

ВІДГУК

офіційного опонента про дисертаційну роботу
Фардиголи Лариси Василівни
«Оператори перетворення та оператори впливу в задачах керування»,
подану на здобуття наукового ступеня
доктора фізико-математичних наук
за спеціальністю 01.01.01 — математичний аналіз

Дисертаційна робота Л. В. Фардиголи присвячена розробці нових методів дослідження задач керування для гіперболічних диференціальних рівнянь другого порядку, заданих у необмежених областях. Ці методи ґрунтуються на властивостях операторів перетворення і модифікованих соболевських просторів, уведених і досліджених у дисертації.

Задачі керування відіграють важливу роль у сучасній теорії диференціальних рівнянь і мають різні застосування, зокрема, у механіці та економіці. Для рівнянь у частинних похідних, які описують швидкозмінні процеси і задані у необмежених областях за геометричними змінними, дослідження цих задач викликає чималі складнощі порівняно з випадком обмежених областей. Лише невелика кількість робіт присвячена дослідженню задач керування для цих рівнянь, а саме, хвильовому рівнянню та деяким його узагальненням у класі гіперболічних рівнянь другого порядку. Серед них — роботи А. Ж. Хуршуддяна, М. І. Белішова і А. Ф. Вакулєнка, Г. М. Склєра, К. С. Халіної і авторки цієї дисертації.

Ключову роль у дослідженні таких задач відіграють оператори перетворення, які трансформують розв'язки рівнянь Штурма–Ліувілля у розв'язки простіших за будовою диференціальних рівнянь і зберігають поведінку цих розв'язків. Такі оператори дозволяють звести задачі керування для різних класів гіперболічних рівнянь до задач керування для хвильового рівняння. Останні досліджуються з використанням явної формули розв'язку.

При дослідженні задач керування для гіперболічних диференціальних рівнянь важливий також вдалий вибір нормованих функціональних просторів, у яких діє оператор впливу керування на кінцевий стан системи. Тут особливий інтерес викликає дослідження задач керування у випадку, коли розглядаються слабкі або узагальнені розв'язки відповідних рівнянь з частинними похідними. Слід відмітити, що із проблемою керованості систем, які описуються диференціальними рівняннями, тісно пов'язане питання їх стабілізованості, а також питання коректної постановки нелокальних за часом крайових задач для рівнянь з частинними похідними.

Отже, тема дисертації Л. В. Фардиголи є безсумнівно актуальною і важливою.

Дисертаційна робота складається із вступу, семи розділів, висновків та списку використаних джерел. Її загальний обсяг становить 295 сторінок.

У вступі обґрунтовано актуальність теми роботи, сформульовано мету та завдання дисертаційного дослідження, подано основні результати дисертації, зазначено їх наукову новизну і наведено дані про їх публікації та апробацію, коротко обговорено структуру дисертації за її розділами.

Перший розділ дисертації містить огляд літератури за її тематикою і обговорення напряму дисертаційного дослідження. Його метою є вивчення на основі методу операторів перетворення питань керованості і стабілізованості систем, які описуються початково-крайовими задачами для гіперболічних диференціальних рівнянь другого порядку, заданих у необмежених областях, а також вивчення питань коректності нелокальних крайових задач для цих рівнянь.

Основні результати дисертації викладено у 2 – 6 її розділах. Перші три з них присвячено дослідженню операторів перетворення, операторів впливу і відповідних функціональних просторів, які виникають у задачах керування для різних класів гіперболічних диференціальних рівнянь другого порядку, заданих у необмежених областях. Останні два присвячено застосуванням цих операторів і просторів до дослідження зазначених вище задач.

У другому розділі досліджено оператори впливу керування на кінцевий стан системи, математичною моделлю якої служить початково-крайова задача для одновимірного (за геометричною змінною) хвильового рівняння з потенціалом і сталими коефіцієнтами, заданого на півосі. Розглянуто окремо випадки, коли керування відбувається крайовими умовами Діріхле або Неймана. Досліджено також зв'язок між операторами впливу і операторами перетворення, які трансформують розв'язки цього рівняння у розв'язки хвильового рівняння без потенціалу.

У третьому розділі уведено і досліджено оператори перетворення для деяких звичайних лінійних диференціальних операторів другого порядку зі змінними коефіцієнтами. Ці оператори трансформують розв'язки одновимірного хвильового рівняння зі змінними коефіцієнтами, заданого на півосі, у розв'язки хвильового рівняння із сталими коефіцієнтами і потенціалом. Розглянуто окремо випадки, коли розв'язки цих рівнянь задовольняють крайові умови Діріхле або Неймана. Окрім того, уведено і вивчено нові функціональні простори типу соболевських, пов'язані з цими операторами.

У четвертому розділі уведено і досліджено оператори перетворення, які трансформують радіальні розв'язки двовимірного рівняння Пуассона у розв'язки звичайного диференціального рівняння $z'' = g$ із збереженням їх властивостей. Також уведено і вивчено модифіковані простори типу соболевських, пов'язані з цими операторами.

П'ятий, найбільший за обсягом розділ дисертації, присвячений застосуванням результатів другого і четвертого її розділів в основному до проблем керованості і стабілізованості систем, модельованих початково-крайовими задачами для деяких класів гіперболічних диференціальних рівнянь другого порядку із сталими коефіцієнтами. Для одновимірного хвильового рівняння із потенціалом на півосі, доведено критерії L^∞ -керованості системи крайовими умовами Діріхле або Неймана за заданий чи вільний час. Для двовимірного хвильового рівняння на півплощині встановлено критерії L^∞ -керованості системи за заданий чи вільний час крайовими умовами Діріхле або Неймана імпульсного типу. Доведено, що системи, які відповідають початково-крайовій задачі для одновимірного хвильового рівняння на півосі з крайовими умовами Діріхле або Неймана є стабілізованими і знайдено позиційне керування, яке стабілізує ці системи. Отримано версію цього результату у випадку позиційного керування із запізненням. Окрім того, встановлено критерії коректності за Адамаром широкого класу нелокальних початково-крайових задач для хвильового рівняння з потенціалом на півосі.

У шостому розділі дисертації частина результатів попереднього розділу узагальнена на деякий клас одновимірних хвильових рівнянь на півосі зі змінними коефіцієнтами. На підставі результатів четвертого розділу було показано, що керованість системи, модельованих цими рівняннями, еквівалентна керованості системи, модельованих хвильовим рівнянням з потенціалом і сталими коефіцієнтами. Як наслідок, отримано критерії L^∞ -керованості першої системи крайовими умовами Діріхле або Неймана за заданий чи вільний час. Доведено, що ця система є стабілізовною у випадку крайової умови Діріхле і знайдено позиційне керування, яке стабілізує систему. Встановлено також критерії коректності за Адамаром нелокальних початково-крайових задач для розглянутих у цьому розділі гіперболічних диференціальних рівнянь.

У заключному, сьомому, розділі дисертації наведено 16 прикладів, які ілюструють результати, отримані у попередніх розділах.

У висновках до дисертації подано перелік основних її наукових результатів. Список використаних джерел налічує 120 найменувань і є досить повним. Його оформлено відповідно до вимог ВАК України.

Дисертаційна робота Л. В. Фардиголи є підсумком її двадцятилітніх досліджень у галузі керованості систем, модельованих хвильовими рівняннями, заданими у необмежених областях. На мою думку, головне досягнення дисертації полягає у тому, що у ній введено і досліджено нові оператори перетворення розв'язків диференціальних рівнянь і на їх основі доведено критерії керованості цих систем. Можна сказати, що Л. В. Фардигола є засновником цього напрямку досліджень у теорії керування.

Дисертаційна робота написана досить чітко з обґрунтуванням результатів. Автореферат адекватно відображає її зміст.

Втім, до змісту дисертації та автореферату є такі зауваження:

1. У авторефераті представлено більше ніж 30 результатів дисертації. Це, на мою думку, забагато, навіть для докторської дисертації. Можна було б зменшити число наведених результатів принаймні на третину, зосередившись на ключових, найважливіших результатах.

2. Навряд чи доречно наводити в авторефераті означення добре відомих просторів узагальнених функцій.

3. В огляді літератури бажано вказувати прізвища авторів вказаних у ньому робіт.

4. Обговорюючи в огляді літератури роботи, присвячені різним версіям і модифікаціям соболевських просторів, можна було б згадати монографії Ю. М. Березанського, Я. А. Ройтберга, М. В. Житарашу і С. Д. Ейдельмана, де уведено різні модифікації цих просторів і застосовано їх до рівнянь із частинними похідними.

5. На початку дисертації було б корисно уточнити, що у ній розглядаються дійсні розв'язки диференціальних рівнянь і дійсні функціональні простори.

6. У дисертації парність та непарність функції розуміється, напевно, лише за першою геометричною координатою, про що слід було окремо сказати.

7. У дисертації теореми 2.41 і 2.42 (с. 76) та теореми 4.21 і 4.22 (с. 120) наведено без доведень і без будь-яких пояснень щодо їх обґрунтування. Ці теореми, напевно, доводяться стандартними міркуваннями, про що не зайве було б сказати.

8. У правих частинах нерівностей (6.86) на с. 229 і (6.97) на с. 233 повинна бути відповідна норма функції g .

9. У дисертації та авторефераті трапляються друкарські помилки.

Ці зауваження не змінюють загальне позитивне враження від дисертації.

Всі основні результати дисертації є новими. Їх достовірність ґрунтується на математичних доведеннях. Результати роботи уповні представлені в 45 опублікованих працях, серед яких 23 статті у фахових наукових виданнях. Щонайменше 9 статей надруковано у журналах, які входять до наукометричних баз даних SCOPUS і Web of Science Core Collection. Окремі результати і дисертація у цілому доповідались на міжнародних наукових конференціях і семінарах.

Дисертація виконана на високому науковому рівні та є цілісним і завершеним науковим дослідженням. Вона має теоретичний характер. Її результати та методи можуть бути використані у подальших дослідженнях у теорії диференціальних рівнянь, математичній фізиці, теорії керування.

Дисертація відповідає паспорту спеціальності 01.01.01 — математичний аналіз.

Вважаю, що дисертаційна робота «Оператори перетворення та оператори впливу в задачах керування» відповідає всім вимогам «Порядку присудження наукових ступенів», затвердженого постановою КМУ № 567 від 24.07.2013 зі змінами згідно постанови КМУ № 656 від 19.08.2015, що висуваються до докторських дисертацій, а її авторка Лариса Василівна Фардигола заслуговує на присудження їй наукового ступеня доктора фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.01 — математичний аналіз.

Офіційний опонент,
доктор фізико-математичних наук,
провідний науковий співробітник відділу нелінійного аналізу
Інституту математики НАН України

10.10.2016

О. О. Мурач

Підпис Мурача Олександра Олександровича засвідчую

Вчений секретар
Інституту математики НАН України,
к.ф.м.н.

10.10.2016



І. В. Соколенко