільки вони мають гарну настроюваність [31] і гнучку геометрію зв'язку [41]. Крім того, квантові точки демонструють хорошу продуктивність для зчитування, маніпуляції та ініціалізації їх спінових станів [42, 43, 44, 45]. Таку систему можна використовувати в галузях квантової інформації [46, 47] і квантових обчислень [10, 48]. Розглянуті об'єкти також цікаві для вивчення квантової люмінесценції [50, 51], надпровідності [49], ефекту Кондо [138], п'єземагнітного ефекту [139], перетворення енергії твердого тіла [52], реалізації квантового зв'язку [53, 54] тощо.

Для вирішення багатьох сучасних проблем (одна з них – створення квантового комп'ютера) недостатньо використовувати одну квантову точку, їх потрібно об'єднати в ланцюжки [140]. Поведінка електронів у ланцюзі може бути розкладена на взаємодії між парами сусідніх точок, які називаються подвійними квантовими точками (ПКТ). В результаті ці системи сьогодні широко досліджуються, зокрема, було підкреслено, що ПКТ відкривають можливості для зондування електрон-фононного зв'язку [55], дозволяють досліджувати напівпровідникове середовище [56], можуть бути використані у такій відносно новій і перспективній галузі як спінтроніка [57], можуть виступати в якості термоелектричних генераторів [58] та детекторів шуму [59]. Тому як експериментальне, так і теоретичне дослідження таких систем є дуже важливим не тільки з точки зору квантової інформації, але й для сучасної квантової фізики в цілому.

У цьому розділі ми теоретично досліджуємо властивості кудіта (δ -рівневої квантової системи) [141, 142, 143, 144, 145], експериментально вивченого у роботі [60]. Основним інструментом нашого аналізу є формалізм рівняння балансу [87, 88, 1], який є відносно простим, але часто добре узгоджується з експериментами. Наприклад, цей метод успішно описує поведінку дворівневої системи [21], а також багаторівневої системи

(твердотільний штучний атом) зі статті [146], яку було проаналізовано в роботі [92].

Представлене дослідження також може бути цікавим, оскільки воно відкриває додаткову можливість для вивчення переходів ЛЗШМ. Цей ефект можна спостерігати, якщо опромінити квантову систему сигналом з частотою, яка значно менша за відстань між енергетичними рівнями [66, 147]. Переходи ЛЗШМ відображаються в багатьох галузях, наприклад, у фізиці твердого тіла [124, 2], квантовій інформатиці [118, 123], ядерній фізиці [114], хімічній фізиці [116], квантовій оптиці [115]. Повторні переходи ЛЗШМ призводять до інтерференції ЛЗШМ [148, 67, 62, 113, 149]. Інтерферометрія ЛЗШМ може бути використана для опису та контролю квантової системи [128, 126], що дозволяє краще зрозуміти процеси фотонного транспорту в надпровідних системах [130] та декогеренцію в квантових системах [133, 135].

3.1 Діаграма рівнів енергії подвійної квантової точки

У даному розділі ми отримаємо вираз для рівнів енергії ПКТ. Схема розглянутої системи зображена на рис. 3.1(a), де N_1, N_2 – кількість електронів у кожній точці, V і C з відповідними індексами вказують на прикладені напруги та ємності відповідно. У загальному вигляді електростатичну енергію системи можна записати у вигляді:

$$E = \frac{1}{2} \vec{V} \cdot \mathbf{C} \vec{V} = \frac{1}{2} \vec{V} \cdot \vec{Q}, \quad (3.1)$$

де \vec{V} і \vec{Q} — вектори напруг і зарядів відповідно, \mathbf{C} — матриця ємності. У Рів. (3.1) ми використали $\vec{Q} = \mathbf{C} \vec{V}$. Таким чином, щоб отримати рівні енергії системи, які нам потрібні, необхідно знайти вектор зарядів і обернену матрицю ємності системи.

Заряди $Q_{1,2}$ на квантових точках можна записати наступним чином

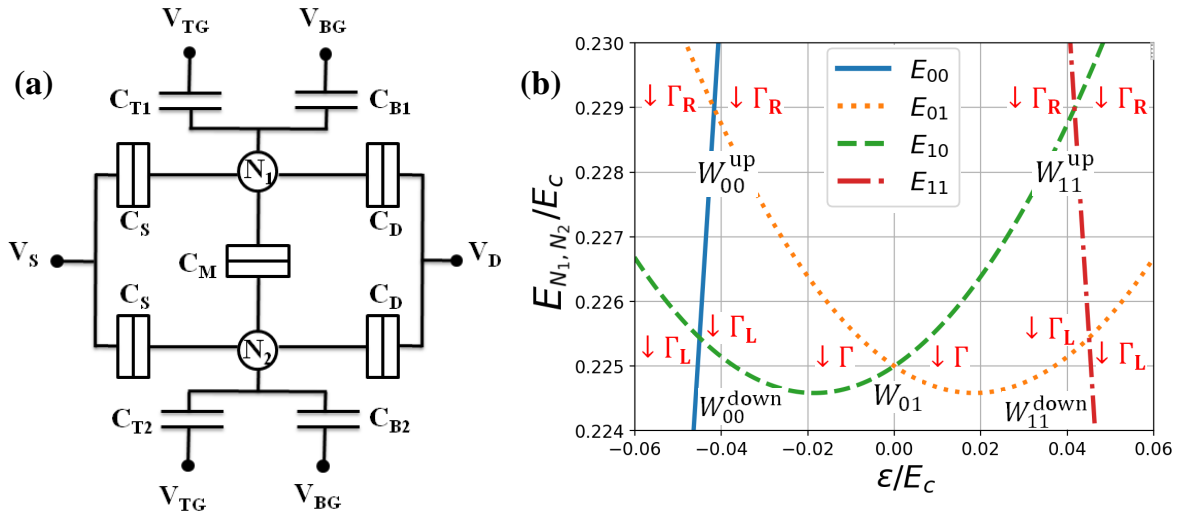


Рис. 3.1: Схема ПКТ та її енергетичні рівні. Панель (а) показує електричну схему розглянутої ПКТ, де N_1 і N_2 є кількістю електронів у кожній точці, V і C з відповідними індексами вказують на прикладені напруги та ємності відповідно. (b) Рівні енергії ПКТ, досліджені в роботі. [60], де $W_{00(11)}^{\text{up}}$, $W_{00(11)}^{\text{down}}$ частоти переходу між станом $|00\rangle$ ($|11\rangle$) і станом $|01\rangle$, $|10\rangle$ ($|10\rangle$, $|01\rangle$) відповідно; W_{01} частота переходу між станом $|01\rangle$ і $|10\rangle$, Δ з таким самим індексом вказує на відповідне розщеплення рівнів, $\Gamma_{L(R)}$ швидкість релаксації між лівою (правою) точкою та резервуарами, Γ швидкість релаксації між станами $|01\rangle$ і $|10\rangle$.

$$Q_1 = C_{T1}(V_1 - V_{TG}) + C_{B1}(V_1 - V_{BG}) + C_S(V_1 - V_S) + C_D(V_1 - V_D) + C_M(V_1 - V_2), \quad (3.2)$$

$$Q_2 = C_{T2}(V_2 - V_{TG}) + C_{B2}(V_2 - V_{BG}) + C_S(V_2 - V_S) + C_D(V_2 - V_D) + C_M(V_2 - V_1). \quad (3.3)$$

Зручно переписати вирази (3.2, 3.3) у матричній формі

$$\vec{Q} = \begin{pmatrix} Q_1 + C_{T1}V_{TG} + C_{B1}V_{BG} + C_S V_S + C_D V_D \\ Q_2 + C_{T2}V_{TG} + C_{B2}V_{BG} + C_S V_S + C_D V_D \\ C_1 V_1 - C_M V_2 \\ C_2 V_2 - C_M V_1 \end{pmatrix} = \quad (3.4)$$

де C_1 і C_2 – ємності, підключені до першої та другої квантових точок відповідно,

$$C_1 = C_{T1} + C_{B1} + C_D + C_S + C_M, \quad (3.5)$$

$$C_2 = C_{T2} + C_{B2} + C_D + C_S + C_M.$$

Тоді матриця ємностей має такий вигляд:

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} C_1 & -C_M \\ -C_M & C_2 \end{pmatrix}. \quad (3.6)$$

Для простоти припустимо, що $V_S = V_D = 0$. Використовуючи вирази для вектора зарядів (3.4) і для оберненої матриці ємності (3.6), для електростатичної енергії ПКТ ми отримуємо:

$$\begin{aligned} E = & \frac{1}{C_1 C_2 - C_M^2} \left[\frac{1}{2} C_1 Q_2^2 + \frac{1}{2} C_2 Q_1^2 + C_M Q_1 Q_2 \right] + \\ & \frac{V_{TG}}{C_1 C_2 - C_M^2} [C_{T1} (C_M Q_2 + C_2 Q_1) + C_{T2} (C_1 Q_2 + C_M Q_1)] + \\ & \frac{V_{BG}}{C_1 C_2 - C_M^2} [C_{B1} (C_M Q_2 + C_2 Q_1) + C_{B2} (C_1 Q_2 + C_M Q_1)] + \\ & \frac{V_{TG}^2}{C_1 C_2 - C_M^2} \left[\frac{1}{2} C_1 C_{T2}^2 + \frac{1}{2} C_2 C_{T1}^2 + C_{T1} C_{T2} C_M \right] + \\ & \frac{V_{BG}^2}{C_1 C_2 - C_M^2} \left[\frac{1}{2} C_1 C_{B2}^2 + \frac{1}{2} C_2 C_{B1}^2 + C_{B1} C_{B2} C_M \right]. \end{aligned} \quad (3.7)$$

Щоб спростити Рів. (3.7), введемо нові позначення, $N_i = -\frac{Q_i}{|e|}$ — кількість електронів в i -й квантовій точці та n_t і n_b — редуковані напруги на верхньому та нижньому затворах відповідно

$$n_t = \frac{C_{T1} V_{TG}}{|e|} = \frac{1}{1+a} \frac{C_{T2} V_{TG}}{|e|}, \quad (3.8)$$

$$n_b = \frac{C_{B1} V_{BG}}{|e|} = \frac{1}{1-a} \frac{C_{B2} V_{BG}}{|e|}, \quad (3.9)$$

де a — коефіцієнт асиметрії затворів. Припускаючи $C = C_1 = C_2 = m C_M$

і переписуючи заряди квантових точок як $Q_{1(2)} = -|e| N_{1(2)}$, то для енергії подвійної квантової точки отримуємо:

$$\begin{aligned} \frac{E}{E_C} = & \frac{1}{2}N_1^2 + \frac{1}{2}N_2^2 + \frac{N_1N_2}{m} - n_t \left[N_1 + \frac{N_2}{m} + (1+a) \left(N_2 + \frac{N_1}{m} \right) \right] \\ & - n_b \left[N_1 + \frac{N_2}{m} + (1-a) \left(N_2 + \frac{N_1}{m} \right) \right] + n_t^2 \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2}(1+a)^2 + \frac{1+a}{m} \right] \\ & + n_b^2 \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2}(1-a)^2 + \frac{1-a}{m} \right] + n_t n_b \left[2\left(1 + \frac{1}{m}\right) - a^2 \right], \end{aligned} \quad (3.10)$$

де ми визначили $E_C = E_{C_1} = E_{C_2} = mE_{C_M} = e^2 \frac{C}{C^2 - C_M^2}$. Відповідну діаграму рівнів енергії зображено на Рис. 3.1(b) для таких параметрів: $a = 0, 1$, $n_b = 0, 25$, $m = 10$ і $(N_1, N_2) = (0, 1)$.

3.2 Рівняння балансу та інтерферограма для подвійної квантової точки

У цьому розділі ми застосовуємо формалізм рівняння балансу до паралельної ПКТ.

Розглянемо зарядові стани системи. У цьому випадку після проходження точки максимального наближення рівнів (їхні положення для Δ_C знаходиться у точці $\varepsilon_C = 0$, для Δ^{down} знаходяться у точках $\varepsilon_{00}^{\text{down}} = -276 \text{ GHz}$ і $\varepsilon_{11}^{\text{down}} = 276 \text{ GHz}$, для Δ^{up} знаходяться у точках $\varepsilon_{00}^{\text{up}} = -255 \text{ GHz}$ і $\varepsilon_{11}^{\text{up}} = 255 \text{ GHz}$) рівні міняються місцями (верхній рівень стає нижнім). Тому ми повинні враховувати цей факт. Цей ефект особливо вплине на релаксації, які відбуваються з верхнього рівня на нижній. Ми маємо на увазі, що зворотні релаксації пригнічені за законом Больцмана. Щоб взяти це до уваги, ми розділили наш інтервал на дві частини: для першого інтервалу $\varepsilon < 0$ і для другого інтервалу $\varepsilon \geq 0$. Кожна з цих частин описується різними системами рівнянь балансу (релаксаційні члени відрізняються, інші члени не змінюються). Отже, для розглянутого випадку рівняння балансу (1.19) набувають вигляду

Інтервал I ($\varepsilon < 0$):

$$\begin{cases} \dot{P}_{01} = W_{10}(P_{10} - P_{01}) + W_{11}^{\text{down}}(P_{11} - P_{01}) + W_{00}^{\text{up}}(P_{00} - P_{01}) - \Gamma P_{01} + \Gamma_R P_{00} + \Gamma_L P_{11} \\ \dot{P}_{10} = W_{11}^{\text{up}}(P_{11} - P_{10}) + W_{00}^{\text{down}}(P_{00} - P_{10}) + W_{10}(P_{01} - P_{10}) + \Gamma P_{01} + \Gamma_L P_{00} + \Gamma_R P_{11} \\ \dot{P}_{00} = W_{00}^{\text{down}}(P_{10} - P_{00}) + W_{00}^{\text{up}}(P_{01} - P_{00}) - \Gamma_R P_{00} - \Gamma_L P_{00} \\ P_{01} + P_{10} + P_{00} + P_{11} = 1. \end{cases} \quad (3.11)$$

Інтервал II ($\varepsilon \geq 0$):

$$\begin{cases} \dot{P}_{01} = W_{10}(P_{10} - P_{01}) + W_{11}^{\text{down}}(P_{11} - P_{01}) + W_{00}^{\text{up}}(P_{00} - P_{01}) + \Gamma P_{10} + \Gamma_R P_{00} + \Gamma_L P_{11} \\ \dot{P}_{10} = W_{11}^{\text{up}}(P_{11} - P_{10}) + W_{00}^{\text{down}}(P_{00} - P_{10}) + W_{10}(P_{01} - P_{10}) - \Gamma P_{10} + \Gamma_L P_{00} + \Gamma_R P_{11} \\ \dot{P}_{00} = W_{00}^{\text{down}}(P_{10} - P_{00}) + W_{00}^{\text{up}}(P_{01} - P_{00}) - \Gamma_R P_{00} - \Gamma_L P_{00} \\ P_{01} + P_{10} + P_{00} + P_{11} = 1. \end{cases} \quad (3.12)$$

Частоти переходу обчислюються за наступними формулами

$$\begin{aligned} W_{10} &= \frac{\Delta_c^2}{2} \sum_n \frac{\Gamma_2 J_n^2\left(\frac{A}{\nu}\right)}{\left((\varepsilon - \varepsilon_c) - n\nu\right)^2 + \Gamma_2^2}, \\ W_{00}^{\text{up}} &= \frac{(\Delta^{\text{up}})^2}{2} \sum_n \frac{\Gamma_{2,R} J_n^2\left(\frac{A}{\nu}\right)}{\left((\varepsilon - \varepsilon_{00}^{\text{up}}) - n\nu\right)^2 + \Gamma_{2,R}^2}, \\ W_{00}^{\text{down}} &= \frac{(\Delta^{\text{down}})^2}{2} \sum_n \frac{\Gamma_{2,L} J_n^2\left(\frac{A}{\nu}\right)}{\left((\varepsilon - \varepsilon_{00}^{\text{down}}) - n\nu\right)^2 + \Gamma_{2,L}^2}, \\ W_{11}^{\text{up}} &= \frac{(\Delta^{\text{up}})^2}{2} \sum_n \frac{\Gamma_{2,R} J_n^2\left(\frac{A}{\nu}\right)}{\left((\varepsilon - \varepsilon_{11}^{\text{up}}) - n\nu\right)^2 + \Gamma_{2,R}^2}, \\ W_{11}^{\text{down}} &= \frac{(\Delta^{\text{down}})^2}{2} \sum_n \frac{\Gamma_{2,L} J_n^2\left(\frac{A}{\nu}\right)}{\left((\varepsilon - \varepsilon_{11}^{\text{down}}) - n\nu\right)^2 + \Gamma_{2,L}^2}, \end{aligned}$$

Для розрахунків ми використовували такі параметри: частоти релаксації системи $\Gamma_1 = 0,9 \text{ GHz}$, $\Gamma_R = 12 \text{ GHz}$, $\Gamma_L = 50 \text{ MHz}$, розщеплення рівнів енергії дорівнюють $\Delta_c = 8.25 \text{ GHz}$, $\Delta_{\text{up}} = 1 \text{ GHz}$, $\Delta_{\text{down}} = 21 \text{ GHz}$, і їх положення знаходяться на позиціях $\varepsilon = 0, \pm 255$ і $\pm 276 \text{ GHz}$ відповідно. Швидкість декогеренції $\Gamma_2 = 4 \text{ GHz}$ і частота збудження $\nu = 4 \text{ GHz}$.

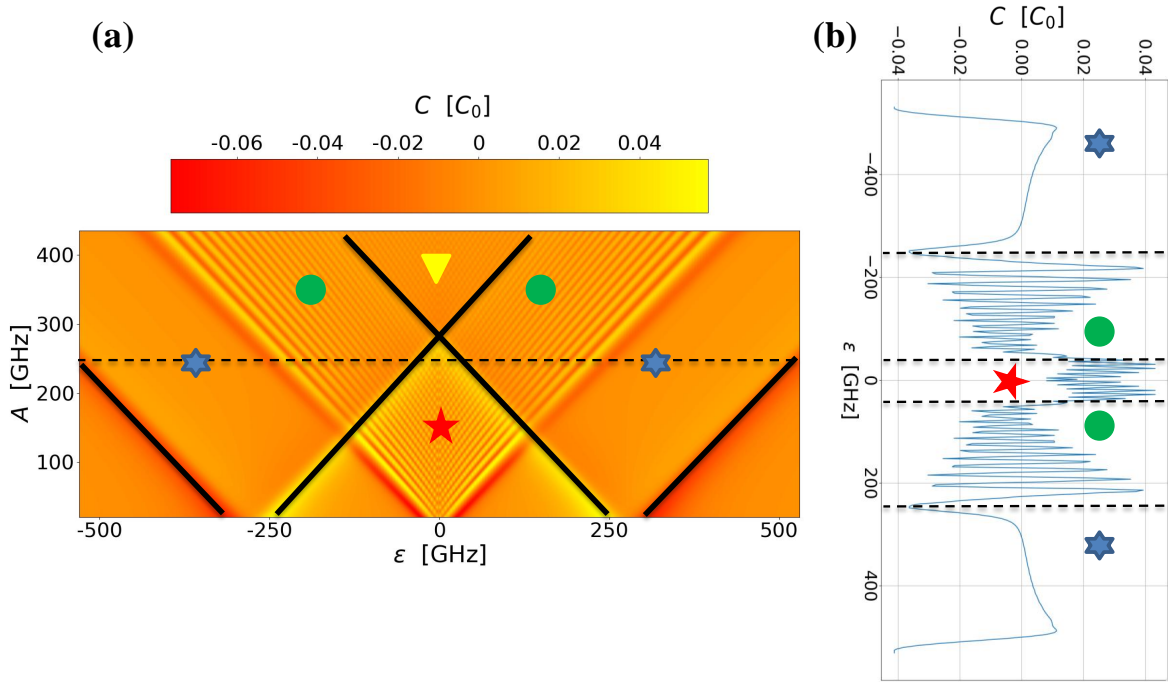


Рис. 3.2: (а) Параметрична ємність ПКТ як функція амплітуди збуджуючого сигналу A та енергетичної відстройки ε . (б) Залежність параметричної ємності ПКТ від енергетичної відстройки ε для амплітуди збуджуючого сигналу $A = 240$ GHz (лінійний розріз панелі (а) вздовж осі y). Відповідні швидкості релаксації системи дорівнюють $\Gamma_1 = 0.9$ GHz, $\Gamma_R = 12$ GHz, $\Gamma_L = 50$ MHz. Розщеплення енергетичних рівнів дорівнюють $\Delta_c = 8.25$ GHz, $\Delta_{up} = 1$ GHz, $\Delta_{down} = 21$ GHz, і розташовані вони у точках $\varepsilon = 0, \pm 255$ and ± 276 GHz відповідно. Частота декогерентності $\Gamma_2 = 4$ GHz і частота збуджуючого сигналу $\nu = 4$ GHz.

Розв'язуючи рівняння (3.18, 3.19) для стаціонарного режиму (коли $dP_{ij}/dt = 0$), отримуємо $P_{mn} = P_{mn}(\varepsilon, A)$, $m, n = 0, 1$ як функцію ε, A , що дозволяє побудувати графік експериментально вимірної фазової відповіді резонатора $\Delta\phi$, яка визначена Рів. (1.1), де C — параметрична ємність ПКТ, яку у термінах ймовірностей можна обчислити за допомогою наступного виразу

$$C = C_0 \frac{d}{d(\varepsilon)} \{P_{01} - P_{10} + a(P_{00} - P_{11})\}, \quad (3.13)$$

де a — безрозмірний фактор, який описує зв'язок ПКТ із резервуаром, для експерименту $a = 18$, а C_0 — коефіцієнт пропорційності. Результати теоретичних розрахунків представлені на Рис. 3.2(а). Отримана інтерферограма демонструє ті самі моделі, що й експериментальна (див.

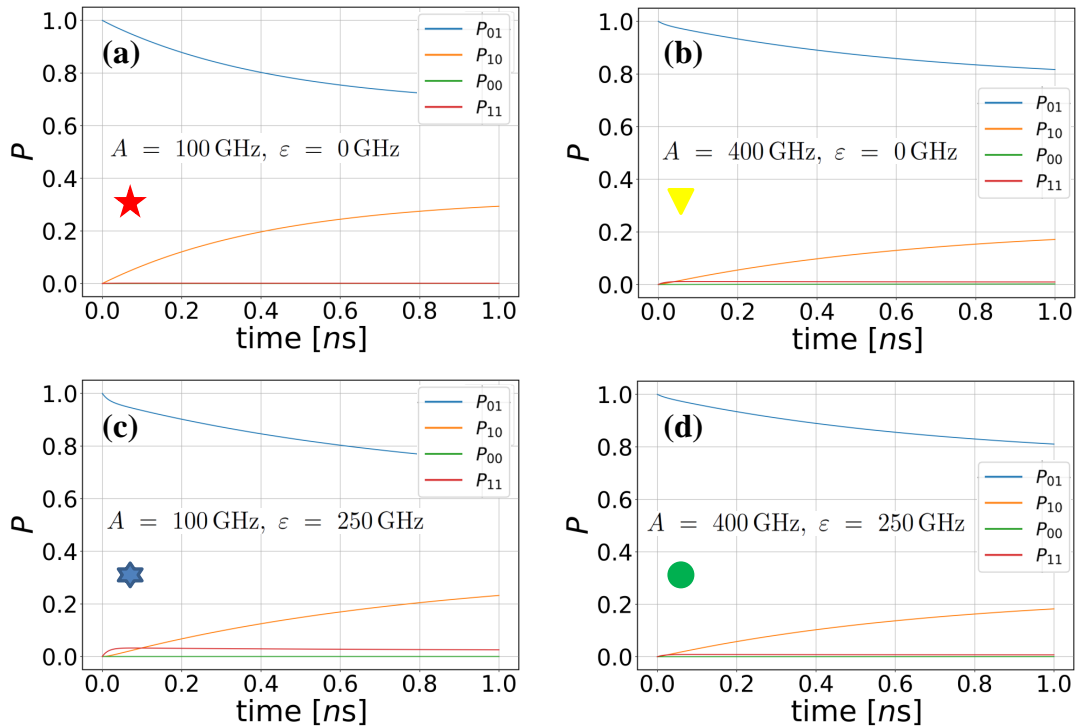


Рис. 3.3: Залежність ймовірностей від часу для різних режимів: (a) багаторазового ЛЗШМ; (b) одноразового ЛЗШМ; (c) некогерентного режим; (d) дворазового ЛЗШМ. Значення параметрів такі ж як і для Рис. 3.2.

Рис. 1.4(a)). Зокрема, можна побачити чотири різні режими: некогерентний (блакитна зірочка), дворазовий ЛЗШМ (зелене коло), одноразовий ЛЗШМ (жовтий трикутник), багаторазовий ЛЗШМ (червона зірочка). На Рис. 3.2(b) представлено розріз Рис. 3.2(a) при $A = 240$ GHz, таку саму поведінку можна побачити в експерименті (див. Рис. 1.4).

Рисунок 3.3 показує залежність ймовірностей від часу для різних режимів: (a) багаторазового ЛЗШМ; (b) одноразового ЛЗШМ; (c) некогерентного режиму; (d) дворазового ЛЗШМ. З графіків можна зробити висновок, що стаціонарний режим (коли $dP_{ij}/dt \approx 0$) починається після $t_0 \approx 0.8$ ns. Також можна побачити, що для всіх випадків $P_{01} > P_{10} > P_{11}, P_{00}$.

3.3 Система рівнянь балансу для подвійної квантової точки для шести інтервалів

У цьому розділі ми опишемо розбиття інтервалу енергетичної відстройки ε на шість інтервалів: $\varepsilon < \varepsilon_{00}^{\text{down}}$, $\varepsilon_{00}^{\text{down}} \leq \varepsilon < \varepsilon_{00}^{\text{up}}$, $\varepsilon_{00}^{\text{up}} \leq \varepsilon < \varepsilon_c$, $\varepsilon_c \leq \varepsilon < \varepsilon_{11}^{\text{up}}$, $\varepsilon_{11}^{\text{up}} \leq \varepsilon < \varepsilon_{11}^{\text{down}}$, $\varepsilon_{11}^{\text{down}} \leq \varepsilon$. Цей підхід здається більш логічним, оскільки система має п'ять точок максимального наближення рівнів (квазіперетину). Однак у статтю [3] увійшов випадок поділу інтервалу на дві частини, оскільки, по-перше, він давав добре узгодження з експериментом, по-друге, описувався значно простіше. Але з методичних міркувань ми подамо ще і випадок поділу на шість інтервалів. Система рівнянь балансу для цього випадку матиме вигляд:

Інтервал I ($\varepsilon < \varepsilon_{00}^{\text{down}}$):

$$\begin{cases} \dot{P}_{01} = W_{10}(P_{10} - P_{01}) + W_{11}^{\text{down}}(P_{11} - P_{01}) + W_{00}^{\text{up}}(P_{00} - P_{01}) - \Gamma P_{01} - \Gamma_R P_{01} + \Gamma_L P_{11} \\ \dot{P}_{10} = W_{11}^{\text{up}}(P_{11} - P_{10}) + W_{00}^{\text{down}}(P_{00} - P_{10}) + W_{10}(P_{01} - P_{10}) + \Gamma P_{01} - \Gamma_L P_{10} + \Gamma_R P_{11} \\ \dot{P}_{00} = W_{00}^{\text{down}}(P_{10} - P_{00}) + W_{00}^{\text{up}}(P_{01} - P_{00}) + \Gamma_R P_{01} + \Gamma_L P_{10} \\ P_{01} + P_{10} + P_{00} + P_{11} = 1. \end{cases} \quad (3.14)$$

Інтервал II ($\varepsilon_{00}^{\text{down}} \leq \varepsilon < \varepsilon_{00}^{\text{up}}$):

$$\begin{cases} \dot{P}_{01} = W_{10}(P_{10} - P_{01}) + W_{11}^{\text{down}}(P_{11} - P_{01}) + W_{00}^{\text{up}}(P_{00} - P_{01}) - \Gamma P_{01} - \Gamma_R P_{01} + \Gamma_L P_{11} \\ \dot{P}_{10} = W_{11}^{\text{up}}(P_{11} - P_{10}) + W_{00}^{\text{down}}(P_{00} - P_{10}) + W_{10}(P_{01} - P_{10}) + \Gamma P_{01} + \Gamma_L P_{00} + \Gamma_R P_{11} \\ \dot{P}_{00} = W_{00}^{\text{down}}(P_{10} - P_{00}) + W_{00}^{\text{up}}(P_{01} - P_{00}) + \Gamma_R P_{01} - \Gamma_L P_{00} \\ P_{01} + P_{10} + P_{00} + P_{11} = 1. \end{cases} \quad (3.15)$$

Інтервал III ($\varepsilon_{00}^{\text{up}} \leq \varepsilon < \varepsilon_c$):

$$\begin{cases} \dot{P}_{01} = W_{10}(P_{10} - P_{01}) + W_{11}^{\text{down}}(P_{11} - P_{01}) + W_{00}^{\text{up}}(P_{00} - P_{01}) - \Gamma P_{01} + \Gamma_R P_{00} + \Gamma_L P_{11} \\ \dot{P}_{10} = W_{11}^{\text{up}}(P_{11} - P_{10}) + W_{00}^{\text{down}}(P_{00} - P_{10}) + W_{10}(P_{01} - P_{10}) + \Gamma P_{01} + \Gamma_L P_{00} + \Gamma_R P_{11} \\ \dot{P}_{00} = W_{00}^{\text{down}}(P_{10} - P_{00}) + W_{00}^{\text{up}}(P_{01} - P_{00}) - \Gamma_R P_{00} - \Gamma_L P_{00} \\ P_{01} + P_{10} + P_{00} + P_{11} = 1. \end{cases} \quad (3.16)$$

Інтервал IV ($\varepsilon_c \leq \varepsilon < \varepsilon_{11}^{\text{up}}$):

$$\begin{cases} \dot{P}_{01} = W_{10}(P_{10} - P_{01}) + W_{11}^{\text{down}}(P_{11} - P_{01}) + W_{00}^{\text{up}}(P_{00} - P_{01}) + \Gamma P_{10} + \Gamma_R P_{00} + \Gamma_L P_{11} \\ \dot{P}_{10} = W_{11}^{\text{up}}(P_{11} - P_{10}) + W_{00}^{\text{down}}(P_{00} - P_{10}) + W_{10}(P_{01} - P_{10}) - \Gamma P_{10} + \Gamma_L P_{00} + \Gamma_R P_{11} \\ \dot{P}_{00} = W_{00}^{\text{down}}(P_{10} - P_{00}) + W_{00}^{\text{up}}(P_{01} - P_{00}) - \Gamma_R P_{00} - \Gamma_L P_{00} \\ P_{01} + P_{10} + P_{00} + P_{11} = 1. \end{cases} \quad (3.17)$$

Інтервал V ($\varepsilon_{11}^{\text{up}} \leq \varepsilon < \varepsilon_{11}^{\text{down}}$):

$$\begin{cases} \dot{P}_{01} = W_{10}(P_{10} - P_{01}) + W_{11}^{\text{down}}(P_{11} - P_{01}) + W_{00}^{\text{up}}(P_{00} - P_{01}) + \Gamma P_{10} + \Gamma_R P_{00} + \Gamma_L P_{11} \\ \dot{P}_{10} = W_{11}^{\text{up}}(P_{11} - P_{10}) + W_{00}^{\text{down}}(P_{00} - P_{10}) + W_{10}(P_{01} - P_{10}) - \Gamma P_{10} + \Gamma_L P_{00} - \Gamma_R P_{10} \\ \dot{P}_{00} = W_{00}^{\text{down}}(P_{10} - P_{00}) + W_{00}^{\text{up}}(P_{01} - P_{00}) - \Gamma_R P_{00} - \Gamma_L P_{00} \\ P_{01} + P_{10} + P_{00} + P_{11} = 1. \end{cases} \quad (3.18)$$

Інтервал VI ($\varepsilon_{11}^{\text{down}} \leq \varepsilon$):

$$\begin{cases} \dot{P}_{01} = W_{10}(P_{10} - P_{01}) + W_{11}^{\text{down}}(P_{11} - P_{01}) + W_{00}^{\text{up}}(P_{00} - P_{01}) + \Gamma P_{10} + \Gamma_R P_{00} - \Gamma_L P_{01} \\ \dot{P}_{10} = W_{11}^{\text{up}}(P_{11} - P_{10}) + W_{00}^{\text{down}}(P_{00} - P_{10}) + W_{10}(P_{01} - P_{10}) - \Gamma P_{10} + \Gamma_L P_{00} - \Gamma_R P_{10} \\ \dot{P}_{00} = W_{00}^{\text{down}}(P_{10} - P_{00}) + W_{00}^{\text{up}}(P_{01} - P_{00}) - \Gamma_R P_{00} - \Gamma_L P_{00} \\ P_{01} + P_{10} + P_{00} + P_{11} = 1. \end{cases} \quad (3.19)$$

Як можна побачити з систем при зміні інтервала змінюються лише релаксаційні доданки, інші члени залишаються незмінними. Розв'язуючи

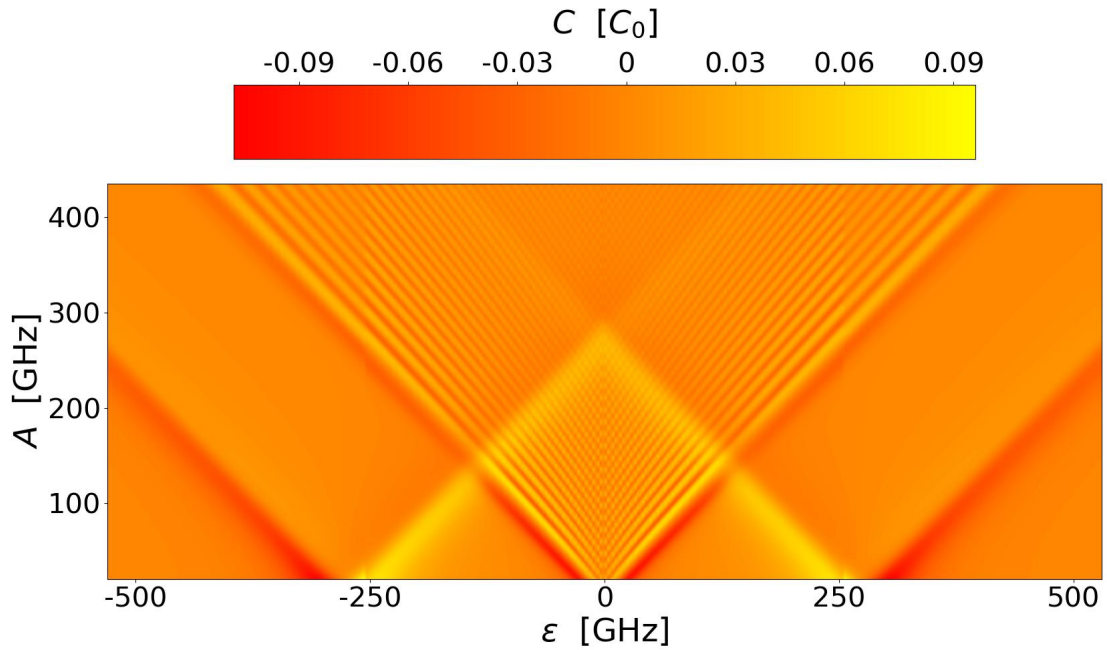


Рис. 3.4: Параметрична ємність ПКТ як функція амплітуди збуджуючого сигналу A та енергетичної відстройки ε для випадку поділу енергетичної відстройки ε на 6 частин. Відповідні швидкості релаксації системи дорівнюють $\Gamma_1 = 0.9 \text{ GHz}$, $\Gamma_R = 12 \text{ GHz}$, $\Gamma_L = 50 \text{ MHz}$. Розщеплення енергетичних рівнів дорівнюють $\Delta_c = 8.25 \text{ GHz}$, $\Delta_{\text{up}} = 1 \text{ GHz}$, $\Delta_{\text{down}} = 21 \text{ GHz}$, і розташовані вони у точках $\varepsilon = 0, \pm 255$ and $\pm 276 \text{ GHz}$ відповідно. Частота декогерентності $\Gamma_2 = 4 \text{ GHz}$ і частота збуджуючого сигналу $\nu = 4 \text{ GHz}$.

системи для стаціонарного режиму ми отримуємо ймовірності заселення як функції енергетичної відстройки ε та амплітуди збуджуючого сигналу A . Таким чином, використовуючи Рів. (3.13) можна побудувати інтерферограму для параметричної ємності ПКТ C , її зображено на Рис. 3.4.

Для розрахунків ми використовували такі параметри: частоти релаксації системи $\Gamma_1 = 0,9 \text{ GHz}$, $\Gamma_R = 12 \text{ GHz}$, $\Gamma_L = 50 \text{ MHz}$, розщеплення рівнів енергії дорівнюють $\Delta_c = 8.25 \text{ GHz}$, $\Delta_{\text{up}} = 1 \text{ GHz}$, $\Delta_{\text{down}} = 21 \text{ GHz}$, і їх положення знаходяться на позиціях $\varepsilon = 0, \pm 255$ і $\pm 276 \text{ GHz}$ відповідно. Швидкість декогеренції $\Gamma_2 = 4 \text{ GHz}$ і частота збудження $\nu = 4 \text{ GHz}$.

Так як теоретичні результати мають гарну відповідність з експериментальними, то можна стверджувати, що нам стало зрозуміло як співвідносяться теоретичні та експериментальні величини. Також у ході побудови інтерферограми ми знайшли значення деяких підготовчих параметрів. Тому тепер можемо побудувати інші залежності, наприклад

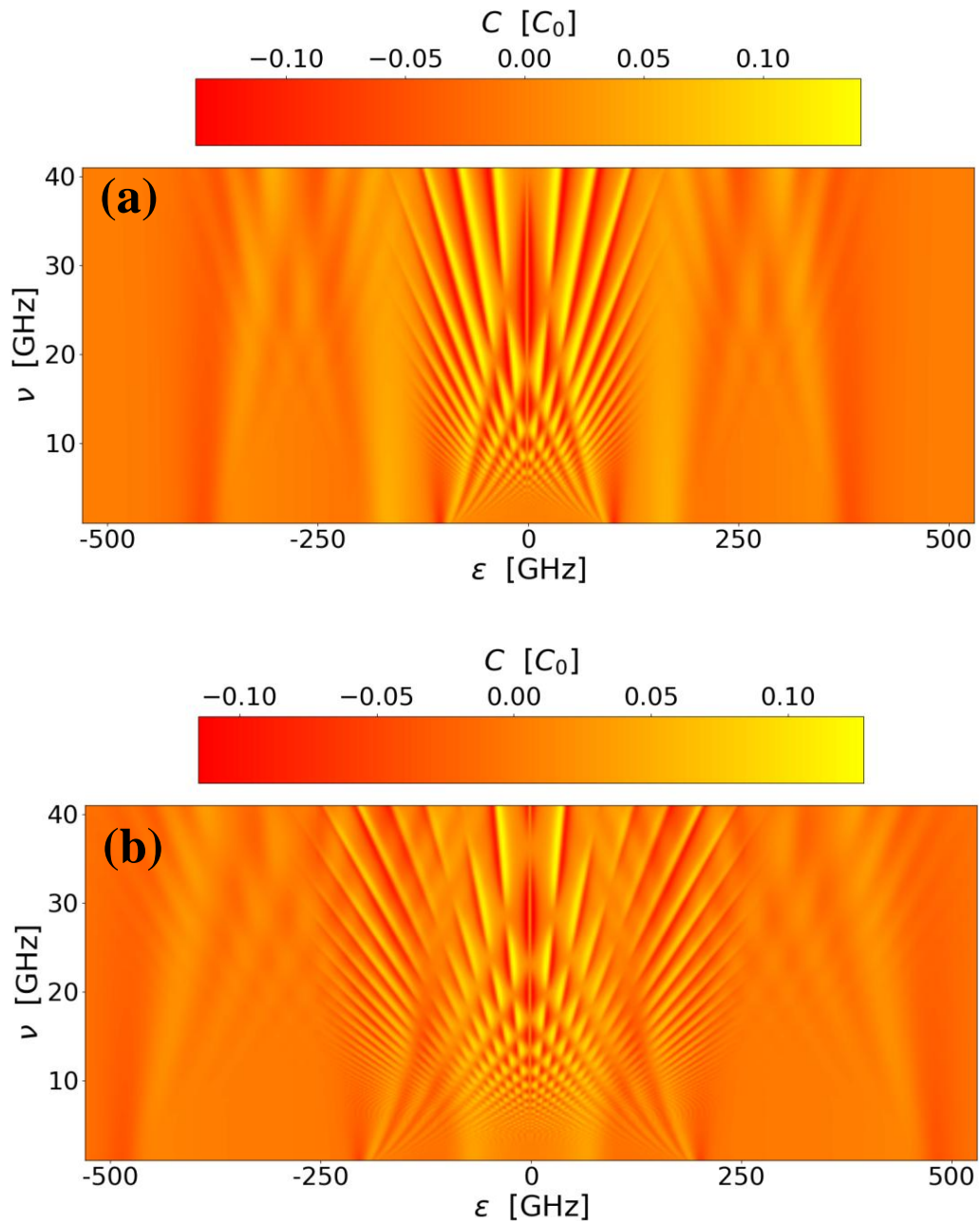


Рис. 3.5: Параметрична ємність ПКТ як функція частоти збуджуючого сигналу ν та енергетичної відстройки ε для випадку поділу енергетичної відстройки ε на 6 частин. Відповідні швидкості релаксації системи дорівнюють $\Gamma_1 = 0.9 \text{ GHz}$, $\Gamma_R = 12 \text{ GHz}$, $\Gamma_L = 50 \text{ MHz}$. Розщеплення енергетичних рівнів дорівнюють $\Delta_c = 8.25 \text{ GHz}$, $\Delta_{\text{up}} = 1 \text{ GHz}$, $\Delta_{\text{down}} = 21 \text{ GHz}$, і розташовані вони у точках $\varepsilon = 0, \pm 255$ and $\pm 276 \text{ GHz}$ відповідно. Частота декогерентності $\Gamma_2 = 4 \text{ GHz}$. Для панелі (a) значення амплітуди збуджуючого сигналу складає $A = 100 \text{ GHz}$, для панелі (b) — $A = 200 \text{ GHz}$.

залежність параметричної ємності ПКТ від частоти збуджуючого сигналу ν та енергетичної відстройки ε при різних значеннях амплітуди збуджуючого

сигналу A . Рис. 3.5 показує залежність параметричної ємності ПКТ від частоти збуджуючого сигналу ν та енергетичної відстройки ε для випадку поділу енергетичної відстройки ε на 6 частин. Для панелі (а) значення амплітуди збуджуючого сигналу складає $A = 100 \text{ GHz}$, для панелі (b) — $A = 200 \text{ GHz}$.

3.4 Рівняння балансу для подвійної квантової точки у трирівневому наближенні

У цьому підрозділі розглядається система в енергетичному базисі (у попередньому підрозділі система була описана в зарядовому базисі) з базисними станами E_0, E_1, E_2, E_3 та ймовірностями зайняти відповідний енергетичний стан P_0, P_1, P_2, P_3 . Відповідна діаграма енергетичних рівнів показана на Рис. 3.6. У розглянутому випадку можна знехтувати найвищим рівнем енергії ($P_3 = 0$) і врахувати лише три рівні. Наша діаграма енергетичних рівнів містить п'ять точок максимального наближення рівнів, їхні координати $\varepsilon_c = 0, \varepsilon_{00}^{\text{down}} = -276 \text{ GHz}, \varepsilon_{11}^{\text{down}} = 276 \text{ GHz}, \varepsilon_{00}^{\text{up}} = -255 \text{ GHz}, \varepsilon_{11}^{\text{up}} = 255 \text{ GHz}$. Рівняння балансу в такому випадку (1.19) мають вигляд

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dP_0}{dt} = [W_{01} + W_{00}^{\text{down}} + W_{11}^{\text{down}}] (P_1 - P_0) + \Gamma_{1 \rightarrow 0} P_1, \\ \frac{dP_1}{dt} = [W_{01} + W_{00}^{\text{down}} + W_{11}^{\text{down}}] (P_0 - P_1) + \\ \quad + [W_{00}^{\text{up}} + W_{11}^{\text{up}}] (P_2 - P_1) - \Gamma_{1 \rightarrow 0} P_1, \\ P_0 + P_1 + P_2 = 1. \end{array} \right. \quad (3.20)$$

Ці рівняння містять лише головні члени; зокрема, ми опустили член $\Gamma_{2 \rightarrow 0} P_2$ у першому рівнянні та член $\Gamma_{2 \rightarrow 1} P_2$ у другому рівнянні. З іншої сторони, релаксація між рівнями залежить від точки у просторі і як результат від часу, тому можна записати $\Gamma_{1 \rightarrow 0} = \Gamma_{1 \rightarrow 0}(t)$:

$$\Gamma_{1 \rightarrow 0}(t) = \begin{cases} \Gamma_1, & |\varepsilon(t)| < \varepsilon_{00}^{\text{down}}, \\ \Gamma_L, & |\varepsilon(t)| > \varepsilon_{00}^{\text{down}}, \end{cases} \quad (3.21)$$

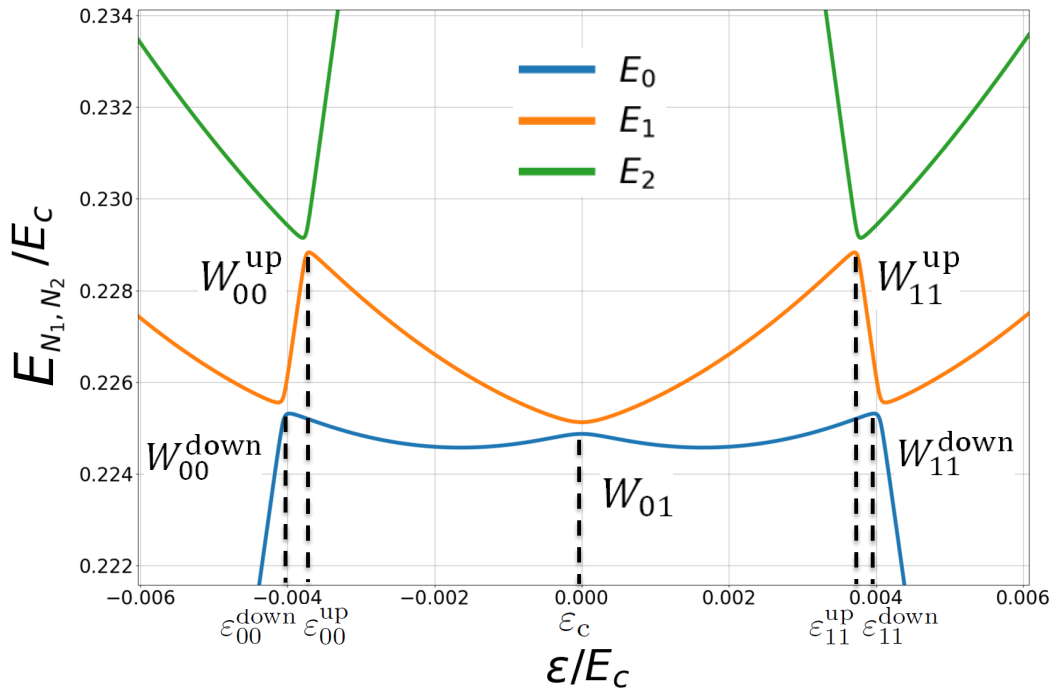


Рис. 3.6: Рівні енергії ПКТ в енергетичному базисі. Цей графік є представленням Рис. 3.1(b) в енергетичному базисі. Значення W_{01} вказує на швидкість переходу між енергетичними станами E_1 і E_0 при $\varepsilon = \varepsilon_c$, W_{00}^{down} і W_{11}^{down} вказують на швидкості переходу між енергетичними станами E_1 і E_0 при $\varepsilon = \varepsilon_{00}^{\text{down}}$ і $\varepsilon_{11}^{\text{down}}$ відповідно, W_{00}^{up} і W_{11}^{up} вказують на швидкості переходу між енергетичними станами E_1 і E_2 при $\varepsilon = \varepsilon_{00}^{\text{up}}$ і $\varepsilon_{11}^{\text{up}}$ відповідно.

де перший рядок описує міжточкову релаксацію, а другий рядок відповідає тунелюванню між лівою точкою та резервуаром. Співвідношення (3.21) забезпечує два спрощення, коли вся динаміка є або для $|\varepsilon(t)| < \varepsilon_{00}^{\text{up}}$ або для $|\varepsilon(t)| > \varepsilon_{00}^{\text{up}}$. У цих випадках релаксація $\Gamma_{1 \rightarrow 0}$ стає незалежною від часу, і ми можемо отримати стаціонарний розв'язок системи рівняння (3.20). Наприклад, для когерентного режиму (область “червона зірка” на Рис. 3.2) ми маємо W_{00}^{down} , W_{00}^{up} , W_{11}^{down} і $W_{11}^{\text{up}} \rightarrow 0$ і $P_2 \rightarrow 0$, завдяки чому можна записати [21, 126]

$$P_1 = \frac{1}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\Delta_{c,n}^2}{\Delta_{c,n}^2 + \frac{\Gamma_1}{\Gamma_2} ((\varepsilon - \varepsilon_c) - n\nu)^2 + \Gamma_1 \Gamma_2}, \quad (3.22)$$

$$\Delta_{c,n} = \Delta_c J_n \left(\frac{A}{\nu} \right).$$

Аналогічно для некогерентного режиму (область “блакитна зірка” на Рис. 3.2) поблизу точки $\varepsilon = \varepsilon_{00}^{\text{down}}$ маємо $W_{01}, W_{00}^{\text{up}}, W_{11}^{\text{up}}$ і $W_{11}^{\text{down}} \rightarrow 0$ і $P_2 \rightarrow 0$, тож матимемо

$$P_1 = \frac{1}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{(\Delta_n^{\text{down}})^2}{(\Delta_n^{\text{down}})^2 + \frac{\Gamma_L}{\Gamma_{2,L}} ((\varepsilon - \varepsilon_{00}^{\text{down}}) - n\nu)^2 + \Gamma_L \Gamma_{2,L}}, \quad (3.23)$$

$$\Delta_n^{\text{down}} = \Delta^{\text{down}} J_n \left(\frac{A}{\nu} \right).$$

Можна також зауважити, що в нижній частині площини (ε, A) під областями червоної зірки та синьої зірки всі W дорівнюють 0, а P_i є константами, що призводить до нульового значення S .

3.4.1 Опис системи в різних базисах

У цьому підрозділі ми розглянемо опис системи в різних базисах. Рисунок (3.7) на прикладі рівнів енергії подвійної квантової точки показує її базиси. Панель (а) зображає зарядовий (діабатичний) базис зі станами $|00\rangle, |01\rangle, |10\rangle, |11\rangle$. Панель (б) описує систему у власно-енергетичному базисі зі станами $|0\rangle, |1\rangle, |2\rangle, |3\rangle$ (стан $|3\rangle$ не зображено на рисунку, оскільки він знаходиться далеко і не впливає на результати розрахунків).

На прикладі дворівневої системи розглянемо формули, які забезпечують переходи між різними базисами. Систему можна описати за допомогою гамільтоніана (1.4), для спрощення розглянемо збудження, яке не містить доданка, що відповідає за шум

$$h(t) = \varepsilon_0 + A \sin \omega t, \quad (3.24)$$

де ε_0 — енергетична відстройка, A та ω — амплітуда та частота збуджуючого сигналу відповідно. Гамільтоніан (1.4) можна розбити на постійну та залежну від часу компоненти

$$H(t) = H_0 + V(t), \quad (3.25)$$

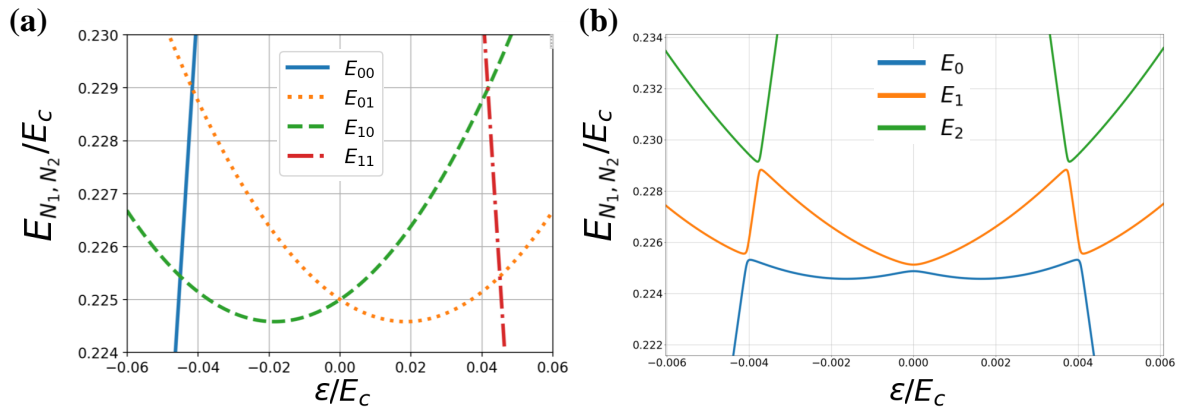


Рис. 3.7: Стан подвійної квантової точки, основаної на кремнії у різних базисах. Панель (а) зображає зарядовий (діабатичний) базис зі станами $|00\rangle$, $|01\rangle$, $|10\rangle$, $|11\rangle$. Панель (б) описує систему у енергетичному базисі зі станами $|0\rangle$, $|1\rangle$, $|2\rangle$, $|3\rangle$.

де постійна компонента дорівнює

$$H_0 = -\frac{\Delta}{2}\sigma_x - \frac{\epsilon_0}{2}\sigma_z, \quad (3.26)$$

а залежну від часу компоненту можна записати у вигляді

$$V(t) = -\frac{1}{2}A \sin \omega t \sigma_z. \quad (3.27)$$

Матриця, яка забезпечує перехід з зарядового (діабатичного) до власно-енергетичного записується у вигляді:

$$S = \begin{pmatrix} \gamma_+ & \gamma_- \\ \gamma_- & -\gamma_+ \end{pmatrix}, \quad (3.28)$$

де

$$\gamma_{\pm}(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{1 \pm \frac{\epsilon_0}{\sqrt{\epsilon_0^2 + \Delta^2}}}. \quad (3.29)$$

Матриця S діагоналізує незалежну від часу частину H_0 гамільтоніана (1.4):

$$S^\dagger H_0 S = H'_0 = \begin{pmatrix} E_0 & 0 \\ 0 & E_1 \end{pmatrix}, \quad (3.30)$$

де E_0, E_1 — власні значення гамільтоніана H_0 .

Гамільтоніан у власно-енергетичному базисі $H_{\text{eigenstate}}$ можна отримати з гамільтоніана у діабатичному базисі H за допомогою перетворення:

$$H_{\text{eigenstate}} = S^\dagger H S, \quad (3.31)$$

а матриця густини у власно-енергетичному базисі $\rho_{\text{eigenstate}}$ може бути виражена через матрицю густини у зарядовому базисі ρ з використанням виразу:

$$\rho_{\text{eigenstate}} = S^\dagger \rho S. \quad (3.32)$$

Інколи корисно розглядати систему у адіабатичному базисі — власно-енергетичному базисі, у якому власні значення $E_0(t), E_1(t)$ гамільтоніана $H_{\text{adiabatic}}$ залежать від часу. Гамільтоніани в діабатичному та адіабатичному базисах пов'язано виразом:

$$H_{\text{adiabatic}} = S^\dagger(t) H S(t), \quad (3.33)$$

а матриці густини:

$$\rho_{\text{adiabatic}} = S^\dagger(t) \rho S(t). \quad (3.34)$$

Матриця переходу $S(t)$ задається формулою:

$$S(t) = \begin{pmatrix} \gamma_+(t) & \gamma_-(t) \\ \gamma_-(t) & -\gamma_+(t) \end{pmatrix}, \quad (3.35)$$

де

$$\gamma_\pm(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{1 \pm \frac{\varepsilon(t)}{\sqrt{\varepsilon^2(t) + \Delta^2}}}. \quad (3.36)$$

Таким чином у пункті отримано перетворення, які допомагають зробити перехід між різними базисами дворівневої системи. Ці вирази буде використано у наступному розділі під час вивчення поведінки кубіта типу

транзмон розміщеного перед дзеркалом.

Висновки

Розглянуто підхід рівняння балансу для теоретичного опису чотирирівневої ПКТ. Досліджено стан системи як функцію енергетичної відстройки ε та амплітуди збуджуючого сигналу A . Ми отримали, що ПКТ може працювати в чотирьох режимах в залежності від розглянутих параметрів. Ці режими є однопрохідним ЛЗШМ, що відповідає малому значенню ε і великому значенню A ; двопрохідним ЛЗШМ (велике значення A і середнє значення ε); багатопрохідним ЛЗШМ (малі значення A і ε); некогерентним режимом (велике значення ε і мале значення A). Наше дослідження дає інформацію про властивості та поведінку ПКТ, яку можна використовувати для ініціалізації та керування системою.

Результати розділу викладено у публікаціях [3, 4, 5]

РОЗДІЛ 4

КУБІТ ТИПУ ТРАНСМОН, ПІД'ЄДНАНИЙ ДО НАПІВНЕСКІНЧЕННОЇ ЛІНІЇ ПЕРЕДАЧ

Надпровідний кубіт у напівнескінченній лінії передач [150] важливий для квантової електродинаміки, особливо хвилевідної квантової електродинаміки (ХКЕД) [151, 152, 153]. Наприклад, у роботі [154] було виявлено, що кубіт типу трансмон, розміщений наприкінці лінії передач, може посилювати амплітуду сигналу зонду до 7%; в той час як одна квантова точка [155] і природні атоми [156] демонструють посилення сигналу на набагато нижчих рівнях: 0,005% і 0,4%, відповідно. Дослідження нашої системи також може бути корисним для пояснення цікавих фізичних задач в ХКЕД, серед яких динаміка в атомоподібних дзеркалах [157], колективний зсув Лемба [158], генерація некласичних мікрохвиль [159], динамічний ефект Казимира [160], крос-ефект Керра [161], маршрутизація фотонів [162], ймовірнісне рухове усереднення [163].

У роботі [99], автори досліджували інтерферометрію ЛЗШМ спектроскопічно, тобто в частотній області. При цьому динамічна поведінка системи не вивчалася. У цьому розділі ми аналізуватимемо саме динаміку.

Усі теоретичні графіки, що приведено у цьому розділі, були побудовані шляхом розв'язання рівняння Ліндблада в рамках QuTiP (Quantum Toolbox in Python) [164, 165]. Функція `mesolve(H, ρ₀, c_ops, ...)` із цієї бібліотеки приймає Гамільтоніан H у матричній формі (у нашому випадку $H = H_1$), початковий стан системи ρ_0 (припускаємо, що спочатку система була в основному стані $|0\rangle$), набір операторів згортання c_{ops} , які пов'язані з супероператорами Ліндблада (1.69) та деякими іншими параметрами. Функція `mesolve(H, ρ₀, c_ops, ...)` повертає елементи матриці густини ρ як функції часу.

4.1 Постановка експеримента

У цьому підрозділі описуються деталі експерименту, проведеного у роботі [2]. У ході експерименту на кубіт діють зондуєчий та збуджуючий (сигнал накачки) сигнали. Варіюючи параметри цих сигналів і потім, аналізуючи зондуєчий сигнал (відбитий системою «атом плюс дзеркало»),

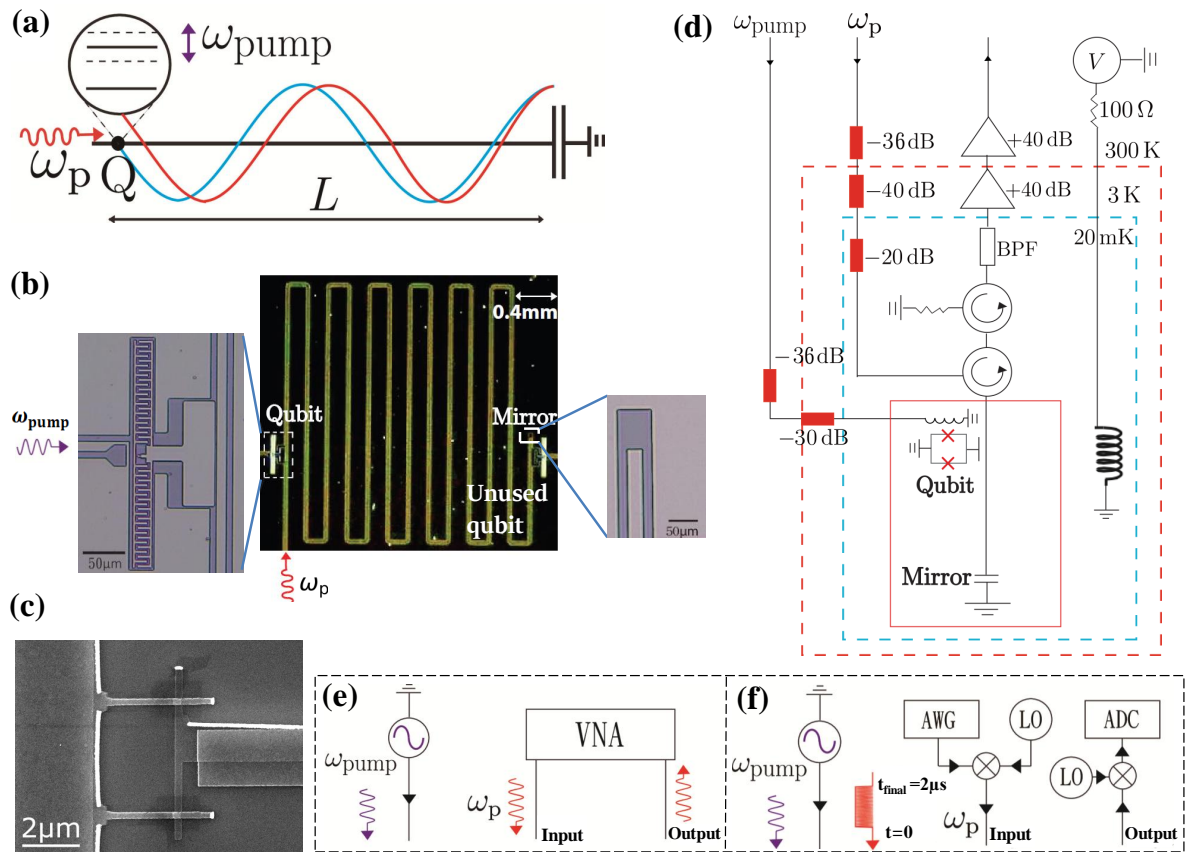


Рис. 4.1: Прилад для вивчення властивостей кубіта типу транзмон розташваного перед дзеркалом. (a) Концептуальний ескіз пристрою: дворівневий атом (позначений Q), з'єднаний із хвилеводом напівнескінченної лінії передачі. Атом розташований на відстані $L \simeq 33$ мм від дзеркала. Накачування з частотою ω_{pump} модулює частоту переходу дворівневого атома. Зондуєчий сигнал з частотою ω_p подається на систему для вимірювання коефіцієнта відбиття. (b) Мікрофотографії пристрою. (c) Зображення кубіта за допомогою скануючого електронного мікроскопа. (d) Експериментальна установка показує застосування зондуєчого сигналу та сигналу накачки до системи атом-дзеркало. Схеми (e) векторний аналізатор мережі [VNA], генератор сигналів, (f) генератор сигналів довільної форми [AWG], локальний осцилятор [LO], аналого-цифровий перетворювач [ADC] використовуються для Рис. 4.2, 4.4 і Рис. 4.6, 4.7, 4.8, 4.9 відповідно [2].

можна досліджувати динаміку системи. Теоретично цю систему буде описано рівнянням Блоха у основній частині роботи. Теоретично обчислені ймовірності заселеності певного стану системи пов'язані з експериментально вимірним коефіцієнтом відбиття. Дослідження цього типу динаміки відкриває нові горизонти для кращого розуміння властивостей схеми «кубіт

плюс дзеркало» та фундаментальних фізичних процесів, таких як переходи Ландау-Зінера-Штюкельберга-Майорани.

Пристрій складається з трансмон-кубіта, вбудованого на відстані $L \simeq 33$ мм (де резонансна частота відповідає 1.84λ) від кінцевої квазіодновимірної лінії передачі з характеристичним опором $Z_0 \simeq 50\Omega$, як показано на Рис. 4.1 (a,b). Лінія передачі дозволяє утворювати стоячі електромагнітні хвилі вздовж лінії передачі, отже, напруженість поля напруги, яку відчуває кубіт, можна контролювати положенням кубіта в лінії передачі, як показано на Рис. 4.1 (a). Ми розглядаємо лише два найнижчі енергетичні рівні трансмона та нехтуємо всіма вищими рівнями.

Розщеплення енергії дворівневого атома становить

$$\hbar\omega_{10}(\Phi) \approx \sqrt{8E_J(\Phi) E_C - E_C}, \quad (4.1)$$

із зарядовою енергією E_C (яка приблизно дорівнює ангармонійності), $E_C = e^2/2C_\Sigma$, де e — елементарний заряд, а C_Σ — повна ємність трансмона, а E_J — енергія Джозефсона, яку можна налаштувати зовнішнім магнітним потоком Φ магнітної котушки. Детальне налаштування для вимірювання представлено на Рис. 4.1(d). Тут ω_p — частота зондуючого сигналу (позначена червоним кольором на Рис. 4.1(b,e,f)), безперервна хвиля, створена векторним мережевим аналізатором або мікрохвильовим імпульсом від генератора довільної хвилі; ми вводимо безперервну хвилю з частотою накачування ω_{pump} джерелом радіо частот (позначено фіолетовим кольором на Рис. 4.1(b,e,f)).

4.1.1 Дослідження кубіта за допомогою однотонового розсіювання

Кубіт досліджується однотоновим розсіюванням зі слабким зондуючим сигналом, див. Рис. 4.2. Підбираючи амплітуду та фазовий відгук коефіцієнта відбиття r за допомогою рівняння колової відповідності Рів. (4.2) [166], можна виділити резонансну частоту ω_{10} , швидкість релаксації Γ_1 і швидкість

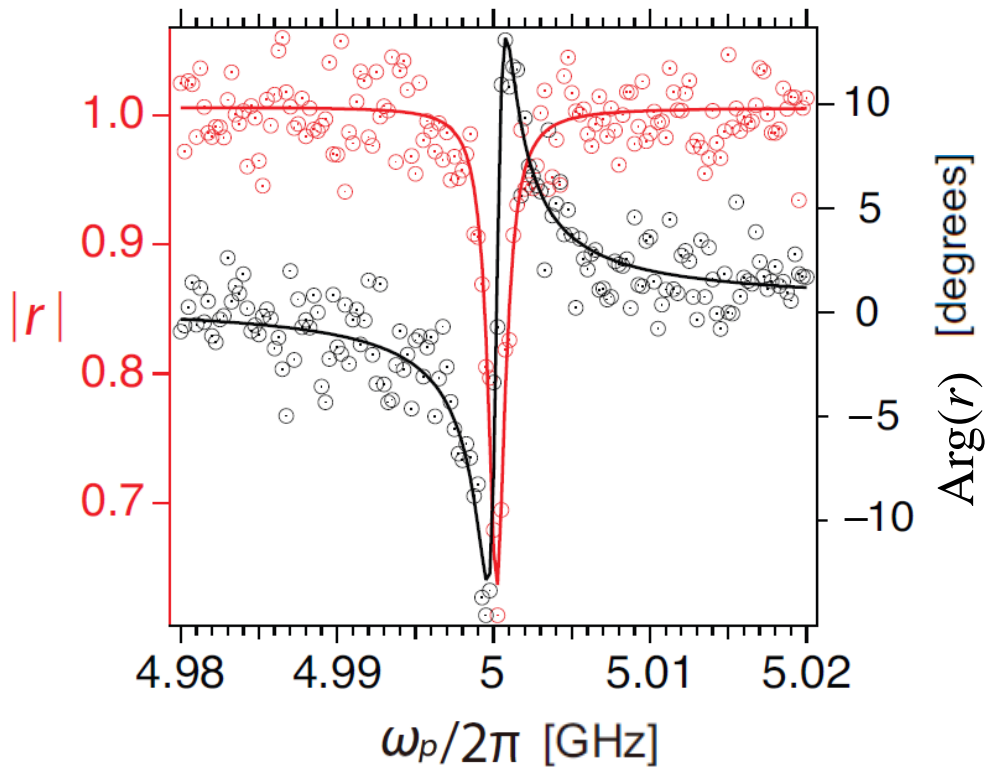


Рис. 4.2: Коефіцієнт відбиття (магнітудна характеристика червоним і фазова характеристика чорним) як функція зондуючої частоти ω_p для потужності зондуючого сигналу $P_p = -166$ dBm. Дані показані кружками, а суцільні криві відповідають підгонці, яка проводилась з використанням методу підгонки, як у роботі [167].

декогеренції Γ_2 :

$$r = 1 - \frac{\Gamma_1}{\Gamma_2 + i(\omega_p - \omega_{10})}, \quad (4.2)$$

тут r визначається як амплітуда відбитого поля, поділена на амплітуду вхідного поля. Отримані значення: $\omega_{10}/2\pi = 5$ GHz, $\Gamma_1/2\pi = 0.28$ MHz і $\Gamma_2/2\pi = 0,75$ MHz. Ці параметри будуть використані в наступних розділах. Зауважте, що ми припускаємо, що вхідна амплітуда така ж, як і відбита амплітуда, коли кубіт розстроений. За допомогою двотональної спектроскопії було визначено, що E_C/h (ангармонічність) = 220 MHz, що набагато більше, ніж будь-яка Рабі частота в цій роботі, і припущення, що дана система може бути представлена як дворівнева — справедливе. Зі значень ω_{10} і E_C ми отримали, що $E_J/h = 15.5$ GHz.

4.1.2 ЛЗШМ інтерферометрія системи в стаціонарному режимі

У цьому підрозділі ми наводимо коротке порівняння з попереднім відповідним дослідженням, описаним у роботі [99]. Основна відмінність між цими двома дослідженнями полягає в тому, що в попередньому експерименті кубіт був розташований у вузлі [блакитна крива на Рис. 4.1(a)], таким чином він був «прихований» або «відокремлений» від лінії передачі. Іншими словами, кубіт був опромінений електричним полем, але не відчував його, оскільки кубіт був розташований у вузлі. Налаштувавши кубіт на частоту вузла, ми могли б від'єднати резонанс $k = 0$ і побачити інші резонанси.

У цій роботі ми трохи відхилилися від вузлової частоти [червона крива на Рис. 4.1(a)], і ми дослідили часову динаміку $k = 0$ фотонного резонансу. Перевага невеликої віддаленості від частоти вузла полягає в отриманні тривалого часу когерентності $T_2 = 1/\Gamma_2 \sim 1/2\pi \times 0.75 \text{ MHz} \sim 212 \text{ ns}$. Ця величина є важливою для спостереження за часовою динамікою фотонно-вдягненого резонансу за допомогою дигітайзера зі скінченною здатністю часового розділення.

Вимірювання часової залежності не проводилися в роботі [99], оскільки швидкість релаксації та чиста швидкість дефазування були набагато вищими, ніж у поточній роботі, де зв'язок між кубітом і лінією передачі навмисно зроблений слабким. Щодо часу релаксації та чистого часу дефазування в роботі [99], ми не змогли розпізнати їх за допомогою дигітайзера (роздільна здатність 5 ns), оскільки динаміка була надто швидкою.

Крім того, порівняно з попередньою роботою, конденсатор зв'язку з лінією передачі зменшено щоб отримати намічений і бажаний слабкий зв'язок, де швидкість релаксації менша, а час когерентності більший. Це дозволяє нам розпізнавати динаміку за допомогою наносекундного дигітайзера. Щоб зберегти ту саму зарядну енергію, яка визначає ангармонічність, ми повинні збільшити шунтову ємність, щоб зберегти ту саму загальну ємність.

4.2 Обробка експериментальних даних та побудова залежностей

У процесі роботи над статтею [2] однією з задач автора була обробка експериментальних даних та побудова залежностей коефіцієнта відбиття r . Необхідно було побудувати чотири варіанти залежностей:

1. коефіцієнт відбиття r як функція потужності накачки P_{pump} і частоти зонduючого сигналу ω_p при різних частотах накачки ω_{pump} ;
2. коефіцієнт відбиття r як функція частоти зонduючого сигналу ω_p і часу t при різних частотах накачки ω_{pump} ;
3. залежність коефіцієнта відбиття r від частоти зонduючого сигналу ω_p і часу t при різних потужностях накачки P_{pump} ;
4. коефіцієнт відбиття r як функція часу t при різних частотах накачки ω_{pump} і фіксованій частоті зонduючого сигналу ω_p .

Розглянемо більш детально кожний з цих випадків.

4.2.1 Побудова експериментальних інтерферограм

У цьому підрозділі ми розглянемо побудову Рис. 4.4(а-с). Експериментальні дані представлені у вигляді *csv* (comma-separated values) файлу. Даний файл являє собою таблицю розміром 400×41 , де кожна строка відповідає значенню частоти зонduючого сигналу ω_p , а стовпчик — потужності накачки P_{pump} , а в комірці записано значення коефіцієнта відбиття r . Частота змінюється у межах від $\omega_p/2\pi = 4.95$ МГц до $\omega_p/2\pi = 5.05$ МГц. Потужність накачки змінюється у межах від $P_{\text{pump}} = -106$ dBm до $P_{\text{pump}} = -66$ dBm. Частина такої таблиці для випадка $\omega_{\text{pump}}/2\pi = 1$ МГц зображена на Рис. 4.3. Значення коефіцієнта відбиття більші за одиницю пояснюються похибкою вимірювань.

Для побудови інтерферограм використовувалася мова програмування Python. У процесі роботи для маніпуляцій з таблицею було використано бібліотеку *pandas*, а для побудови рисунків — бібліотеки *matplotlib* та

| | | | | | | | | | | | | | |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 0.99422 | 0.99562 | 1.00952 | 1.00202 | 1.0027 | 0.99188 | 0.99568 | 0.9956 | 1.0055 | 0.99697 | 1.00423 | 0.9974 | 0.99901 | 0.9995 |
| 1.00101 | 1.00246 | 0.99868 | 0.99039 | 0.99414 | 0.99945 | 0.99575 | 1.00217 | 1.00588 | 0.99606 | 1.001 | 1.00552 | 0.99759 | 1.00218 |
| 0.99967 | 0.99386 | 0.99792 | 0.98979 | 1.00071 | 0.99865 | 0.99562 | 0.9958 | 0.99258 | 0.99664 | 0.99658 | 0.99816 | 0.99946 | 1.01213 |
| 0.98996 | 0.99646 | 0.99405 | 0.99637 | 1.00298 | 0.99301 | 0.9902 | 1.00022 | 1.00293 | 0.99515 | 0.9918 | 0.99843 | 0.99274 | 1.00313 |
| 0.99388 | 0.99842 | 0.99525 | 1.00676 | 0.99624 | 1.00586 | 1.00303 | 0.99562 | 1.01085 | 0.99738 | 0.99829 | 1.00058 | 0.99784 | 1.00153 |
| 1.00033 | 0.99768 | 1.00264 | 1.00419 | 0.99624 | 0.99741 | 0.99795 | 1.00228 | 1.00169 | 1.00882 | 0.99749 | 1.00164 | 1.00704 | 0.99716 |
| 1.00318 | 0.99604 | 0.99446 | 1.00397 | 1.00364 | 0.99041 | 0.99491 | 0.99558 | 1.00158 | 0.9972 | 1.00658 | 0.99868 | 1.00322 | 0.99878 |
| 0.99511 | 0.99752 | 0.99837 | 0.99765 | 0.99547 | 0.99808 | 1.00042 | 1.002 | 1.0085 | 0.9968 | 1 | 1.00051 | 0.99654 | 1.00095 |
| 1.00534 | 0.99779 | 0.99792 | 1.00066 | 1.00474 | 0.98812 | 1.00855 | 1.00502 | 1.00344 | 1.00804 | 0.99686 | 0.9956 | 1.00124 | 0.99242 |
| 0.99723 | 0.99744 | 1.00064 | 0.99689 | 0.9984 | 0.99901 | 0.99383 | 1.00023 | 0.99909 | 0.99589 | 0.99759 | 1.00448 | 1.00183 | 1.00279 |
| 1.00026 | 0.99938 | 0.99631 | 0.99589 | 1.00042 | 0.99957 | 0.99416 | 0.99693 | 1.01034 | 0.99915 | 1.00438 | 1.00437 | 1.00271 | 1.00018 |
| 1.00321 | 0.98879 | 0.99902 | 1.00119 | 0.99406 | 0.99974 | 1.00903 | 1.00096 | 1.00066 | 1.0017 | 0.99747 | 0.99926 | 1.00497 | 1.00226 |
| 0.99684 | 0.99997 | 0.99503 | 1.00128 | 0.99815 | 1.00033 | 1.00132 | 0.99977 | 0.99699 | 0.99541 | 0.99616 | 1.00477 | 0.99797 | 0.99516 |
| 0.99433 | 1.00237 | 0.99835 | 0.99964 | 0.99851 | 0.99896 | 0.99708 | 1.00456 | 0.99898 | 1.00497 | 0.99606 | 0.99641 | 1.00424 | 1.0034 |
| 0.99598 | 0.99627 | 1.00316 | 1.00028 | 1.00368 | 0.99451 | 1.00154 | 0.99808 | 0.99649 | 0.99548 | 0.99641 | 0.99176 | 0.99813 | 0.99865 |
| 1.00184 | 0.99421 | 0.99002 | 0.99512 | 0.99511 | 1.00266 | 1.00395 | 0.99411 | 0.99365 | 0.99672 | 0.99962 | 1.00071 | 1.01006 | 1.00609 |
| 0.99638 | 1.00075 | 1.00895 | 1.00394 | 0.99006 | 0.99698 | 0.99714 | 0.99044 | 0.98739 | 1.0019 | 1.00347 | 1.00249 | 1.00216 | 1 |
| 0.9957 | 0.99434 | 0.99205 | 1.00059 | 1.00063 | 1.00117 | 0.99898 | 1.00262 | 0.99878 | 0.9995 | 0.99423 | 0.99997 | 0.9957 | 0.99794 |
| 0.99528 | 1.00088 | 1.01016 | 0.99733 | 1.00927 | 0.99198 | 0.99418 | 0.99684 | 1.00889 | 0.9932 | 0.99889 | 1.00239 | 0.99283 | 0.9925 |
| 0.99653 | 1.00043 | 0.9936 | 0.99497 | 0.99982 | 0.99786 | 0.998 | 0.99684 | 1.00175 | 0.99748 | 1.00654 | 0.99269 | 1.00534 | 1.00082 |
| 1.00005 | 1.00098 | 0.99803 | 0.99121 | 0.99743 | 0.99354 | 0.99871 | 0.99993 | 1.00393 | 1.00439 | 1.00489 | 0.99602 | 0.99557 | 1.0044 |
| 1.00341 | 0.99627 | 0.99842 | 0.99933 | 1.00534 | 0.99556 | 0.99694 | 0.99323 | 1.00146 | 0.99892 | 1.00258 | 1.01156 | 1.00145 | 0.99549 |
| 0.9979 | 0.99648 | 1.00047 | 0.99322 | 0.99999 | 0.99711 | 1.00328 | 0.99093 | 0.99545 | 0.99204 | 0.99825 | 1.00357 | 0.9954 | 0.99117 |
| 0.99785 | 0.9949 | 0.98995 | 0.99806 | 0.99756 | 0.9947 | 0.99611 | 0.9973 | 1.00034 | 1.00136 | 1.00325 | 1.00289 | 0.99688 | 0.98813 |

Рис. 4.3: Приклад таблиці, яку було використано для побудови експериментальних інтерферограм для випадка $\omega_{\text{pump}}/2\pi = 1 \text{ MHz}$. Дані являють собою таблицю розміром 400×41 , де строки відповідають частоті зондуєчого сигналу ω_p , а стовпчики — потужностям накачки P_{pump} . В комірках записано значення коефіцієнта відбиття r . Частота змінюється у межах від $\omega_p/2\pi = 4.95 \text{ MHz}$ до $\omega_p/2\pi = 5.05 \text{ MHz}$. Потужність накачки змінюється у межах від $P_{\text{pump}} = -106 \text{ dBm}$ до $P_{\text{pump}} = -66 \text{ dBm}$.

matplotlib. Функція *contourf* з модуля *matplotlib.pyplot* забезпечила отримання інтерференційних картин, зображених на Рис. 4.4(а-с). Слід також зазначити, що оскільки коефіцієнт відбиття $r > 0.72$, то кольорову шкалу було обрізано, що в свою чергу дозволило отримати краще узгодження теоретичних та експериментальних картин.

4.2.2 Побудова експериментальних динамічних залежностей при різних частотах накачки

У цьому підрозділі ми розглянемо побудову Рис. 4.6(а-с). Експериментальні дані представлені у вигляді *csv* (comma-separated values) файлу. Даний файл являє собою таблицю розміром 409×121 , де строки відповідають значенням часу t , а стовпчики — частоті зондуєчого сигналу ω_p . В комірках відображено коефіцієнт відбиття r . Частота змінюється у межах від $\omega_p/2\pi = 4.988 \text{ MHz}$ до $\omega_p/2\pi = 5.012 \text{ MHz}$. Час змінюється у

межах від $t = 0$ до $t = 2,0 \mu\text{s}$.

Для побудови динамічних залежностей при різних частотах накачки також використовувалася мова програмування Python. Для роботи з матрицею було використано бібліотеку *pandas*, а для побудови рисунків — бібліотеки *numpy* та *matplotlib*. Функція *contourf* з модуля *matplotlib.pyplot* забезпечила отримання інтерференційних картин, зображених на Рис. 4.6(a-c). У зв'язку з особливостями вимірювання деякі значення коефіцієнта відбиття r мали значення близькі до 0, але таких значень було небагато. Тому для кращого узгодження теорії та експерименту усі значення, що менше за 0.8 було замінено на 0.8, а інші (більші) значення залишалися незмінними. Слід також зазначити, що у такому випадку коефіцієнт відбиття $r \geq 0.8$, тому кольорову шкалу як і для випадку побудови інтерферограм було обрізано. Такий прийом дозволив отримати краще узгодження теоретичних та експериментальних картин.

4.2.3 Побудова експериментальних динамічних залежностей при різних потужностях накачки

У представленому підрозділі ми опишемо побудову Рис. 4.8(a-c). Експериментальні дані представлені у вигляді *csv* (comma-separated values) файлу. Файл являє собою таблицю розміром 409×121 , де строки відповідають значенням часу t , а стовпчики — частоті зондуючого сигналу ω_p . В комірках записано коефіцієнт відбиття r . Частота змінюється у межах від $\omega_p/2\pi = 4.988 \text{ MHz}$ до $\omega_p/2\pi = 5.012 \text{ MHz}$. Час змінюється у межах від $t = 0$ до $t = 2,0 \mu\text{s}$.

Для того, щоб побудувати динамічні залежності при різних амплітудах накачки було використано мову програмування Python. Для роботи з таблицею було використовувалася бібліотека *pandas*, а для отримання рисунків — бібліотеки *numpy* та *matplotlib*. За допомогою функції *contourf*, що знаходиться у модулі *matplotlib.pyplot* було отримано інтерференційні картини, зображені на Рис. 4.8(a-c). Як і у минулому випадку, у зв'язку з особливостями вимірювання деякі значення коефіцієнта відбиття r мали значення близькі до 0. Тому для кращого узгодження теоретичних та

експериментальних картин усі значення менші за 0.8 замінювались на 0.8, а інші (більші) значення залишалися незмінними. Слід також зазначити, що у такому випадку коефіцієнт відбиття $r \geq 0.8$, тому кольорову шкалу як і для випадку побудови інтерферограм було обрізано. Такий прийом дозволив отримати краще узгодження теоретичних та експериментальних картин.

4.3 Теоретичне описання

У статті [99] експериментально вимірюваний коефіцієнт відбиття $|r|$ асоціюється з теоретично розрахованою ймовірністю зайнятості верхнього рівня P_1 (збільшення P_1 відповідає зменшенню $|r|$). Обчислення проводилися в діабатичному (зарядовому) базисі. Тут ми використовуємо ту саму відповідність між теорією та експериментом і робимо наші розрахунки в діабатичному базисі. Систему можна описати гамільтоніаном:

$$H = -\frac{B_z}{2}\sigma_z - \frac{B_x}{2}\sigma_x, \quad (4.3)$$

де діагональна частина відповідає модуляції рівнів енергії

$$B_z/\hbar = \omega_{10} + \delta \sin \omega_{\text{pump}}t, \quad (4.4)$$

недіагональна частина характеризує зв'язок із пробним сигналом

$$B_x/\hbar = G \sin \omega_p t. \quad (4.5)$$

Щоб позбутися швидкого збудження з гамільтоніана, у роботі [99] розглянуло унітарне перетворення $U = \exp(-i\omega_p \sigma_z t/2)$ та наближення хвилі, що обертається [168, 169] для отримання нового гамільтоніана

$$H_1 = -\frac{\hbar\widetilde{\Delta\omega}}{2}\sigma_z + \frac{\hbar G}{2}\sigma_x, \quad (4.6)$$

де

$$\widetilde{\Delta\omega} = \Delta\omega + f(t), \quad (4.7)$$

$$\Delta\omega = \omega_p - \omega_{10}, \quad (4.8)$$

$$f(t) = \delta \sin \omega_{\text{pump}} t. \quad (4.9)$$

Тут δ — амплітуда модуляції рівнів енергії, G характеризує зв'язок із зондуєчим сигналом (частота Рабі зондуєчого сигналу). Згідно з роботою [99]

$$G = \frac{\omega_p - \omega_{\text{node}}}{\omega_{\text{node}}} G_0, \quad (4.10)$$

де ω_{node} описує позицію кубіта в напівнескінченній лінії передач. Для опису динаміки кубіта ми використовуємо рівняння Ліндблада, яке в діабатичному базисі з гамільтоніаном (4.6) має вигляд:

$$\frac{d\rho}{dt} = -\frac{i}{\hbar} [\widehat{H}_1, \rho] + \sum_{\alpha} \check{L}_{\alpha} [\rho], \quad (4.11)$$

де вирази для супероператорів Ліндблада описуються Рів. (1.69).

Важливо зазначити, що Рів. (4.11) записано у діабатичному базисі, але релаксації, і як наслідок, оператори Ліндблада задано в енергетичному базисі. Тому принциповим моментом є переведення операторів Ліндблада у діабатичний базис за допомогою матриці переходу (3.28). Загальний оператор Ліндблада дворівневої системи складається з двох доданків: перший пов'язаний з енергетичною релансацією, другий — з дефазуванням $\widehat{L}_{\text{eigenstate}} = \widehat{L}_{\text{relax}} + \widehat{L}_{\phi}$. У явному вигляді він матиме вигляд:

$$\widehat{L}_{\text{eigenstate}} = \sqrt{\Gamma_1} \widehat{\sigma}^+ + \sqrt{\frac{\Gamma_{\phi}}{2}} \widehat{\sigma}_z = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{\Gamma_{\phi}}{2}} & \sqrt{\Gamma_1} \\ 0 & -\sqrt{\frac{\Gamma_{\phi}}{2}} \end{pmatrix} \quad (4.12)$$

Переведення оператора Ліндблада в діабатичний базис можна виконати за допомогою перетворення:

$$\widehat{L} = S \widehat{L}_{\text{eigenstate}} S^{\dagger}, \quad (4.13)$$

яке подібне перетворенню (3.31).

Таким чином, у підрозділі було розглянуто теоретичні аспекти дослідження. Було наголошено на важливості переведення операторів Ліндблада у діабатичний базис. Однак, з методичних міркувань, в одному з наступних підрозділів буде приведено результати, які отримано без переведення відповідних операторів у діабатичний базис.

4.4 Інтерферометрія кубіта типу трансмон

4.4.1 Залежність коефіцієнта відбиття від потужності накачки та частоти зонduючого сигналу

У цьому пункті ми експериментально дослідимо залежність коефіцієнта відбиття r від потужності накачки P_{pump} та частоти зонduючого сигналу ω_p , а потім опишемо отримані результати теоретично.

Ми застосовуємо зонduючий та збуджуючий сигнали до лінії передачі. Потім ми вимірюємо коефіцієнт відбиття r у частотній області (стаціонарного стану), див. Рис. 4.1(е). Як частота, так і потужність тону накачування та тону зонduючого сигналу можна налаштовувати. Тут ми змінюємо частоту зонда ω_p , частоту накачки ω_{pump} , потужність накачки P_{pump} і вимірюємо коефіцієнт відбиття $|r|$ з фіксованою потужністю слабого пробного тону.

Результати показано на рис. 4.4. На кожному підграфіку Рис. 4.4 ми фіксуємо частоту накачування, змінюємо потужність накачування (вісь y) і частоту зонду (вісь x). Ми бачимо модель інтерферометрії ЛЗШМ, де чітко спостерігаємо багатофотонні резонанси, які виникають при $\omega_p - \omega_{10} \equiv \Delta\omega = k\omega_{\text{pump}}$, де k — ціле число. З експериментальних і теоретичних графіків можна відкалібрувати частоту Рабі та потужність сигналу накачки. Крім того, з цих графіків можна отримати параметри кубіта, такі як швидкість релаксації Γ_1 , чиста швидкість дефазування Γ_ϕ і швидкість декогеренції Γ_2 . Отримані параметри наведено в таблиці 4.1. Зауважте, що перехід $k = 0$ спостерігається, оскільки частота кубіта і частота вузла різні, подібно до Рис. 5(с) у роботі [99]. Якщо кубіт знаходиться у вузлі, то перехід для $k = 0$ не спостерігається (див. рис. 5(b) у статті. [99]).

| Параметер | Опис | Значення у роботі [99] | Поточне значення |
|------------------------|--------------------------------|------------------------------------|-------------------------------------|
| ω_{node} | Вузлова частота | $2\pi \times 4.75 \text{ GHz}$ | $2\pi \times 4.38 \text{ GHz}$ |
| ω_{10} | Частота кубіта | $\simeq \omega_{\text{node}}$ | $2\pi \times 5 \text{ GHz}$ |
| δ | Потужність збуджуючого сигналу | $\sim 2\pi \times 0.1 \text{ GHz}$ | $< 2\pi \times 40 \text{ MHz}$ |
| ω_{pump} | Частота збуджуючого сигналу | $< 2\pi \times 0.1 \text{ GHz}$ | $2\pi \times 1 \sim 15 \text{ MHz}$ |
| ω_{p} | Частота зондуючого сигналу | $\simeq \omega_{\text{node}}$ | $2\pi \times 5 \text{ GHz}$ |
| Γ_1 | Частота релаксації | $< 2\pi \times 5 \text{ MHz}$ | $2\pi \times 0.28 \text{ MHz}$ |
| Γ_{ϕ} | Частота дефазування | $\sim 2\pi \times 3 \text{ MHz}$ | $2\pi \times 0.61 \text{ MHz}$ |
| Γ_2 | Частота декогерентності | $\sim 2\pi \times 5.5 \text{ MHz}$ | $2\pi \times 0.75 \text{ MHz}$ |

Табл. 4.1: Порівняння параметрів для дисертаційної роботи та роботи [99].

Як показано на рис. 4.4(b), більші потужності накачування дозволяють розрізнити більше бічних резонансів, видимих там до $k = \pm 5$. Експериментальна модель інтерферометрії ЛЗШМ, показана на Рис. 4.4(a,b,c), дуже добре збігається з теорією на Рис. 4.4(d,e,f). Також можна побачити дрейф багатофотонного резонансу при високій потужності в (c), який є наслідком дрейфу потоку (спричиненого фоновим потоком навколишнього середовища), оскільки резонансна частота контролюється потоком.

Розв'язуючи Рів. (4.11), ми отримуємо P_1 як функцію часу t , частоти накачування ω_{pump} , потужності накачування P_{pump} (в теорії цьому параметру відповідає δ), зондуючої частоти ω_{p} , потужності зондуючого сигналу P_{p} (в теорії цьому параметру відповідає G). Імовірність заселеності верхнього діабатичного рівня є функцією всіх цих параметрів, $P_1 = P_1(t, \omega_{\text{pump}}, \omega_{\text{p}}, \delta, G)$. Отримана залежність дозволяє побудувати, наприклад, $P_1 = P_1(\omega_{\text{p}}, t)$. Також ми можемо обчислити залежності для P_1 в стаціонарному режимі, зробивши усереднення результатів за часом.

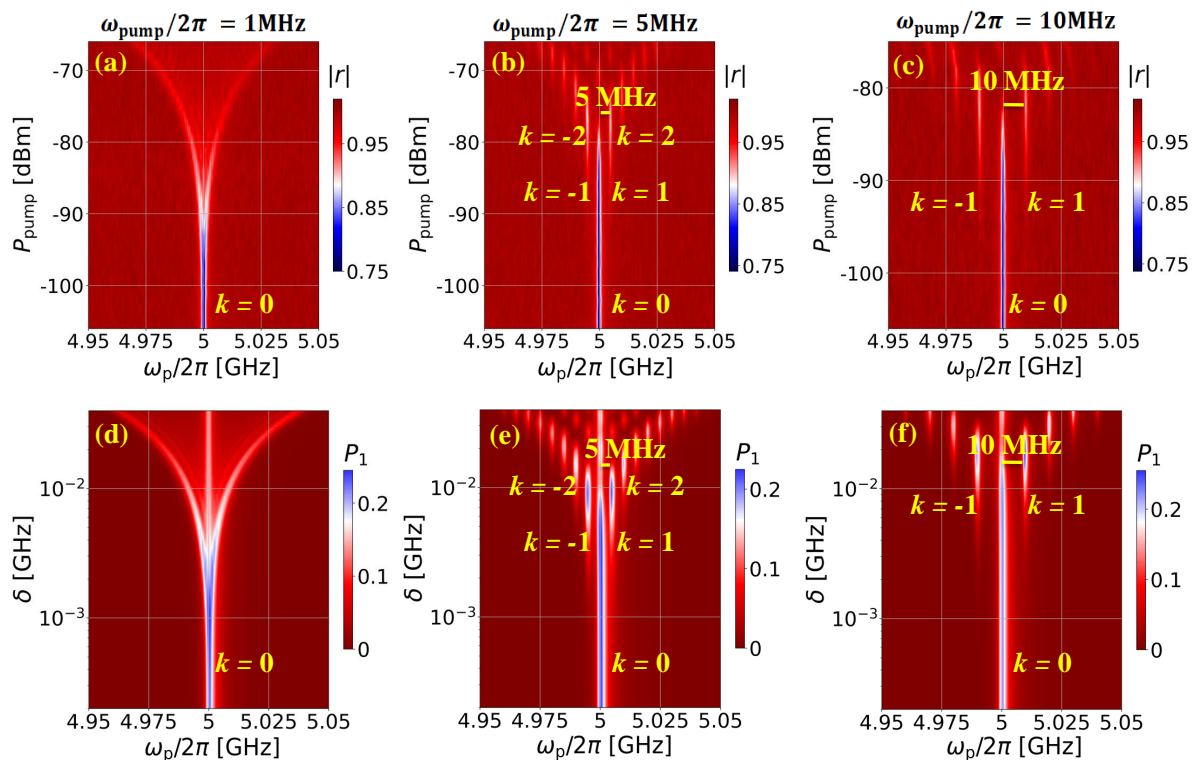


Рис. 4.4: Інтерферограми ЛЗШМ. Залежність коефіцієнта відбиття $|r|$ від потужності накачки P_{pump} і частоти зонduючого сигналу ω_p при фіксованій частоті накачки ω_{pump} при потужності зонduючого сигналу $P_p = -152$ dBm. На верхніх панелях (a,b,c) зображено картини для експериментальних вимірювань. У той час як нижні панелі (d,e,f) показують теоретично розраховану ймовірність заповнення верхнього рівня P_1 як функцію частоти зонда ω_p та амплітуди накачування δ для $G(\omega_p/2\pi = 5 \text{ GHz}) = 2\pi \times 0.7 \text{ MHz}$. Кубіт опромінюється сигналом із частотою (a) $\omega_{\text{pump}}/2\pi = 1 \text{ MHz}$, (b) $\omega_{\text{pump}}/2\pi = 5 \text{ MHz}$, (c) $\omega_{\text{pump}}/2\pi = 10 \text{ MHz}$.

Рисунок 4.4 показує усереднену за часом інтерферограму, де P_1 є функцією P_{pump} і ω_p . З відповідності між теорією і експериментом було встановлено, що $G(\omega_p/2\pi = 5 \text{ GHz}) = 2\pi \times 0.7 \text{ MHz}$ для Рис. 4.4; $G(\omega_p/2\pi = 5 \text{ GHz}) = 2\pi \times 1.4 \text{ MHz}$ для Рис. 4.6, 4.7, 4.8, 4.9. Ці величини було використано для побудови теоретичних графіків.

Для отримання усереднених за часом значень ми проаналізували криву $P_1 = P_1(t)$, щоб виділити мінімальний час t_{min} , після якого амплітуда коливань не змінюється. А потім застосували усереднення для інтервалу $[t_{\text{min}}, t_{\text{final}}]$, де t_{final} відповідає часу вимкнення імпульсу. Ми визначили, що для нашого випадку $t_{\text{min}} = 1,5 \mu\text{s}$ і $t_{\text{final}} = 2,0 \mu\text{s}$.

Такі інтерферограми корисні не тільки для отримання підгоночних

параметрів, але також вони відіграють ключову роль для характеристики системи. Зокрема, такі карини:

- дозволяють оцінити час декогерентності системи. Розглянемо випадки (a) і (b) на рис. 4.4. Ми бачимо, що для випадку (b) піки розділені, тоді як для (a) вони не розрізняються. Максимальна частота ω_{pump} , для якої ми маємо розмиту картину (коли окремі резонанси не розрізняються), відповідає часу декогеренції системи. Отже, можна зробити висновок, що $\Gamma_2/2\pi \simeq 1 \text{ MHz}$;
- надають інструмент для калібрування потужності шляхом взаємозв'язку невідомої відстані між нулями вздовж вертикальної осі в експерименті з нулями функції Бесселя в теорії;
- відкривають нові можливості для багатофотонної спектроскопії. Резонанси з'являються, коли $\omega_p = \omega_{10} \pm k\omega_{\text{pump}}$, де k — ціле число. Або, іншими словами, система резонансно збуджена, коли одягнений енергетичний проміжок кубіта (відстань між одягненими рівнями енергії) дорівнює енергії k фотонів, $k\hbar\omega_{\text{pump}}$ [99].

4.4.2 Залежність ймовірності заселення верхнього зарядового рівня від частоти накачки та частоти зондуючого сигналу

У представленому пункті ми теоретично дослідимо залежність ймовірності заселення верхнього зарядового рівня P_1 від частоти сигналу накачки ω_{pump} та частоти зондуючого сигналу ω_p . Зазначимо, що експериментальне вивчення такої залежності не проводились. Але оскільки при побудові попередніх інтерференційних картин було знайдено значення підгоночних параметрів та отримано розуміння про те, як співвідноситься теорія та експеримент, ми можемо побудувати таку залежність. Її зображено на Рис. 4.5, панель (a) відповідає значенню амплітуди сигналу накачки $\delta = 10 \text{ MHz}$, для панелі (b) значення амплітуди сигналу накачки дорівнює $\delta = 20 \text{ MHz}$.

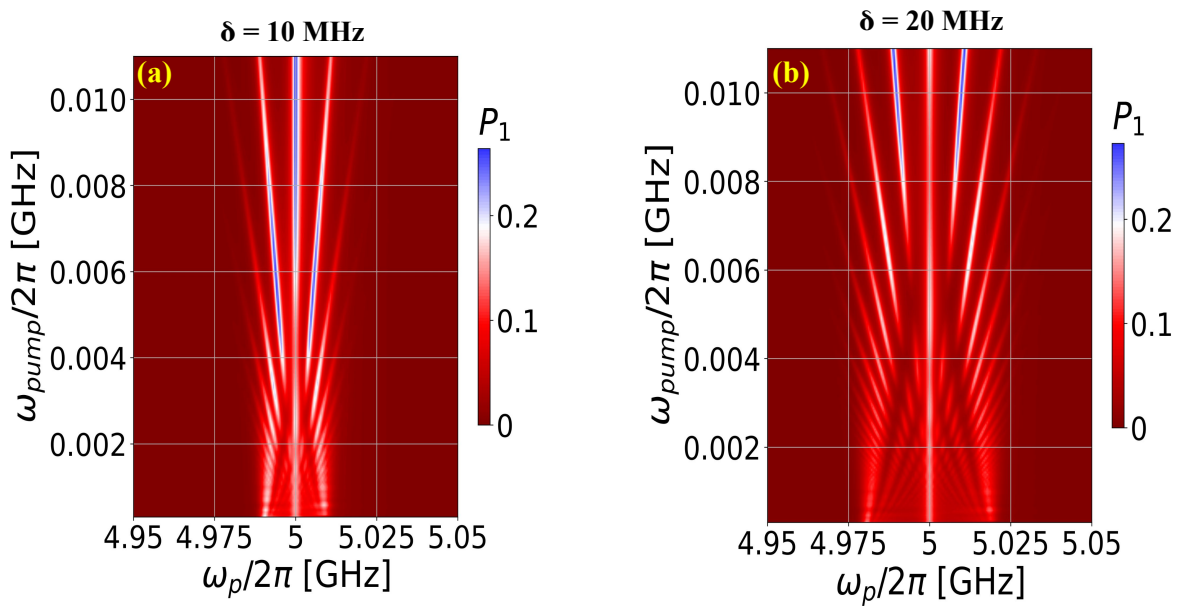


Рис. 4.5: Інтерферограми ЛЗШМ. Ймовірності заселення верхнього зарядового рівня P_1 від частоти сигналу накачки ω_{pump} та частоти зондуючого сигналу ω_p при фіксованій амплітуді накачки δ для $G(\omega_p/2\pi = 5 \text{ GHz}) = 2\pi \times 0.7 \text{ MHz}$. Панель (a) відповідає значенню амплітуди сигналу накачки $\delta = 10 \text{ MHz}$, для панелі (b) значення амплітуди сигналу накачки дорівнює $\delta = 20 \text{ MHz}$.

4.5 Динаміка кубіта типу трансмон

У цьому підрозділі ми детально вивчатимемо поведінку системи в залежності від значень частоти накачки $\omega_{\text{pump}}/2\pi$, потужності сигналу накачки P_{pump} , також розглянемо випадок відсутності збуджуючого сигналу $P_{\text{pump}} = 0$. Зокрема, ми надсилаємо пробний прямокутний імпульс до лінії передачі та безперервну синусоїдну хвилю накачування до індукційної лінії на мікросхемі, див. Рис. 4.1(f). Ми вимірюємо коефіцієнт відбиття як функцію часу та досліджуємо частоту для зондуючого сигналу під впливом фіксованої потужності накачки та фіксованої частоти накачки.

На Рис. 4.6 кожен графік взято при фіксованій потужності накачки $P_{\text{pump}} = -78,5 \text{ dBm}$ і частоті накачки. Зауважте, що $\omega_{\text{pump}}/2\pi = 5 \text{ MHz}$ для панелей (a,d); $\omega_{\text{pump}}/2\pi = 10 \text{ MHz}$ для панелей (b, e); і $\omega_{\text{pump}}/2\pi = 15 \text{ MHz}$ для панелей (c, f). Пробний імпульс починається на початку графіка при $t = 0$. На Рис. 4.6 (a,b,c) коефіцієнт відбиття показує перехідну динаміку, починаючи з $t = 0$. Ця перехідна динаміка, під впливом

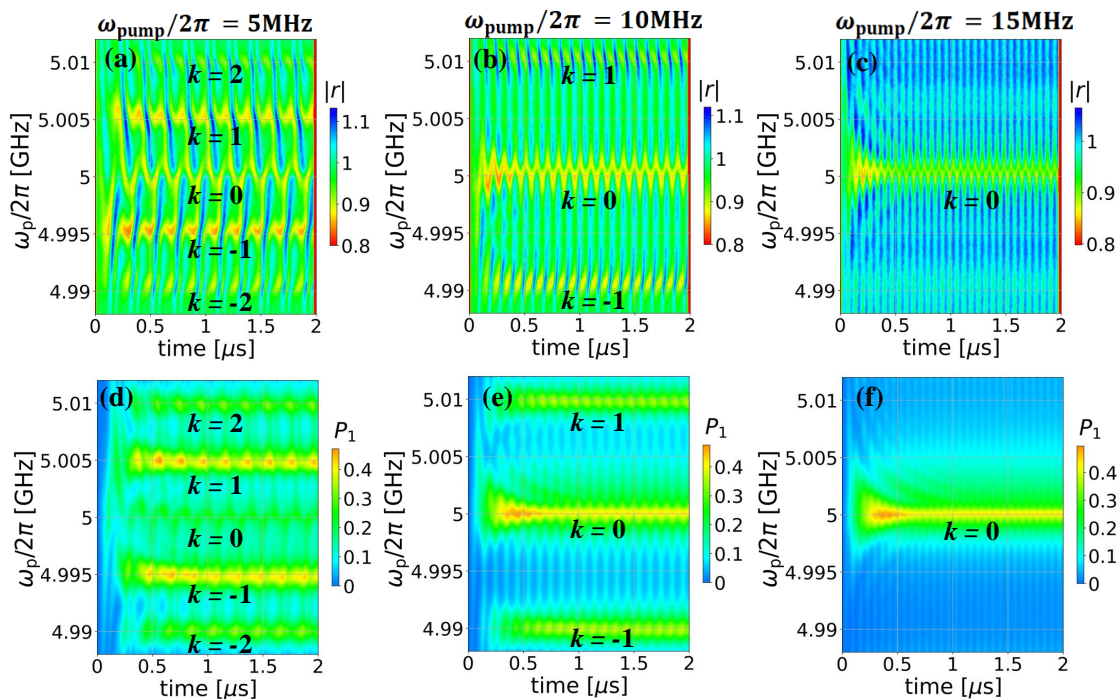


Рис. 4.6: Когерентна динаміка кубіта типу трансмон. Залежність коефіцієнта відбиття $|r|$ (імовірність заселеності верхнього рівня P_1) від часу t і частоти зонduючого сигналу ω_p при різних частотах накачки $\omega_{\text{pump}}/2\pi$. Під час експерименту використовувалися наступні значення параметрів: потужність зонduючого сигналу $P_p = -146 \text{ dBm}$ [$G(\omega_p/2\pi = 5 \text{ GHz}) = 2\pi \times 1.4 \text{ MHz}$], потужність сигналу накачування $P_{\text{pump}} = -78.5 \text{ dBm}$ ($\delta = 10 \text{ MHz}$). Графіки (a, b, c) представляють експериментальні результати, (d, e, f) показують графіки, побудовані за даними, обчисленими теоретично. Кубіт опромінюється сигналом накачки із частотою (a) $\omega_{\text{pump}}/2\pi = 5 \text{ MHz}$, (b) $\omega_{\text{pump}}/2\pi = 10 \text{ MHz}$, (c) $\omega_{\text{pump}}/2\pi = 15 \text{ MHz}$. Панелі (d-f) показують відповідні дані, обчислені теоретично для ймовірностей заповнення верхнього рівня кубіта P_1 .

початкових умов, закінчується стаціонарним рішенням, що визначається конкуренцією збудження та релаксації. Крім того, ми бачимо часову динаміку багатофотонних резонансів, які виникають при $\Delta\omega = k\omega_{\text{pump}}$, позначену $k = -2, -1, 0, +1, +2$. І багатофотонні резонанси дещо асиметричні навколо $k = 0$. Усі ці особливості узгоджуються з теорією.

На Рис. 4.7, беручи лінії розрізів на Рис. 4.6, ми показуємо детальні особливості динаміки перехідних процесів на різних фіксованих частотах накачки ω_{pump} . Крім того, на рис. 4.8 ми також фіксуємо частоту накачування до 10 MHz і змінюємо потужність накачування в (a,b,c). Ми бачимо, що багатофотонні резонанси, що виникають при $k = -1, +1$, стають все

слабшими від (а) до (с), оскільки потужність накачування зменшується.

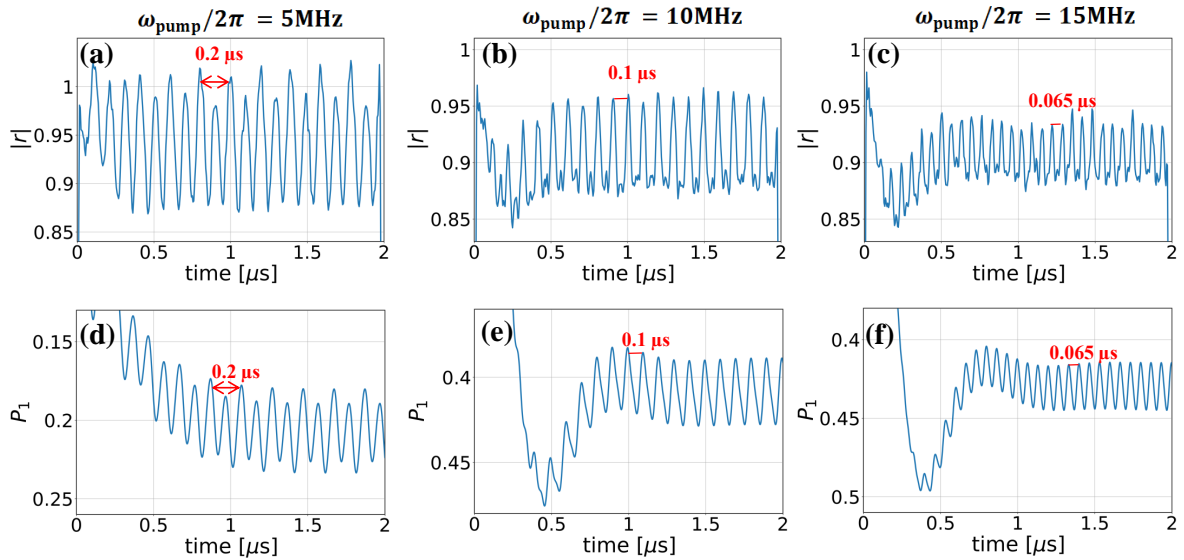


Рис. 4.7: [Лінія розрізу Рис. 4.6 уздовж $\omega_p/2\pi = 5 \text{ GHz}$] Когерентна динаміка кубіта типу трансмон: залежність коефіцієнта відбиття $|r|$ (ймовірності заселеності верхнього рівня P_1) від часу t при фіксованій частоті накачування ω_{pump} з $\omega_p/2\pi = 5 \text{ GHz}$, $P_p = -146 \text{ dBm}$ [$G(\omega_p/2\pi = 5 \text{ GHz}) = 2\pi \times 1.4 \text{ MHz}$], $P_{\text{pump}} = -78,5 \text{ dBm}$ ($\delta = 10$). Графіки (a,b,c) представляють експериментальні результати, тоді як панелі (d,e,f) показують графіки, обчислені теоретично. Кубіт збуджується сигналом з частотою (a) $\omega_{\text{pump}}/2\pi = 5 \text{ MHz}$, (b) $\omega_{\text{pump}}/2\pi = 10 \text{ MHz}$, (c) $\omega_{\text{pump}}/2\pi = 15 \text{ MHz}$. Панелі (d,e,f) показують відповідні дані, обчислені теоретично для ймовірностей заселеності верхнього рівня кубіта P_1 . Для більш чіткого порівняння між теорією та експериментами, вісь y теоретичних графіків (d,e,f) було обрізано та інвертовано.

На Рис. 4.7 ми бачимо лінію розрізу вздовж Рис. 4.6 на $\omega_p/2\pi = 5 \text{ GHz}$. Для більш чіткого порівняння між теорією та експериментом вісь y для теоретичних графіків була обрізана та інвертована. Ми бачимо перехідну динаміку (коливання з частотою, обернено пропорційною частоті накачування ω_{pump}) навколо $T_2 = 1/\Gamma_2 \sim 212 \text{ ns}$ для $\omega_{\text{pump}}/2\pi = 15 \text{ MHz}$, де $T_2 > 2\pi/\omega_{\text{pump}}$ на Рис. 4.7(в). Коли $T_2 \sim 2\pi/\omega_{\text{pump}}$, перехідна динаміка нечітка, як показано на Рис. 4.7(а). У стаціонарному режимі період коливань є оберненим до частоти накачування, як і очікувалося. Теоретичні графіки показують ймовірність заповнення верхнього рівня P_1 , де перехідна динаміка становить близько $T_1 = 1/\Gamma_1 \sim 568 \text{ ns}$. Крім того, для кращого розуміння формування динаміки кубіта, опроміненого збуджуючим

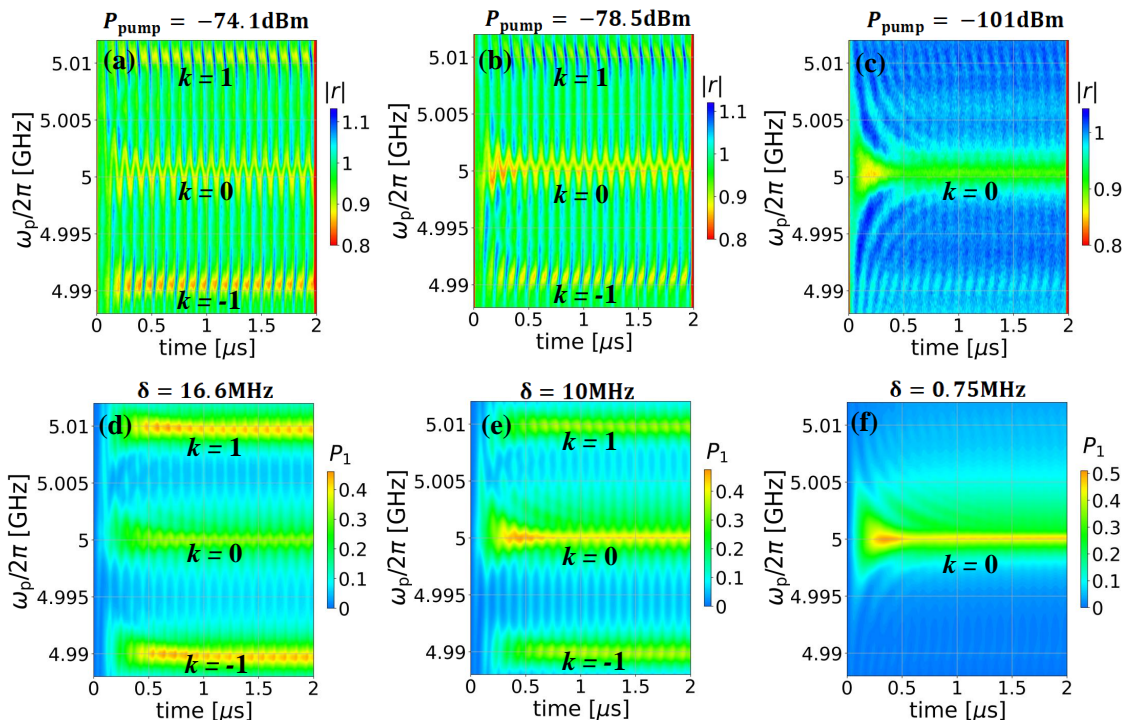


Рис. 4.8: Когерентна динаміка кубіта типу трансмон: залежність коефіцієнта відбиття $|r|$ (імовірність заселення верхнього діабатичного рівня P_1) від часу t та частоти зондуючого сигналу $\omega_p/2\pi$ при різних значеннях потужності накачки P_{pump} . Потужність зондуючого сигналу $P_p = -146$ dBm [$G(\omega_p/2\pi = 5$ GHz) = $2\pi \times 1.4$ для теорії]. Графіки (a,b,c) представляють результати експерименту; тоді як (d,e,f) показують графіки, побудовані за даними, обчисленими теоретично. Кубіт опромінюється сигналом накачки з частотою $\omega_{\text{pump}}/2\pi = 10$ MHz і потужністю (a) $P_{\text{pump}} = -74,1$ dBm, (b) $P_{\text{pump}} = -78,5$ dBm, (c) $P_{\text{pump}} = -101$ dBm. Теоретичні результати ймовірності заповнення верхнього рівня кубіта P_1 наведено для $\delta = 16.6$ MHz у (d), для $\delta = 10$ MHz у (e) і для $\delta = 0,75$ MHz у (f).

сигналом, ми показуємо випадок відсутності збуджуючого сигналу. Звідси ми дізнаємося, що особливості при $k = \pm 1$ зникають. Відповідні графіки представлені на Рис. 4.9.

4.5.1 Залежність коефіцієнта відбиття від частоти накачки

Щоб побачити динаміку кубіта, ми побудували залежність $P_1 = P_1(\omega_p, t)$ для різних частот накачування $\omega_{\text{pump}}/2\pi = 5$ MHz, 10 MHz, 15 MHz на Рис. 4.6. Як і очікувалося, для стаціонарного випадку резонанси спостерігаються при $\omega_p = \omega_{10} \pm k\omega_{\text{pump}}$, а значення коефіцієнта відбиття $|r|$

(імовірність заселеності P_1) коливається з періодом $T = 2\pi/\omega_{\text{pump}}$.

На Рис. 4.7, беручи лінії розрізів на Рис. 4.6, ми показуємо детальні особливості динаміки перехідних процесів на різних фіксованих частотах накачки ω_{pump} . Крім того, на Рис. 4.8 ми також фіксуємо частоту накачування до 10 МГц і змінюємо потужність накачування в (a,b,c). Ми бачимо, що багатофотонні резонанси, що виникають при $k = -1, +1$, стають все слабшими від (a) до (c), оскільки потужність накачування зменшується.

На Рис. 4.7 ми бачимо лінію розрізу вздовж Рис. 4.6 на $\omega_p/2\pi = 5$ GHz. Для більш чіткого порівняння між теорією та експериментом вісь y для теоретичних графіків була обрізана та інвертована. Ми бачимо перехідну динаміку (коливання з частотою, обернено пропорційною частоті накачування ω_{pump}) навколо $T_2 = 1/\Gamma_2 \sim 212$ ns для $\omega_{\text{pump}}/2\pi = 15$ MHz, де $T_2 > 2\pi/\omega_{\text{pump}}$ на Рис. 4.7(b). Коли $T_2 \sim 2\pi/\omega_{\text{pump}}$, перехідна динаміка нечітка, як показано на рис. 4.7(a). У стаціонарному режимі період коливань є оберненим до частоти накачки, як і очікувалося. Теоретичні графіки показують ймовірність заповнення верхнього рівня P_1 , де перехідна динаміка становить близько $T_1 = 1/\Gamma_1 \sim 568$ ns. З аналізу картин можна зробити висновок, що:

- ймовірність і коефіцієнт відбиття осцилюють з періодом $T = 2\pi/\omega_{\text{pump}}$;
- для частоти накачування, $\omega_{\text{pump}}/2\pi = 5$ MHz, є два види піків: високі та низькі;
- динаміка системи складається з двох режимів: стаціонарного та перехідного. Стаціонарний режим спостерігається після $t = 1.5$ μ s для всіх розглянутих випадків.

4.5.2 Коефіцієнт відбиття як функція потужності збуджуючого сигналу

Розглянемо ще один випадок дослідження часової динаміки системи атом-дзеркало, опроміненої зондуєчим і збуджуючим сигналами. Один із можливих підходів передбачає аналіз системи при різних значеннях

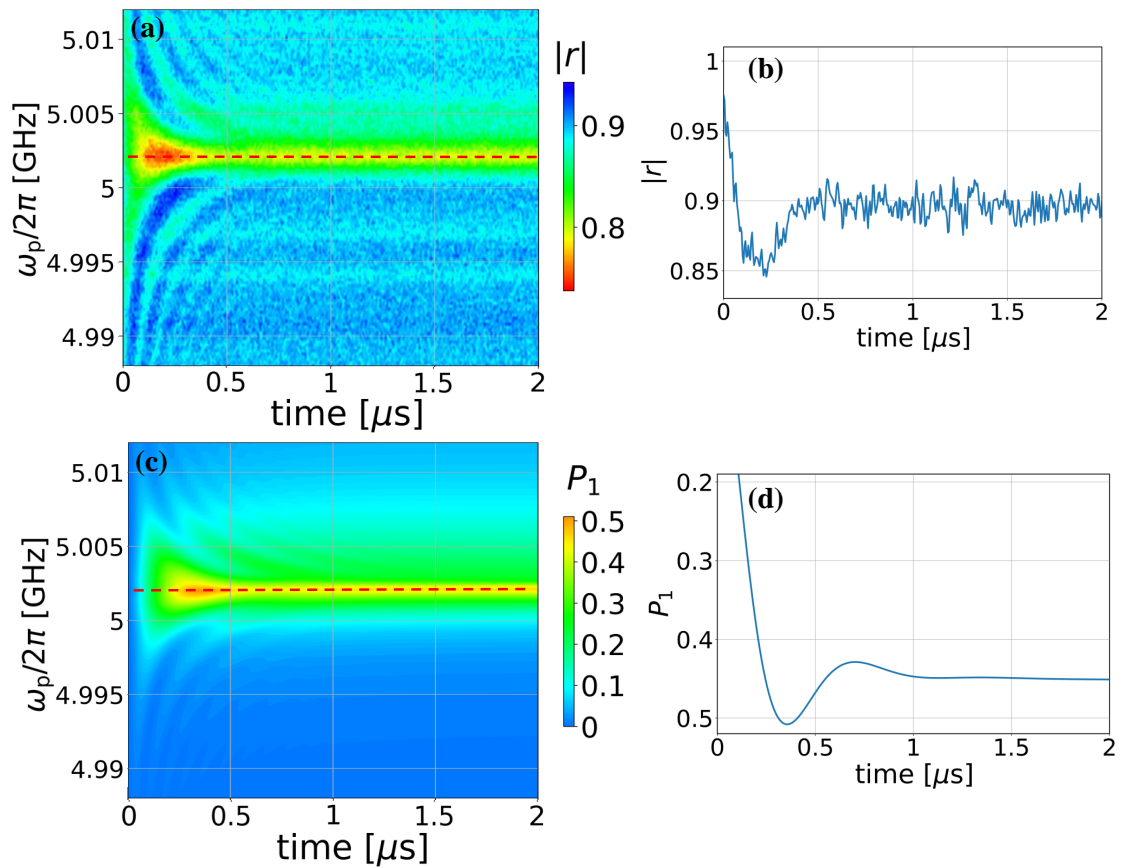


Рис. 4.9: Когерентна динаміка трансмон-кубіта за відсутності збуджуючого сигналу: залежність коефіцієнта відбиття $|r|$ (імовірність заселення верхнього рівня P_1) від зондової частоти ω_p і часу t . При потужності зонduючого сигналу $P_p = -146$ dBm [$G(\omega_p/2\pi = 5$ GHz) = $2\pi \times 1.4$ MHz] і резонансній частоті кубіта $\omega_{10}/2\pi = 5,002$ GHz. Графіки (а, б) представляють результати експерименту; тоді як (с, d) показують графіки, розраховані теоретично. Панелі (b) і (d) являють собою розрізи експериментальних (а) і теоретичних (с) графіків відповідно при $\omega_p/2\pi = 5,002$ GHz.

амплітуди збуджуючого сигналу. Рисунок 4.8 показує залежність коефіцієнта відбиття $|r|$ як функцію частоти зонда ω_p і часу t . Вимірювання та розрахунки проводились для різних значень потужності накачки P_{pump} (δ в теорії) та фіксованої частоти накачки $\omega_{\text{pump}}/2\pi = 10$ MHz. З графіків можна зробити висновок, що збільшення потужності насоса посилює резонанси.

4.5.3 Коефіцієнт відбиття за відсутності збуджуючого сигналу

Щоб краще зрозуміти вплив сигналу накачки на динаміку системи, ми також показуємо графіки без наявності збуджуючого сигналу. Відповідні результати з $\delta = 0$ і $\omega_{10}/2\pi = 5,002 \text{ GHz}$ (у цьому випадку зміна ω_{10} обумовлена вимогами експерименту) показано на Рис. 4.9. На панелі (а) показано залежність коефіцієнта відбиття $|r|$ від часу t і частоти зонда ω_p , (с) — відповідний теоретичний результат; панель (b) — це прямий розріз (а) при $\omega_p/2\pi = 5,002 \text{ GHz}$, а (d) — відповідна теоретична крива.

4.5.4 Залежність коефіцієнта відбиття від частоти накачки для випадку операторів Ліндблада в енергетичному базисі

В даному пункті приведено результати розрахунків для випадку операторів Ліндблада в енергетичному базисі. Зазначимо, що такий підхід не є коректним і отримані теоретичні залежності погано узгоджуються з експериментальними, однак з методичної точки зору корисно привести і такий приклад. Рисунок 4.10 показує картини, отримані внаслідок таких розрахунків. Ця залежність відповідає Рис. 4.6(d-f).

З порівняння теоретичних (Рис. 4.10(a-c)) і відповідних експериментальних (Рис. 4.6(a-c)) картин можна зробити висновок про те, що оператори Ліндблада треба обов'язково переводити в діабатичний базис. Отримані залежності мають схожу з експериментом поведінку, наприклад, резонанси виникають при $\Delta\omega = k\omega_{\text{pump}}$ як в теорії так і в експерименті. Однак на відміну від експериментальних у теоретичних картинах резонанс $k = 0$ дещо зміщений від лінії $\omega_p/2\pi = 5 \text{ GHz}$ та більш розмитий (ширший).

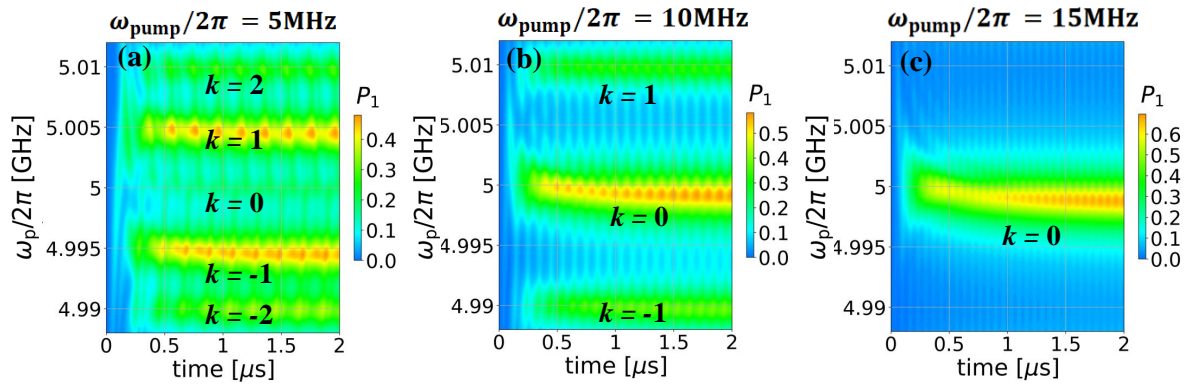


Рис. 4.10: Теоретично розрахована динаміка кубіта типу трансмон з операторами Ліндблада в енергетичному базисі. Залежність імовірності заселеності верхнього рівня P_1 від часу t і частоти зондуючого сигналу ω_p при різних частотах накачки $\omega_{\text{pump}}/2\pi$. Під час розрахунків використовувалися наступні значення параметрів: амплітуда зондуючого (пробного) сигналу $G(\omega_p/2\pi = 5 \text{ GHz}) = 2\pi \times 1.4 \text{ MHz}$, амплітуда модуляції рівнів енергії (амплітуда сигналу накачки) $\delta = 10 \text{ MHz}$. Панелі (a, b, c) показують графіки, побудовані за даними, обчисленими теоретично для випадку операторів Ліндблада в енергетичному базисі. Кубіт опромінюється сигналом накачки із частотою (a) $\omega_{\text{pump}}/2\pi = 5 \text{ MHz}$, (b) $\omega_{\text{pump}}/2\pi = 10 \text{ MHz}$, (c) $\omega_{\text{pump}}/2\pi = 15 \text{ MHz}$.

4.6 Залежність коефіцієнта відбиття від частоти накачки після вимкнення збуджуючого сигналу

У підрозділі ми розглянемо поведінку кубіта після вимкнення збуджуючого сигналу. Матеріал представленого розділу не увійшов у статтю [2], оскільки теоретичні результати мають особливість при $k = 0$. Експериментальні і теоретичні картини, що описують поведінку кубіта після вимкнення сигналу накачки показано на Рис. 4.11. Кубіт опромінюється сигналом накачки із частотою (a) $\omega_{\text{pump}}/2\pi = 5 \text{ MHz}$, (b) $\omega_{\text{pump}}/2\pi = 10 \text{ MHz}$ упродовж $t = 2 \mu\text{s}$, після чого сигнал вимикають. Панелі показують поведінку кубіта упродовж перших $t = 1.5 \mu\text{s}$ після вимкнення збуджуючого сигналу. Слід відмітити, що експериментальні інтерферограми показують залежність вихідної напруги V_{out} (яка пропорційна коефіцієнту відбиття $|r|$) від часу t і частоти зондуючого сигналу ω_p , а не коефіцієнту відбиття $|r|$. Це пов'язано з тим, що для цього випадку калібрування не проводилось, оскільки графіки не було

опубліковано.

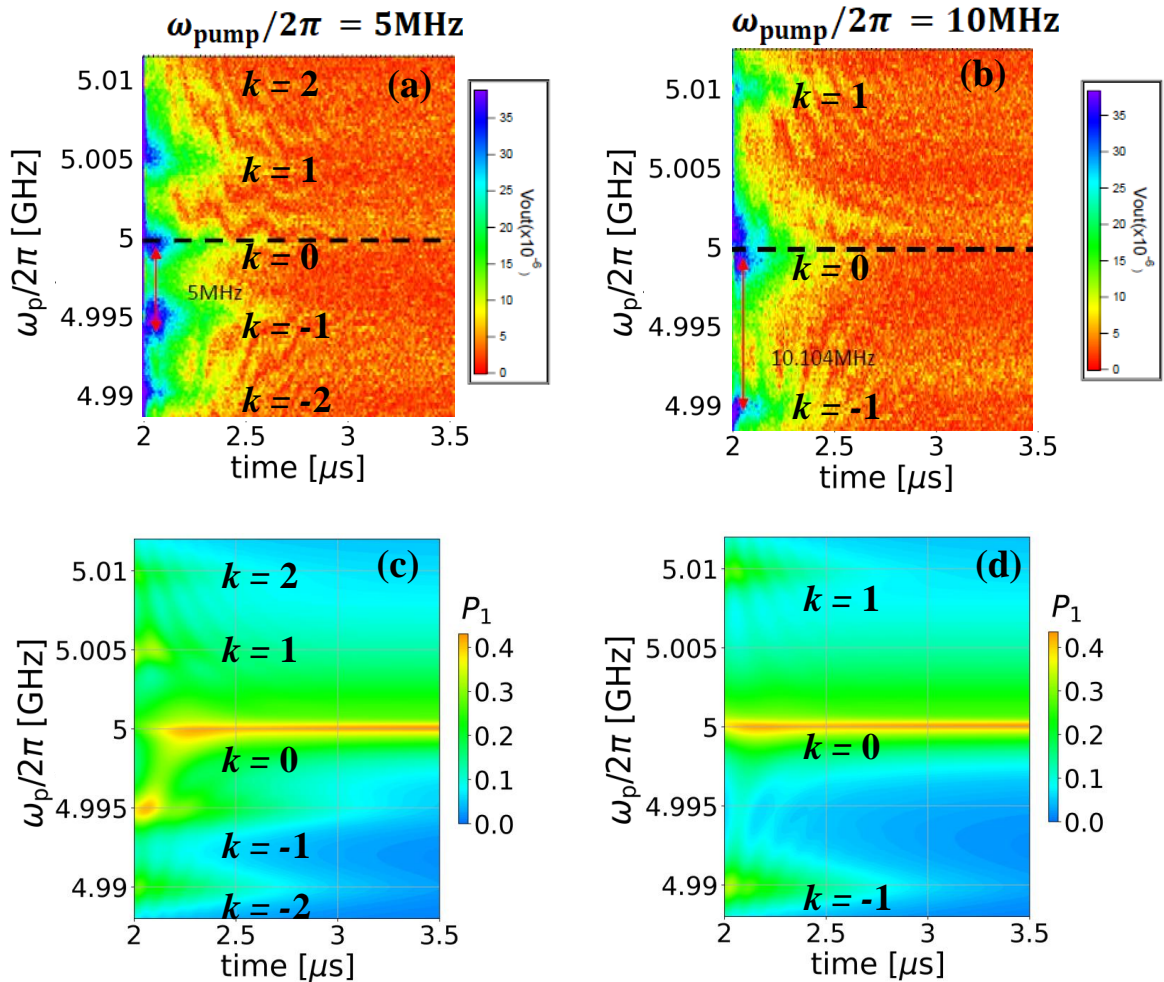


Рис. 4.11: Когерентна динаміка кубіта типу трансмон після вимкнення сигналу накачки. Залежність вихідної напруги (ця величина пропорційна коефіцієнту відбиття $|r|$) від часу t і частоти зондуючого сигналу ω_p при різних частотах накачки $\omega_{\text{pump}}/2\pi$. Під час експерименту використовувалися наступні значення параметрів: потужність зонда $P_p = -146$ dBm [$G(\omega_p/2\pi = 5$ GHz) = $2\pi \times 1.4$ MHz], потужність накачування $P_{\text{pump}} = -78.5$ dBm ($\delta = 10$ MHz). Графіки (a, b) представляють експериментальні результати, (c, d) показують графіки, побудовані за даними, обчисленими теоретично. Кубіт опромінюється сигналом накачки із частотою (a) $\omega_{\text{pump}}/2\pi = 5$ MHz, (b) $\omega_{\text{pump}}/2\pi = 10$ MHz упродовж $t = 2$ μs , після чого сигнал вимикають. Панелі (c, d) показують відповідні дані, обчислені теоретично для ймовірностей заповнення верхнього рівня кубіта P_1 .

На теоретичних і експериментальних залежностях можна спостерігати сліди резонансів, які виникають при $\Delta\omega = k\omega_{\text{pump}}$, при чому осциляція ймовірності і вихідної напруги V_{out} відсутня. Однак, при $k = 0$ на

теоретичних інтерферограмах не спостерігається затухання, на відміну від експериментальних. Така поведінка пояснюється тим, що у точці найбільшого зближення рівнів рівняння Ліндблада (1.67) має особливість. Тому при розв'язуванні цього рівняння за допомогою QuTiP (Quantum Toolbox in Python) можна отримати результати, які не узгоджуються з експериментальними.

4.7 Дослідження поведінки кубіта типу транзмон при малих частотах сигналу накачки

У цьому підрозділі ми розглянемо залежність ймовірності заселення верхнього зарядового рівня при малих частотах сигналу накачки. Такі залежності не було вивчено експериментально, тому усі результати є отриманими теоретично. Гарне узгодження теорії та експерименту на минулих кроках дозволяє нам провести такі та будь-які аналогічні побудови. Отримані залежності можуть виявитися цікавими і корисними для постановки майбутніх експериментів.

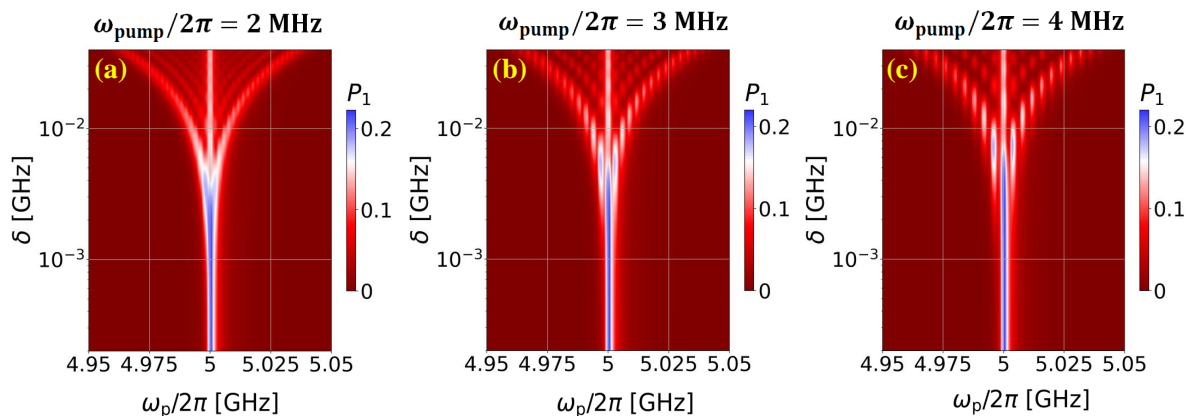


Рис. 4.12: Інтерферограми ЛЗШМ при малих частотах сигналу накачки. Ймовірності заселення верхнього зарядового рівня P_1 від потужності сигналу накачки δ та частоти зондуючого сигналу ω_p при фіксованій амплітуді накачки δ для $G(\omega_p/2\pi = 5 \text{ GHz}) = 2\pi \times 0.7 \text{ MHz}$. Панель (а) відповідає значенню частоти сигналу накачки $\omega_{\text{pump}}/2\pi = 2 \text{ MHz}$, для панелі (b) значення амплітуди сигналу накачки дорівнює $\omega_{\text{pump}}/2\pi = 3 \text{ MHz}$, для панелі (c) — $\omega_{\text{pump}}/2\pi = 4 \text{ MHz}$.

4.7.1 Залежність ймовірності заселення верхнього зарядового рівня від амплітуди сигналу накачки та частоти зондуючого сигналу

У представленому пункті ми побудуємо інтерференційні картини подібні тим, що показано на Рис. 4.4(d,e,f), але при менших значеннях частоти збуджуючого сигналу ω_{pump} . Рисунок 4.12 показує отримані інтерференційні картини. З побудованих залежностей можна зробити висновок, що оскільки для випадку $\omega_{\text{pump}}/2\pi = 2 \text{ MHz}$ резонансні піки починають розділятися (нагадаємо, що для $\omega_{\text{pump}}/2\pi = 1 \text{ MHz}$ піки не виокремлювались добре, а були розмитими), то наш висновок про те, що час декогеренції системи складає $\Gamma_2/2\pi \simeq 1 \text{ MHz}$ виявився правильним. Після побудови залежностей ми можемо оцінити верхню межу цієї величини, а саме $\Gamma_2/2\pi < 2 \text{ MHz}$.

4.7.2 Залежність ймовірності заселення верхнього зарядового рівня від частоти зондуючого сигналу та часу

У представленому пункті ми побудуємо залежності подібні тим, що показано на Рис. 4.6(d,e,f), але при менших значеннях частоти збуджуючого сигналу ω_{pump} . Рисунок 4.13 показує отримані інтерферограми. Кубіт опромінюється сигналом накачки із частотою (a) $\omega_{\text{pump}}/2\pi = 1 \text{ MHz}$, (b) $\omega_{\text{pump}}/2\pi = 2 \text{ MHz}$, (c) $\omega_{\text{pump}}/2\pi = 3 \text{ MHz}$.

На залежності (a) для випадку $\omega_{\text{pump}}/2\pi = 1 \text{ MHz}$ резонансні піки не виокремлюються, це, можливо, пов'язано з тим, що вони розташовані надто близько один до одного і тому зливаються. Для картини (b) сильні піки спостерігаються лише на відстані $\omega/2\pi = 8 \text{ MHz}$ від лінії $\omega_p/2\pi = 5 \text{ GHz}$, для випадку (c) сильні піки спостерігаються лише на відстані $\omega/2\pi = 6 \text{ MHz}$, 9 MHz від лінії $\omega_p/2\pi = 5 \text{ GHz}$, у той час як піки на відстані $\omega/2\pi = 3 \text{ MHz}$ виділені слабо.

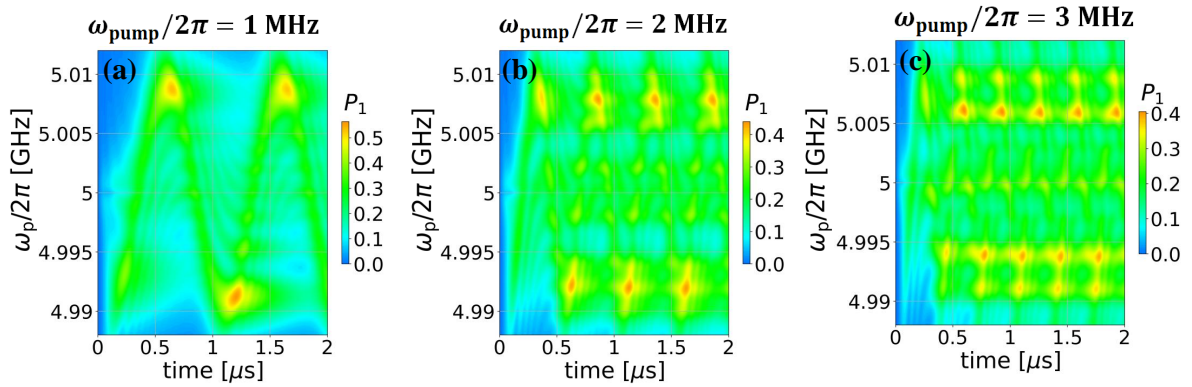


Рис. 4.13: Когерентна динаміка кубіта типу трансмон при малих частотах сигналу накачки ω_{pump} . Залежність імовірності заселеності верхнього рівня P_1 від часу t і частоти зонduючого сигналу ω_p при різних частотах накачки $\omega_{\text{pump}}/2\pi$. Для розрахунків використовувалися наступні значення параметрів: потужність зонduючого сигналу $P_p = -146$ dBm [$G(\omega_p/2\pi = 5$ GHz) = $2\pi \times 1.4$ MHz], потужність сигналу накачування $P_{\text{pump}} = -78.5$ dBm ($\delta = 10$ MHz). Кубіт опромінюється сигналом накачки із частотою (a) $\omega_{\text{pump}}/2\pi = 1$ MHz, (b) $\omega_{\text{pump}}/2\pi = 2$ MHz, (c) $\omega_{\text{pump}}/2\pi = 3$ MHz.

4.7.3 Залежність ймовірності заселення верхнього зарядового рівня від амплітуди зонduючого сигналу та частоти релаксації

У представленому пункті ми дослідимо залежність ймовірності заселення верхнього зарядового рівня від часу t і частоти зонduючого сигналу ω_p при різних значеннях амплітуди зонduючого сигналу G та частоти релаксації Γ_1 для частоти сигналу накачки $\omega_{\text{pump}}/2\pi = 5$ MHz. Для розрахунків значення амплітуди сигналу накачки було взято рівним $\delta = 10$ MHz. Отримані залежності зображено на Рис. 4.14.

Аналізуючи отримані залежності, можна зробити висновок, що при збільшенні частоти релаксації Γ_1 при фіксованому значенні амплітуди зонduючого сигналу G (в межах певного стовпчика рухаємось згори вниз) резонанси стають менш розмитими, тобто їхня амплітуда по осі часу t зменшується. Цей факт є зрозумілим, оскільки при збільшенні частоти релаксації система швидше переходить у незбуджений стан, що і спостерігається на отриманих залежностях.

Для випадку $G/2\pi = 2.8$ MHz яскраво виражено перші резонанси, які

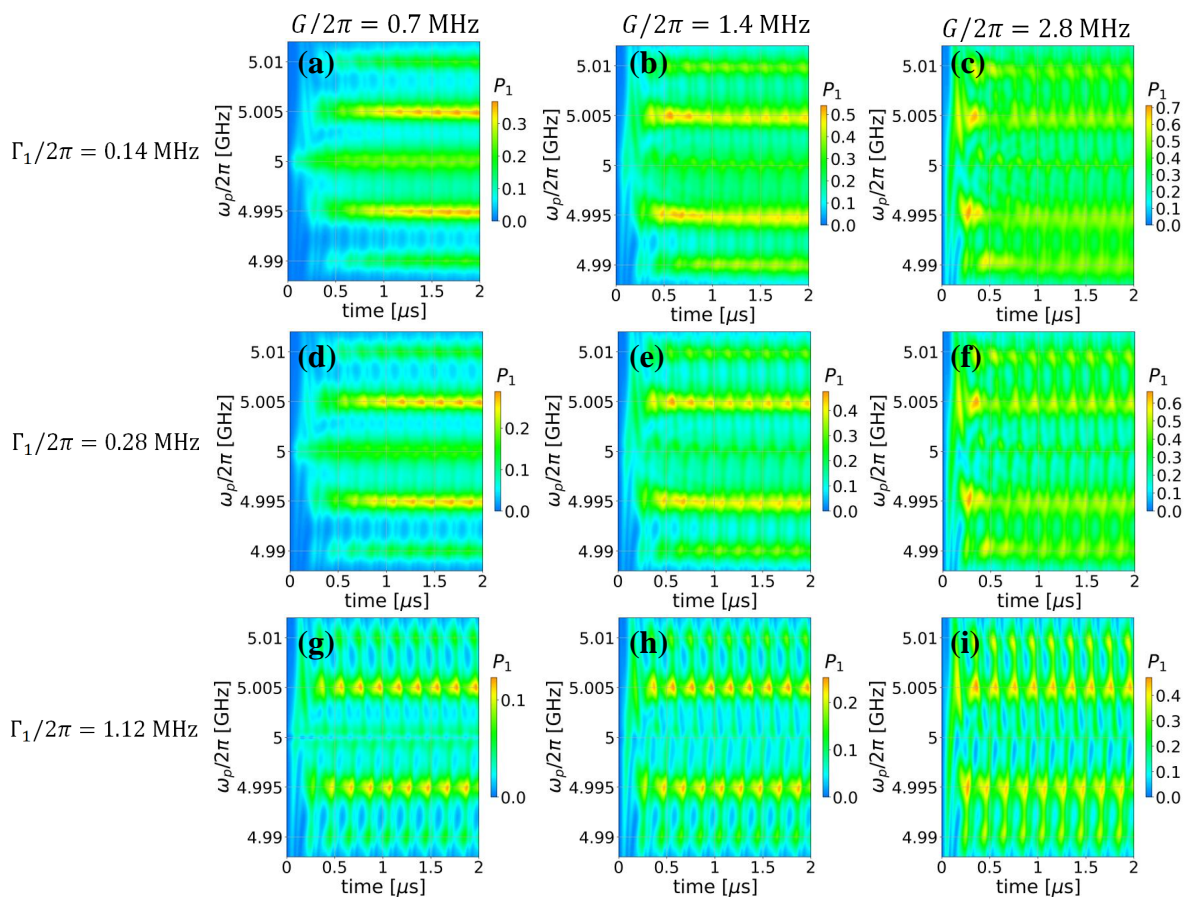


Рис. 4.14: Залежність ймовірності заселення верхнього зарядового рівня від часу t і частоти зонduючого сигналу ω_p при різних значеннях амплітуди зонduючого сигналу G та частоти релаксації Γ_1 для частоти сигналу накачки $\omega_{\text{pump}}/2\pi = 5 \text{ MHz}$. Для розрахунків значення амплітуди сигналу накачки було взято рівним $\delta = 10 \text{ MHz}$. Значення амплітуди зонduючого сигналу G змінюються зліва направо і відповідно мають значення $G/2\pi = 0.7 \text{ MHz}$, $G/2\pi = 1.4 \text{ MHz}$, $G/2\pi = 2.8 \text{ MHz}$. Частота релаксації змінюється згори вниз і має значення $\Gamma_1 = 0.14 \text{ MHz}$, $\Gamma_1 = 0.28 \text{ MHz}$, $\Gamma_1 = 1.12 \text{ MHz}$ відповідно.

спостерігаються при $t \approx 0.25 \mu\text{s}$, у той час як для амплітуди зонduючого сигналу $G/2\pi = 1.4 \text{ MHz}$ максимальним значенням ймовірності заселення верхнього зарядового рівня P_1 відповідають другий і третій резонанси, при чому перший резонанс виділено слабо. Для значення $G/2\pi = 0.7 \text{ MHz}$ і $\Gamma_1 = 0.14 \text{ MHz}$, $\Gamma_1 = 0.28 \text{ MHz}$ упродовж перших $t \approx 1 \mu\text{s}$ значення ймовірності заселення верхнього зарядового рівня P_1 має менші значення ніж для більших значень часу. У випадку $G/2\pi = 0.7 \text{ MHz}$ і $\Gamma_1 = 1.12 \text{ MHz}$ перші два резонанси ($t < 0.5 \mu\text{s}$) виділені слабше, ніж наступні.

Висновки

Ми розглянули динаміку та стаціонарний режим ємнісного шунтованого кубіта типу трансмон перед дзеркалом, на який впливають два сигнали: зонduючий та збуджуючий (сигнал накачки).

Для аналізу стаціонарного режиму було побудовано два типи інтерферограм: (а) залежність коефіцієнта відбиття r (ймовірність заселення збудженого стану системи P_1 у теоретичних розрахунках) від потужності накачки P_{pump} і частоти зонduючого сигналу ω_p при фіксованій частоті накачки ω_{pump} та потужності зонduючого сигналу P_p ; (б) залежність ймовірності заселення збудженого стану системи P_1 від частоти накачки ω_{pump} і частоти зонduючого сигналу ω_p при фіксованій потужності накачки P_{pump} та потужності зонduючого сигналу P_p . Отримані залежності можуть бути використані для отримання підгоночних параметрів; оцінки часу декогерентності системи; калібрування потужності.

Під час дослідження динамічних процесів було встановлено, що динаміка багатофотонного резонансу, що виникає при $\omega_p = \omega_{10} \pm k\omega_{\text{pump}}$, складається з двох режимів: перехідного та стаціонарного. Зокрема, ми спостерігали динаміку $k = 0, \pm 1, \pm 2$ багатофотонних резонансів, оскільки вузлова частота ω_{node} знаходиться далеко від цих резонансів. Імовірність заселення P_1 , отримана за рівнянням Ліндблада, і експериментально виміряний коефіцієнт відбиття $|r|$ добре узгоджуються між собою. Сильний зв'язок між полем розповсюдження та кубітом, а також простота виготовлення, робить надпровідні кубіти перед дзеркалом унікальною платформою для вивчення динаміки та інтерференції ЛЗШМ у порівнянні з іншими квантовими дворівневими системами [170].

Основні результати розділу висвітлено у публікаціях [2, 6].

ВИСНОВКИ

У дисертаційній роботі проведено теоретичний опис властивостей надпровідного кільця з трьома контактами джозефсона у дворівневому (надпровідного кубіта постійного струму) та чотирьохрівневому наближеннях, подвійної квантової точки, основаної на кремнії, кубіта типу трансмон, розміщеного перед дзеркалом.

Основні результати полягають у наступному:

1. Проведено збір і систематизацію інформації про властивості, особливості, сфери застосування надпровідного кубіта постійного струму, подвійної квантової точки, основаної на кремнії, твердотілого штучного атома, кубіта типу трансмон, розміщеного перед дзеркалом. Проаналізовано експерименти, у яких досліджувалися такі системи. Зокрема описано умови постановки експериментів, розібрано ключові параметри експериментів та їхній вплив на отриманий результат. Проведено огляд літературних джерел з метою висвітлення теоретичних аспектів дисертаційної роботи. А саме, отримано рівняння Ліндблада, виведено рівняння балансу для дворівневої системи з подальшим узагальненням підходу на випадок багаторівневих систем. Детально вивчено теоретичні відомості про надпровідні кубіти, а саме описано автономний контакт Джозефсона, надпровідне кільце із контактом Джозефсона (вч-СКВІД), проквантовано систему, яка складається з надпровідного кільця із контактом Джозефсона.
2. Реалізовано дослідження властивостей надпровідного кільця з трьома контактами Джозефсона у дворівневому наближенні одночасно за допомогою двох підходів: методу рівняння балансу та рівняння Ліндблада. Що дозволило порівняти результати, отримані за допомогою цих двох методів. З порівняльного аналізу зроблено висновок, два підходи добре узгоджуються у випадку стаціонарного режиму. Однак при аналізі динаміки було виявлено, що в рамках формалізму рівняння балансу коливання усереднюються, тому отримані криві, які описують часову залежність, є монотонними, тоді як підхід рівняння Ліндблада відображає більш складну динамічну поведінку системи. Це

проявляється у тому, що на кривих, побудованих за допомогою підходу рівняння Ліндблада, можна спостерігати ЛЗШМ переходи.

3. Отримано та розв'язано систему рівнянь балансу для подвійної квантової точки, основаної на кремнії. До цієї системи застосовано підхід, який дозволяє описати всю експериментальну інтерференційну картину, а не її частину, як було у минулих роботах. Також отримано залежність ймовірностей заселення певного рівня від часу для різних режимів (некогерентного, дворазового ЛЗШМ, одноразового ЛЗШМ, багаторазового ЛЗШМ) для подвійної квантової точки, основаної на кремнії.
4. Досліджено динаміку кубіта типу трансмон, під'єданого до напівнескінченної лінії передач. А саме побудовано залежності коефіцієнта відбиття r від потужності накачки P_{pump} і частоти зонduючого сигналу ω_p при фіксованій частоті накачки ω_{pump} та потужності зонduючого сигналу P_p . З аналізу отриманих часових залежностей зроблено висновок, що: ймовірність заселення збудженого стану системи P_1 і коефіцієнт відбиття r осцилюють з періодом $T = 2\pi/\omega_{\text{pump}}$; для частоти накачування, $\omega_{\text{pump}}/2\pi = 5\text{MHz}$, є два види піків: високі та низькі; динаміка системи складається з двох режимів: стаціонарного та перехідного. Стаціонарний режим спостерігається після $t = 1.5\ \mu\text{s}$ для всіх розглянутих випадків.
5. Для кубіта типу трансмон, під'єданого до напівнескінченної лінії передач отримано два типи інтерферограм:
 - залежність коефіцієнта відбиття r (ймовірність заселення збудженого стану системи P_1 у теоретичних розрахунках) від потужності накачки P_{pump} і частоти зонduючого сигналу ω_p при фіксованій частоті накачки ω_{pump} та потужності зонduючого сигналу P_p ;
 - залежність ймовірності заселення збудженого стану системи P_1 від частоти накачки ω_{pump} і частоти зонduючого сигналу ω_p при фіксованій потужності накачки P_{pump} та потужності зонduючого сигналу P_p .

Отримані інтерферограми допомагають не лише отримувати підгоночні параметри, а й дозволяють оцінити час декогерентності системи, надають інструмент для калібрування потужності, відкривають нові можливості для багатофотонної спектроскопії.

6. На прикладі кубіта типу трансмон, під'єданого до напівнескінченної лінії передач розглянуто супероператори Ліндблада у різних базисах. За визначанням релаксації системи (і як наслідок супероператори Ліндблада) задано в енергетичному базисі, але для розглянутої системи рівняння Ліндблада необхідно було розв'язати в адіабатичному. Тому відповідні релаксації було також переведено в діабатичний. З методичних міркувань було проведено розрахунки для супероператорів в енергетичному базисі. З порівняння отриманих результатів зроблено висновок про те, що оператори Ліндблада необхідно переводити в діабатичний базис, оскільки рівняння Ліндблада задано в діабатичному базисі.
7. Розроблено план обробки експериментальних даних та побудови залежностей для експерименту, у якому досліджувався кубіт типу трансмон, розміщений перед дзеркалом. Зокрема, знайдено інструменти, які доцільно використовувати при роботі з табличними даними, підібрано методи та функції, за допомогою яких отримано інтерферограми та динамічні залежності стану кубіта.

Подяки

Дисертант глибоко вдячний Сергію Миколайовичу Шевченку за чудове керівництво роботою.

Крім того, дисертант вдячний за підтримку відділу надпровідних і мезоскопічних структур, та вченому секретарю, канд. ф.-м. наук О.М. Калиненко, Фізико-технічного інституту низьких температур ім. Б. І. Веркіна НАН України (м. Харків, Україна).

Також здобувач від чистого серця висловлює глибоку подяку Артему Рижову, Олегові Івахненку, Олі Багровій та Олі Ільїнській за плідні обговорення, співпрацю та корисні і практичні поради.

БІБЛІОГРАФІЯ

- [1] M. P. Liul and S. N. Shevchenko, Rate-equation approach for multi-level quantum systems, *Low Temp. Phys.* **49**, 96–102 (2023).
- [2] M. P. Liul, C.-H. Chien, C.-Y. Chen, P. Y. Wen, J. C. Chen, Y.-H. Lin, S. N. Shevchenko, F. Nori, and I.-C. Hoi, Coherent dynamics of a photon-dressed qubit, *Phys. Rev. B* **107**, 195441 (2023).
- [3] M. P. Liul, A. I. Ryzhov, and S. N. Shevchenko, Rate-equation approach for a charge qudit, *Eur. Phys. J.: Spec. Top.* (2023).
- [4] M. P. Liul and S. N. Shevchenko, Parallel double quantum dot coupled to a fermionic sea, in *I International Advanced Study Conference "Condensed Matter and Low Temperature Physics 2020*, Abstracts (Kharkiv, Ukraine, 2020).
- [5] M. P. Liul, R. A. I., and S. N. Shevchenko, High-frequency quantum interferometry for a double-quantum dot, in *II International Advanced Study Conference "Condensed Matter and Low Temperature Physics 2021*, Abstracts (Kharkiv, Ukraine, 2021).
- [6] M. P. Liul, C.-H. Chien, C.-Y. Chen, P. Y. Wen, J. C. Chen, Y.-H. Lin, S. N. Shevchenko, F. Nori, and I.-C. Hoi, Coherence dynamics of a photodressed qubit, in *American Physics Society March meeting 2022*, Abstracts (Chicago, USA, 2022).
- [7] M. P. Liul and S. N. Shevchenko, Rate-equation approach for qudits, in *American Physics Society March meeting 2023*, Abstracts (Los-Angeles, USA, 2023).
- [8] M. P. Liul and S. N. Shevchenko, Rate-equation approach for the solid-state artificial atom, in *III International Advanced Study Conference "Condensed Matter and Low Temperature Physics 2023*, Abstracts (Kharkiv, Ukraine, 2023).
- [9] B. Schumacher, Quantum coding, *Phys. Rev. A* **51**, 2738–2747 (1995).
- [10] D. P. DiVincenzo, D. Bacon, J. Kempe, G. Burkard, and K. B. Whaley, Universal quantum computation with the exchange interaction, *Nature* **408**, 339–342 (2000).

- [11] S. Lloyd, A potentially realizable quantum computer, *Science* **261**, 1569–71 (1993).
- [12] Q. A. Turchette, C. J. Hood, W. Lange, H. Mabuchi, and H. J. Kimble, Measurement of conditional phase shifts for quantum logic, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 4710–4713 (1995).
- [13] C. Monroe, D. M. Meekhof, B. E. King, W. M. Itano, and D. J. Wineland, Demonstration of a fundamental quantum logic gate, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 4714–4717 (1995).
- [14] N. Gershenfeld and I. Chuang, Bulk spin-resonance quantum computation, *Science* **275** (1997).
- [15] S. Lloyd, Almost any quantum logic gate is universal, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 346–349 (1995).
- [16] G. Cao, H.-O. Li, T. Tu, L. Wang, C. Zhou, M. Xiao, G.-C. Guo, H.-W. Jiang, and G.-P. Guo, Ultrafast universal quantum control of a quantum-dot charge qubit using Landau–Zener–Stückelberg interference, *Nat. Commun.* **4**, 1401 (2013).
- [17] E. Dupont-Ferrier, B. Roche, B. Voisin, X. Jehl, R. Wacquez, M. Vinet, M. Sanquer, and S. Franceschi, Coherent coupling of two dopants in a silicon nanowire probed by Landau-Zener-Stückelberg interferometry, *Phys. Rev. Lett.* **110**, 136802 (2013).
- [18] M. Mark, T. Kraemer, P. Waldburger, J. Herbig, C. Chin, H.-C. Nägerl, and R. Grimm, “Stückelberg interferometry” with ultracold molecules, *Phys. Rev. Lett.* **99**, 113201 (2007).
- [19] T. Higuchi, C. Heide, K. Ullmann, H. Weber, and P. Hommelhoff, Light-field driven currents in graphene, *Nature* **550** (2017).
- [20] T. P. Orlando, J. E. Mooij, L. Tian, C. H. van der Wal, L. S. Levitov, S. Lloyd, and J. J. Mazo, Superconducting persistent-current qubit, *Phys. Rev. B* **60**, 15398–15413 (1999).
- [21] D. M. Berns, W. D. Oliver, S. O. Valenzuela, A. V. Shytov, K. K. Berggren,

- L. S. Levitov, and T. P. Orlando, Coherent quasiclassical dynamics of a persistent current qubit, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 150502 (2006).
- [22] F. A. Zwanenburg, A. S. Dzurak, A. Morello, M. Y. Simmons, L. C. L. Hollenberg, G. Klimeck, S. Rogge, S. N. Coppersmith, and M. A. Eriksson, Silicon quantum electronics, *Rev. Mod. Phys.* **85**, 961–1019 (2013).
- [23] F. Ginzl, A. R. Mills, J. R. Petta, and G. Burkard, Spin shuttling in a silicon double quantum dot, *Phys. Rev. B* **102**, 195418 (2020).
- [24] M. A. Fogarty, K. W. Chan, B. Hensen, W. Huang, T. Tantt, C. H. Yang, A. Laucht, M. Veldhorst, F. E. Hudson, K. M. Itoh, D. Culcer, T. D. Ladd, A. Morello, and A. S. Dzurak, Integrated silicon qubit platform with single-spin addressability, exchange control and single-shot singlet-triplet readout, *Nat. Commun.* **9**, 10.1038/s41467-018-06039-x (2018).
- [25] M. Fuechsle, J. Miwa, S. Mahapatra, H. Ryu, S. Lee, O. Warschkow, L. Hollenberg, G. Klimeck, and M. Simmons, A single-atom transistor, *Nature Nanotech.* **7**, 242–6 (2012).
- [26] A. Fujiwara and Y. Takahashi, Manipulation of elementary charge in a silicon charge-coupled device, *Nature* **410**, 560–2 (2001).
- [27] N. S. Lai, W. Lim, H. Yang, F. Zwanenburg, W. Coish, F. Qassemi, A. Morello, and A. Dzurak, Pauli spin blockade in a highly tunable silicon double quantum dot, *Sci. Rep.* **1**, 110 (2011).
- [28] B. Weber, Y.-H. Tan, S. Mahapatra, T. Watson, H. Ryu, R. Rahman, L. Hollenberg, G. Klimeck, and M. Simmons, Spin blockade and exchange in Coulomb-confined silicon double quantum dots, *Nat. Nanotech.* **9** (2014).
- [29] M. Gonzalez-Zalba, S. Shevchenko, S. Barraud, J. Johansson, A. Ferguson, F. Nori, and A. Betz, Gate-sensing coherent charge oscillations in a silicon field-effect transistor, *Nano Lett.* **16** (2016).
- [30] J. Muhonen, J. P. Dehollain, A. Laucht, F. Hudson, R. Kalra, T. Sekiguchi, K. Itoh, D. Jamieson, J. Mccallum, A. Dzurak, and A. Morello, Storing quantum information for 30 seconds in a nanoelectronic device, *Nat. Nanotech.* (2014).

- [31] M. Veldhorst, J. Hwang, H. Yang, A. Leenstra, B. Ronde, J. P. Dehollain, J. Muhonen, F. Hudson, K. Itoh, A. Morello, and A. Dzurak, An addressable quantum dot qubit with fault-tolerant control fidelity, *Nat. Nanotech.* (2014).
- [32] C. Simmons, M. Thalakulam, N. Shaji, L. Klein, H. Qin, R. Blick, D. Savage, M. Lagally, S. Coppersmith, and M. Eriksson, Single-electron quantum dot in Si/SiGe with integrated charge-sensing, *Appl. Phys. Lett.* **91** (2007).
- [33] W. Lim, F. Zwanenburg, H. Huebl, M. Möttönen, K. Chan, A. Morello, and A. Dzurak, Observation of the single-electron regime in a highly tunable silicon quantum dot, *Appl. Phys. Lett.* **95** (2009).
- [34] F. Zwanenburg, C. Rijmenam, Y. Fang, C. Lieber, and L. Kouwenhoven, Spin states of the first four holes in a silicon nanowire quantum dot, *Nano Lett.* **9**, 1071–9 (2009).
- [35] M. Borselli, K. Eng, E. Croke, B. Maune, B. Huang, R. Ross, A. Kiselev, P. Deelman, I. Alvarado-Rodriguez, A. Schmitz, M. Sokolich, K. Holabird, T. Hazard, M. Gyure, and A. Hunter, Pauli spin blockade in undoped Si/SiGe two-electron double quantum dots, *Appl. Phys. Lett.* **99** (2011).
- [36] W. Lim, H. Yang, F. Zwanenburg, and A. Dzurak, Spin filling of valley–orbit states in a silicon quantum dot, *Nanotech.* **22**, 335704 (2011).
- [37] M. Thalakulam, C. Simmons, B. Rosemeyer, D. Savage, M. Lagally, M. Friesen, S. Coppersmith, and M. Eriksson, Fast tunnel rates in Si/SiGe one-electron single and double quantum dots, *Appl. Phys. Lett.* **96** (2010).
- [38] M. Urdampilleta, A. Chatterjee, C. C. Lo, T. Kobayashi, J. Mansir, S. Barraud, A. C. Betz, S. Rogge, M. F. Gonzalez-Zalba, and J. J. L. Morton, Charge dynamics and spin blockade in a hybrid double quantum dot in silicon, *Phys. Rev. X* **5**, 031024 (2015).
- [39] J. K. Perron, M. J. Gullans, J. M. Taylor, M. D. Stewart, and N. M. Zimmerman, Valley blockade in a silicon double quantum dot, *Phys. Rev. B* **96**, 205302 (2017).
- [40] Z. Shi, C. B. Simmons, J. R. Prance, J. K. Gamble, T. S. Koh, Y.-P. Shim, X. Hu, D. E. Savage, M. G. Lagally, M. A. Eriksson, M. Friesen, and S. N.

- Coppersmith, Fast hybrid silicon double-quantum-dot qubit, *Phys. Rev. Lett.* **108**, 140503 (2012).
- [41] M. D. Shulman, O. E. Dial, S. P. Harvey, H. Bluhm, V. Umansky, and A. Yacoby, Demonstration of entanglement of electrostatically coupled singlet-triplet qubits, *Science* **336**, 202–205 (2012).
- [42] J. R. Petta, A. C. Johnson, J. M. Taylor, E. A. Laird, A. Yacoby, M. D. Lukin, C. M. Marcus, M. P. Hanson, and A. C. Gossard, Coherent manipulation of coupled electron spins in semiconductor quantum dots, *Science* **309**, 2180–2184 (2005).
- [43] R. Hanson, L. H. W. van Beveren, I. T. Vink, J. M. Elzerman, W. J. M. Naber, F. H. L. Koppens, L. P. Kouwenhoven, and L. M. K. Vandersypen, Single-shot readout of electron spin states in a quantum dot using spin-dependent tunnel rates, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 196802 (2005).
- [44] H. Kiyama, T. Nakajima, S. Teraoka, A. Oiwa, and S. Tarucha, Single-shot ternary readout of two-electron spin states in a quantum dot using spin filtering by quantum hall edge states, *Phys. Rev. Lett.* **117**, 236802 (2016).
- [45] M. Friesen, C. Tahan, R. Joynt, and M. A. Eriksson, Spin readout and initialization in a semiconductor quantum dot, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 037901 (2004).
- [46] V. Cerletti, W. A. Coish, O. Gywat, and D. Loss, Recipes for spin-based quantum computing, *Nanotechnology* **16**, R27 (2005).
- [47] D. Loss and D. P. DiVincenzo, Quantum computation with quantum dots, *Phys. Rev. A* **57**, 120–126 (1998).
- [48] M. S. Byrd and D. A. Lidar, Comprehensive encoding and decoupling solution to problems of decoherence and design in solid-state quantum computing, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 047901 (2002).
- [49] J. C. Estrada Saldaña, A. Vekris, G. Steffensen, R. Žitko, P. Krogstrup, J. Paaske, K. Grove-Rasmussen, and J. Nygård, Supercurrent in a double quantum dot, *Phys. Rev. Lett.* **121**, 257701 (2018).

- [50] K. Kim, Visible light emissions and single-electron tunneling from silicon quantum dots embedded in Si-rich SiO₂ deposited in plasma phase, *Phys. Rev. B* **57**, 13072–13076 (1998).
- [51] M. J. Romero and J. van de Lagemaat, Luminescence of quantum dots by coupling with nonradiative surface plasmon modes in a scanning tunneling microscope, *Phys. Rev. B* **80**, 115432 (2009).
- [52] C. W. J. Beenakker and A. A. M. Staring, Theory of the thermopower of a quantum dot, *Phys. Rev. B* **46**, 9667–9676 (1992).
- [53] C. Simon, Y.-M. Niquet, X. Caillet, J. Eymery, J.-P. Poizat, and J.-M. Gérard, Quantum communication with quantum dot spins, *Phys. Rev. B* **75**, 081302 (2007).
- [54] J. Huwer, R. M. Stevenson, J. Skiba-Szymanska, M. B. Ward, A. J. Shields, M. Felle, I. Farrer, D. A. Ritchie, and R. V. Pentyl, Quantum-dot-based telecommunication-wavelength quantum relay, *Phys. Rev. Appl.* **8**, 024007 (2017).
- [55] T. Brandes, Coherent and collective quantum optical effects in mesoscopic systems, *Phys. Rep.* **408**, 315–474 (2005).
- [56] W. G. van der Wiel, S. De Franceschi, J. M. Elzerman, T. Fujisawa, S. Tarucha, and L. P. Kouwenhoven, Electron transport through double quantum dots, *Rev. Mod. Phys.* **75**, 1–22 (2002).
- [57] D. Awschalom and M. Flatte, Challenges for semiconductor spintronics, *Nature Phys.* **3**, 153 (2007).
- [58] S. Donsa, S. Andergassen, and K. Held, Double quantum dot as a minimal thermoelectric generator, *Phys. Rev. B* **89**, 125103 (2014).
- [59] R. Aguado and L. P. Kouwenhoven, Double quantum dots as detectors of high-frequency quantum noise in mesoscopic conductors, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 1986–1989 (2000).
- [60] A. Chatterjee, S. N. Shevchenko, S. Barraud, R. M. Otxoa, F. Nori, J. J. L. Morton, and M. F. Gonzalez-Zalba, A silicon-based single-electron interferometer coupled to a fermionic sea, *Phys. Rev. B* **97**, 045405 (2018).

- [61] A. Betz, S. Barraud, Q. Wilmart, B. Plaçais, X. Jehl, M. Sanquer, and M. Gonzalez-Zalba, High-frequency characterization of thermionic charge transport in silicon-on-insulator nanowire transistors, *Appl. Phys. Lett.* **104**, 043106–043106 (2014).
- [62] M. F. Gonzalez-Zalba, S. N. Shevchenko, S. Barraud, J. R. Johansson, A. J. Ferguson, F. Nori, and A. C. Betz, Gate-sensing coherent charge oscillations in a silicon field-effect transistor, *Nano Lett.* **16**, 1614–1619 (2016).
- [63] J. Johansson, S. Saito, T. Meno, H. Nakano, M. Ueda, K. Semba, and H. Takayanagi, Vacuum rabi oscillations in a macroscopic superconducting qubit LC oscillator system, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 127006 (2006).
- [64] J. M. Martinis, S. Nam, J. Aumentado, and C. Urbina, Rabi oscillations in a large josephson-junction qubit, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 117901 (2002).
- [65] Y. Nakamura, Y. A. Pashkin, and J. S. Tsai, Rabi oscillations in a josephson-junction charge two-level system, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 246601 (2001).
- [66] A. Izmailkov, M. Grajcar, E. Il'ichev, N. Oukhanski, T. Wagner, H.-G. Meyer, W. Krech, M. H. S. Amin, A. M. van den Brink, and A. M. Zagoskin, Observation of macroscopic Landau-Zener transitions in a superconducting device, *Europhys. Lett.* **65**, 844–849 (2004).
- [67] W. D. Oliver, Y. Yu, J. C. Lee, K. K. Berggren, L. S. Levitov, and T. P. Orlando, Mach-Zehnder interferometry in a strongly driven superconducting qubit, *Science* **310**, 1653–1657 (2005).
- [68] M. Sillanpää, T. Lehtinen, A. Paila, Y. Makhlin, and P. Hakonen, Continuous-time monitoring of Landau-Zener interference in a Cooper-pair box, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 187002 (2006).
- [69] C. H. van der Wal, A. C. J. ter Haar, F. K. Wilhelm, R. N. Schouten, C. J. P. M. Harmans, T. P. Orlando, S. Lloyd, and J. E. Mooij, Quantum superposition of macroscopic persistent-current states, *Science* **290**, 773–777 (2000).
- [70] A. Izmailkov, M. Grajcar, E. Il'ichev, T. Wagner, H.-G. Meyer, A. Y. Smirnov, M. H. S. Amin, A. M. van den Brink, and A. M. Zagoskin, Evidence for entangled states of two coupled flux qubits, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 037003 (2004).

- [71] A. O. Niskanen, Y. Nakamura, and J. P. Pekola, Information entropic superconducting microcooler, *Phys. Rev. B* **76**, 174523 (2007).
- [72] J. Q. You, Y.-x. Liu, and F. Nori, Simultaneous cooling of an artificial atom and its neighboring quantum system, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 047001 (2008).
- [73] D. M. Berns, M. S. Rudner, S. O. Valenzuela, K. K. Berggren, W. D. Oliver, L. S. Levitov, and T. P. Orlando, Amplitude spectroscopy of a solid-state artificial atom, *Nature* **455**, 51–57 (2008).
- [74] B. Damski and W. H. Zurek, Adiabatic-impulse approximation for avoided level crossings: From phase-transition dynamics to Landau-Zener evolutions and back again, *Phys. Rev. A* **73**, 063405 (2006).
- [75] M. Tomka, L. Campos Venuti, and P. Zanardi, Accuracy of the adiabatic-impulse approximation for closed and open quantum systems, *Phys. Rev. A* **97**, 032121 (2018).
- [76] V. P. Krašnov, Theory of resonance multiphoton transitions in a three-level system under the influence of a strong electromagnetic field, *JETP* **43**, 622 (1976).
- [77] V. Krainov and V. Yakovlev, Quasienergetic states of a 2-level atom in a strong low-frequency electromagnetic-field, *JETP* **78**, 2204–2212 (1980).
- [78] M. Rodríguez-Vega, M. Lentz, and B. Seradjeh, Floquet perturbation theory: formalism and application to low-frequency limit, *New J. Phys.* **20**, 093022 (2018).
- [79] S.-I. Chu and D. A. Telnov, Beyond the Floquet theorem: generalized Floquet formalisms and quasienergy methods for atomic and molecular multiphoton processes in intense laser fields, *Phys. Rep.* **390**, 1–131 (2004).
- [80] S.-K. Son, S. Han, and S.-I. Chu, Floquet formulation for the investigation of multiphoton quantum interference in a superconducting qubit driven by a strong ac field, *Phys. Rev. A* **79**, 032301 (2009).
- [81] M. Grifoni and P. Hänggi, Driven quantum tunneling, *Phys. Rep.* **304**, 229–354 (1998).

- [82] A. Sen, D. Sen, and K. Sengupta, Analytic approaches to periodically driven closed quantum systems: methods and applications, *J. Phys.: Condens. Matter* **33**, 443003 (2021).
- [83] M. Frimmer and L. Novotny, The classical Bloch equations, *Am. J. Phys* **82**, 947–954 (2014).
- [84] G. Lindblad, On the generators of quantum dynamical semigroups, *Commun. Math. Phys.* **48**, 119 – 130 (1976).
- [85] J. Thingna, M. Esposito, and F. Barra, Landau-Zener Lindblad equation and work extraction from coherences, *Phys. Rev. E* **99**, 042142 (2019).
- [86] A. Ferrón, D. Domínguez, and M. J. Sánchez, Large-amplitude harmonic driving of highly coherent flux qubits, *Phys. Rev. B* **82**, 134522 (2010).
- [87] A. Ferrón, D. Domínguez, and M. J. Sánchez, Tailoring population inversion in Landau-Zener-Stückelberg interferometry of flux qubits, *Phys. Rev. Lett.* **109**, 237005 (2012).
- [88] A. Ferrón, D. Domínguez, and M. J. Sánchez, Dynamic transition in Landau-Zener-Stückelberg interferometry of dissipative systems: The case of the flux qubit, *Phys. Rev. B* **93**, 064521 (2016).
- [89] R. M. Otxoa, A. Chatterjee, S. N. Shevchenko, S. Barraud, F. Nori, and M. F. Gonzalez-Zalba, Quantum interference capacitor based on double-passage Landau-Zener-Stückelberg-Majorana interferometry, *Phys. Rev. B* **100**, 205425 (2019).
- [90] J. Danon and M. S. Rudner, Multilevel interference resonances in strongly driven three-level systems, *Phys. Rev. Lett.* **113**, 247002 (2014).
- [91] L. Du, D. Lan, and Y. Yu, Low-frequency Landau-Zener-Stückelberg interference in dissipative superconducting qubits, *Low. Temp. Phys.* **39**, 665–679 (2013).
- [92] X. Wen and Y. Yu, Landau-Zener interference in multilevel superconducting flux qubits driven by large-amplitude fields, *Phys. Rev. B* **79** (2009).

- [93] R. K. Malla and M. E. Raikh, High Landau levels of two-dimensional electrons near the topological transition caused by interplay of spin-orbit and Zeeman energy shifts, *Phys. Rev. B* **99**, 205426 (2019).
- [94] I. S. Gradshteyn and I. M. Ryzhik, *Table of integrals, series, and products* (Academic press, 2014).
- [95] C. A. Brasil, F. F. Fanchini, and R. de Jesus Napolitano, A simple derivation of the Lindblad equation, *Rev. Bras. de Ensino de Fis.* **35**, 01–09 (2013).
- [96] H.-P. Breuer and F. Petruccione, *The Theory of Open Quantum Systems* (2006).
- [97] D. Manzano, A short introduction to the Lindblad master equation, *AIP Adv.* **10**, 025106 (2020).
- [98] G. Wendin, Quantum information processing with superconducting circuits: a review, *Rep. Progr. Phys.* **80**, 106001 (2017).
- [99] P. Y. Wen, O. V. Ivakhnenko, M. A. Nakonechnyi, B. Suri, J.-J. Lin, W.-J. Lin, J. C. Chen, S. N. Shevchenko, F. Nori, and I.-C. Hoi, Landau-Zener-Stückelberg-Majorana interferometry of a superconducting qubit in front of a mirror, *Phys. Rev. B* **102**, 075448 (2020).
- [100] J. Koch, T. M. Yu, J. Gambetta, A. A. Houck, D. I. Schuster, J. Majer, A. Blais, M. H. Devoret, S. M. Girvin, and R. J. Schoelkopf, Charge-insensitive qubit design derived from the Cooper pair box, *Phys. Rev. A* **76**, 042319 (2007).
- [101] S. N. Shevchenko, A. I. Ryzhov, and F. Nori, Low-frequency spectroscopy for quantum multilevel systems, *Phys. Rev. B* **98**, 195434 (2018).
- [102] G. Wendin and V. Shumeiko, Quantum bits with Josephson junctions, *Low Temp. Phys.* **33**, 957–981 (2007).
- [103] M. H. Devoret, A. Wallraff, and J. M. Martinis, Superconducting qubits: A short review (2004), arXiv:cond-mat/0411174 [cond-mat.mes-hall] .
- [104] M. Tinkham, *Introduction to Superconductivity*, 2nd ed. (Dover Publications, 2004).

- [105] M. A. Nielsen and I. L. Chuang, *Quantum Computation and Quantum Information: 10th Anniversary Edition* (Cambridge University Press, 2010).
- [106] H. Haffner, C. Roos, and R. Blatt, Quantum computing with trapped ions, *Phys. Rep.* **469**, 155–203 (2008).
- [107] M. H. Devoret and R. J. Schoelkopf, Superconducting circuits for quantum information: An outlook, *Science* **339**, 1169–1174 (2013).
- [108] J. M. Gambetta, J. M. Chow, and M. Steffen, Building logical qubits in a superconducting quantum computing system, *npj Quantum Information* **3**, 2 (2017).
- [109] W. D. Oliver and P. B. Welander, Materials in superconducting quantum bits, *MRS Bulletin* **38**, 816 (2013).
- [110] D. L. Campbell, Y.-P. Shim, B. Kannan, R. Winik, D. K. Kim, A. Melville, B. M. Niedzielski, J. L. Yoder, C. Tahan, S. Gustavsson, and W. D. Oliver, Universal nonadiabatic control of small-gap superconducting qubits, *Phys. Rev. X* **10**, 041051 (2020).
- [111] E. Lucero, R. Barends, Y. Chen, J. Kelly, M. Mariantoni, A. Megrant, P. O’Malley, D. Sank, A. Vainsencher, J. Wenner, T. White, Y. Yin, A. Cleland, and J. Martinis, Computing prime factors with a Josephson phase qubit quantum processor, *Nature Phys.* **8**, 719 (2012).
- [112] S. N. Shevchenko, S. Ashhab, and F. Nori, Landau–Zener–Stückelberg interferometry, *Phys. Rep.* **492**, 1–30 (2010).
- [113] P. O. Kofman, O. V. Ivakhnenko, S. N. Shevchenko, and F. Nori, Majorana’s approach to nonadiabatic transitions validates the adiabatic-impulse approximation (2022).
- [114] A. Thiel, The Landau-Zener effect in nuclear molecules, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **16**, 867–910 (1990).
- [115] D. Bouwmeester, N. H. Dekker, F. E. v. Dorselaer, C. A. Schrama, P. M. Visser, and J. P. Woerdman, Observation of Landau-Zener dynamics in classical optical systems, *Phys. Rev. A* **51**, 646–654 (1995).

- [116] L. Zhu, A. Widom, and P. M. Champion, A multidimensional Landau-Zener description of chemical reaction dynamics and vibrational coherence, *J. Chem. Phys.* **107**, 2859–2871 (1997).
- [117] W. Wernsdorfer, R. Sessoli, A. Caneschi, D. Gatteschi, and A. Cornia, Nonadiabatic Landau-Zener tunneling in Fe₈ molecular nanomagnets, *Europhys. Lett. (EPL)* **50**, 552–558 (2000).
- [118] G. Fuchs, G. Burkard, P. Klimov, and D. Awschalom, A quantum memory intrinsic to single nitrogen-vacancy centres in diamond, *Nature Phys.* **7**, 789–793 (2011).
- [119] J. Ankerhold and H. Grabert, Enhancement of macroscopic quantum tunneling by Landau-Zener transitions, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 016803 (2003).
- [120] G. Ithier, E. Collin, P. Joyez, D. Vion, D. Esteve, J. Ankerhold, and H. Grabert, Zener enhancement of quantum tunneling in a two-level superconducting circuit, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 057004 (2005).
- [121] K. Saito and Y. Kayanuma, Nonadiabatic electron manipulation in quantum dot arrays, *Phys. Rev. B* **70**, 201304 (2004).
- [122] K. Saito, M. Wubs, S. Kohler, P. Hänggi, and Y. Kayanuma, Quantum state preparation in circuit QED via Landau-Zener tunneling, *Europhys. Lett. (EPL)* **76**, 22–28 (2006).
- [123] H. Ribeiro and G. Burkard, Nuclear state preparation via Landau-Zener-Stückelberg transitions in double quantum dots, *Phys. Rev. Lett.* **102**, 216802 (2009).
- [124] M. A. Nakonechnyi, D. S. Karpov, A. N. Omelyanchouk, and S. N. Shevchenko, Multi-signal spectroscopy of qubit-resonator systems, *Low Temp. Phys.* **37**, 383 (2021).
- [125] S. N. Shevchenko, *Mesoscopic Physics meets Quantum Engineering* (World Scientific, Singapore, 2019).
- [126] O. V. Ivakhnenko, S. N. Shevchenko, and F. Nori, Nonadiabatic Landau-Zener-Stückelberg-Majorana transitions, dynamics and interference, *Phys. Rep.* **995**, 1–89 (2023).

- [127] L. Y. Gorelik, N. I. Lundin, V. S. Shumeiko, R. I. Shekhter, and M. Jonson, Superconducting single-mode contact as a microwave-activated quantum interferometer, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 2538–2541 (1998).
- [128] T. Wu, Y. Zhou, Y. Xu, S. Liu, and J. Li, Landau-Zener-Stückelberg interference in nonlinear regime, *Chin. Phys. Lett.* **36**, 124204 (2019).
- [129] P. K. Tien and J. P. Gordon, Multiphoton process observed in the interaction of microwave fields with the tunneling between superconductor films, *Phys. Rev.* **129**, 647–651 (1963).
- [130] Y. Nakamura and J. S. Tsai, A coherent two-level system in a superconducting single-electron transistor observed through photon-assisted cooper-pair tunneling, *J. Supercond.* **12**, 799–806 (1999).
- [131] L. P. Kouwenhoven, S. Jauhar, J. Orenstein, P. L. McEuen, Y. Nagamune, J. Motohisa, and H. Sakaki, Observation of photon-assisted tunneling through a quantum dot, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 3443–3446 (1994).
- [132] W. J. M. Naber, T. Fujisawa, H. W. Liu, and W. G. van der Wiel, Surface-acoustic-wave-induced transport in a double quantum dot, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 136807 (2006).
- [133] M. S. Rudner, A. V. Shytov, L. S. Levitov, D. M. Berns, W. D. Oliver, S. O. Valenzuela, and T. P. Orlando, Quantum phase tomography of a strongly driven qubit, *Phys. Rev. Lett.* **101**, 190502 (2008).
- [134] L. Du, M. Wang, and Y. Yu, Landau-Zener-Stückelberg interferometry in the presence of quantum noise, *Phys. Rev. B* **82**, 045128 (2010).
- [135] R. K. Malla and M. Raikh, Landau-Zener transition between two levels coupled to continuum, *Phys. Lett. A* **445**, 128249 (2022).
- [136] A. M. Whiticar, A. Y. Smirnov, T. Lanting, J. Whittaker, F. Altomare, T. Medina, R. Deshpande, S. Ejtemaee, E. Hoskinson, M. Babcock, and M. H. Amin, Probing flux and charge noise with macroscopic resonant tunneling, *arXiv* (2022).
- [137] X. Wen, Y. Wang, S. Cong, G. Sun, J. Chen, L. Kang, W. Xu, Y. Yu,

- P. Wu, and S. Han, Landau-Zener-Stückelberg interferometry in multilevel superconducting flux qubit, arXiv (2010).
- [138] S. Sasaki, S. Amaha, N. Asakawa, M. Eto, and S. Tarucha, Enhanced Kondo effect via tuned orbital degeneracy in a spin 1/2 artificial atom, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 017205 (2004).
- [139] R. M. Abolfath, A. G. Petukhov, and I. Žutić, Piezomagnetic quantum dots, *Phys. Rev. Lett.* **101**, 207202 (2008).
- [140] H. Flentje, P.-A. Mortemousque, R. Thalineau, A. Ludwig, A. D. Wieck, C. Bauerle, and T. Meunier, Coherent long-distance displacement of individual electron spins, *Nat. Commun.* **8** (2017).
- [141] T. Liu, Q.-P. Su, J.-H. Yang, Y. Zhang, S.-J. Xiong, J.-M. Liu, and C.-P. Yang, Transferring arbitrary d-dimensional quantum states of a superconducting transmon qubit in circuit QED, *Sci. Rep.* **7** (2017).
- [142] Y. Wang, Z. Hu, B. C. Sanders, and S. Kais, Qudits and high-dimensional quantum computing, *Front. Phys.* **8** (2020).
- [143] Y. Han, X.-Q. Luo, T.-F. Li, W. Zhang, S.-P. Wang, J. Tsai, F. Nori, and J. You, Time-domain grating with a periodically driven qutrit, *Phys. Rev. Appl.* **11**, 014053 (2019).
- [144] M. Kononenko, M. A. Yurtalan, S. Ren, J. Shi, S. Ashhab, and A. Lupascu, Characterization of control in a superconducting qutrit using randomized benchmarking, *Phys. Rev. Res.* **3**, L042007 (2021).
- [145] M. A. Yurtalan, J. Shi, M. Kononenko, A. Lupascu, and S. Ashhab, Implementation of a Walsh-Hadamard gate in a superconducting qutrit, *Phys. Rev. Lett.* **125**, 180504 (2020).
- [146] W. D. Oliver and S. O. Valenzuela, Large-amplitude driving of a superconducting artificial atom, *Quantum Inf. Process.* **8**, 261–281 (2009).
- [147] S. Ashhab, Landau-Zener transitions in a two-level system coupled to a finite-temperature harmonic oscillator, *Phys. Rev. A* **90**, 062120 (2014).

- [148] J. Stehlik, Y. Dovzhenko, J. R. Petta, J. R. Johansson, F. Nori, H. Lu, and A. C. Gossard, Landau-Zener-Stückelberg interferometry of a single electron charge qubit, *Phys. Rev. B* **86**, 121303 (2012).
- [149] K. Ono, S. N. Shevchenko, T. Mori, S. Moriyama, and F. Nori, Quantum interferometry with a g -factor-tunable spin qubit, *Phys. Rev. Lett.* **122**, 207703 (2019).
- [150] I.-C. Hoi, A. F. Kockum, L. Tornberg, A. Pourkabirian, G. Johansson, P. Delsing, and C. M. Wilson, Probing the quantum vacuum with an artificial atom in front of a mirror, *Nat. Phys.* **11**, 1045–1049 (2015).
- [151] K. Lalumiere, B. C. Sanders, A. F. van Loo, A. Fedorov, A. Wallraff, and A. Blais, Input-output theory for waveguide QED with an ensemble of inhomogeneous atoms, *Phys. Rev. A* **88**, 043806 (2013).
- [152] A. Blais, S. M. Girvin, and W. D. Oliver, Quantum information processing and quantum optics with circuit quantum electrodynamics, *Nat. Phys.* **16**, 247–256 (2020).
- [153] B. Kannan, M. J. Ruckriegel, D. L. Campbell, A. F. Kockum, J. Braumüller, D. K. Kim, M. Kjaergaard, P. Krantz, A. Melville, B. M. Niedzielski, A. Vepsäläinen, R. Winik, J. L. Yoder, F. Nori, T. P. Orlando, S. Gustavsson, and W. D. Oliver, Waveguide quantum electrodynamics with superconducting artificial giant atoms, *Nature* **583**, 775–779 (2020).
- [154] P. Y. Wen, A. F. Kockum, H. Ian, J. C. Chen, F. Nori, and I.-C. Hoi, Reflective amplification without population inversion from a strongly driven superconducting qubit, *Phys. Rev. Lett.* **120**, 063603 (2018).
- [155] X. Xu, B. Sun, P. R. Berman, D. G. Steel, A. S. Bracker, D. Gammon, and L. J. Sham, Coherent optical spectroscopy of a strongly driven quantum dot, *Science* **317**, 929–932 (2007).
- [156] F. Y. Wu, S. Ezekiel, M. Ducloy, and B. R. Mollow, Observation of amplification in a strongly driven two-level atomic system at optical frequencies, *Phys. Rev. Lett.* **38**, 1077–1080 (1977).

- [157] M. Mirhosseini, E. Kim, X. Zhang, A. Sipahigil, P. B. Dieterle, A. J. Keller, A. Asenjo-Garcia, D. E. Chang, and O. Painter, Cavity quantum electrodynamics with atom-like mirrors, *Nature* **569**, 692 (2019).
- [158] P. Y. Wen, K.-T. Lin, A. F. Kockum, B. Suri, H. Ian, J. C. Chen, S. Y. Mao, C. C. Chiu, P. Delsing, F. Nori, G.-D. Lin, and I.-C. Hoi, Large collective Lamb shift of two distant superconducting artificial atoms, *Phys. Rev. Lett.* **123**, 233602 (2019).
- [159] I.-C. Hoi, T. Palomaki, J. Lindkvist, G. Johansson, P. Delsing, and C. M. Wilson, Generation of nonclassical microwave states using an artificial atom in 1D open space, *Phys. Rev. Lett.* **108**, 263601 (2012).
- [160] C. M. Wilson, G. Johansson, A. Pourkabirian, M. Simoen, J. R. Johansson, T. Duty, F. Nori, and P. Delsing, Observation of the dynamical Casimir effect in a superconducting circuit, *Nature* **479**, 376–379 (2011).
- [161] I.-C. Hoi, A. F. Kockum, T. Palomaki, T. M. Stace, B. Fan, L. Tornberg, S. R. Sathyamoorthy, G. Johansson, P. Delsing, and C. M. Wilson, Giant Cross-Kerr effect for propagating microwaves induced by an artificial atom, *Phys. Rev. Lett.* **111**, 053601 (2013).
- [162] I.-C. Hoi, C. M. Wilson, G. Johansson, T. Palomaki, B. Peropadre, and P. Delsing, Demonstration of a single-photon router in the microwave regime, *Phys. Rev. Lett.* **107**, 073601 (2011).
- [163] D. Karpov, V. Monarkha, D. Szombati, A. Frieiro, A. Omelyanchouk, E. Il'ichev, A. Fedorov, and S. Shevchenko, Probabilistic motional averaging, *Eur. Phys. J. B* **93**, 49 (2020).
- [164] J. Johansson, P. Nation, and F. Nori, QuTiP: An open-source Python framework for the dynamics of open quantum systems, *Comput. Phys. Commun.* **183**, 1760–1772 (2012).
- [165] J. Johansson, P. Nation, and F. Nori, QuTiP 2: A Python framework for the dynamics of open quantum systems, *Comput. Phys. Commun.* **184**, 1234–1240 (2013).

- [166] S. Probst, F. B. Song, P. A. Bushev, A. V. Ustinov, and M. Weides, Efficient and robust analysis of complex scattering data under noise in microwave resonators, *Rev. Sci. Instrum.* **86**, 024706 (2015).
- [167] W.-J. Lin *et al.*, Deterministic loading of microwaves onto an artificial atom using a time-reversed waveform, *Nano Lett.* **22**, 8137–8142 (2022).
- [168] M. Silveri, K. Kumar, J. Tuorila, J. Li, A. Vepsalainen, E. Thuneberg, and G. Paraoanu, Stueckelberg interference in a superconducting qubit under periodic latching modulation, *New J. Phys.* **17**, 043058 (2015).
- [169] K. Ono, S. N. Shevchenko, T. Mori, S. Moriyama, and F. Nori, Analog of a quantum heat engine using a single-spin qubit, *Phys. Rev. Lett.* **125**, 166802 (2020).
- [170] A. Bogan, S. Studenikin, M. Korkusinski, L. Gaudreau, P. Zawadzki, A. S. Sachrajda, L. Tracy, J. Reno, and T. Hargett, Landau-Zener-Stückelberg-Majorana interferometry of a single hole, *Phys. Rev. Lett.* **120**, 207701 (2018).

Додаток А

Список публікацій здобувача за темою дисертації

1. **M. P. Liul**, and S. N. Shevchenko, "Rate-equation approach for multi-level quantum systems", *Low Temp. Phys.* **49** № 1, 96–102 (2023), DOI: 10.1063/10.0016482
2. **M. P. Liul**, C.-H. Chien, C.-Y. Chen, P. Y. Wen, J. C. Chen, Y.-H. Lin, S. N. Shevchenko, Franco Nori, I.-C. Hoi, "Coherent dynamics of a photon-dressed qubit", *Phys. Rev. B* **107** № 19, 195441, (2023), DOI: 10.1103/PhysRevB.107.195441
3. **M. P. Liul**, and S. N. Shevchenko, "Interferometry of multi-level systems: rate-equation approach for a charge qudit", *Eur. Phys. J.: Spec. Top.* (2023), DOI: 10.1140/epjs/s11734-023-00977-4
4. **M. P. Liul**, and S. N. Shevchenko, "Parallel double quantum dot coupled to a fermionic sea", I International Advanced Study Conference "Condensed Matter and Low Temperature Physics 2020", (CM<P 2020), 8-14 June, 2020, Kharkiv, Ukraine, Online, Abstracts (2020).
5. **M. P. Liul**, A. I. Ryzhov, and S. N. Shevchenko, "High-frequency quantum interferometry for a double-quantum dot", II International Advanced Study Conference "Condensed Matter and Low Temperature Physics 2021", (CM<P 2021), 6-12 June, 2021, Kharkiv, Ukraine, Online, Abstracts (2021).
6. **M. P. Liul**, , C.-H. Chien, C.-Y. Chen, P. Y. Wen, J. C. Chen, Y.-H. Lin, S. N. Shevchenko, Franco Nori, I.-C. Hoi, "Coherence dynamics of a photon-dressed qubit", American Physics Society March meeting 2022, ("APS March meeting"), 14-18 March, 2022, Chicago, USA, Online, Abstracts, p. A36.8 (2022).
7. **M. P. Liul**, and S. N. Shevchenko, "Rate-equation approach for qudits", American Physics Society March meeting 2023, ("APS March meeting"), 20-22 March, 2023, Los-Angeles, USA, Online, Abstracts, p. VV01.13 (2023).

8. **M. P. Liul**, S. N. Shevchenko, "Rate-equation approach for the solid-state artificial atom", III International Advanced Study Conference "Condensed Matter and Low Temperature Physics 2023", (CM<P 2023), 5-11 June, 2023, Kharkiv, Ukraine, Online, Abstracts (2023).

Додаток Б

Відомості про апробацію результатів дисертації

- I International Advanced Study Conference "Condensed Matter and Low Temperature Physics 2020", (CM<P 2020), 8-14 June, 2020, Kharkiv, Ukraine
- II International Advanced Study Conference "Condensed Matter and Low Temperature Physics 2021", (CM<P 2021), 6-12 June, 2021, Kharkiv, Ukraine
- American Physics Society March meeting 2022 ("APS March meeting"), 14-18 March, 2022, Chicago, USA
- American Physics Society March meeting 2023 ("APS March meeting"), 20-22 March, 2022, Los-Angeles, USA, Online
- III International Advanced Study Conference "Condensed Matter and Low Temperature Physics 2023", (CM<P 2023), 5-11 June, 2023, Kharkiv, Ukraine