


Додаток №1  
до Положення щодо розробки силабусу  
компонентів освітньо-наукової програми з  
підготовки докторів філософії у  
ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна НАН України

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ  
**ФІЗИКО-ТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ НИЗЬКИХ ТЕМПЕРАТУР ім. Б.І. ВЕРКІНА**  
НАЦІОНАЛЬНОЇ АКАДЕМІЇ НАУК УКРАЇНИ

**ЗАТВЕРДЖУЮ**

В.О. Директора  
ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна  
НАН України

  
М.І. Глушук  
« 07 » 07 2020 р.

**СИЛАБУС**  
навчальної дисципліни  
**КОМПЛЕКСНИЙ АНАЛІЗ ТА ЙОГО ПРИКЛАДАННЯ (ВБ 2)**  
2020-2021 навчальний рік

з галузі знань «11 Математика і статистика»  
за спеціальністю «111 Математика»

РОЗРОБНИК:

**Л.Б. Голінський** – доктор фізико-математичних наук, старший науковий співробітник, провідний науковий співробітник відділу теорії функцій ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна НАН України



Погоджено Вченою радою Математичного відділення ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна НАН України  
06.07.2020 р., протокол № 4.

Затверджено Вченою радою Фізико-технічного інституту низьких температур  
ім. Б. І. Веркіна Національної академії наук України, 07.07. 2020 р., протокол № 5.

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ  
ФІЗИКО-ТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ НИЗЬКИХ ТЕМПЕРАТУР ім. Б.І. ВЕРКІНА  
НАЦІОНАЛЬНОЇ АКАДЕМІЇ НАУК УКРАЇНИ

СИЛАБУС  
навчальної дисципліни  
КОМПЛЕКСНИЙ АНАЛІЗ ТА ЙОГО ПРИКЛАДАННЯ  
2020-2021 навчальний рік

<i>Назва п/п</i>	<i>Короткі інформація</i>
<b>Назва</b>	<b>КОМПЛЕКСНИЙ АНАЛІЗ ТА ЙОГО ПРИКЛАДАННЯ</b>
<b>Адреса викладання</b>	м. Харків, пр. Науки, 47
<b>Рівень вищої освіти</b>	Третій освітньо-науковий рівень
<b>Галузі знань,</b>	11 «Математика і статистика»
<b>Шифр та назва спеціальності</b>	111 Математика
<b>Викладач /-чі/</b>	д. ф.-м. н., с.н.с. Голінський Л.Б.
<b>Контактна інформація викладача (-ів)</b>	golinskii@ilt.kharkov.ua
<b>Графік занять</b>	За розкладом
<b>Консультації по курсу відбуваються</b>	Вівторок, четвер 11.00-12.30. пр. Науки, 47, корпус Біо, к. 213; он-лайн консультації через Skype або Wiber (для узгодження часу писати на електронну пошту <a href="mailto:golinskii@ilt.kharkov.ua">golinskii@ilt.kharkov.ua</a> )
<b>Сторінка курсу</b>	<a href="https://">https://</a>

<i>Назва п/п</i>	<i>Короткі інформація</i>
<b>Інформація про навчальну дисципліну</b>	Дисципліна «Комплексний аналіз та його прикладання» є дисципліною вільного вибору, яка входить до циклу професійної підготовки за спеціальністю 111 «Математика» на третьому /освітньо-науковому/ рівні підготовки доктора філософії з математики. Дана дисципліна викладається у 3-4 семестрах підготовки в обсязі 9 кредитів за Європейською кредитно-трансферною системою /ECTS/.
<b>Анотація</b>	Предметом курсу є вивчення класів аналітичних та гармонійних функцій в одиничному крузі, в яких введена структура банахова або гільбертова простору. Йдеться в першу чергу про простори Гарді і диск-алгебру, а також про близькі простори Неванлінни і Смірнова. Кожен індивідуальний об'єкт (аналітична функція) вивчається за допомогою класичних методів комплексного аналізу. Основна увага при цьому приділяється граничним властивостями функцій з просторів Гарді і структурними характеристиками (факторизації функцій на найпростіші множники). З іншого боку, сучасні методи функціонального аналізу превалюють при вивченні просторів функцій (теорія замкнених ідеалів Бьорлінга-Рудіна, теорема Вермера про максимальні підалгебри). Розглянуто також застосування в теорії лінійних операторів (оператор спряження) і гармонійному аналізі (теорема Тітчмарша про згортку).
<b>Мета та цілі</b>	Головна мета курсу - дати введення в один з розділів сучасної математики, де успішно співпрацюють, взаємно збагачуючи один одного, функціональний аналіз і теорія аналітичних функцій. Метою курсу є також підготовка молодих фахівців, які володіють основами теорії функцій комплексної змінної, до читання сучасних статей про простори Гарді і їх застосування. Основний об'єкт вивчення є банахови простори аналітичних функцій в одиничному крузі та верхній напівплощині, близькі до просторів Гарді.
<b>Загальний обсяг у кредитах Європейської кредитно-трансферної системи /ECTS/</b>	9 кредитів
<b>Загальна кількість годин</b>	270 годин
<b>Структура</b>	54 години аудиторних: з них 36 годин лекцій, 18 годин семінарських занять, 216 годин самостійної роботи.
<b>Очікувані результати навчання</b>	У результаті вивчення курсу аспірант повинен знати: <ul style="list-style-type: none"> <li>- означення просторів Гарді та властивості їх граничної поведінки, гармонійно спряжені функції;</li> <li>- означення та основні властивості апроксимативних одиниць, ядер Фейєра та сумовність за Чезаро;</li> <li>- характеристикацію класів гармонійних функцій в термінах поведінки відповідних інтегралів Пуассона;</li> </ul>

<i>Назва п/п</i>	<i>Короткі інформація</i>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>- формули Йенсена, нерівність Йенсена та їх висновки;</li> <li>- означення умови Бляшке, властивості нескінченних добутків Бляшке та теореми про відщеплення;</li> <li>- оцінки зростання функцій із просторів Гарді і Неванлінни та поведінку коефіцієнтів Тейлора;</li> <li>- означення внутрішніх функцій, їх класи та зображення, теорему Ф. Рісса-Неванлінни про факторизацію внутрішніх функцій;</li> <li>- означення та властивості простору Смірнова та принцип максимуму Смірнова;</li> <li>- означення та властивості зовнішніх функцій, внутрішньо-зовнішню факторизацію;</li> <li>- параметризацію функцій класів Гарді, Неванлінни та Смірнова;</li> <li>- властивості спряженого ядра Пуассона та існування радіальних граничних значень спряжених інтегралів Пуассона;</li> <li>- означення перетворення Гільберта і теорему М. Рісса про обмеженість оператора Гільберта;</li> <li>- теорему Рудіна-Карлесона про оператор сліду;</li> <li>- теорему про корону для диск-алгебри та теорему Вермера про максимальні підалгебри;</li> <li>- властивості перетворення Коші, теорему про стрибок та формулу Племеля-Сохоцького;</li> <li>- основні означення щодо просторів Гарді у напівплощині;</li> <li>- основні означення з теорії перетворення Фур'є, теорему Вінера-Пелі;</li> <li>- теорему Тітчмарша про згортку.</li> </ul> <p>вміти:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- знаходити коефіцієнти Фур'є та середні Чезаро;</li> <li>- знаходити оцінки інтегралів Пуассона;</li> <li>- визначати належність функцій просторам Гарді та Неванлінни;</li> <li>- знаходити гармонійно спряжені функції;</li> <li>- знаходити добутки Бляшке та обчислювати зовнішні частини функцій із просторів Гарді;</li> <li>- обчислювати перетворення Коші функцій і мір;</li> <li>- обчислювати функцію Сегьо;</li> <li>- обчислювати перетворення Фур'є функцій.</li> </ul> <p>Інтегральний результат навчання полягає у тому, що аспірант повинен</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Володіти основами теорії рядів Фур'є.</li> <li>• Володіти технікою інтегралів Пуассона та їх застосуванню в теорії аналітичних функцій.</li> <li>• Вільно володіти технікою внутрішніх та зовнішніх функцій та факторизацією функцій із просторів Гарді.</li> <li>• Оволодіти технікою перетворення Гільберта та його застосуваннями.</li> <li>• Ознайомитись з основами теорії перетворення Фур'є та її застосуваннями.</li> </ul>

<i>Назва п/п</i>	<i>Короткі інформація</i>
<b>Ключові слова</b>	Простори Гарді, ряди Фур'є, внутрішні та зовнішні функції, гармонійно спряженні функції, перетворення Гільберта, диск-алгебра, перетворення Коші, максимальні функції.
<b>Програма навчальної дисципліни</b>	<p>Тема 1. Ряди Фур'є</p> <p>Тема 2. Гармонійні та аналітичні функції в одиничному крузі</p> <p>Тема 3. Простори Гарді і Неванлінни з точки зору комплексного аналізу</p> <p>Тема 4. Параметризація функцій із просторів Гарді і Неванлінни: внутрішні і зовнішні функції</p> <p>Тема 5. Гармонійно спряжені функції і перетворення Гільберта</p> <p>Тема 6. Диск-алгебра</p> <p>Тема 7. Перетворення Коші і екстремальні проблеми</p> <p>Тема 8. Простори Гарді у напівплощині</p> <p>Тема 9. Максимальні функції Гарді-Літлвуда та їх застосування</p>
<b>Короткий опис змісту тем</b>	<p><b>Тема 1. РЯДИ ФУР'Є</b> Коефіцієнти Фур'є, часткові суми та збіжність ряду Фур'є. Середні Чезаро, ядра Фейєра. Апроксимативні одиниці та їх властивості, сумовність за Чезаро у лебеговських просторах. Теорема єдиності для рядів Фур'є та лема Римана-Лебега. Типи рядів Фур'є. Ядра Дирихле, константи Лебега та розбіжність рядів Фур'є неперервних функцій.</p> <p><b>Тема 2. ГАРМОНІЙНІ ТА АНАЛІТИЧНІ ФУНКЦІЇ В ОДИНИЧНОМУ КРУЗІ</b> Означення гармонійних функцій, гармонійно спряженні функції. Зображення Пуассона, Коші та Герглотца гармонійних та аналітичних функцій. Апроксимативні властивості ядер Пуассона, граничні значення інтегралу Пуассона. Гармонійні функції, які є інтегралами Пуассона певних класів функцій і мір. Недотичні граничні значення інтегралу Пуассона на одиничному колі, кути Штольца. Простори Гарді гармонійних функцій, оператор Пуассона. Рівномірна інтегрованість, критерії. Простори Гарді, Неванлінни і Смірнова: основні означення і властивості. Простори Гарді як підпростори лебеговських просторів. Теорема братів Рісс.</p> <p><b>Тема 3. ПРОСТОРИ ГАРДІ І НЕВАНЛІННИ З ТОЧКИ ЗОРУ КОМПЛЕКСНОГО АНАЛІЗУ</b> Формули Йєнсена та їх висновки, нерівність Йєнсена. Теорема про логарифмічний інтеграл. Добутки та умова Бляшке, властивості нескінченних добутків Бляшке, критерій. Теореми відщеплення добутків Бляшке у різних класах функцій. Зростання функцій із просторів Гарді і Неванлінни, поведінка коефіцієнтів Тейлора. Теорема Фейєра-Рісса. Матриця Гільберта та нерівність Гарді. Ізопериметрична нерівність та теорема Карлемана</p> <p><b>Тема 4. ПАРАМЕТРИЗАЦІЯ ПРОСТОРІВ ГАРДІ І НЕВАНЛІННИ: ВНУТРІШНІ ТА ЗОВНІШНІ ФУНКЦІЇ</b></p>

<i>Назва п/п</i>	<i>Короткі інформація</i>
	<p>Внутрішні функції: означення, класи та зображення. Теорема Ф. Рісса-Неванлінни про факторизацію внутрішніх функцій. Подільність та найбільший спільний дільник внутрішніх функцій. Аналітичність та неперервність внутрішніх функцій поза одиничним кругом. Наближення обмежених аналітичних функцій за допомогою добутків Бляшке (теорема Каратеодорі). Наближення внутрішніх функцій добутками Бляшке (теорія Фростмана). Простір Смірнова: означення та властивості. Принцип максимуму Смірнова. Зовнішні функції, їх зображення та властивості, екстремальна властивість Сегьо зовнішніх функцій, критерій. Приклади зовнішніх функцій. Внутрішньо-зовнішня факторизація, внутрішня та зовнішня частини функцій із просторів Гарді, Неванлінни та Смірнова. Теорема Бьорлінга про замкнену лінійну оболонку. Повна параметризація функцій класів Гарді, Неванлінни та Смірнова. Дві проблеми про крайні точки одиничного шару у просторах Гарді.</p> <p><b>Тема 5. ГАРМОНІЙНО СПРЯЖЕННІ ФУНКЦІЇ І ПЕРЕТВОРЕННЯ ГІЛЬБЕРТА</b></p> <p>Радіальні граничні значення функції, гармонійно спряженої до інтеграла Пуассона скінченної міри. Спряжене ядро Пуассона та його властивості. Існування радіального граничного значення. Перетворення Гільберта в лебеговських просторах як сингулярний інтегральний оператор. Теорема М. Рісса про обмеженість оператора Гільберта. Оператор Гільберта у просторах гладких функцій. Проектор Рісса та його властивості, можливість доповнення просторів Гарді у лебеговських просторах. Перетворення Гільберта в просторі інтегрованих функцій, теорема Колмогорова про слабкий тип. Перетворення Гільберта в просторах обмежених та неперервних функцій, приклади, гармонійна міра. Застосування теореми М. Рісса в теорії рядів Фур'є: оцінка часткових сум.</p> <p><b>Тема 6. ДИСК-АЛГЕБРА</b></p> <p>Конструкція Фату та проблема продовження неперервної функції з множини на одиничному колі до функції із диск-алгебри: множини піка та функції піка, приклади. Конструкція Фату та теорема братів Рісс. Теорема Рудіна—Карлесона про оператор сліду. Замкнені ідеали диск-алгебри, зв'язок з внутрішньо-зовнішньою факторизацією. Приклади замкнених ідеалів. Теорема Бьорлінга-Рудіна про замкнені ідеали диск-алгебри. Максимальні ідеали диск-алгебри. Теорема про корону в диск-алгебрі. Теорема Вермера про максимальні замкнені підалгебри алгебри неперервних функцій на колі.</p> <p><b>Тема 7. ПЕРЕТВОРЕННЯ КОШІ ТА ЕКСТРЕМАЛЬНІ ПРОБЛЕМИ</b></p> <p>Перетворення Коші міри як функція в одиничному крузі, оцінки зростання перетворення Коші, приклад Пуанкаре. Зображення функцій із просторів Гарді за допомогою інтегралів Коші. Перетворення Коші у</p>

<i>Назва п/п</i>	<i>Короткі інформація</i>
	<p>зовнішності круга та теорема Фату про стрибок. Формула Племеля-Сохоцького. Екстремальні проблеми Сегьо та М. Рісса, функції Сегьо та М. Рісса. Обчислення функції Сегьо: теорема Сегьо-Верблунського-Колмогорова. Теорема Сегьо про повноту експоненціальних функцій в просторах Лебега. Граничні теореми Сегьо та матриці Тепліца, асимптотична поведінка детермінантів Тепліца. Тригонометрична проблема моментів, додатно-означені послідовності. Ортогональні поліноми на одиничному колі: означення та властивості, ядра Кристофеля та формула Кристофеля-Дарбу. Функція Сегьо та ортогональні поліноми. Асимптотика ортогональних поліномів та ядер Кристофеля.</p> <p><b>Тема 8. ПРОСТОРИ ГАРДІ У НАПІВПЛОЩИНІ</b></p> <p>Гармонійні функції у напівплощині, ядра та інтеграли Пуассона: властивості, зображення. Невід’ємні гармонійні функції та їх зображення. Існування недотичних граничних значень та гранична поведінка інтегралів Пуассона. Класи гармонійних функцій у напівплощині та інтеграли Пуассона. Простори Гарді у напівплощині в порівнянні з просторами Гарді в крузі. Зображення функцій із просторів Гарді інтегралами Коші. Простори Гарді на дійсній осі. Аналітичні міри та теорема братів Рісс для дійсної осі. Перетворення Фур’є в просторі інтегрованих функцій на осі: властивості, приклади, формула множення. Характеризація просторів Гарді на осі в термінах перетворення Фур’є. Простіша формула обернення. Згортка функцій, нерівність Юнга, перетворення Фур’є згортки. Перетворення Фур’є в просторах квадратично-інтегрованих функцій та простори Гарді, теорема Планшереля. Унітарність оператора Фур’є, теорема єдиності. Теорема Вінера-Пелі. Простори Гарді у напівплощині та крузі, формулі перетворення. Умова Бляшке, добуток Бляшке, внутрішні функції та їх зображення, факторизація Рісса-Неванлінни, зовнішні функції та факторизація в просторах Гарді. Теорема Тітчмарша про згортку, експоненціальний тип. Перетворення Гільберта на осі: спряженні ядро та інтеграл Пуассона. Теорема М. Рісса про обмеженість оператора Гільберта в лебеговських просторах.</p> <p><b>Тема 9. МАКСИМАЛЬНІ ФУНКЦІЇ ГАРДІ—ЛІТЛВУДА ТА ЇХ ЗАСТОУВАННЯ</b></p> <p>Означення максимального інтегралу Пуассона, теорема Гарді-Літлвуда про оцінку максимального інтеграла Пуассона. Переставлення та максимальна функція Гарді-Літлвуда, нерівність Гарді про опера-тор усереднення. “Risingsumlemma” Ф. Рісса та максимальна теорема Гарді-Літлвуда. Максимальний оператор Гарді-Літлвуда та його обмеженість. Міри Карлесона, приклади. Геометрична характеристика мір Карлесона (теорема Карлесона). Аналітичний критерій мір Карлесона</p>

<i>Назва п/п</i>	<i>Короткі інформація</i>
<b>Теми лекційних занять</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Ряди Фур'є: ядра Фейєра, сумовність за Чезаро, типи рядів Фур'є</li> <li>- Гармонійні функції в крузі: зображення інтегралами Пуассона, класи функцій, недотичні граничні значення</li> <li>- Аналітичні функції в крузі: простори Гарді та Неванлінни</li> <li>- Формули Йєнсена та їх висновки, нерівність Йєнсена, логарифмічний інтеграл</li> <li>- Добутки та умова Бляшке, властивості нескінченних добутків Бляшке. Теореми відщеплення.</li> <li>- Внутрішні функції: означення, класи, зображення, факторизація.</li> <li>- Зовнішні функції: означення, зображення, екстремальні властивості. Принцип максимуму Смірнова, внутрішньо-зовнішня факторизація, параметризація просторів Гарді та Неванлінни.</li> <li>- Спряжене ядро та інтеграл Пуассона, його граничні значення. Перетворення Гільберта.</li> <li>- Теорема М. Рісса про обмеженість оператора Гільберта. Оператор Гільберта в просторах обмежених, неперервних та гладких функцій.</li> <li>- Диск-алгебра: замкнені та максимальні ідеали, множини та функції піку, теорема про корону.</li> <li>- Зображення функцій із просторів Гарді за допомогою інтегралів Коші. Теорема про стрибок та формула Племеля-Сохоцького.</li> <li>- Екстремальна проблема Сегьо, обчислення функції Сегьо.</li> <li>- Граничні теореми Сегьо та детермінанти Теплиця. Ортогональні поліноми на одиничному колі.</li> <li>- Інтеграл Пуассона у на півплощині та класи гармонійних функцій.</li> <li>- Простори Гарді у напівплощині.</li> <li>- Перетворення Фур'є, теорема Вінера-Пелі.</li> <li>- Максимальні функції Гарді-Літлвуда та їх застосування.</li> <li>- Міри Карлесона.</li> </ul>
<b>Теми семінарських занять</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Константи Лебега та розбіжність рядів Фур'є неперервних функцій.</li> <li>- Простори Гарді гармонійних функцій.</li> <li>- Оцінки зростання функцій із просторів Гарді та Неванлінни.</li> <li>- Нерівності Фейєра-Рісса та Гарді, матриця Гільберта.</li> <li>- Арифметика внутрішніх функцій.</li> <li>- Теорема Бьорлінга-Срінівасана-Ванга.</li> <li>- Теорема Колмогорова про слабкий тип перетворення Гільберта.</li> <li>- Диск-алгебра та алгебра Вінера.</li> <li>- Простори Гарді в одиничному крузі та на півплощині. Факторизація функцій із просторів Гарді.</li> <li>- Оцінки максимального інтегралу Пуассона.</li> <li>- Максимальна теорема Гарді-Літлвуда.</li> </ul>



<i>Назва п/п</i>	<i>Короткі інформація</i>
<b>Теми для самостійної роботи</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Теорема братів Рісс: кілька точок зору.</li> <li>- Теорема Карлемана та ізопериметрична нерівність.</li> <li>- Аналітичність внутрішніх функцій поза одиничним кругом.</li> <li>- Наближення внутрішніми функціями та добутками Бляшке (теорія Фростмана).</li> <li>- Крайні точки одиничної кулі в просторах Гарді.</li> <li>- Застосування теореми М. Рісса в теорії рядів Фур'є.</li> <li>- Теорема Фату та Рудіна-Карлесона про оператор сліду.</li> <li>- Теорема Вермера про максимальні підалгебри.</li> <li>- Матриці Теплиця та тригонометрична проблема моментів.</li> <li>- Асимптотика ортогональних поліномів та ядер Кристофеля.</li> <li>- Зображення функцій із просторів Гарді у на півплощині інтегралами Коші.</li> <li>- Нерівність Юнга для згортки. Теорема Тітчмарша про згортку.</li> <li>- Перетворення Гільберта на дійсній осі.</li> </ul>
<b>Підсумковий контроль, форма</b>	Іспит/екзамен
<b>Пререквізити</b>	Комплексний аналіз, дійсний аналіз, елементи функціонального аналізу.
<b>Постреквізити</b>	Оволодіння основними положеннями навчальної дисципліни дозволить застосовувати їх до дослідження різноманітних проблем теорії аналітичних функцій та теорії операторів у просторах таких функцій..
<b>Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу</b>	В процесі навчання використовуються лекції, презентації, методичні матеріали та спеціальна література.

<b>Необхідне обладнання</b>	Технічні засоби, необхідні для демонстрації презентацій, загально вживані програми і операційні системи.																													
<b>Шкала оцінювання</b>	<p>Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою:</p> <table border="1" data-bbox="748 240 1966 715"> <thead> <tr> <th rowspan="2">СУМА БАЛІВ</th> <th rowspan="2">ОЦІНКА ЄКТС</th> <th colspan="2">ОЦІНКА ЗА НАЦІОНАЛЬНОЮ ШКАЛОЮ</th> </tr> <tr> <th>екзамен</th> <th>залік</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>90-100</td> <td>A</td> <td>відмінно</td> <td rowspan="4">зараховано</td> </tr> <tr> <td>82-89</td> <td>B</td> <td rowspan="2">добре</td> </tr> <tr> <td>75-81</td> <td>C</td> </tr> <tr> <td>64-74</td> <td>D</td> </tr> <tr> <td>60-63</td> <td>E</td> <td>задовільно</td> <td rowspan="3">не зараховано</td> </tr> <tr> <td>35-59</td> <td>FX</td> <td rowspan="2">незадовільно</td> </tr> <tr> <td>1-34</td> <td>F</td> </tr> </tbody> </table>				СУМА БАЛІВ	ОЦІНКА ЄКТС	ОЦІНКА ЗА НАЦІОНАЛЬНОЮ ШКАЛОЮ		екзамен	залік	90-100	A	відмінно	зараховано	82-89	B	добре	75-81	C	64-74	D	60-63	E	задовільно	не зараховано	35-59	FX	незадовільно	1-34	F
СУМА БАЛІВ	ОЦІНКА ЄКТС	ОЦІНКА ЗА НАЦІОНАЛЬНОЮ ШКАЛОЮ																												
		екзамен	залік																											
90-100	A	відмінно	зараховано																											
82-89	B	добре																												
75-81	C																													
64-74	D																													
60-63	E	задовільно	не зараховано																											
35-59	FX	незадовільно																												
1-34	F																													
<b>Критерії оцінювання</b>	<table border="1" data-bbox="613 727 2098 1431"> <thead> <tr> <th>Кількість балів</th> <th>Критерії оцінювання</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>90-100</td> <td>У відповіді повністю розкрито зміст питання. Матеріал викладено логічно, аргументовано, мова є грамотною, науковий стиль викладення матеріалу, вільне володіння термінологічним апаратом дисципліни. У відповіді продемонстровано високий рівень володіння матеріалом, що входить до навчальної програми, та продемонстровано високі практичні навички.</td> </tr> <tr> <td>75-89</td> <td>Відповідь досить повно розкриває зміст питання або розкриває основні (найважливіші) аспекти у запитанні, слухач володіє термінологічним апаратом дисципліни. У викладеному матеріалі слухач має помилки із аргументацією відповіді, недостатня логічність та послідовність викладення матеріалу. У відповіді продемонстровано високий рівень володіння матеріалом, що було викладено на лекціях, та середній рівень володіння практичним матеріалом.</td> </tr> <tr> <td>60-74</td> <td>Відповідь на контрольне питання є неповною, розкриває тільки деякі аспекти навчального матеріалу. Слухач припускається помилок у використанні термінології навчальної дисципліни. Рівень володіння матеріалом, що було викладено на лекціях, додатковим та практичним матеріалом є середнім.</td> </tr> <tr> <td>35-59</td> <td>У відповіді допущено суттєві помилки, які свідчать про незнання лекційного матеріалу або обов'язкової літератури; слухач слабо володіє термінологією дисципліни.</td> </tr> </tbody> </table>				Кількість балів	Критерії оцінювання	90-100	У відповіді повністю розкрито зміст питання. Матеріал викладено логічно, аргументовано, мова є грамотною, науковий стиль викладення матеріалу, вільне володіння термінологічним апаратом дисципліни. У відповіді продемонстровано високий рівень володіння матеріалом, що входить до навчальної програми, та продемонстровано високі практичні навички.	75-89	Відповідь досить повно розкриває зміст питання або розкриває основні (найважливіші) аспекти у запитанні, слухач володіє термінологічним апаратом дисципліни. У викладеному матеріалі слухач має помилки із аргументацією відповіді, недостатня логічність та послідовність викладення матеріалу. У відповіді продемонстровано високий рівень володіння матеріалом, що було викладено на лекціях, та середній рівень володіння практичним матеріалом.	60-74	Відповідь на контрольне питання є неповною, розкриває тільки деякі аспекти навчального матеріалу. Слухач припускається помилок у використанні термінології навчальної дисципліни. Рівень володіння матеріалом, що було викладено на лекціях, додатковим та практичним матеріалом є середнім.	35-59	У відповіді допущено суттєві помилки, які свідчать про незнання лекційного матеріалу або обов'язкової літератури; слухач слабо володіє термінологією дисципліни.																
Кількість балів	Критерії оцінювання																													
90-100	У відповіді повністю розкрито зміст питання. Матеріал викладено логічно, аргументовано, мова є грамотною, науковий стиль викладення матеріалу, вільне володіння термінологічним апаратом дисципліни. У відповіді продемонстровано високий рівень володіння матеріалом, що входить до навчальної програми, та продемонстровано високі практичні навички.																													
75-89	Відповідь досить повно розкриває зміст питання або розкриває основні (найважливіші) аспекти у запитанні, слухач володіє термінологічним апаратом дисципліни. У викладеному матеріалі слухач має помилки із аргументацією відповіді, недостатня логічність та послідовність викладення матеріалу. У відповіді продемонстровано високий рівень володіння матеріалом, що було викладено на лекціях, та середній рівень володіння практичним матеріалом.																													
60-74	Відповідь на контрольне питання є неповною, розкриває тільки деякі аспекти навчального матеріалу. Слухач припускається помилок у використанні термінології навчальної дисципліни. Рівень володіння матеріалом, що було викладено на лекціях, додатковим та практичним матеріалом є середнім.																													
35-59	У відповіді допущено суттєві помилки, які свідчать про незнання лекційного матеріалу або обов'язкової літератури; слухач слабо володіє термінологією дисципліни.																													

	1-34      Відповідь практично відсутня, слухач демонструє незнання лекційного матеріалу або обов'язкової літератури; не володіє термінологією
<b>Питання до іспиту/заліку</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Сумовність рядів Фур'є за Чезаро у лебеговських просторах.</li> <li>2. Типи рядів Фур'є в термінах середніх Чезаро.</li> <li>3. Зображення функцій згортками з ядрами Коші, Пуассона та Герглотца. Апроксимативні властивості ядер Пуассона.</li> <li>4. Гранична поведінка в середньому та оцінки інтегралів Пуассона. Теорема Гарнака.</li> <li>5. Класи гармонійних функцій та інтеграли Пуассона. Теорема Герглотца.</li> <li>6. Недотичні граничні значення інтеграла Пуассона, кут Штольца.</li> <li>7. Простори Гарді гармонійних функцій, оператор Пуассона. Рівномірна інтегрованість.</li> <li>8. Простори Гарді, Неванлінни та Смірнова.</li> <li>9. Формула та нерівність Йенсена, теорема про логарифмічний інтеграл.</li> <li>10. Теорема про монотонність середніх значень інтегралів.</li> <li>11. Умова Бляшке та клас функцій, які задовольняють цієї умови.</li> <li>12. Добутки Бляшке та їх властивості, критерій.</li> <li>13. Теорема Р. Неванлінни про клас <math>N</math>, наслідки.</li> <li>14. Теореми відщеплення для просторів Гарді, факторизація функцій із простору <math>H^1</math>.</li> <li>15. Теорема братів Рісс: <math>H^1</math>-доведення.</li> <li>16. Оцінки зростання функцій із просторів Гарді та Неванлінни. Приклад необмеженої функції, яка належить всім просторам <math>H^p</math>, <math>p &lt; \infty</math>.</li> <li>17. Дві теореми Смірнова про простори Гарді.</li> <li>18. Класи внутрішніх функцій, зображення сингулярних внутрішніх функцій. Теорема Ф. Рісса-Неванлінни.</li> <li>19. Арифметика внутрішніх функцій.</li> <li>20. Аналітичність та неперервність внутрішніх функцій поза одиничним кругом.</li> <li>21. Наближення скінченими добутками Бляшке, теорема Каратеодорі.</li> <li>22. Теорема про зсуви Фростмана, наближення внутрішніх функцій добутками Бляшке.</li> <li>23. Простір Смірнова та гранична нерівність Пуассона-Йенсена.</li> <li>24. Принцип максимуму Смірнова.</li> <li>25. Зовнішні функції та їх основні властивості.</li> <li>26. Екстремальна властивість Сегьо та критерій зовнішніх функцій.</li> <li>27. Внутрішньо-зовнішня факторизація.</li> <li>28. Теорема Бьорлігна-Срінівасана-Ванга.</li> <li>29. Параметризація просторів Гарді, Неванлінни та Смірнова.</li> <li>30. Крайні точки одиничної кулі простору <math>H^\infty</math>.</li> </ol>

	<ol style="list-style-type: none"> <li>31. Крайні точки одичної кулі простору <math>\mathbb{H}^1</math>.</li> <li>32. Радіальні граничні значення спряжених функцій.</li> <li>33. Перетворення Гільберта в лебеговських просторах, теорема М. Рісса.</li> <li>34. Перетворення Гільберта в просторі інтегрованих функцій, теорема Колмогорова.</li> <li>35. Перетворення Гільберта в просторах обмежених та неперервних функцій.</li> <li>36. Теорема Фату про множини піка для диск-алгебри.</li> <li>37. Теорема Рудіна-Карлесона про оператор сліду.</li> <li>38. Замкнені ідеали диск-алгебри.</li> <li>39. Теорема про корону для диск-алгебри.</li> <li>40. Перетворення Коші як функція в одичному крузі, зображення функцій інтегралами Коші.</li> <li>41. Теорема про стрибок та формула Племяля-Сохоцького.</li> <li>42. Екстремальна проблема Сегьо та обчислення функції Сегьо.</li> <li>43. Граничні теореми Сегьо та матриці Теплиця.</li> <li>44. Ортогональні поліноми на одичному колі.</li> <li>45. Інтеграл Пуассона у напівплощині та класи гармонійних функцій.</li> <li>46. Простори Гарді у напівплощині та їх зображення.</li> <li>47. Перетворення Фур'є (<math>L^1</math> - теорія).</li> <li>48. Теореми єдиності та обернення.</li> <li>49. Перетворення Фур'є (<math>L^2</math> - теорія) та простори Гарді.</li> <li>50. Теорема Тітчмарша про згортку.</li> </ol>
<b>Література для вивчення дисципліни:</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. К. Гофман. Банаховы пространства аналитических функций. Иностранная литература, М., 1963.</li> <li>2. П. Кусис. Введение в теорию пространств <math>\mathbb{H}^p</math>. Мир, М., 1984.</li> <li>3. И.И. Привалов. Граничные свойства аналитических функций. ГИТТЛ, М., 1950.</li> <li>4. Дж. Гарнетт. Ограниченные аналитические функции. Мир, М., 1984.</li> <li>5. N. Nikolski. Hardy spaces. Cambridge Studies in advanced mathematics, v.179, 2019.</li> <li>6. J. Mashreghi. Representation theorems in Hardy spaces. Cambridge University Press, 2009.</li> </ol>
<b>Додаткова література:</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Н.К. Никольский. Лекции об операторе сдвига. Наука, М., 1980.</li> <li>2. У. Гренандер, Г. Сегё. Теплицевы формы и их приложения. Иностранная литература, М., 1961.</li> <li>3. P. Duren. Theory of <math>\mathbb{H}^p</math> spaces. Academic Press, 1970.</li> <li>4. M. Rosenblum, J. Rovnyak. Topics in Hardy classes and univalent functions. Springer Basel, 1994.</li> </ol>
<b>Опитування</b>	Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.

