

Відгук

офіційного опонента на дисертаційну роботу, висунуту на здобуття наукового ступеня доктора фізико-математичних наук, Хейфеця Олександра Яковича “Унітарні системи розсіювання та задачі інтерполяції” за спеціальністю 01.01.01 «математичний аналіз»

Проблема моментів (яку вперше розглянув Стілтєс) стала джерелом нових досліджень в аналізі, а саме: інтерполяційні задачі (Каратеодорі, Фейер, Р. Ріс, Шур, Пік, Неванлінна); ортогональні поліноми (Сегьо); теорія розширень ермітових операторів (Гамбургер, М. С. Лівшиць, М. Г. Крейн, Д.З.Аров, В.М.Адамян). Альтернативний підхід для розв’язку таких задач був запропонований В. П. Потаповим та продовжений І. В. Ковалішиною, В. Е. Кацнельсоном, В. К. Дубовим. Підходи Адамяна – Арова – Крейна і Потапова були поєднані в Схемі Абстрактної Задачі Інтерполяції завдяки зусиллям В. Е. Кацнельсона, П. М. Юдицького, А. Я. Хейфеця. Все вищезгадане в значній мірі опирається на аналіз аналітичних функцій, які є розв’язками таких абстрактних задач інтерполяції. У задачі Нехарі розв’язки не є аналітичними функціями, тому для таких задач була потрібна розробка нових методів досліджень, тим більше в цілком невизначеному випадку. Опис коефіцієнтів формули, що дає параметризацію невизначеної задачі Нехарі, привів Д. Сарасона до постановки двох задач: 1) чи можлива регуляризація довільної γ -твірної пари; 2) чи є абсолютна неперервність мір (пов’язаних з γ -твірною парою) достатньою для її регулярності. Іndefінітні інтерполяційні задачі (Крейн, Лангер, Дайксма) та їх опис у вигляді дробово-лінійного перетворення давали сторонні розв’язки, опис яких було потрібно з’ясувати. Розв’язку цих задач і присвячена робота, що характеризує актуальність теми дисертації.

Метою дослідження роботи є створення схеми Абстрактної Задачі Інтерполяції, яка дозволила би розв’язувати задачі не тільки аналітичні, а й в

класі додатних гармонійних функцій. А це пов'язане з унітарними системами розсіювання та побудовою відповідних модельних просторів функцій (або мір).

Дисертація складається з анотації, вступу, семи розділів, висновків, списку використаних джерел, що включає 93 найменування, та одного додатку.

У вступі обґрунтовано актуальність теми дослідження, сформульовано мету і задачі дослідження.

У розділі 1 міститься огляд літератури за темою дисертації, а також надано короткий зміст дисертації та викладені основні методи, що використовуються в ній.

У розділі 2 наведені попередні відомості та основні визначення для унітарних систем розсіювання. Наведені модель Хеллінгера для унітарних систем розсіювання та формули узагальнених резольвент ізометричних операторів. Основним результатом цього розділу слід вважати теорему 2.12, в якій отримано опис спектральних функцій унітарних розширень ізометричних операторів.

Розділ 3 присвячений Абстрактній задачі інтерполяції в самій загальній постановці. Отримано переформулювання цієї задачі в термінах унітарних систем розсіювання. Для не ортогональної задачі також отримано параметризацію всіх розв'язків (теорема 3.7).

У розділі 4 розглядаються пряма та обернена задача про ліфтинг. Основним результатом цього розділу є теорема 4.18, яка в термінах необхідних і достатніх умов дає повний опис параметрів, за допомогою яких отримуються всі розв'язки задачі про ліфтинг. Слід зазначити, що цей опис пов'язаний з розв'язком абстрактної задачі інтерполяції. Окрім того, встановлені екстремальні властивості (теорема 4.22) коефіцієнтів з опису розв'язків задачі про ліфтинг. Отримані результати використовуються для розв'язку задачі Нехарі.

Розділ 5 присвячений розв'язку двох проблем Д. Сарасона. Доведена теорема, яка стверджує, що для кожної γ -твірної пари (a, b) існує внутрішня функція θ така, що пара $(a, \theta b)$ є регулярною, тобто відповідає задачі Нехарі. В загальному випадку використовується характеристика γ -твірних з розділа 4. До другої проблеми Д. Сарасона побудовано ряд контр прикладів. Розв'язки цих задач базуються на межових інтерполяційних задачах.

У розділі 6 вивчаються узагальнені теореми Жюліа – Каратеодорі та межова інтерполяція. Важливою є теорема 6.2, в якій отримано аналог теореми Жюліа – Каратеодорі. Використовуючи функціональну модель де Бранжа – Ровняка знайдено еквівалентні формулювання в термінах ядер $K_s^{(n)}$, $\tilde{K}_s^{(n)}$. Отримані результати пов'язані з кратним аналогом теореми Жюліа – Каратеодорі.

Розділ 7 присвячений інтерполяції в індефінітному випадку. Основним результатом цього розділу слід вважати теорему 7.18, де надано параметризацію всіх стандартних розв'язків задачі NP_κ . Хоча наведені методи можуть бути використані і в інших задачах для індефінітного випадку.

Дисертація написана чіткою ясною мовою, з відповідною аргументацією аналізу кожної задачі, що вивчається.

По дисертації є наступні зауваження.

- 1) Стор. 102, термін “доданків” не відповідає суті, так же як і “зворотна задача”.
- 2) Стор. 124, Зауваження 4.10 займає майже 3 сторінки, яке нелегко зрозуміти.
- 3) Стор. 133, Зауваження 4.14 прочитати майже неможливо із-за такої кількості посилань.

Незважаючи на ці недоліки, вважаю, що дисертація Хейфеця О. Я. є закінченим науковим дослідженням і повністю відповідає вимогам, які пред'являються до дисертацій, поданих на здобуття наукового ступеня доктора фізико-математичних наук, так як:

- 1) Запропоновано і розвинено методи розв'язання інтерполяційних задач аналізу, основані на використанні унітарних систем розсіювання, які природно пов'язані з даними задачі та її розв'язками.
- 2) Описано множину розв'язків загальної задачі про ліфтинг комутанту, отримано кратний аналог умови Жюліа – Каратеодорі про кутову межову інтерполяційну задачу у класі Шура.
- 3) Вивчено розширений клас Крейна – Лангера та розв'язано задачу Неванлінни – Піка в ньому.
- 4) Для задачі про ліфтинг комутанту отримано параметризацію усіх символів ліфтингу у самому загальному випадку, а також отримано повну характеристизацію коефіцієнтів цієї параметризуючої формули.
- 5) Для аналогу умови Жюліа – Каратеодорі отримано низку еквівалентних умов, зокрема, одна з цих умов формулюється у термінах певної симетрії межових похідних.
- 6) Розв'язані дві проблеми Д. Сарасона про регулярні та сингулярні γ -твірні пари.

Науковий рівень дисертації високий, а всі результати обґрунтовані і спираються на чіткі і коректні доведення. Отримані результати носять теоретичний характер і можуть бути використані для дослідження різноманітних задач, зокрема, інтерполяційних. Дослідження, що проведені автором, можуть бути корисними в наукових розробках, що проводяться у Фізико-технічному інституті низьких температур ім. Б. І. Веркіна НАН України, Харківському національному університеті імені В. Н. Каразіна,

Київському національному університеті імені Т. Г. Шевченка, Інституті прикладної математики і механіки НАН України, Інституті математики НАН України, Дніпровському національному університеті імені О. Гончара, Одеському національному університеті ім. І. І. Мечнікова та інших. Автореферат ідентичним чином відображає основні положення і твердження дисертації. Публікації містять головні результати дисертаційної роботи.

На підставі вищезгаданого вважаю, що дисертаційна робота Хейфеця О. Я. "Унітарні системи розсіювання та задачі інтерполяції" задовольняє всім вимогам, що пред'являються до докторських дисертацій, а дисертант заслуговує присудження наукового ступеня доктора фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.01 "математичний аналіз".

Доктор фізико-математичних наук, професор,
провідний науковий співробітник
Фізико-технічного інституту низьких
температур ім. Б. І. Веркіна НАН України



В. О. Золотар'ов

08.05.2019 р.



Золотар'ова В.О.
ЗАСВІДЧУЮ
Учений секретар ФТІНТ
Б.І. Веркіна НАН України
Ідентифікаційний код Фізико-математичних наук

Коремненець О.М.

Відішук надійшов до ради 08.05.2019р.

Учений секретар

Секретар ради Д 64.175.01 ЗМ (В.О. Золотар'ов)