

Додаток №1  
до Положення щодо розробки силябусу  
компонентів освітньо-наукової програми з  
підготовки докторів філософії у  
ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна НАН України

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ  
ФІЗИКО-ТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ НИЗЬКИХ ТЕМПЕРАТУР ім. Б.І. ВЕРКІНА  
НАЦІОНАЛЬНОЇ АКАДЕМІЇ НАУК УКРАЇНИ

ЗАТВЕРДЖУЮ

В.О. Директора  
ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна  
НАН України



М.І. Луцук  
« 07 » 2020 р.

**СИЛАБУС**  
навчальної дисципліни  
**МЕТОД ОБЕРНЕНОЇ ЗАДАЧІ РОЗСПЮВАННЯ (ВБ 4)**  
2020-2021 навчальний рік

з галузі знань «11 Математика і статистика»  
за спеціальністю «111 Математика»

РОЗРОБНИК:

**І.Є. Єгорова** – доктор фізико-математичних наук, старший науковий співробітник, провідний науковий співробітник відділу математичної фізики ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна НАН України

Погоджено Вченою радою Математичного відділення ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна НАН України  
06.07.2020 р., протокол № 4.

Затверджено Вченою радою Фізико-технічного інституту низьких температур  
ім. Б. І. Веркіна Національної академії наук України, 07.07. 2020 р., протокол № 5.

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ  
ФІЗИКО-ТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ НИЗЬКИХ ТЕМПЕРАТУР ім. Б.І. ВЕРКІНА  
НАЦІОНАЛЬНОЇ АКАДЕМІЇ НАУК УКРАЇНИ

СИЛАБУС  
навчальної дисципліни  
МЕТОД ОБЕРНЕНОЇ ЗАДАЧІ РОЗСПОВАННЯ  
2020-2021 навчальний рік

<i>Назва п/п</i>	<i>Коротка інформація</i>
<b>Назва</b>	<b>МЕТОД ОБЕРНЕНОЇ ЗАДАЧІ РОЗСПОВАННЯ</b>
<b>Адреса викладання</b>	м. Харків, пр. Науки, 47
<b>Рівень вищої освіти</b>	Третій освітньо-науковий рівень
<b>Галузі знань</b>	11 «Математика і статистика»
<b>Шифр та назва спеціальності</b>	111 Математика
<b>Викладач</b>	д. ф.-м. н., с.н.с. Єгорова І.Є.
<b>Контактна інформація викладача</b>	<a href="mailto:iraegorova@gmail.com">iraegorova@gmail.com</a>
<b>Графік занять</b>	За розкладом
<b>Консультації по курсу відбуваються</b>	Вівторок, четвер 12.30-14.00. пр. Науки, 47, корпус Біо, к. 213; он-лайн консультації через Skype або Wiber (для узгодження часу писати на електронну пошту)
<b>Сторінка курсу</b>	<a href="https://">https://</a>

<i>Назва п/п</i>	<i>Коротка інформація</i>
<b>Інформація про навчальну дисципліну</b>	Дисципліна «Метод оберненої задачі розсіювання» є дисципліною вільного вибору, яка входить до циклу професійної підготовки за спеціальністю 111 «Математика» на третьому /освітньо-науковому/ рівні підготовки доктора філософії з математики. Дана дисципліна викладається у 3-4 семестрах підготовки в обсязі 9 кредитів за Європейською кредитно-трансферною системою /ECTS/.
<b>Анотація</b>	Метод оберненої задачі розсіювання (МОЗР) є одним з найбільш застосованих і ефективних методів дослідження нелінійних інтегрованих рівнянь з точки зору їхньої розв'язності та встановлення єдиності розв'язку задач Коші з початковими умовами різної природи, у тому числі й з неспадними. Застосування цього методу базується перш за все на детальному вивченні прямих та обернених задач спектрального аналізу для лінійних диференціальних та різницевих операторів з зображення Лакса відповідних нелінійних рівнянь. У даному курсі ми детально вивчаємо теорію розсіювання для операторів із коефіцієнтами типу сходінки, що прямують до різних сталих на різних півосях, і розв'язуємо відповідну задачу Коші для рівняння Кортевега-де Фріза методом МОЗР. Ми також ознайомимся із спектральним аналізом деяких скінченнозонних та періодичних операторів і проінтегруємо методом МОЗР асоційовані нелінійні задачі
<b>Мета та цілі</b>	Метою курсу є висвітлення основних ідей класичного МОЗР і його узагальнень на випадок неспадних початкових умов. Основними цілями є (i) ознайомлення з методами спектрального аналізу операторів Шредінгера та Якобі із коефіцієнтами типу сходінки, періодичними та скінченнозонними; (ii) інтегрування відповідних нелінійних рівнянь Кортевега- де Фріза та Тоди
<b>Загальний обсяг у кредитах Європейської кредитно-трансферної системи /ECTS/</b>	9 кредитів
<b>Загальна кількість годин</b>	270 годин
<b>Структура</b>	54 години аудиторних: з них 36 годин лекцій, 18 годин семінарських занять, 216 годин самостійної роботи.
<b>Очікувані результати навчання</b>	У результаті вивчення курсу аспірант повинен знати: <ul style="list-style-type: none"> <li>• властивості даних розсіювання для оператора Шредінгера із потенціалом типу сходінки;</li> <li>• властивості спектральних даних періодичного оператора Якобі;</li> <li>• схеми розв'язання відповідних обернених задач;</li> <li>• ідеї зображення пар Лакса для нелінійних інтегрованих рівнянь;</li> </ul>

<i>Назва п/п</i>	<i>Коротка інформація</i>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• основи МОЗР у спадному випадку, а також для початкових даних типу сходинки;</li> <li>• основи теорії гіпереліптичних ріманових поверхонь вміти:</li> <li>• описувати властивості розв'язків Йоста та Вейля;</li> <li>• знаходити необхідні та достатні умови на спектральні дані;</li> <li>• доводити єдиність розв'язків обернених задач спектрального аналізу та теорії розсіювання;</li> <li>• виводити динаміку даних розсіювання за часом;</li> <li>• описувати основні об'єкти скінченнозонного інтегрування</li> </ul>
<b>Ключові слова</b>	дані розсіювання, рівняння Марченка, обернені задачі, скінченнозонне інтегрування
<b>Програма навчальної дисципліни</b>	<p>Програма навчальної дисципліни складається з <b>4-х розділів</b>:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Теорія розсіювання для оператора Шредінгера з потенціалом типу сходинки.</li> <li>2. Інтегрування рівняння Кортевега-де Фріза в класі розв'язків типу сходинки.</li> <li>3. Спектральний аналіз оператора Якобі з періодичними коефіцієнтами.</li> <li>4. Вступ до скінченнозонного інтегрування ланцюжка Тоди.</li> </ol>
<b>Короткий опис змісту тем</b>	<p><b>Розділ 1. Теорія розсіювання для оператора Шредінгера з потенціалом типу сходинки.</b></p> <p><b>Тема 1.</b> Розв'язки Йоста. Оператори перетворення і оцінки на їхні ядра в залежності від гладкості потенціалу та швидкості його спадання до фонових констант. Аналітичні властивості розв'язків Йоста.</p> <p><b>Тема 2.</b> Властивості даних розсіювання. Неперервний спектр і власні значення. Аналітичні властивості Вронскіану розв'язків Йоста. Зв'язок із нормувальними константами власних функцій. Матриця розсіювання.</p> <p><b>Тема 3.</b> Рівняння Марченка. Виведення рівнянь Марченка. Оцінки на ядра в залежності від моменту збурення потенціалу.</p> <p><b>Тема 4.</b> Необхідні і достатні умови на дані розсіювання. Властивості Вронскіану та коефіцієнтів відбиття за умов резонансу. Основні аналітичні властивості матриці розсіювання.</p> <p><b>Тема 5.</b> Обернена задача розсіювання. Єдиність розв'язків рівнянь Марченка. Схема побудови правого та лівого розв'язків оберненої задачі.</p> <p><b>Тема 6.</b> Теорема про єдиність розв'язку оберненої задачі.</p>

<i>Назва п/п</i>	<i>Коротка інформація</i>
	<p><b>Розділ 2. Інтегрування рівняння Кортевега-де Фріза в класі розв'язків типу сходинки.</b>  <b>Тема 7.</b> Пара Лакса і формалізм МОЗР для інтегрування рівняння КдФ в класі швидкоспадних розв'язків  <b>Тема 8.</b> Застосування та обґрунтування МОЗР для початкових умов типу сходинки.  Динаміка даних розсіювання за часом. Розв'язання рівнянь Марченка залежних від часу. Обґрунтування можливості розв'язання оберненої задачі у певному класі потенціалів типу сходинки залежних від часу.</p> <p><b>Розділ 3. Спектральний аналіз оператора Якобі з періодичними коефіцієнтами</b>  <b>Тема 9.</b> Пряма задача спектрального аналізу.  Розв'язки Вейля і розв'язки Флоке. Функції Вейля і мультиплікатори Флоке. Функція Ляпунова. Квазіімпульс як конформне відображення і його зв'язок із неперервним спектром задачі. Додатковий спектр Діріхле.  <b>Тема 10.</b> Періодичні розв'язки рівняння ланцюжка Тоди  Формули слідів. Рівняння Дубровіна. Проблема обернення Якобі.</p> <p><b>Розділ 4. Вступ до скінченнозонного інтегрування ланцюжка Тоди</b></p> <p><b>Тема 11.</b> Гіпереліптичні ріманові поверхні, асоційовані із скінченнозонним оператором Якобі. Мероморфні функції на ріманових поверхнях. Голоморфні та мероморфні Абелеві диференціали. Квазіімпульс.  <b>Тема 12.</b> Функція Бейкера - Ахієзера.  Тета-функції. Теорема Рімана про нулі тета-функцій. Функція Бейкера-Ахієзера, залежна від часу, і її зв'язок із розв'язками Вейля. Проблема обернення Якобі і динаміка дівізору Діріхле. Формули слідів.</p>
<b>Теми семінарських занять</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Оператори перетворення і властивості розв'язків Йоста для рівняння Якобі.</li> <li>- Властивості даних розсіювання оператора Якобі з коефіцієнтами типу сходинки.</li> <li>- Обернена спектральна задача для періодичного оператора Якобі.</li> <li>- Многовид Якобі. Теорема Абеля.</li> <li>- Означення і найпростіші властивості загальних тета-функцій.</li> <li>- Дівізори на рімановій поверхні. Теорема Рімана-Роха.</li> <li>- Функція Бейкера-Ахієзера для оператора Якобі із скінченнозонними коефіцієнтами.</li> <li>- Обчислення коефіцієнтів скінченнозонного оператора Якобі.</li> </ul>
<b>Теми для самостійної роботи</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Компактифікація ріманової поверхні. Локальні координати. Обчислення роду гіпереліптичної поверхні.</li> <li>- Цикли на рімановій поверхні, канонічний базис циклів.</li> </ul>

<i>Назва п/п</i>	<i>Коротка інформація</i>																										
	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Періоди нормованих Абелевих диференціалів і співвідношення між ними.</li> <li>- Виведення формул для скінченнозонних розв'язків рівняння ланцюжка Тоди</li> <li>- Оцінки на розв'язки рівнянь Марченка для оператора Шредінгера із потенціалом типу сходинки</li> <li>- Аналітичні властивості коефіцієнтів відображення в залежності від гладкості потенціалу типу сходинки і кількості скінченних моментів збурень</li> </ul>																										
<b>Підсумковий контроль, форма</b>	Іспит/екзамен																										
<b>Пререквізити</b>	Комплексний аналіз, дійсний аналіз, елементи спектральної теорії операторів																										
<b>Постреквізити</b>	Оволодіння основними положеннями навчальної дисципліни дозволить застосовувати їх до дослідження різноманітних інтегровних систем математичної фізики																										
<b>Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу</b>	В процесі навчання використовуються лекції, презентації, методичні матеріали та спеціальна література.																										
<b>Необхідне обладнання</b>	Технічні засоби, необхідні для демонстрації презентацій, загально вживані програми і операційні системи.																										
<b>Шкала оцінювання</b>	<p>Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою:</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th rowspan="2">СУМА БАЛІВ</th> <th rowspan="2">ОЦІНКА ЄКТС</th> <th colspan="2">ОЦІНКА ЗА НАЦІОНАЛЬНОЮ ШКАЛОЮ</th> </tr> <tr> <th>екзамен</th> <th>залік</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>90-100</td> <td>A</td> <td>відмінно</td> <td rowspan="4">зараховано</td> </tr> <tr> <td>82-89</td> <td>B</td> <td rowspan="2">добре</td> </tr> <tr> <td>75-81</td> <td>C</td> </tr> <tr> <td>64-74</td> <td>D</td> <td rowspan="2">задовільно</td> </tr> <tr> <td>60-63</td> <td>E</td> </tr> <tr> <td>35-59</td> <td>FX</td> <td rowspan="2">незадовільно</td> <td rowspan="2">не зараховано</td> </tr> <tr> <td>1-34</td> <td>F</td> </tr> </tbody> </table>	СУМА БАЛІВ	ОЦІНКА ЄКТС	ОЦІНКА ЗА НАЦІОНАЛЬНОЮ ШКАЛОЮ		екзамен	залік	90-100	A	відмінно	зараховано	82-89	B	добре	75-81	C	64-74	D	задовільно	60-63	E	35-59	FX	незадовільно	не зараховано	1-34	F
СУМА БАЛІВ	ОЦІНКА ЄКТС			ОЦІНКА ЗА НАЦІОНАЛЬНОЮ ШКАЛОЮ																							
		екзамен	залік																								
90-100	A	відмінно	зараховано																								
82-89	B	добре																									
75-81	C																										
64-74	D	задовільно																									
60-63	E																										
35-59	FX	незадовільно	не зараховано																								
1-34	F																										

<i>Назва п/п</i>	<i>Коротка інформація</i>
<b>Критерії оцінювання</b>	<p style="text-align: center;"><b>Кількість балів</b></p> <p style="text-align: center;"><b>Критерії оцінювання</b></p> <p>90-100 У відповіді повністю розкрито зміст питання. Матеріал викладено логічно, аргументовано, мова є грамотною, науковий стиль викладення матеріалу, вільне володіння термінологічним апаратом дисципліни. У відповіді продемонстровано високий рівень володіння матеріалом, що входить до навчальної програми, та продемонстровано високі практичні навички.</p> <p>75-89 Відповідь досить повно розкриває зміст питання або розкриває основні (найважливіші) аспекти у запитанні, слухач володіє термінологічним апаратом дисципліни. У викладеному матеріалі слухач має помилки із аргументацією відповіді, недостатня логічність та послідовність викладення матеріалу. У відповіді продемонстровано високий рівень володіння матеріалом, що було викладено на лекціях, та середній рівень володіння практичним матеріалом.</p> <p>60-74 Відповідь на контрольне питання є неповною, розкриває тільки деякі аспекти навчального матеріалу. Слухач припускається помилок у використанні термінології навчальної дисципліни. Рівень володіння матеріалом, що було викладено на лекціях, додатковим та практичним матеріалом є середнім.</p> <p>35-59 У відповіді допущено суттєві помилки, які свідчать про незнання лекційного матеріалу або обов'язкової літератури; слухач слабо володіє термінологією дисципліни.</p> <p>1-34 Відповідь практично відсутня, слухач демонструє незнання лекційного матеріалу або обов'язкової літератури; не володіє термінологією</p>
<b>Питання до іспиту/заліку</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Оператор перетворення (прив'язаний до нескінченності) для оператора Шредінгера</li> <li>2. Розв'язок Йоста, його аналітичні властивості і зв'язок із розв'язком Вейля</li> <li>3. Вронскіан розв'язків Йоста оператора Шредінгера з потенціалом типу сходинки</li> <li>4. Матриця розсіювання, означення і властивості її елементів</li> <li>5. Виведення правого та лівого рівнянь Марченка</li> <li>6. Оцінки на ядра рівнянь Марченка</li> <li>7. Необхідні і достатні умови на дані розсіювання для оператора Шредінгера з потенціалом типу сходинки</li> <li>8. Існування та єдиність розв'язків рівнянь Марченка</li> <li>9. Теорема єдиності розв'язку оберненої задачі розсіювання</li> <li>10. Алгоритм і обґрунтування застосування МОЗР для рівняння КдФ з початковими умовами типу сходинки</li> <li>11. Еволюція даних розсіювання за часом</li> <li>12. Солітони для рівняння КдФ</li> <li>13. Функції Вейля і мультиплікатори Флоке для періодичної матриці Якобі</li> <li>14. Функція Ляпунова і спектр</li> </ol>

<i>Назва п/п</i>	<i>Коротка інформація</i>
	15. Конформне відображення породжене квазіімпульсом, характеристика спектру 16. Алгоритм розв'язання оберненої задачі розсіювання для періодичної матриці Якобі 17. Рівняння Дубровіна і формули слідів 18. Компактифікація ріманової поверхні. Локальні координати. Обчислення роду гіпереліптичної ріманової поверхні 19. Голоморфні функції і голоморфні диференціали на рімановій поверхні. Періоди замкнутих диференціалів 20. Канонічний базис циклів на гіпереліптичній рімановій поверхні. Співвідношення між періодами замкнутих диференціалів 21. Білінійні співвідношення Рімана для періодів голоморфних диференціалів. Матриця періодів. Еліптичні функції 22. Мероморфні диференціали, їх лишки та періоди 23. Многовид Якобі та теорема Абеля 24. Постановка проблеми обернення Якобі. Означення та найпростіші властивості тета-функцій 25. Теорема Рімана про нулі тета-функцій 26. Функція Бейкера – Ахієзера для оператора Якобі. Зв'язок з розв'язками Вейля 27. Скінченнозонні розв'язки рівняння Toda
<b>Література для вивчення дисципліни:</b>	1. Марченко В.А. Операторы Штурма-Лиувилля и их приложения. – К.: Наук. думка, 1977. 2. Левитан Б.М. Обратные задачи Штурма-Лиувилля. – М.: Наука, 1984. 3. Дубровин Б.А. Римановы поверхности и нелинейные уравнения. Москва-Ижевск, 2001. 4. G. Teschl. Jacobi operators and completely integrable nonlinear lattices. – AMS, Math. Surveys and Monographs, 2000 5. I. Egorova, Z. Gladka, T.-L. Lange and G. Teschl. Inverse scattering theory for Schrödinger operators with step-like potential. – Zh. Math. Phys. Anal. Geom., 2015
<b>Додаткова література:</b>	1. Абловиц М., Сигур Х. Солитоны и метод обратной задачи. – М.: Мир, 1987. 2. Farkas H.M., Kra I. Riemann surfaces. – Graduate texts in Mathematics, Springer, 1992 3. Захаров В.Е., Манаков С.В., Новиков С.П., Питаевский Л.П. Теория солитонов: метод обратной задачи. – М.: Наука, 1980.
<b>Опитування</b>	Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.



