

Додаток №1  
до Положення щодо розробки силябусу  
компонентів освітньо-наукової програми з  
підготовки докторів філософії у  
ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна НАН України

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ  
ФІЗИКО-ТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ НИЗЬКИХ ТЕМПЕРАТУР ім. Б.І. ВЕРКІНА  
НАЦІОНАЛЬНОЇ АКАДЕМІЇ НАУК УКРАЇНИ

ЗАТВЕРДЖУЮ

В.О. Директора  
ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна  
НАН України

« 07 »

2020 р.



СИЛАБУС  
навчальної дисципліни  
РІМАНОВА ГЕОМЕТРІЯ ТА ЇЇ ЗАСТОСУВАННЯ (ВБ 3)  
2020-2021 навчальний рік

з галузі знань «11 Математика і статистика»  
за спеціальністю «111 Математика»

РОЗРОБНИК:

**В.О. Горькавий** – доктор фізико-математичних наук, старший науковий співробітник, провідний науковий співробітник відділу диференціальних рівнянь і геометрії ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна НАН України

Погоджено Вченою радою Математичного відділення ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна НАН України  
06.07.2020 р., протокол № 4.

Затверджено Вченою радою Фізико-технічного інституту низьких температур  
ім. Б. І. Веркіна Національної академії наук України, 07.07. 2020 р., протокол № 5.

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ  
ФІЗИКО-ТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ НИЗЬКИХ ТЕМПЕРАТУР ім. Б.І. ВЕРКІНА  
НАЦІОНАЛЬНОЇ АКАДЕМІЇ НАУК УКРАЇНИ

СИЛАБУС  
навчальної дисципліни  
РІМАНОВА ГЕОМЕТРІЯ ТА ЇЇ ЗАСТОСУВАННЯ  
2020-2021 навчальний рік

<i>Назва п/п</i>	<i>Коротка інформація</i>
<b>Назва</b>	<b>РІМАНОВА ГЕОМЕТРІЯ ТА ЇЇ ЗАСТОСУВАННЯ</b>
<b>Адреса викладання</b>	м. Харків, пр. Науки, 47
<b>Рівень вищої освіти</b>	Третій освітньо-науковий рівень
<b>Галузі знань</b>	11 «Математика і статистика»
<b>Шифр та назва спеціальності</b>	111 Математика
<b>Викладач і</b>	доктор фіз.-мат. наук, с.н.с., Горькавий В.О.
<b>Контактна інформація викладача (-ів)</b>	gorkaviy@ilt.kharkov.ua
<b>Графік занять</b>	За розкладом
<b>Консультації по курсу відбуваються</b>	Вівторок, четвер, 16.00-17.00. пр. Науки, 47, корпус Біо, к. 211; он-лайн консультації через Skype (для узгодження часу писати на email: gorkaviy@ilt.kharkov.ua)
<b>Сторінка курсу</b>	
<b>Інформація про навчальну дисципліну</b>	Дисципліна «Ріманова геометрія та її застосування» є дисципліною вільного вибору, яка входить до циклу загальної підготовки за спеціальністю 111 «Математика» на третьому /освітньо-науковому/ рівні

<i>Назва п/п</i>	<i>Коротка інформація</i>
	підготовки доктора філософії з математики. Дана дисципліна викладається у 3-4 семестрах підготовки в обсязі 9 кредитів за Європейською кредитно-трансферною системою /ECTS/.
<b>Анотація</b>	Ріманова геометрія є одним з базових розділів сучасної геометрії, що узагальнює класичну теорію поверхонь та знаходить різноманітні застосування в суміжних областях математики та математичної фізики. Знайомство з основними результатами та методами ріманової геометрії є обов'язковою складовою підготовки кожного висококваліфікованого математика.
<b>Мета та цілі</b>	Метою курсу є висвітлення основних фактів та ідей ріманової геометрії та її застосувань в суміжних математичних областях. Основними завданнями курсу є ознайомлення здобувачів ступеню «доктор філософії» з фундаментальними ідеями, конструкціями та твердженнями ріманової геометрії в її актуальному стані; ознайомлення з методами ріманової геометрії та можливістю їх застосування в суміжних математичних областях, набуття навичок застосування цих методів у конкретних задачах.
<b>Загальний обсяг у кредитах Європейської кредитно-трансферної системи /ECTS/</b>	9 кредитів
<b>Загальна кількість годин</b>	270 годин
<b>Структура</b>	54 години аудиторних: з них 54 годин лекцій, 216 годин самостійної роботи.
<b>Очікувані результати навчання</b>	<p>У результаті вивчення курсу аспірант повинен знати:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• фундаментальні поняття теорії загальних ріманових многовидів та многовидів з афінною зв'язністю;</li> <li>• основи варіаційної теорії геодезичних;</li> <li>• фундаментальні взаємозв'язки кривини та глобальних геометричних і топологічних властивостей ріманових многовидів;</li> <li>• фундаментальні поняття, конструкції та результати теорії симетричних ріманових просторів;</li> <li>• фундаментальні поняття, конструкції та результати теорії келерових просторів;</li> <li>• фундаментальні поняття, конструкції та результати загальної теорії відносності як приклад застосування ідей та методів ріманової геометрії;</li> <li>• фундаментальні поняття, конструкції та результати диференціальної геометрії підмноговидів та теорії шарувань ріманових просторів.</li> </ul> <p>вміти:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• доводити основні факти ріманової геометрії;</li> </ul>

<i>Назва п/п</i>	<i>Коротка інформація</i>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• обчислювати базові конструкції ріманової геометрії (довжина кривої, кут між кривими, об'єм області, зв'язність, коваріантна похідна, паралельний перенос, геодезична лінія, тензор кривини, секційна кривина, кривина Річчі, скалярна кривина і т.д.);</li> <li>• застосовувати базові методи ріманової геометрії в задачах математичної фізики та інших суміжних областей математики.</li> </ul>
<b>Ключові слова</b>	Ріманові многовиди, перша квадратична форма, афінна зв'язність, геодезичні лінії, тензор кривини.
<b>Програма навчальної дисципліни</b>	<p>Програма навчальної дисципліни складається з <b>7-и розділів</b>:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Базові поняття ріманової геометрії.</li> <li>2. Геодезичні лінії на ріманових многовидах</li> <li>3. Вплив кривини на глобальні геометричні та топологічні властивості ріманових многовидів</li> <li>4. Однорідні та симетричні ріманові простори</li> <li>5. Ріманова геометрія келерових многовидів</li> <li>6. Псевдоріманові многовиди та їх застосування в загальній теорії відносності</li> <li>7. Підмноговиди та шарування ріманових многовидів.</li> </ol>
<b>Короткий опис змісту тем</b>	<p><b>Розділ 1. Базові поняття ріманової геометрії.</b></p> <p><b>Тема 1.</b> Ріманові многовиди – базові конструкції  <b>Тема 2.</b> Многовиди з афінною зв'язністю – базові конструкції  <b>Тема 3.</b> Кривина ріманових многовидів та многовидів з афінною зв'язністю  <b>Тема 4.</b> Відображення та перетворення ріманових многовидів та многовидів з афінною зв'язністю</p> <p><b>Розділ 2. Геодезичні лінії на ріманових многовидах</b></p> <p><b>Тема 5.</b> Варіаційний підхід до визначення геодезичних  <b>Тема 6.</b> Спряжені точки та множина розділу  <b>Тема 7.</b> Вплив кривини на поведінку геодезичних: теореми порівняння  <b>Тема 8.</b> Ріманові многовиди із замкнутими геодезичними</p> <p><b>Розділ 3. Вплив кривини на глобальні геометричні та топологічні властивості ріманових многовидів</b></p> <p><b>Тема 9.</b> Простори сталої кривини та їх класифікація  <b>Тема 10.</b> Ріманові многовиди з обмеженнями на секційну кривину  <b>Тема 11.</b> Ріманові многовиди з обмеженнями на кривину Річчі або на скалярну кривину</p>

<i>Назва п/п</i>	<i>Коротка інформація</i>
	<p><b>Розділ 4. Однорідні та симетричні ріманові простори</b></p> <p><b>Тема 12.</b> Базові конструкції. Приклади. Питання класифікації.  <b>Тема 13.</b> Многовиди Грассмана.</p> <p><b>Розділ 5. Ріманова геометрія келерових многовидів</b></p> <p><b>Тема 14.</b> Базові поняття та конструкції келерової геометрії.</p> <p><b>Розділ 6. Псевдоріманові многовиди та їх застосування в загальній теорії відносності</b></p> <p><b>Тема 15.</b> Базові поняття та конструкції псевдоріманової геометрії.  <b>Тема 16.</b> Многовиди Ейнштейна</p> <p><b>Розділ 7. Підмноговиди та шарування ріманових многовидів.</b></p> <p><b>Тема 17.</b> Базові поняття та конструкції теорії шарувань та підмноговидів ріманових просторів.</p>
<b>Теми практичних занять</b>	Не передбачені
<b>Теми для самостійної роботи</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Базові поняття ріманової геометрії</li> <li>- Варіаційна теорія геодезичних</li> <li>- Теореми порівняння в рімановій геометрії</li> <li>- Вплив кривини на топологічні властивості ріманових многовидів</li> <li>- Однорідні та симетричні ріманові простори</li> <li>- Метричні властивості келерових многовидів</li> <li>- Загальна теорія відносності. Простори Ейнштейна</li> <li>- Шарування ріманових многовидів</li> </ul>
<b>Підсумковий контроль, форма</b>	Іспит
<b>Пререквізити</b>	Аналітична геометрія, диференціальна геометрія
<b>Постреквізити</b>	Ознайомлення з фундаментальними ідеями, конструкціями та твердженнями навчальної дисципліни дозволить застосовувати їх в актуальних задачах ріманової геометрії та суміжних математичних областях.

<i>Назва п/п</i>	<i>Коротка інформація</i>																													
<b>Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу</b>	В процесі навчання використовуються лекції, презентації, методичні матеріали та спеціальна література.																													
<b>Необхідне обладнання</b>	Аудиторія з дошкою та крейдою. Технічні засоби, необхідні для демонстрації презентацій, загально вживані програми і операційні системи.																													
<b>Шкала оцінювання</b>	<p>Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою:</p> <table border="1" data-bbox="745 483 1966 959"> <thead> <tr> <th rowspan="2">СУМА БАЛІВ</th> <th rowspan="2">ОЦІНКА ЄКТС</th> <th colspan="2">ОЦІНКА ЗА НАЦІОНАЛЬНОЮ ШКАЛОЮ</th> </tr> <tr> <th>екзамен</th> <th>залік</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>90-100</td> <td>A</td> <td>відмінно</td> <td rowspan="4">зараховано</td> </tr> <tr> <td>82-89</td> <td>B</td> <td rowspan="2">добре</td> </tr> <tr> <td>75-81</td> <td>C</td> </tr> <tr> <td>64-74</td> <td>D</td> </tr> <tr> <td>60-63</td> <td>E</td> <td>задовільно</td> <td rowspan="3">не зараховано</td> </tr> <tr> <td>35-59</td> <td>FX</td> <td rowspan="2">незадовільно</td> </tr> <tr> <td>1-34</td> <td>F</td> </tr> </tbody> </table>				СУМА БАЛІВ	ОЦІНКА ЄКТС	ОЦІНКА ЗА НАЦІОНАЛЬНОЮ ШКАЛОЮ		екзамен	залік	90-100	A	відмінно	зараховано	82-89	B	добре	75-81	C	64-74	D	60-63	E	задовільно	не зараховано	35-59	FX	незадовільно	1-34	F
СУМА БАЛІВ	ОЦІНКА ЄКТС	ОЦІНКА ЗА НАЦІОНАЛЬНОЮ ШКАЛОЮ																												
		екзамен	залік																											
90-100	A	відмінно	зараховано																											
82-89	B	добре																												
75-81	C																													
64-74	D																													
60-63	E	задовільно	не зараховано																											
35-59	FX	незадовільно																												
1-34	F																													
<b>Критерії оцінювання</b>	<b>Кількість балів</b> 90-100  75-89  60-74	<b>Критерії оцінювання</b>  У відповіді повністю розкрито зміст питання. Матеріал викладено логічно, аргументовано, мова є грамотною, науковий стиль викладення матеріалу, вільне володіння термінологічним апаратом дисципліни. У відповіді продемонстровано високий рівень володіння матеріалом, що входить до навчальної програми, та продемонстровано високі практичні навички.  Відповідь досить повно розкриває зміст питання або розкриває основні (найважливіші) аспекти у запитанні, слухач володіє термінологічним апаратом дисципліни. У викладеному матеріалі слухач має помилки із аргументацією відповіді, недостатня логічність та послідовність викладення матеріалу. У відповіді продемонстровано високий рівень володіння матеріалом, що було викладено на лекціях, та середній рівень володіння практичним матеріалом.  Відповідь на контрольне питання є неповною, розкриває тільки деякі аспекти навчального матеріалу. Слухач припускається помилок у використанні термінології навчальної дисципліни.																												

Назва п/п	Коротка інформація
	<p>Рівень володіння матеріалом, що було викладено на лекціях, додатковим та практичним матеріалом є середнім.</p> <p>35-59 У відповіді допущено суттєві помилки, які свідчать про незнання лекційного матеріалу або обов'язкової літератури; слухач слабо володіє термінологією дисципліни.</p> <p>1-34 Відповідь практично відсутня, слухач демонструє незнання лекційного матеріалу або обов'язкової літератури; не володіє термінологією</p>
<b>Питання до іспиту/заліку</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Диференційні многовиди. Дотичний та кодотичний простір. Тензорні поля на многовидах</li> <li>2. Ріманова метрика на многовиді. Ізометричне відображення.</li> <li>3. Афінна зв'язність, зв'язність Леві-Чівіта.</li> <li>4. Геодезичні лінії. Перша варіація довжини кривої. Експоненційне відображення.</li> <li>5. Друга варіація довжини кривої. Рівняння Якобі. Спряжені точки. Теорема порівнювання для довжин полів Якобі.</li> <li>6. Радіус ін'єктивності. Межа розділу</li> <li>7. Теорема Сінга. Теорема Маєрса. Теорема Бонне.</li> <li>8. Тензори кривини, секційна кривина, кривина Річчі, скалярна кривина. Тотожність Б'янки. Теорема Шура.</li> <li>9. Повні многовиди. Теорема Хопфа-Рінова.</li> <li>10. Плоскі многовиди. Многовиди постійної кривини. Простір Лобачевського, модель Келі-Клейна, модель Пуанкаре.</li> <li>11. Фундаментальна група многовидів від'ємної кривини. Фундаментальна група многовидів додатної кривини Річчі.</li> <li>12. Теорема про сферу.</li> <li>13. Ріманова метрика на однорідних просторах та групах Лі. Ріманова субмерсія.</li> <li>14. Грасманові многовиди та їх метричні властивості.</li> <li>15. Келерові многовиди та їх загальні метричні властивості.</li> <li>16. Псевдоріманові многовиди - загальні властивості, приклади, застосування в загальній теорії відносності.</li> <li>17. Многовиди Ейнштейна.</li> <li>18. Підмноговиди та шарування ріманових многовидів - загальні властивості.</li> </ol>
<b>Література для вивчення дисципліни:</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Эйзенхарт Л. П. <i>Риманова геометрия</i>. – М.: ГИИЛ, 1948.</li> <li>2. Бурого Ю.Д., Залгаллер В.А. <i>Введение в риманову геометрию</i>. – С.-П.: Наука, 1994.</li> <li>3. Громолл Д., Клингенберг В., Мейер В. <i>Риманова геометрия в целом</i>. - М.: Мир, 1971.</li> </ol>

<i>Назва п/п</i>	<i>Коротка інформація</i>
	<p>4. Дубровин Б.А., Новиков С.П., Фоменко А.Т. <i>Современная геометрия. Методы и приложения.</i> - М.: Наука, 1986.</p> <p>5. Кобаяси Ш., Номидзу К. <i>Основы дифференциальной геометрии.</i> – М.: Наука, 1981.</p>
<b>Додаткова література:</b>	<p>1. Schoen R., Yau S.T., <i>Lectures on Differential Geometry.</i> - Boston, International Press, 1994.</p> <p>2. до Кармо М., <i>Риманова геометрия.</i> - М.-Ижевск, Институт компьютерных исследований, 2015</p> <p>3. Lee J., <i>Riemannian Manifolds.</i> - Springer, 1997.</p> <p>4. Cheeger J., Ebin D., <i>Comparison Theorems in Riemannian Geometry.</i> - North-Holland, 1975.</p> <p>5. Борисенко А.А. <i>Внутренняя и внешняя геометрия многомерных подмногообразий.</i> – М.: Экзамен, 2003.</p> <p>6. Бессе А. <i>Многообразия с замкнутыми геодезическими.</i> – М.: Мир, 1981.</p> <p>7. Громов М.Л., Рохлин В.А. <i>Вложения и погружения в римановой геометрии // Успехи математических наук.</i> – 1970. – Т.25:5. – С.3-62.</p> <p>8. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. <i>Теория поля.</i> – М.: Наука, 1973.</p> <p>9. Постников М.М. <i>Дифференциальная геометрия.</i> - М.: Наука, 1988.</p> <p>10. Постников М.М. <i>Гладкие многообразия.</i> - М.: Наука, 1988.</p> <p>11. Рашевский П.К. <i>Риманова геометрия и тензорный анализ.</i> - М.: Наука, 1967.</p> <p>12. Стернберг С. <i>Лекции по дифференциальной геометрии.</i> - М., Мир, 1970.</p> <p>13. Трофимов В.В., Фоменко А.Т. <i>Риманова геометрия.</i> - М.: ВИНТИ, 2002.</p> <p>14. Хелгасон С. <i>Дифференциальная геометрия и симметрические пространства.</i> – М.: Мир, 1964.</p> <p>15. Шутц Б. <i>Геометрические методы математической физики.</i> – М.: Мир, 1984.</p>
<b>Опитування</b>	Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.