Додаток №1
до Положення щодо розробки силабусу
компонентів освітньо-наукової програми з
підготовки докторів філософії у
ФТІНТ ім. Б.І. Вєркіна НАН України

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ

ФІЗИКО-ТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ НИЗЬКИХ ТЕМПЕРАТУР ім. Б.І. ВЄРКІНА

НАЦІОНАЛЬНОЇ АКАДЕМІЇ НАУК УКРАЇНИ

З А Т В Е Р Д Ж У Ю

В.О. Директора
ФТІНТ ім. Б.І. Вєркіна
НАН України

_________________ М.І. Глущук

«07» 07 2020 р.

СИЛАБУС
навчальної дисципліни
ГЕОМЕТРІЯ ПІДМНОГОВИДІВ (ВБ 8)
2020-2021 навчальний рік

з галузі знань «11 Математика і статистика»
за спеціальністю «111 Математика»

РОЗРОБНИК:

О.А. Борисенко – доктор фізико-математичних наук, професор, член-кор. НАН України, головний науковий співробітник відділу диференціальних рівнянь і геометрії ФТІНТ ім. Б.І. Вєркіна НАН України

Погоджено Вченою радою Математичного відділення ФТІНТ ім. Б.І. Вєркіна НАН України 06.07.2020 р., протокол № 4.

Затверджено Вченою радою Фізико–технічного інституту низьких температур ім. Б. І. Вєркіна Національної академії наук України, 07.07. 2020 р., протокол № 5.

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ФІЗИКО-ТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ НИЗЬКИХ ТЕМПЕРАТУР ім. Б.І. ВЄРКІНА
НАЦІОНАЛЬНОЇ АКАДЕМІЇ НАУК УКРАЇНИ

СИЛАБУС
навчальної дисципліни
ГЕОМЕТРІЯ ПІДМНОГОВИДІВ
2020-2021 навчальний рік

Назва п/п	*Короткі інформація*
Назва	**ГЕОМЕТРІЯ ПІДМНОГОВИДІВ**
Адреса викладання	м. Харків, пр. Науки, 47
Рівень вищої освіти	Третій освітньо-науковий рівень
Галузі знань,	11 «Математика і статистика»
Шифр та назва спеціальності	111 Математика
Викладач /-чі/	доктор фіз.-мат. наук, професор, член-кор. НАН України Борисенко О. А.
Контактна інформація викладача (-ів)	aborisenk@gmail.com
Графік занять	За розкладом

Назва п/п	*Короткі інформація*
Консультації по курсу відбуваються	Середа, п'ятниця 10.00-11.00. пр. Науки, 47, корпус Біо, к. 213; он-лайн консультації через Skype (для узгодження часу писати на email: aborisenk@gmail.com)
Сторінка курсу	https://
Інформація про навчальну дисципліну	Дисципліна «Геометрія підмноговидів» є дисципліною вільного вибору, яка входить до циклу професійної підготовки за спеціальністю 111 «Математика» на третьому /освітньо-науковому/ рівні підготовки доктора філософії з математики. Дана дисципліна викладається у 1-2 семестрах підготовки в обсязі 6 кредитів за Європейською кредитно-трансферною системою /ECTS/.
Анотація	Геометрія підмноговидів почала розвиватися як окремий розділ ріманової геометрії, який вивчає багатовимірні узагальнення класичної теорії поверхонь. Якщо, ріманова геометрія досліджує властивості многовидів з внутрішньої точки зору, тобто властивості, що залежать від першої квадратичної форми поверхні, то геометрія підмноговидів вивчає будову поверхонь в охоплюючому просторі. Зовнішні властивості підмноговидів залежать від першої та другої квадратичної форми підмноговиду, та від властивостей охоплюючого простору. У цьому курсі представлені основні рівняння геометрії та наведено багато модельних прикладів та сучасних результатів щодо ізометричного занурення підмноговидів у просторах постійної кривини.
Мета та цілі	Метою курсу є ознайомлення аспірантів з базовими конструкціями зовнішньої та внутрішньої геометрії підмноговидів у ріманових просторах.
Загальний обсяг у кредитах Європейської кредитно-трансферної системи /ECTS/	6 кредитів
Загальна кількість годин	180 годин
Структура	54 години аудиторних: з них 36 годин лекцій, 18 годин практичних занять, 126 годин самостійної роботи.
Очікувані результати навчання	У результаті вивчення курсу аспірант повинен знати: - основні поняття диференціальної топології: гладкий многовид, гладке відображення, дотичний простір, векторне поле, тензорне поле, диференціал відображення, субмерсія, занурення, вкладення, занурений та вкладений підмноговид, орієнтовний підмноговид;

Назва п/п	*Короткі інформація*
	- основні теореми: теорема Сарда, теореми про вкладення, в тому числі теорема Уітні; - основні поняття та результати диференціальної геометрії підмноговидів: перша та друга фундаментальні форми, індукована зв'язність, нормальна зв'язність, середня кривина, розкладення Гаусса та Вайнгартена, формули Гаусса, Кодацці, Річчі у загальному випадку та у випадках гіперповерхні, поверхні, підмноговидів у просторах постійної кривини; - визначення та властивості основних класів підмноговидів: цілком геодезичних, цілком омбілічних, з паралельним векторним полем середньої кривини, мінімальних; - основні властивості опуклих гіперповерхонь евклідового простору; уміти: - доводити, що дане відображення многовидів є вкладенням або зануренням. - обчислювати першу та другу фундаментальні форми, індуковану та нормальну зв'язності, середню кривину. - визначати, чи є даний підмноговид цілком геодезичним, цілком омбілічним, з паралельним векторним полем середньої кривини, мінімальним. - застосовувати формули Гаусса, Кодацці, Річчі до розв'язання задач.
Ключові слова	Геометрія підмноговидів, друга квадратична форма, ізометричне занурення, параболічні підмноговиди, сідлові підмноговиди, нормальна зв'язність.
Програма навчальної дисципліни	Програма навчальної дисципліни складається з двох розділів: 1. Основні поняття геометрії підмноговидів. 2. Підмноговиди евклідового та ріманового простору.
Короткий опис змісту тем	Розділ 1. Основні поняття геометрії підмноговидів Тема 1. Многовиди Тема 2. Індукована метрика та зв'язність Тема 3. Рівняння Гаусса, Кодацці та Річчі Розділ 2. Підмноговиди евклідового та ріманового простору Тема 1. Основні класи підмноговидів Тема 2. Мінімальні підмноговиди та підмноговиди з паралельним полем середньої кривини Тема 3. Гіперповерхні евклідового простору
Теми лекційних занять	- Визначення підмноговидів. Вкладені і занурені підмноговиди - Будова поверхонь нульової Гаусової кривини у тривимірному евклідовому просторі - Рівняння Гаусса,Петерсона, Кодацці та Річчі

Назва п/п	*Короткі інформація*
	- Будова сильно параболічних підмноговидів у n-вимірному евклідовому просторі - Лема Борисенко. Многовиди нульової секційної кривини у n-вимірному евклідовому просторі - Ізометричне занурення підмноговидів постійної кривини - Локальна будова сильно параболічних підмноговидів у n-вимірному сферичному просторі - Тип точки, ранг точки. Зв'язок кривини Річчі з типом точки - Параболічні підмноговиди - Узагальнення теореми Топоногова. Ізометричне занурення у вигляді великої сфери у n-вимірному сферичному просторі - k-опуклі та k-сідлові підмноговиди. Функція Морса, теорема Морса - Зв'язність у нормальному розшаруванні - Підмноговиди з плоскою нормальною зв'язністю. Зв'язність у просторах постійної кривини - Редукція корозмірності. Повністю геодезичне омбілічне ізометричне вкладення - Опуклі гіперповерхні. Теорема Мура про занурення у вигляді зв'язної суми - Рівняння Дарбу поверхні. Рівняння нескінченно малих згинань - Принцип максимуму для еліптичних рівнянь у часткових похідних - Теореми Александрова. Теореми єдиності для поверхонь в цілому
Теми практичних занять	- Гладкий многовид, тензорні та векторні поля - Перша і друга квадратичні форми підмноговиду, зв'язність - Рівняння Гаусса, Кодацці та Річчі для окремих випадків - Цілком геодезичні т цілком омбілічні підмноговиди - Мінімальні підмноговиди, стійкість - Гіперповерхні евклідового простору
Теми для самостійної роботи	- Субмерсія, занурення, вкладення,теорема Сарда, теорема Фробеніуса - Зв'язність, поле середньої кривини - Рівняння Гаусса, Кодацці та Річчі, векторні розшарування - Цілком геодезичні т цілком омбілічні підмноговиди - Мінімальні підмноговиди та підмноговиди з паралельним полем середньої кривини - Гіперповерхні евклідового простору
Підсумковий контроль, форма	Іспит
Пререквізити	Аналітична геометрія, диференціальна геометрія, ріманова геометрія, рівняння у частинних похідних

<table>
<tr><th>Назва п/п</th><th>Короткі інформація</th></tr>
<tr><td>Постреквізити.</td><td>Оволодіння основними положеннями навчальної дисципліни дозволить застосовувати їх до дослідження різноманітних задач дослідження зовнішньої та внутрішньої геометрії підмноговидів.</td></tr>
<tr><td>Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу</td><td>В процесі навчання використовуються лекції, методичні матеріали та спеціальна література.</td></tr>
<tr><td>Необхідне обладнання</td><td>Аудиторія з дошкою та крейдою</td></tr>
<tr><td>Шкала оцінювання</td><td>Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою:
<table>
<tr><th rowspan="2">СУМА БАЛІВ</th><th rowspan="2">ОЦІНКА ЄКТС</th><th colspan="2">ОЦІНКА ЗА НАЦІОНАЛЬНОЮ ШКАЛОЮ</th></tr>
<tr><th>екзамен</th><th>залік</th></tr>
<tr><td>90-100</td><td>A</td><td>відмінно</td><td rowspan="5">зараховано</td></tr>
<tr><td>82-89</td><td>B</td><td rowspan="2">добре</td></tr>
<tr><td>75-81</td><td>C</td></tr>
<tr><td>64-74</td><td>D</td><td rowspan="2">задовільно</td></tr>
<tr><td>60-63</td><td>E</td></tr>
<tr><td>35-59</td><td>FX</td><td rowspan="2">незадовільно</td><td rowspan="2">не зараховано</td></tr>
<tr><td>1-34</td><td>F</td></tr>
</table></td></tr>
<tr><td>Критерії оцінювання</td><td>
<table>
<tr><th>Кількість балів</th><th>Критерії оцінювання</th></tr>
<tr><td>90-100</td><td>У відповіді повністю розкрито зміст питання. Матеріал викладено логічно, аргументовано, мова є грамотною, науковий стиль викладення матеріалу, вільне володіння термінологічним апаратом дисципліни. У відповіді продемонстровано високий рівень володіння матеріалом, що входить до навчальної програми, та продемонстровано високі практичні навички.</td></tr>
<tr><td>75-89</td><td>Відповідь досить повно розкриває зміст питання або розкриває основні (найважливіші) аспекти у запитанні, слухач володіє термінологічним апаратом дисципліни. У викладеному матеріалі слухач має помилки із аргументацією відповіді, недостатня логічність та послідовність викладення матеріалу. У відповіді продемонстровано високий рівень володіння матеріалом, що було викладено на лекціях, та середній рівень володіння практичним матеріалом.</td></tr>
</table></td></tr>
</table>

Назва п/п	*Короткі інформація*
	60-74 Відповідь на контрольне питання є неповною, розкриває тільки деякі аспекти навчального матеріалу. Слухач припускається помилок у використанні термінології навчальної дисципліни. Рівень володіння матеріалом, що було викладено на лекціях, додатковим та практичним матеріалом є середнім. 35-59 У відповіді допущено суттєві помилки, які свідчать про незнання лекційного матеріалу або обов'язкової літератури; слухач слабо володіє термінологією дисципліни. 1-34 Відповідь практично відсутня, слухач демонструє незнання лекційного матеріалу або обов'язкової літератури; не володіє термінологією
Питання до іспиту/заліку	1. Гладкий многовид, гладке відображення, дотичний простір, диференціал відображення. 2. Субмерсія, занурення, вкладення, занурений та вкладений підмноговид. Приклади. 3. Теорема Сарда. 4. Підмноговиди. Дотичне розшарування. Теореми про вкладення, теорема Уітні. 5. Векторне поле, дужка Лі. Інволютивні розшарування. Теорема Фробеніуса. 6. Перша фундаментальна форма підмноговиду ріманового многовиду. 7. Рівняння Гаусса, Кодацці, Річчі для підмноговидів ріманового многовиду та многовидів постійної кривин. 8. Розкладення Гаусса і Вейнгартена. Індукована зв'язність, друга фундаментальна форма підмноговиду 9. Нормальні і головні кривини, вектор середньої кривини. 10. Координати Фермі. 11. Будова поверхонь нульової Гаусової кривини у тривимірному евклідовому просторі. 12. Цілком геодезичні підмноговиди. Приклади. 13. Зовнішній нуль-індекс. Ранг другої квадратичної форми. k-параболічні та сильно k-параболічні підмноговиди. Тип точки. Приклади. 14. Будова сильно параболічних підмноговидів у n-вимірному евклідовому (рімановому) просторі. 15. Локальна будова сильно параболічної поверхні у евклідовому просторі. 16. Повні сильно параболічні підмноговиди евклідового простору. Лемма Борисенко. 17. Зв'язок кривини Річчі з типом точки для підмноговидів евклідового простору. 18. Параболічні підмноговиди. Приклади параболічних, але не сильно параболічних підмноговидів. Локальна будова k-параболічних підмноговидів в евклідовому просторі. 19. Ізометричне занурення підмноговидів нульової зовнішньої кривини у евклідовому просторі. 20. Ізометричне занурення підмноговидів від'ємної зовнішньої кривини у евклідовому просторі. 21. Узагальнення теореми Топоногова. Ізометричне занурення у вигляді великої сфери у n-вимірному сферичному просторі. 22. Перша та друга варіація кривої. Поля Якобі. Спряжені точки. Індекс замкненої геодезичної.

Назва п/п	*Короткі інформація*
	23. Клітинний комплекс. Функція Морса. Теорія Морса. 24. k-опуклі та k-сідлові підмноговиди. 25. Теорема Франкеля та її узагальнення для сідловин підмноговидів. 26. Сідлові поверхні сферичного простору. 27. Зв'язність у нормальному розшаруванні. Плоска нормальна зв'язність. Підмноговиди з плоскою нормальною зв'язністю у просторах постійної кривини. 28. Перше нормальний простір та точкова корозмірність. Редукція корозмірності. Повністю геодезичне омбілічне ізометричне занурення. 29. Опуклі гіперповерхні, зв'язок з другою квадратичною формою. 30. Теорема Мура про занурення у вигляді зв'язної суми 31. Рівняння Дарбу для двовимірних ріманових многовидів. Розв'язки для різних випадків. 32. Рівняння нескінченно малих згинань. Рішення для випадку додатної гауссової кривини. 33. Еліптичні лінійні та нелінійні рівняння у часткових похідних. Принцип максимума для еліптичних рівнянь у часткових похідних. Теорема Хопфа. 34. Теореми Александрова. Теореми єдиності для поверхонь в цілому.
Література для вивчення дисципліни:	1. А.А. Борисенко. Внутренняя и внешняя геометрия многомерных подмногообразий. – М.: Экзамен, 2003. 2. Ю.А. Аминов. Геометрия подмногообразий. – К.: Наукова думка, 2002. 3. M. Dajczer. Submanifolds and isometric immersions. – Houston: Publish or Perish, 1990. 4. B.-Y. Chen. Geometry of submanifolds and its applications. – Tokyo, 1981
Додаткова література:	1. С. Стернберг, Лекции по дифференциальной геометрии, М., "Мир", 1970, 412 с. 2. М. Хирш. Дифференциальная топология. – М.: Мир, 1979. 3. Дж. Милнор, А. Уоллес. Дифференциальная топология. Начальный курс. – М.: Мир, 1972. 4. Дж. Милнор. Теория Морса. М., "Мир", 1965. 5. М.М. Постников. Гладкие многообразия. – М.: Наука, 1988. 6. Д. Громол, В. Клингенберг, В. Майер. Риманова геометрия в целом, М., "Мир", 1971. 7. С. Стернберг. Лекции по дифференциальной геометрии. – М.: Мир, 1970. 8. Б.А. Дубровин, С.П. Новиков, А.Т. Фоменко Современная геометрия. Методы и приложения. – М.: Наука, 1986. 9. Ш. Кобаяси, К. Номидзу. Основы дифференциальной геометрии, том 2. – М.: Наука, 1981. 10. А.А. Тужилин, А.Т. Фоменко. Элементы геометрии и топологии минимальных поверхностей. – М.: Наука, 1991. 11. T.H. Colding, W.P. Minicozzi II. Minimal surfaces. – NY: Courant Institute, 1999.

Назва п/п	*Короткі інформація*
	12. В. Бляшке. Дифференциальная геометрия и геометрические основы теории относительности Эйнштейна, ГРОНИЛ, 1935. 13. А. Д. Александров, Некоторые теоремы о дифференциальных уравнениях в частных производных второго порядка, Вестник ЛГУ. 1954. № 8. Сер. математики, физики и химии. Вып. 3. с. 3–17.
Опитування	Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.