ФІЗИКО-ТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ НИЗЬКИХ ТЕМПЕРАТУР ім. Б.І. ВЄРКІНА НАЦІОНАЛЬНОЇ АКАДЕМІЇ НАУК УКРАЇНИ

З А Т В Е Р Д Ж У Ю

В.о. директора
ФТІНТ ім. Б.І. Вєркіна НАН України

_________________ М.І. Глущук

16 вересня 2020 р.

РОБОЧА ПРОГРАМА

навчальної дисципліни

КОМПЛЕКСНИЙ АНАЛІЗ ТА ЙОГО ПРИКЛАДАННЯ (ВБ 2)

з галузі знань «11 Математика і статистика»
за спеціальністю «111 Математика»

Рівень вищої освіти	третій (освітньо-науковий)
Освітня програма	доктор філософії
Форма навчання	денна
Загальний обсяг у кредитах Європейської кредитної трансферно-накопичувальної системи:	9

Харків - 2020

РОЗРОБЛЕНО ТА ВНЕСЕНО:

Фізико–технічним інститутом низьких температур ім. Б. І. Вєркіна
Національної академії наук України

РОЗРОБНИК ПРОГРАМИ:

Л.Б. Голінський – доктор фізико-математичних наук, старший науковий співробітник, провідний науковий співробітник відділу теорії функцій ФТІНТ ім. Б.І. Вєркіна НАН України

Програма затверджена Вченою радою Фізико–технічного інституту низьких температур
ім. Б. І. Вєркіна Національної академії наук України, 16 вересня 2020 р., протокол № 7.

1. Опис навчальної дисципліни

1.1 Головна мета курсу - дати введення в один з розділів сучасної математики, де успішно співпрацюють, взаємно збагачуючи один одного, функціональний аналіз, гармонічний аналіз і теорія аналітичних функцій. Метою курсу є також підготовка молодих фахівців, які володіють основами теорії функцій комплексної змінної, до читання сучасних статей про простори Гарді, ряди та перетворення Фур'є і їх застосування. Основний об'єкт вивчення є банахови простори аналітичних функцій в одиничному крузі та верхній напівплощині, близькі до просторів Гарді та основні елементи гармонічного аналізу.

1.2. Характеристики навчальної дисципліни

Форма навчання	Денна
Кількість кредитів	**9**
Загальна кількість годин	**270** год.
Рік підготовки	2-й
Семестр	3,4
Лекції	36 год.
Практичні, семінарські заняття	18 год.
Самостійна робота	216 год.

1.3 Анотація навчальної дисципліни

Предметом курсу є вивчення класів аналітичних та гармонійних функцій в одиничному крузі, в яких введена структура банахова або гільбертова простору. Йдеться в першу чергу про простори Гарді і диск-алгебру, а також про близькі простори Неванлінни і Смірнова. Кожен індивідуальний об'єкт (аналітична функція) вивчається за допомогою класичних методів комплексного аналізу. Основна увага при цьому приділяється граничним властивостями функцій з просторів Гарді і структурними характеристиками (факторизації функцій на найпростіші множники). З іншого боку, сучасні методи функціонального аналізу превалюють при вивченні просторів функцій (теорія замкнених ідеалів Бьорлінга-Рудіна, теорема Вермера про максимальні підалгебри). Розглянуто також застосування в теорії лінійних операторів (оператор спряження) і гармонійному аналізі (теорема Тітчмарша про згортку).

Пререквізити: Комплексний аналіз, дійсний аналіз, елементи функціонального аналізу.

2. Заплановані результати навчання

У результаті вивчення курсу аспірант повинен
знати:

- означення просторів Гарді та властивості їх граничної поведінки, гармонійно спряжені функції;
- означення та основні властивості апроксимативних одиниць, ядер Фейєра та сумовність за Чезаро;
- характеризацію класів гармонійних функцій в термінах поведінки відповідних інтегралів Пуассона;
- формули Йєнсена, нерівність Йєнсена та їх висновки;
- означення умови Бляшке, властивості нескінченних добутків Бляшке та теореми про відщеплення;
- оцінки зростання функцій із просторів Гарді і Неванлінни та поведінку коефіцієнтів Тейлора;

- означення внутрішніх функції, їх класи та зображення, теорему Ф. Рісса-Неванлінни про факторизацію внутрішніх функцій;
- означення та властивості простору Смірнова та принцип максимуму Смірнова;
- означення та властивості зовнішніх функцій, внутрішньо-зовнішню факторизацію;
- параметризацію функцій класів Гарді, Неванлінни та Смірнова;
- властивості спряженого ядра Пуассона та існування радіальних граничних значень спряжених
- інтегралів Пуассона;
- означення перетворення Гільберта і теорему М. Рісса про обмеженість оператора Гільберта;
- теорему Рудіна-Карлесона про оператор сліду;
- теорему про корону для диск-алгебри та теорему Вермера про максимальні підалгебри;
- властивості перетворення Коші, теорему про стрибок та формулу Племеля-Сохоцького;
- основні означення щодо просторів Гарді у напівплощині;
- основні означення з теорії перетворення Фур'є, теорему Вінера-Пелі;
- теорему Тітчмарша про згортку.

вміти:

- знаходити коефіцієнти Фур'є та середні Чезаро;
- знаходити оцінки інтегралів Пуассона;
- визначати належність функцій просторам Гарді та Неванлінни;
- знаходити гармонійно спряжені функції;
- знаходити добутки Бляшке та обчислювати зовнішні частини функцій із просторів Гарді;
- обчислювати функцію Сегьо;
- обчислювати перетворення Фур'є функцій.

розвинути загальні компетенції:

- Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.
- Здатність проводити дослідження на високому рівні.
- Здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації.
- Здатність бути критичним і самокритичним.
- Здатність до практичного застосовування знань.
- Вміння виявляти, ставити та розв'язувати актуальні проблеми.
- Здатність генерувати нові ідеї.
- Здатність до наукового мислення, володіння загальнонауковими (філософськими) компетентностями, спрямованими на формування системного наукового світогляду, професійної етики та загального культурного кругозору
- Дотримання морально-етичних правил поведінки та принципів академічної доброчесності, притаманних академічному середовищу

розвинути фахові компетенції:

- Вміння виявляти, чітко формулювати та розв'язувати математичні задачі.
- Здатність вибирати адекватний математичний апарат, використовувати відомі

теоретичні поняття та факти для розв’язання конкретних дослідницьких задач.

- Здатність доводити математичні твердження, отримувати висновки.
- Здатність перевіряти коректність математичних тверджень.
- Вміння встановлювати зв’язки між абстрактними математичними структурами і конкретними математичними об’єктами.
- Вміння встановлювати зв’язки між ідеями та об’єктами з різних галузей математики.
- Знання та розуміння фундаментальних методів логіки, математичного, комплексного та функціонального аналізу, алгебри, геометрії, топології, диференціальних рівнянь, тощо.
- Здатність застосовувати сучасні математичні методи до прикладних задач, знання та розуміння методів побудови та якісного і кількісного аналізу математичних моделей природних, техногенних, економічних та соціальних об'єктів та процесів.
- Здатність користуватися існуючими програмними засобами для проведення обчислень, оформлення результатів роботи тощо.
- Здобуття компетентностей, достатніх для викладання математичних дисциплін у вищих навчальних закладах.
- Здатність проведення самостійних досліджень на високому рівні.
- Вміння аналізувати математичні праці та виявляти мало досліджені та математично цікаві питання.
- Вміння будувати, досліджувати та застосовувати спеціальні математичні структури, використовувати їх у різних розділах математики.
- Знання фундаментальних праць провідних вітчизняних та закордонних учених у області дослідження.
- Здатність відслідковувати найважливіші праці, які з’являються у поточній спеціальній літературі.

Загальні програмні результати навчання:

- Мати високу загальну математичну ерудицію та фундаментальні знання в галузі спеціалізації.
- Знати методологічні принципи та методи математичного дослідження.
- Знати основи організації дослідницького наукового процесу.
- Формулювати робочі гіпотези досліджуваної проблеми, самостійно розв’язувати складні математичні задачі, доводити теореми, будувати приклади.
- Аналізувати математичні праці, визначати правильність викладених математичних фактів, оцінювати новизну та перспективність запропонованих ідей.
- Ініціювати, організовувати та проводити комплексні дослідження в галузі науково-дослідницької та інноваційної діяльності.
- Обирати нові перспективні напрямки досліджень.
- Представляти свої наукові результати англійською мовою в усній та письмовій формах.
- Розробляти наукові проекти та готувати заявки на наукові гранти (національні та міжнародні).
- Здатність працювати в команді.
- Здатність спілкуватися в діалоговому режимі з широкою науковою спільнотою, у тому числі, на міжнародному рівні.
- Здатність професійно презентувати результати своїх досліджень на наукових конференціях і семінарах (у тому числі, міжнародних), та кваліфіковано викладати результати досліджень у наукових статтях.
- Здатність презентувати свої результати широкій професійній аудиторії, яка не складається виключно зі спеціалістів у даній галузі.

- Здатність презентувати свою роботу нематематичній науковій та загальній (непрофесійній) аудиторіям
- Здатність діяти соціально відповідально та громадянсько свідомо, дотримуватись принципів академічної доброчесності.
- Здатність саморозвиватися і самовдосконалюватися, нести відповідальність за прийняття експертних рішень.
- Здатність приймати обґрунтовані рішення, мотивувати людей та рухатися до спільної мети

3. Тематичний план навчальної дисципліни

Розділ 1. Основи гармонічного аналізу.

Тема 1. Ряди Фур'є.

Коефіцієнти Фур'є, часткові суми та збіжність ряду Фур'є. Середні Чезаро, ядра Фейєра. Апроксимативні одиниці та їх властивості, сумовність за Чезаро у лебеговських просторах. Теорема єдиності для рядів Фур'є та лема Римана-Лебега. Типи рядів Фур'є. Ядра Дирихле, константи Лебега та розбіжність рядів Фур'є неперервних функцій.

Тема 2. Гармонійні та аналітичні функції в одиничному крузі.

Означення гармонійних функцій, гармонійно спряженні функції. Зображення Пуассона, Коші та Герглотца гармонійних та аналітичних функцій. Апроксимативні властивості ядер Пуассона, граничні значення інтегралу Пуассона. Гармонійні функції, які є інтегралами Пуассона певних класів функцій і мір. Недотичні граничні значення інтегралу Пуассона на одиничному колі, кути Штольця. Простори Гарді гармонійних функцій, оператор Пуассона. Рівномірна інтегрованість, критерії. Простори Гарді, Неванлінни і Смірнова: основні означення і властивості. Простори Гарді як підпростори лебеговських просторів. Теорема братів Рісс.

Розділ 2. Простори Гарді та перетворення Гільберта.

Тема 3. Простори Гарді і Неванлінни з точки зору комплексного аналізу.

Формули Йєнсена та їх висновки, нерівність Йєнсена. Теорема про логарифмічний інтеграл. Добутки та умова Бляшке, властивості нескінченних добутків Бляшке, критерій. Теореми відщеплення добутків Бляшке у різних класах функцій. Зростання функцій із просторів Гарді і Неванлінни, поведінка коефіцієнтів Тейлора. Теорема Фейєра-Рісса. Матриця Гільберта та нерівність Гарді. Ізопериметрична нерівність та теорема Карлемана

Тема 4. Параметризація просторів Гарді і Неванлінни: внутрішні та зовнішні функції.

Внутрішні функції: означення, класи та зображення. Теорема Ф. Рісса-Неванлінни про факторизацію внутрішніх функцій. Подільність та найбільший спільний дільник внутрішніх функцій. Аналітичність та неперервність внутрішніх функцій поза одиничним кругом. Наближення обмежених аналітичних функцій за допомогою добутків Бляшке (теорема Каратеодорі). Наближення внутрішніх функцій добутками Бляшке (теорія Фростмана). Простір Смірнова: означення та властивості. Принцип максимуму Смірнова. Зовнішні функції, їх зображення та властивості, екстремальна властивість Сегьо зовнішніх функцій, критерій. Приклади зовнішніх функцій. Внутрішньо-зовнішня факторизація, внутрішня та зовнішня частини функцій із просторів Гарді, Неванлінни та Смірнова. Теорема Бьорлінга про замкнену лінійну оболонку. Повна параметризація функцій класів Гарді, Неванлінни та Смірнова. Дві проблеми про крайні точки одиничного шару у просторах Гарді.

Тема 5. Гармонійно спряжені функції і перетворення Гільберта.

Радіальні граничні значення функції, гармонійно спряженої до інтеграла Пуассона скінченної міри. Спряжене ядро Пуассона та його властивості. Існування радіального граничного значення. Перетворення Гільберта в лебеговських просторах як сингулярний інтегральний оператор. Теорема М. Рісса про обмеженість оператора Гільберта. Оператор Гільберта у просторах гладких функцій. Проектор Рісса та його властивості, можливість доповнення просторів Гарді у лебеговських просторах. Перетворення Гільберта в просторі інтегрованих функцій, теорема Колмогорова про слабкий тип. Перетворення Гільберта в просторах обмежених та неперервних функцій, приклади, гармонійна міра. Застосування теореми М. Рісса в теорії рядів Фур'є: оцінка часткових сум.

Тема 6. Диск-алгебра.

Конструкція Фату та проблема продовження неперервної функції з множини на одиничному колі до функції із диск-алгебри: множини піка та функції піка, приклади. Конструкція Фату та теорема братів Рісс. Теорема Рудіна—Карлесона про оператор сліду. Замкнені ідеали диск-алгебри, зв'язок з внутрішньо-зовнішньою факторизацією. Приклади замкнених ідеалів. Теорема Бьорлінга-Рудіна про замкнені ідеали диск-алгебри. Максимальні ідеали диск-алгебри. Теорема про корону в диск-алгебрі. Теорема Вермера про максимальні замкнені підалгебри алгебри неперервних функцій на колі.

Розділ 3. Застосування просторів Гарді.

Тема 7. Перетворення Коші та екстремальні проблеми.

Перетворення Коші міри як функція в одиничному крузі, оцінки зростання перетворення Коші, приклад Пуанкаре. Зображення функцій із просторів Гарді за допомогою інтегралів Коші. Перетворення Коші у зовнішності круга та теорема Фату про стрибок. Формула Племеля-Сохоцького. Екстремальні проблеми Сегьо та М. Рісса, функції Сегьо та М. Рісса. Обчислення функції Сегьо: теорема Сегьо-Верблунського-Колмогорова. Теорема Сегьо про повноту експоненціальних функцій в просторах Лебега. Граничні теореми Сегьо та матриці Тепліца, асимптотична поведінка детермінантів Тепліца. Тригонометрична проблема моментів, додатно-означені послідовності. Ортогональні поліноми на одиничному колі: означення та властивості, ядра Кристофеля та формула Кристофеля-Дарбу. Функція Сегьо та ортогональні поліноми. Асимптотика ортогональних поліномів та ядер Кристофеля.

Тема 8. Простори Гарді у напівплощині.

Гармонійні функції у напівплощині, ядра та інтеграли Пуассона: властивості, зображення. Невід'ємні гармонійні функції та їх зображення. Існування недотичних граничних значень та гранична поведінка інтегралів Пуассона. Класи гармонійних функцій у напівплощині та інтеграли Пуассона. Простори Гарді у напівплощині в порівнянні з просторами Гарді в крузі. Зображення функцій із просторів Гарді інтегралами Коші. Простори Гарді на дійсній осі. Аналітичні міри та теорема братів Рісс для дійсної осі. Перетворення Фур'є в просторі інтегрованих функцій на осі: властивості, приклади, формула множення. Характеризація просторів Гарді на осі в термінах перетворення Фур'є. Простіша формула обернення. Згортка функцій, нерівність Юнга, перетворення Фур'є згортки. Перетворення Фур'є в просторах квадратично-інтегрованих функцій та простори Гарді, теорема Планшереля. Унітарність оператора Фур'є, теорема єдиності. Теорема Вінера-Пелі. Простори Гарді у напівплощині та крузі, формулі перетворення. Умова Бляшке, добуток Бляшке, внутрішні функції та їх зображення, факторизація Рісса-Неванлінни, зовнішні функції та факторизація в просторах Гарді. Теорема Тітчмарша про згортку, експоненціальний тип. Перетворення Гільберта на осі: спряженні ядро та інтеграл Пуассона. Теорема М. Рісса про обмеженість оператора Гільберта в лебеговських просторах.

Тема 9. Максимальні функції Гарді-Літлвуда та їх застосування.

Означення максимального інтегралу Пуассона, теорема Гарді-Літлвуда про оцінку максимального інтеграла Пуассона. Переставлення та максимальна функція Гарді-Літлвуда, нерівність Гарді про опера-тор усереднення. “Risingsumlemma” Ф. Рісса та максимальна теорема Гарді-Літлвуда. Максимальний оператор Гарді-Літлвуда та його обмеженість. Міри Карлесона, приклади. Геометрична характеризація мір Карлесона (теорема Карлесона). Аналітичний критерій мір Карлесона

4. Структура навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин				
	Аудиторні години				
	Усього	у тому числі			Самост робота
		лекц	сем	практ	
1	2	3	4	5	6
Розділ 1. ***Основи гармонічного аналізу***					
Тема 1. Ряди Фур’є.	26	4			22
Тема 2. Гармонійні та аналітичні функції в одиничному крузі.	34	4	4		26
Разом за розділом 1	**60**	**8**	**4**		**48**
Розділ 2. ***Простори Гарді та перетворення Гільберта***					
Тема 3. Простори Гарді і Неванлінни з точки зору комплексного аналізу.	30	4	2		24
Тема 4. Параметризація просторів Гарді і Неванлінни: внутрішні та зовнішні функції.	30	4	2		24
Тема 5. Гармонійно спряжені функції та перетворення Гільберта.	36	4	2		30
Тема 6. Диск-алгебра.	24	4	2		18
Разом за розділом 2	**120**	**16**	**8**		**96**
Розділ 3. ***Застосування просторів Гарді.***					
Тема 7. Перетворення Коші та екстремальні проблеми.	28	4	2		22
Тема 8. Простори Гарді у напівплощині.	36	4	2		30
Тема 9. Максимальні функції Гарді-Літлвуда та їх застосування.	26	4	2		20
Разом за розділом 3	**90**	**12**	**6**		**72**
Підготовка до екзамену.	6				6
Усього годин	**270**	**36**	**18**		**216**

Теми семінарських занять

- Константи Лебега та розбіжність рядів Фур’є неперервних функцій.
- Простори Гарді гармонійних функцій.
- Оцінки зростання функцій із просторів Гарді та Неванлінни.

- Нерівності Фейєра-Рісса та Гарді, матриця Гільберта.
- Арифметика внутрішніх функцій.
- Теорема Бьорлінга-Срінівасана-Ванга.
- Теорема Колмогорова про слабкий тип перетворення Гільберта.
- Диск-алгебра та алгебра Вінера.
- Простори Гарді в одиничному крузі та на півплощині. Факторизація функцій із просторів Гарді.
- Оцінки максимального інтегралу Пуассона.
- Максимальна теорема Гарді-Літлвуда.

Теми для самостійної роботи

- Теорема братів Рісс: кілька точок зору.
- Теорема Карлемана та ізопериметрична нерівність.
- Аналітичність внутрішніх функцій поза одиничним кругом.
- Наближення внутрішніми функціями та добутками Бляшке (теорія Фростмана).
- Крайні точки одиничної кулі в просторах Гарді.
- Застосування теореми М. Рісса в теорії рядів Фур'є.
- Теореми Фату та Рудіна-Карлесона про оператор сліду.
- Теорема Вермера про максимальні підалгебри.
- Матриці Теплиця та тригонометрична проблема моментів.
- Асимптотика ортогональних поліномів та ядер Кристофеля.
- Зображення функцій із просторів Гарді у на півплощині інтегралами Коші.
- Нерівність Юнга для згортки. Теорема Тітчмарша про згортку.
- Перетворення Гільберта на дійсній осі.

5. Методи контролю

поточний (домашні завдання); підсумковий екзамен (у формі письмової роботи)

6. Схема нарахування балів

Поточний контроль				Екзамен	Сума
Розділ 1 Теми 1-2	**Розділ 2 Теми 3-6**	**Розділ 3 Теми 7-9**	Разом		
15	25	20	60	40	100

7. Методи навчання

В процесі навчання використовуються лекції, презентації, методичні матеріали та спеціальна література.

8. Шкала оцінювання

Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою:

СУМА БАЛІВ	ОЦІНКА ЄКТС	ОЦІНКА ЗА НАЦІОНАЛЬНОЮ ШКАЛОЮ

		екзамен	залік
90-100	A	відмінно	зараховано
82-89	B	добре	
75-81	C		
64-74	D	задовільно	
60-63	E		
35-59	FX	незадовільно	не зараховано

9. Критерії оцінювання

Кількість балів	Критерії оцінювання
90-100	Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання виконані в повному обсязі, відмінна робота без помилок або з однією незначною помилкою.
75-89	Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання виконані, якість виконання жодного з них не оцінено мінімальним числом балів, деякі види завдань виконані з помилками, робота з декількома незначними помилками, або з однією – двома значними помилками.
60-74	Теоретичний зміст курсу освоєний не повністю, але прогалини не носять істотного характеру, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, більшість передбачених програмою навчання навчальних завдань виконано, деякі з виконаних завдань, містять помилки, робота з трьома значними помилками.
35-59	Теоретичний зміст курсу не освоєно, необхідні практичні навички роботи не сформовані, у роботіі допущено суттєві помилки, які свідчать про незнання лекційного матеріалу або обов'язкової літератури; слухач слабо володіє термінологією дисципліни.
1-34	Теоретичний зміст курсу не освоєно, необхідні практичні навички роботи не сформовані, всі виконані навчальні завдання містять грубі помилки, Відповідь практично відсутня, слухач демонструє незнання лекційного матеріалу або обов'язкової літератури; не володіє термінологією

10. Орієнтовні питання до іспиту

1. Сумовність рядів Фур'є за Чезаро у лебеговських просторах.
2. Типи рядів Фур'є в термінах середніх Чезаро.
3. Зображення функцій згортками з ядрами Коші, Пуассона та Герглотца. Апроксимативні властивості ядер Пуассона.
4. Гранична поведінка в середньому та оцінки інтегралів Пуассона. Теорема Гарнака.
5. Класи гармонійних функцій та інтеграли Пуассона. Теорема Герглотца.
6. Недотичні граничні значення інтеграла Пуассона, кут Штольця.
7. Простори Гарді гармонійних функцій, оператор Пуассона. Рівномірна інтегрованість.
8. Простори Гарді, Неванлінни та Смірнова.
9. Формула та нерівність Йєнсена, теорема про логарифмічний інтеграл.

10. Теорема про монотонність середніх значень інтегралів.
11. Умова Бляшке та клас функцій, які задовольняють цієї умови.
12. Добутки Бляшке та їх властивості, критерій.
13. Теорема Р. Неванлінни про клас N, наслідки.
14. Теореми відщеплення для просторів Гарді, факторизація функцій із простору H^1.
15. Теорема братів Рісс: H^1-доведення.
16. Оцінки зростання функцій із просторів Гарді та Неванлінни. Приклад необмеженої функції, яка належить всім просторам H^p, $p<\infty$.
17. Дві теореми Смірнова про простори Гарді.
18. Класи внутрішніх функцій, зображення сингулярних внутрішніх функцій. Теорема Ф. Рісса-Неванлінни.
19. Арифметика внутрішніх функцій.
20. Аналітичність та неперервність внутрішніх функцій поза одиничним кругом.
21. Наближення скінченими добутками Бляшке, теорема Каратеодорі.
22. Теорема про зсуви Фростмана, наближення внутрішніх функцій добутками Бляшке.
23. Простір Смірнова та гранична нерівність Пуссона-Йєнсена.
24. Принцип максимуму Смірнова.
25. Зовнішні функції та їх основні властивості.
26. Екстремальна властивість Сегьо та критерій зовнішніх функцій.
27. Внутрішньо-зовнішня факторизація.
28. Теорема Бьорлігна-Срінівасана-Ванга.
29. Параметризація просторів Гарді, Неванлінни та Смірнова.
30. Крайні точки одиничної кулі простору H^∞.
31. Крайні точки одиничної кулі простору H^1.
32. Радіальні граничні значення спряжених функцій.
33. Перетворення Гільберта в лебеговських просторах, теорема М. Рісса.
34. Перетворення Гільберта в просторі інтегрованих функцій, теорема Колмогорова.
35. Перетворення Гільберта в просторах обмежених та неперервних функцій.
36. Теорема Фату про множини піка для диск-алгебри.
37. Теорема Рудіна-Карлесона про оператор сліду.
38. Замкнені ідеали диск-алгебри.
39. Теорема про корону для диск-алгебри.
40. Перетворення Коші як функція в одиничному крузі, зображення функцій інтегралами Коші.
41. Теорема про стрибок та формула Племеля-Сохоцького.
42. Екстремальна проблема Сегьо та обчислення функції Сегьо.
43. Граничні теореми Сегьо та матриці Теплиця.
44. Ортогональні поліноми на одиничному колі.
45. Інтеграли Пуассона у напівплощині та класи гармонійних функцій.
46. Простори Гарді у напівплощині та їх зображення.
47. Перетворення Фур'є (L^1 - теорія).
48. Теореми єдиності та обернення.
49. Перетворення Фур'є (L^2 - теорія) та простори Гарді.
50. Теорема Тітчмарша про згортку.

11. Література

Основна:

1. К. Гофман. Банаховы пространства аналитических функций. Иностранная литература, М., 1963.
2. П. Кусис. Введение в теорию пространств H^p. Мир, М., 1984.
3. И.И. Привалов. Граничные свойства аналитических функций. ГИТТЛ, М., 1950.

4. Дж. Гарнетт. Ограниченные аналитические функции. Мир, М., 1984.
5. N. Nikolski. Hardy spaces. Cambridge Studies in advanced mathematics, v.179, 2019.
6. J. Mashreghi. Representation theorems in Hardy spaces. Cambridge University Press, 2009.

Додаткова:

1. Н.К. Никольский. Лекции об операторе сдвига. Наука, М., 1980.
2. У. Гренандер, Г. Сегё. Теплицевы формы и их приложения. Иностранная литература, М., 1961.
3. P. Duren. Theory of H^p spaces. Academic Press, 1970.
4. M. Rosenblum, J. Rovnyak. Topics in Hardy classes and univalent functions. Springer Basel, 1994