

Додаток №1
до Положення щодо розробки силябусу
компонентів освітньо-наукової програми з
підготовки докторів філософії у
ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна НАН України

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ФІЗИКО-ТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ НИЗЬКИХ ТЕМПЕРАТУР ім. Б.І. ВЕРКІНА
НАЦІОНАЛЬНОЇ АКАДЕМІЇ НАУК УКРАЇНИ

ЗАТВЕРДЖУЮ

В.О. Директора
ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна
НАН України



М.І. Глушук

« 07 » 07 2020 р.

СИЛАБУС
навчальної дисципліни
ВСТУП ДО РІМАНОВОЇ ГЕОМЕТРІЇ (ВБ 9)
2020-2021 навчальний рік

з галузі знань «11 Математика і статистика»
за спеціальністю «111 Математика»

РОЗРОБНИК:

О.А. Борисенко – доктор фізико-математичних наук, професор, член-кор. НАН України, головний науковий співробітник відділу диференціальних рівнянь і геометрії ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна НАН України

Погоджено Вченою радою Математичного відділення ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна НАН України
06.07.2020 р., протокол № 4.

Затверджено Вченою радою Фізико-технічного інституту низьких температур
ім. Б. І. Веркіна Національної академії наук України, 07.07. 2020 р., протокол № 5.

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ФІЗИКО-ТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ НИЗЬКИХ ТЕМПЕРАТУР ім. Б.І. ВЕРКІНА
НАЦІОНАЛЬНОЇ АКАДЕМІЇ НАУК УКРАЇНИ

СИЛАБУС
навчальної дисципліни
ВСТУП ДО РІМАНОВОЇ ГЕОМЕТРІЇ
2020-2021 навчальний рік

<i>Назва n/n</i>	<i>Коротка інформація</i>
Назва	ВСТУП ДО РІМАНОВОЇ ГЕОМЕТРІЇ
Адреса викладання	м. Харків, пр. Науки, 47
Рівень вищої освіти	Третій освітньо-науковий рівень
Галузі знань	11 «Математика і статистика»
Шифр та назва спеціальності	111 Математика
Викладач /-чі/	доктор фіз.-мат. наук, професор, член-кор. НАН України Борисенко О. А.
Контактна інформація викладача (-ів)	aborisenk@gmail.com
Графік занять	За розкладом

<i>Назва п/п</i>	<i>Коротка інформація</i>
Консультації по курсу відбуваються	Середа, п'ятниця 10.00-11.00. пр. Науки, 47, корпус Біо, к. 305; он-лайн консультації через Skype (для узгодження часу писати на email: aborisenk@gmail.com)
Сторінка курсу	https://
Інформація про навчальну дисципліну	Дисципліна «Ріманова геометрія та її застосування» є дисципліною вільного вибору, яка входить до циклу професійної підготовки за спеціальністю 111 «Математика» на третьому /освітньо-науковому/ рівні підготовки доктора філософії з математики. Дана дисципліна викладається у 3-4 семестрах підготовки в обсязі 6 кредитів за Європейською кредитно-трансферною системою /ECTS/.
Анотація	Ріманова геометрія є узагальненням теорії поверхонь, яку розробив Гаус, на простори будь-якої вимірності. Вона вивчає властивості многовидів з внутрішньої точки зору, тобто ті властивості, що залежать лише від першої квадратичної форми поверхні. До числа таких властивостей входить кривина поверхні, поведінка геодезичних ліній та їх властивості. У курсі також вивчаються многовиди сталої кривини та їх особливості. До того ж розглядаються основні методи та ідеї роботи з рімановими многовидами.
Мета та цілі	Метою курсу є висвітлення основних фактів та ідей ріманової геометрії та її застосувань в суміжних математичних областях.
Загальний обсяг у кредитах Європейської кредитно-трансферної системи /ECTS/	6 кредитів
Загальна кількість годин	180 годин
Структура	54 години аудиторних: з них 36 годин лекцій, 18 годин практичних занять, 126 годин самостійної роботи.
Очікувані результати навчання	У результаті вивчення курсу аспірант повинен знати: <ul style="list-style-type: none"> • фундаментальні поняття теорії загальних ріманових многовидів та многовидів з афінною зв'язністю; • основи варіаційної теорії геодезичних; • фундаментальні взаємозв'язки кривини та глобальних геометричних і топологічних властивостей ріманових многовидів; • фундаментальні поняття, конструкції та результати теорії симетричних ріманових просторів; • фундаментальні поняття, конструкції та результати теорії келерових просторів;

<i>Назва п/п</i>	<i>Коротка інформація</i>
	<ul style="list-style-type: none"> • фундаментальні поняття, конструкції та результати загальної теорії відносності як приклад застосування ідей та методів ріманової геометрії; • фундаментальні поняття, конструкції та результати диференціальної геометрії підмноговидів та теорії шарувань ріманових просторів. <p>вміти:</p> <ul style="list-style-type: none"> • доводити основні факти ріманової геометрії; • обчислювати базові конструкції ріманової геометрії (довжина кривої, кут між кривими, об'єм області, зв'язність, коваріантна похідна, паралельний перенос, геодезична лінія, тензор кривини, секційна кривина, кривина Річчі, скалярна кривина і т.д.); • застосовувати базові методи ріманової геометрії в задачах математичної фізики та інших суміжних областей математики.
Ключові слова	Ріманові многовиди, перша квадратична форма, афінна зв'язність, геодезичні лінії, тензор кривини.
Програма навчальної дисципліни	<p>Програма навчальної дисципліни складається з 4-х розділів:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Базові поняття ріманової геометрії. 2. Геодезичні лінії на ріманових многовидах 3. Вплив кривини на глобальні геометричні та топологічні властивості ріманових многовидів 4. Однорідні та симетричні ріманові простори
Короткий опис змісту тем	<p>Розділ 1. Базові поняття ріманової геометрії. Тема 1. Ріманові многовиди – базові конструкції Тема 2. Многовиди з афінною зв'язністю – базові конструкції Тема 3. Кривина ріманових многовидів та многовидів з афінною зв'язністю Тема 4. Відображення та перетворення ріманових многовидів та многовидів з афінною зв'язністю</p> <p>Розділ 2. Геодезичні лінії на ріманових многовидах Тема 9. Варіаційний підхід до визначення геодезичних Тема 10. Спряжені точки та множина розділу Тема 11. Вплив кривини на поведінку геодезичних: теореми порівняння Тема 12. Ріманові многовиди із замкнутими геодезичними</p> <p>Розділ 3. Вплив кривини на глобальні геометричні та топологічні властивості ріманових многовидів Тема 13. Простори сталої кривини та їх класифікація Тема 14. Ріманові многовиди з обмеженнями на секційну кривину Тема 15. Теорема Картана-Адамара. Тема 16. Радіус ін'єктивності. Межа розділу. Теореми Клінгенберга.</p>

<i>Назва п/п</i>	<i>Коротка інформація</i>			
	Тема 17. Теорема про сферу. Тема 18. Ріманові многовиди з обмеженнями на кривину Річчі або на скалярну кривину Тема 19. Теореми Бонне і Майерса. Розділ 4. Однорідні та симетричні ріманові простори Тема 20. Базові конструкції. Приклади. Питання класифікації. Тема 21. Многовиди Грассмана.			
Теми практичних занять	<ul style="list-style-type: none"> - Базові задачі ріманової геометрії, знаходження кривин та зв'язності - Варіаційна теорія геодезичних - Властивості геодезичних в залежності від кривини многовиду - Глобальні властивості многовидів в залежності від їх кривини - Однорідні та симетричні ріманові простори 			
Теми для самостійної роботи	<ul style="list-style-type: none"> - Базові поняття ріманової геометрії - Варіаційна теорія геодезичних - Теореми порівняння в рімановій геометрії - Вплив кривини на топологічні властивості ріманових многовидів - Однорідні та симетричні ріманові простори 			
Підсумковий контроль, форма	Іспит/ екзамен			
Пререквізити	Аналітична геометрія, диференціальна геометрія			
Постреквізити	Ознайомлення з фундаментальними ідеями, конструкціями та твердженнями навчальної дисципліни дозволить застосовувати їх в актуальних задачах ріманової геометрії та суміжних математичних областях.			
Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу	В процесі навчання використовуються лекції, методичні матеріали та спеціальна література.			
Необхідне обладнання	Аудиторія з дошкою та крейдою.			
Шкала оцінювання	Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою: <table border="1" data-bbox="748 1401 1966 1453" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;">СУМА БАЛІВ</td> <td style="text-align: center;">ОЦІНКА ЄКТС</td> <td style="text-align: center;">ОЦІНКА ЗА НАЦІОНАЛЬНОЮ ШКАЛОЮ</td> </tr> </table>	СУМА БАЛІВ	ОЦІНКА ЄКТС	ОЦІНКА ЗА НАЦІОНАЛЬНОЮ ШКАЛОЮ
СУМА БАЛІВ	ОЦІНКА ЄКТС	ОЦІНКА ЗА НАЦІОНАЛЬНОЮ ШКАЛОЮ		

Назва п/п	Коротка інформація			
			екзамен	залік
	90-100	A	відмінно	зараховано
	82-89	B	добре	
	75-81	C		
	64-74	D	задовільно	
	60-63	E		
	35-59	FX	незадовільно	не зараховано
	1-34	F		
Критерії оцінювання	Кількість балів	Критерії оцінювання		
	90-100	У відповіді повністю розкрито зміст питання. Матеріал викладено логічно, аргументовано, мова є грамотною, науковий стиль викладення матеріалу, вільне володіння термінологічним апаратом дисципліни. У відповіді продемонстровано високий рівень володіння матеріалом, що входить до навчальної програми, та продемонстровано високі практичні навички.		
	75-89	Відповідь досить повно розкриває зміст питання або розкриває основні (найважливіші) аспекти у запитанні, слухач володіє термінологічним апаратом дисципліни. У викладеному матеріалі слухач має помилки із аргументацією відповіді, недостатня логічність та послідовність викладення матеріалу. У відповіді продемонстровано високий рівень володіння матеріалом, що було викладено на лекціях, та середній рівень володіння практичним матеріалом.		
	60-74	Відповідь на контрольне питання є неповною, розкриває тільки деякі аспекти навчального матеріалу. Слухач припускається помилок у використанні термінології навчальної дисципліни. Рівень володіння матеріалом, що було викладено на лекціях, додатковим та практичним матеріалом є середнім.		
	35-59	У відповіді допущено суттєві помилки, які свідчать про незнання лекційного матеріалу або обов'язкової літератури; слухач слабо володіє термінологією дисципліни.		
	1-34	Відповідь практично відсутня, слухач демонструє незнання лекційного матеріалу або обов'язкової літератури; не володіє термінологією		
Питання до іспиту/заліку	<ol style="list-style-type: none"> 1. Тензори. 2. Визначення многовидів. Дотичний простір. 3. Ріманова метрика на многовиді. Ізометричне відображення. 			

Назва п/п	Коротка інформація
	<ol style="list-style-type: none"> 4. Афінна зв'язність, зв'язність Леві-Чівіта. 5. Геодезичні лінії. Перша варіація довжини кривої. 6. Експоненційне відображення. 7. Друга варіація довжини кривої. Рівняння Якобі. Спряжені точки. Теорема порівнювання для довжин полів Якобі. 8. Радіус ін'єктивності. Межа розділу 9. Теорема Сінга. Теорема Маерса. Теорема Бонне. 10. Тензори кривини, секційна кривина, кривина Річчі, скалярна кривина. Тотожність Б'янкі. 11. Модельні простори ріманової геометрії. 12. Повні многовиди. Теорема Хопфа-Рінова. 13. Плоскі многовиди. 14. Многовиди постійної кривини. 15. Простір Лобачевського, модель Келі-Клейна, модель Пуанкаре. 16. Фундаментальна група многовидів від'ємної кривини. 17. Фундаментальна група многовидів додатної кривини Річчі. 18. Теорема о сфері. 19. Ріманова метрика на однорідних просторах та групах Лі. Ріманова субмерсія. 20. Лапласіан.. Базові приклади. Зв'язок з кривиною. 21. Чігера, Соболева та ізопериметричні нерівності. 22. Теорема порівняння і оцінки градієнта. 23. Гармонічні функції на ріманових многовидах з невід'ємною кривиною Річчі. 24. Власні значення оператора Лапласу на рімановому многовиді.
Література для вивчення дисципліни:	<ol style="list-style-type: none"> 1. Эйзенхарт Л. П. <i>Риманова геометрия</i>. – М.: ГИИЛ, 1948. 2. Бураго Ю.Д., Залгаллер В.А. <i>Введение в риманову геометрию</i>. – С.-П.: Наука, 1994. 3. Громолл Д., Клингенберг В., Мейер В. <i>Риманова геометрия в целом</i>. - М.: Мир, 1971.
Додаткова література:	<ol style="list-style-type: none"> 1. Schoen R., Yau S.T., <i>Lectures on Differential Geometry</i>, - International Press, Boston, 1994. 2. Манфредо П. до Кармо, <i>Риманова геометрия</i>, — М.-Ижевск, Институт компьютерных исследований, 2015. 3. J. Lee, Springer, <i>Riemannian Manifolds</i>, NY, 1997. 4. Дубровин Б.А., Новиков С.П., Фоменко А.Т. <i>Современная геометрия. Методы и приложения</i>. - М.: Наука, 1986. 5. J. Cheeger, D. Ebin, <i>Comparison Theorems in Riemannian Geometry</i>, North-Holland, 1975. 6. I. Chavel, <i>Eigenvalues in Riemannian geometry</i>, NY, Academic prec., 1984.

<i>Назва п/п</i>	<i>Коротка інформація</i>
Опитування	Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.