Линейчатые поверхности вE^4

Тихонова О.А. [1]

ФТИНТ им. Б.И.Веркина НАН Украины

Теория линейчатых поверхностей в E^3 является хорошо развитой областью в дифференциальной геометрии евклидового пространства. Имеются подробные обзоры этой теории в книгах В.Ф.Кагана [1], В.И.Шуликовского [2], и др.

В докладе будут рассмотрены некоторые локальные и глобальные свойства линейчатых поверхностей в E^4.

Пусть γ - некоторая кривая в E^4 с радиус-вектором $\rho(t)$, где t - длина дуги и ξ_1, ξ_2, ξ_3, ξ_4 - ее натуральный базис Френе. Возьмем единичное векторное поле $a(t)$ вдоль кривой γ, такое что $a(t)$ есть линейная комбинация векторов ξ_2, ξ_3, ξ_4 в соответствующей точке кривой.

Рассматривается линейчатая поверхность в E^4 с радиус-вектором

$$r(t,u) = \rho(t) + ua(t).$$

На случай таких линейчатых поверхностей в четырехмерном пространстве естественным образом переносятся некоторые известные понятия и утверждения, связанные, например, со стрикционной линией, гауссовой кривизной и т.д. В частности, проанализировано поведение гауссовой кривизны на полных линейчатых поверхностях. Доказана

Теорема 1. *Модуль интеграла от гауссовой кривизны регулярной линейчатой поверхности F^2 в E^4 гомеоморфной цилиндру, равен удвоенной длине λ сферической кривой, описываемой концом вектора направления $a(t)$ прямолинейных образующих:*

$$|\int\int K ds| = 2\lambda$$

Также рассмотрено поведение гауссова кручения κ_Γ, которое является единственным инвариантом нормальной связности поверхности, аналогичным кривизне касательной связности, то есть гауссовой кривизне.

Теорема 2. *Полная регулярная линейчатая поверхность в E^4 с нулевым гауссовым кручением либо лежит в E^3, либо имеет направляющую кривую*

[1] 61103 Харьков, пр.Ленина, 47, ФТИНТ им. Б.И.Веркина НАН Украины
E-mail: tihonova@ilt.kharkov.ua

γ, лежащую в E^3 и прямолинейную образующую, параллельную постоянному вектору e_4.

Литература.

1. Каган В.Ф. Основы теории поверхностей в тензорном изложении. - М.;Л.; ОГИЗ, 1947.

2. Шуликовский В.И. Классическая дифференциальная геометрия в тензорном изложении. - Москва:Физматгиз, 1963.