

Відгук офіційного опонента на дисертацію Ігнатович Світлани Юріївни «Метод рядів та вільних алгебр в аналізі нелінійних керованих систем», що подана на здобуття наукового ступеня доктора фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.01 — «математичний аналіз»

Дисертаційну роботу С.Ю. Ігнатович присвячено розробці аналітичних і алгебраїчних методів дослідження властивостей нелінійних керованих систем, що визначаються системами звичайних диференціальних рівнянь або рядами з ітерованими інтегралами. Актуальність цієї тематики підтверджується публікаціями провідних учених (А.О. Аграчов, Р.В. Гамкрелідзе, R.W. Brockett, M. Fliess, M. Kawski, M. Krstic, H.J. Sussmann та ін.), а також численними застосуваннями методів нелінійної теорії керування в теоретичній механіці, квантовій фізиці, робототехніці, інформаційних технологіях. Про актуальність і світовий рівень проведених у дисертації досліджень, зокрема, свідчить робота С.Ю. Ігнатович у співавторстві з Г.М. Склярком [130] у книзі “Unsolved Problems in Mathematical Systems and Control Theory”, що опублікована видавництвом “Princeton University Press” у 2004 році. Зазначена книга фактично містить список найскладніших задач у математичній теорії керування (до яких належить і класифікація асимптотик в задачі оптимальної швидкодії), актуальність яких визнана міжнародною науковою спільнотою.

Дисертація (загальним обсягом 356 сторінок) містить вступ, сім розділів, висновки, список літературних джерел і три додатки. У першому розділі подано огляд відомих результатів для використання в подальших частинах роботи, у тому числі наведено зображення розв'язків нелінійних керованих систем, що описуються звичайними диференціальними рівняннями.

Ідею розвинення розв'язків систем звичайних диференціальних рівнянь із застосуванням ітерованих інтегралів було запропоновано ще в роботах В. Вольтерри на початку ХХ століття, а використання рядів Вольтерри в нелінійних задачах керування пов'язано з роботами R.W. Brockett і H.J. Sussmann 1970-х років. У дисертації розвиваються плідні ідеї з роботи M. Fliess (1981 р.) щодо застосування вільних алгебр для вивчення властивостей рядів з ітерованими інтегралами.

Результати дисертації, що виносяться на захист, викладено у розділах 2-7. Основними об'єктами дослідження розділу 2 є оператори відображення у кінець або до початку траєкторій афінних за керуванням систем, що визначаються аналітичними векторними полями. Для цих операторів запропоновано зображення у вигляді рядів функціоналів зі сталими коефіцієнтами і вивчено

властивості відповідної алгебри ітерованих інтегралів (алгебри Фліса). У розділі 2 також сформульовано важливу проблему про зв'язок між однорідними апроксимаціями та апроксимаціями в сенсі швидкодії для лінійних щодо керування систем.

Розділ 3 присвячено дослідженню абстрактних рядів у вільній асоціативній алгебрі. Варто виділити окремий вагомий результат цього розділу — узагальнення теореми R. Ree (Теорема 3.1).

У розділі 4 розвинуто алгебраїчний підхід до дослідження проблеми безкоординатного зображення однорідної системи, що має значимість у геометричній теорії керування. Сформульовано алгебраїчне означення однорідної апроксимації та запропоновано метод побудови такої апроксимації для лінійної щодо керування системи.

Абстрактні результати розділу 3 застосовано у розділі 5 до класу афінних щодо керування систем.

У розділі 6 проведено глибоке дослідження реалізованості векторів зросту, що відповідають розподілам з аналітичними векторними полями, тобто кінематичним моделям, що виникають у неголономній механіці. Ключовий результат розділу (Теорема 6.6) надає вичерпну класифікацію A -нормальних форм для довільної вимірності фазового простору.

У розділі 7 розглянуто низку задач про відображення нелінійних систем на лінійні на системи спеціального вигляду з використанням перетворень фазового вектору та вектору керувань. Ці результати є суттєвим доповненням методів точної лінеаризації керованих систем з гладкими векторними полями, що були започатковані у роботах B. Jakubczyk, W. Respondek, A. Isidori, J.-B. Pomet та ін. Теорема розділу 7 про відображення нелінійних систем з перетвореннями класу C^1 мають перспективу для подальших застосувань при дослідженні задач керування в механіці та технічних науках.

Дисертаційна робота Світлани Юріївни Ігнатович є завершеним науковим дослідженням, у якому одержано нові науково обґрунтовані результати у галузі математичного аналізу, що розв'язують важливу наукову проблему зображення локальних властивостей суттєво нелінійних керованих систем у термінах функціональних рядів спеціального вигляду. Усі математичні твердження, що виносяться на захист, супроводжуються строгим доведенням із застосуванням сучасних методів аналізу і алгебри, отже достовірність наукових положень і висновків дисертації не викликає сумнівів. Основні результати дисертації достатньо повно відображено у публікаціях здобувача у наукових фахових

виданнях, відповідно до всіх встановлених вимог МОН України. Зміст автореферату є ідентичним основним положенням дисертації.

Офіційний опонент має такі зауваження щодо дисертації.

1. Використаний у дисертації термін “повністю неголономні системи” не є загальноприйнятим у вітчизняній літературі. Зазначений термін характеризує клас лінійних щодо керування систем з аналітичними векторними полями, що задовольняють умову керованості Рашевського-Чжоу (умову Хьормандера). Тому, на думку опонента, для позначення цього класу є більш придатним термін “повністю керовані неголономні системи”.
2. Варто підкреслити зв'язок задач лінеаризації, розглянутих у розділі 6, з теорією “флет” (flat) систем за термінологією M. Fliess, J. Lévine, Ph. Martin, P. Rouchon “Flatness and defect of nonlinear systems: introductory theory and applications” // International Journal of Control. - 1995. - Vol. 61. - P. 1327-1361.
3. До літературного огляду варто долучити наступні посилання, що мають відношення до теми дисертації: W.Liu “An approximation algorithm for nonholonomic systems” // SIAM Journal on Control and Optimization. - 1997. - Vol. 35. - P. 1328-1365; F. Jean “Control of Nonholonomic Systems: from Sub-Riemannian Geometry to Motion Planning”. - Cham: Springer, 2014; J.-P. Gauthier, M. Kawski “Minimal complexity sinusoidal control for path planning” // Proc. 53rd IEEE Conf. on Decision and Control. - Los Angeles: IEEE, 2014. - P. 3731-3736.
4. При оформленні роботи автор суміщає позначення для елементів функціональних просторів у вигляді функцій з підставленим аргументом ($g(x, u) \in C^1$) та лише символів функцій ($\psi_k \in C^1$), зокрема в Означенні 7.4 на с. 298. Бажано було б використати єдинообразні позначення.
5. Як зауваження щодо оформлення дисертації варто зазначити наявність англійського тексту в формулі (7.32), с. 303: “a.e. for all t such that”; та рис. 7.3, с. 309: “case 1, ..., case 8”.

Вказані зауваження не впливають на високу позитивну оцінку дисертаційної роботи у цілому.

На основі вивчення дисертації та опублікованих праць С.Ю. Ігнатович вважаю, що робота «Метод рядів та вільних алгебр в аналізі нелінійних керованих систем» задовольняє всі вимоги МОН України щодо докторських

дисертації (відповідно до «Порядку присудження наукових ступенів», що затверджено Постановою Кабінету Міністрів України від 24.07.2013 р. № 567, із подальшими змінами). Автор дисертації, Ігнатович Світлана Юріївна, заслуговує присудження наукового ступеня доктора фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.01 — «математичний аналіз».

Завідувач відділу прикладної механіки
Інституту прикладної математики і механіки
НАН України,
доктор фіз.-мат. наук, професор

О.Л. Зуєв

Лідник Зуєв О.Л. засвідчує
підпис секретар Інституту НАН України
В.В. Косенко

