

Додаток №1
до Положення щодо розробки силябусу
компонентів освітньо-наукової програми з
підготовки докторів філософії у
ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна НАН України

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ФІЗИКО-ТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ НИЗЬКИХ ТЕМПЕРАТУР ім. Б.І. ВЕРКІНА
НАЦІОНАЛЬНОЇ АКАДЕМІЇ НАУК УКРАЇНИ

ЗАТВЕРДЖУЮ

В.О. Директора
ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна
НАН України



« 07 » 07 2020 р.

СИЛАБУС
навчальної дисципліни
МЕТОДИ СУЧАСНОЇ СПЕКТРАЛЬНОЇ ТЕОРІЇ ОПЕРАТОРІВ (ВБ 1)
2020-2021 навчальний рік

з галузі знань «11 Математика і статистика»
за спеціальністю «111 Математика»

РОЗРОБНИК:

М.В. Щербина – доктор фізико-математичних наук, старший науковий співробітник,
член-кор. НАН України, завідувач відділу математичної фізики ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна
НАН України

Погоджено Вченою радою Математичного відділення ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна НАН України
06.07.2020 р., протокол № 4.

Затверджено Вченою радою Фізико-технічного інституту низьких температур
ім. Б. І. Веркіна Національної академії наук України, 07.07. 2020 р., протокол № 5.

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ФІЗИКО-ТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ НИЗЬКИХ ТЕМПЕРАТУР ім. Б.І. ВЕРКІНА
НАЦІОНАЛЬНОЇ АКАДЕМІЇ НАУК УКРАЇНИ

СИЛАБУС
навчальної дисципліни
МЕТОДИ СУЧАСНОЇ СПЕКТРАЛЬНОЇ ТЕОРІЇ ОПЕРАТОРІВ
2020-2021 навчальний рік

<i>Назва п/п</i>	<i>Коротка інформація</i>
Назва	МЕТОДИ СУЧАСНОЇ СПЕКТРАЛЬНОЇ ТЕОРІЇ ОПЕРАТОРІВ ОСТОРИ
Адреса викладання	м. Харків, пр. Науки, 47
Рівень вищої освіти	Третій освітньо-науковий рівень
Галузі знань	11 «Математика і статистика»
Шифр та назва спеціальності	111 Математика
Викладач /-чі/	д. ф.-м. н., с. н. с., член-кор. НАНУ Щербина М.В.
Контактна інформація викладача (-ів)	shcherbi@ilt.kharkov.ua
Графік занять	За розкладом
Консультації по курсу відбуваються	Понеділок, середа 15.00-17.00. пр. Науки, 47, корпус Біо, к. 213; он-лайн консультації через Skype або Wiber (для узгодження часу писати на електронну пошту)
Сторінка курсу	https://

<i>Назва n/n</i>	<i>Коротка інформація</i>
Інформація про навчальну дисципліну	Дисципліна «Методи сучасної спектральної теорії операторів» є дисципліною вільного вибору, яка входить до циклу професійної підготовки за спеціальністю 111 «Математика» на третьому /освітньо-науковому/ рівні підготовки доктора філософії з математики. Дана дисципліна викладається у 3-4 семестрах підготовки в обсязі 9 кредитів за Європейською кредитно-трансферною системою /ECTS/.
Анотація	Несамоспряжені оператори виникають у багатьох задачах теоретичної та математичної фізики, а також у численних прикладних задачах з інших розділів науки. Спектральні властивості таких операторів, зокрема, поводження їх власних значень під впливом певних збурень грають величезну роль при вивченні рішень диференціальних та інтегральних рівнянь, дослідженні динамічних систем, вивченні поведінки випадкових матриць великих розмірів, тощо. Курс теорії несамоспряжених операторів в значною мірою буде присвячено вивченню методів спектрального аналізу компактних несамоспряжених операторів, зокрема, поведінки їх S -чисел під впливом адитивних та мультиплікативних збурень, а також аналізу ядерних операторів та операторів Гільберта-Шмідта.
Мета та цілі	Метою курсу є ознайомлення студентів з поняттями та методами теорії нескінченновимірних несамоспряжених операторів у гільбертовому просторі та вивчення особливостей застосування цих методів для широкого класу прикладних задач, які виникають у фізиці і механіці.
Загальний обсяг у кредитах Європейської кредитно-трансферної системи /ECTS/	9 кредитів
Загальна кількість годин	270 годин
Структура	54 години аудиторних: з них 36 годин лекцій, 18 годин семінарських занять, 216 годин самостійної роботи.

<i>Назва п/п</i>	<i>Коротка інформація</i>
Очікувані результати навчання	<p>У результаті вивчення курсу аспірант повинен знати:</p> <ul style="list-style-type: none"> · поняття компактного оператора; · визначення резольвенти та спектру; · поняття про голоморфну оператор-функцію · поняття про s-числа компактних операторів та їх мінімаксні властивості; · нерівності, що пов'язують власні значення та s-числа цілком неперервних операторів та їх збурення у випадках адитивної та мультиплікативної деформації операторів; · поняття про ядерні оператори та оператори Гільберта-Шмідта · теореми про залежність швидкості збігання власних значень до нуля від гладкості ядер інтегральних операторів; · поняття про детермінанти Фредгольма та їх застосування при вирішенні інтегральних рівнянь
Ключові слова	несамоспряжені оператори, спектральні властивості, власні значення, s -числа компактних операторів
Програма навчальної дисципліни	<p>Програма навчальної дисципліни складається з 4-х розділів:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Основні відомості з теорії операторів. 2. S-числа компактних операторів та їх властивості. 3. Класи ядерних операторів та операторів Гільберта-Шмідта 4. Детермінанти Фредгольма інтегральних операторів

<i>Назва п/п</i>	<i>Коротка інформація</i>
Короткий опис змісту тем	<p>Розділ 1. Основні відомості з теорії операторів. Тема 1. Попередні відомості з теорії операторів: норма оператора, резольвента оператору, резольвентна множина та спектр оператора, класифікація точок спектру Тема 2 Оператори Вальтера та їх властивості Тема 3. Поняття про нормальні точки обмеженого оператора. Стійкість кореневих кратностей оператору. Тема 4. Теорема про голоморфну оператор-функцію та її наслідки. Тема 5. Лема Шура про трикутну матрицю компактного оператору</p> <p>Розділ 2. S-числа компактных операторів та їх властивості. Тема 6. Основні спектральні властивості компактных операторів: точковий спектр, збігання власних значень до 0. Тема 7. S-числа цілком неперервних операторів, їх мінімаксні та інші прості властивості. Тема 8. Нерівності, які пов'язують s-числа, власні числа та діагональні елементи компактных операторів. Тема 9. Нерівності для s-чисел суми та добутку цілком неперервних операторів.</p> <p>Розділ 3. Класи ядерних операторів та операторів Гільберта-Шмідта. Тема 10. Симетрично-нормовані ідеали у просторі операторів Тема 11. Ознаки ядерності операторів та формули знаходження слідів. Тема 12. Теореми про залежність швидкості збігання власних значень до нуля від гладкості ядер інтегральних операторів;</p> <p>Розділ 4. Детермінанти Фредгольма інтегральних операторів Тема 13. Понятті про детермінанти Фредгольма інтегральних операторів Тема 14. Застосування детермінантів Фредгольма до вирішення інтегральних рівнянь</p>

<i>Назва n/n</i>	<i>Коротка інформація</i>
Теми семінарських занять	<ul style="list-style-type: none"> - Операторнозначні голоморфні функції . Теорема Коші для голоморфних функцій - Ідеал компактних операторів та його властивості - Власні та кореневі підпростори компактних операторів - Мінімаксні властивості власних значень самоспряжених компактних операторів - Нерівності для S-чисел суми та добутку операторів - Нерівності для опуклих функцій від S-чисел компактних операторів - Інтегральні оператори Гільберта-Шмідта у просторі $L_2[a,b]$ - Ядерні оператори у просторі $L_2[a,b]$ - Властивості детермінантів Фредгольма та їх використання в теорії випадкових матриць
Теми для самостійної роботи	<ul style="list-style-type: none"> - Функції від операторів та побудова розкладання одиниці. - Простота спектру та циклічні вектори. - Інваріантні підпростори для операторів. Існування інваріантного підпростору для компактних операторів. - Нерівності для власних значень компактних самоспряжених операторів. - Характеристичний детермінант для ядерного оператора. - Регуляризовані характеристичні детермінанти ядерних операторів.
Підсумковий контроль, форма	Іспит/екзамен
Пререквізити	Комплексний аналіз, дійсний аналіз, елементи спектральної теорії операторів
Постреквізити	Оволодіння основними положеннями навчальної дисципліни дозволить застосовувати їх до дослідження різноманітних задач математичної фізики
Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу	В процесі навчання використовуються лекції, презентації, методичні матеріали та спеціальна література.

Назва п/п	Коротка інформація																													
Необхідне обладнання	Технічні засоби, необхідні для демонстрації презентацій, загально вживані програми.																													
Шкала оцінювання	<p>Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою:</p> <table border="1" data-bbox="734 300 1957 735"> <thead> <tr> <th data-bbox="734 300 1005 352">СУМА БАЛІВ</th> <th data-bbox="1005 300 1279 352">ОЦІНКА ЄКТС</th> <th colspan="2" data-bbox="1279 300 1957 352">ОЦІНКА ЗА НАЦІОНАЛЬНОЮ ШКАЛОЮ</th> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <th data-bbox="1279 352 1630 405">екзамен</th> <th data-bbox="1630 352 1957 405">залік</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="734 405 1005 458">90-100</td> <td data-bbox="1005 405 1279 458">A</td> <td data-bbox="1279 405 1630 458">відмінно</td> <td data-bbox="1630 405 1957 683" rowspan="4">зараховано</td> </tr> <tr> <td data-bbox="734 458 1005 510">82-89</td> <td data-bbox="1005 458 1279 510">B</td> <td data-bbox="1279 458 1630 571" rowspan="2">добре</td> </tr> <tr> <td data-bbox="734 510 1005 563">75-81</td> <td data-bbox="1005 510 1279 563">C</td> </tr> <tr> <td data-bbox="734 563 1005 616">64-74</td> <td data-bbox="1005 563 1279 616">D</td> <td data-bbox="1279 563 1630 683" rowspan="2">задовільно</td> </tr> <tr> <td data-bbox="734 616 1005 683">60-63</td> <td data-bbox="1005 616 1279 683">E</td> </tr> <tr> <td data-bbox="734 683 1005 735">35-59</td> <td data-bbox="1005 683 1279 735">FX</td> <td data-bbox="1279 683 1630 735">незадовільно</td> <td data-bbox="1630 683 1957 735">не зараховано</td> </tr> </tbody> </table>				СУМА БАЛІВ	ОЦІНКА ЄКТС	ОЦІНКА ЗА НАЦІОНАЛЬНОЮ ШКАЛОЮ				екзамен	залік	90-100	A	відмінно	зараховано	82-89	B	добре	75-81	C	64-74	D	задовільно	60-63	E	35-59	FX	незадовільно	не зараховано
СУМА БАЛІВ	ОЦІНКА ЄКТС	ОЦІНКА ЗА НАЦІОНАЛЬНОЮ ШКАЛОЮ																												
		екзамен	залік																											
90-100	A	відмінно	зараховано																											
82-89	B	добре																												
75-81	C																													
64-74	D	задовільно																												
60-63	E																													
35-59	FX	незадовільно	не зараховано																											
Критерії оцінювання	<table border="1" data-bbox="618 794 2096 1409"> <thead> <tr> <th data-bbox="618 794 763 863">Кількість балів</th> <th data-bbox="763 794 2096 863">Критерії оцінювання</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="618 863 763 1007">90-100</td> <td data-bbox="763 863 2096 1007">У відповіді повністю розкрито зміст питання. Матеріал викладено логічно, аргументовано, мова є грамотною, науковий стиль викладення матеріалу, вільне володіння термінологічним апаратом дисципліни. У відповіді продемонстровано високий рівень володіння матеріалом, що входить до навчальної програми, та продемонстровано високі практичні навички.</td> </tr> <tr> <td data-bbox="618 1007 763 1182">75-89</td> <td data-bbox="763 1007 2096 1182">Відповідь досить повно розкриває зміст питання або розкриває основні (найважливіші) аспекти у запитанні, слухач володіє термінологічним апаратом дисципліни. У викладеному матеріалі слухач має помилки із аргументацією відповіді, недостатня логічність та послідовність викладення матеріалу. У відповіді продемонстровано високий рівень володіння матеріалом, що було викладено на лекціях, та середній рівень володіння практичним матеріалом.</td> </tr> <tr> <td data-bbox="618 1182 763 1326">60-74</td> <td data-bbox="763 1182 2096 1326">Відповідь на контрольне питання є неповною, розкриває тільки деякі аспекти навчального матеріалу. Слухач припускається помилок у використанні термінології навчальної дисципліни. Рівень володіння матеріалом, що було викладено на лекціях, додатковим та практичним матеріалом є середнім.</td> </tr> <tr> <td data-bbox="618 1326 763 1409">35-59</td> <td data-bbox="763 1326 2096 1409">У відповіді допущено суттєві помилки, які свідчать про незнання лекційного матеріалу або обов'язкової літератури; слухач слабо володіє термінологією дисципліни.</td> </tr> </tbody> </table>				Кількість балів	Критерії оцінювання	90-100	У відповіді повністю розкрито зміст питання. Матеріал викладено логічно, аргументовано, мова є грамотною, науковий стиль викладення матеріалу, вільне володіння термінологічним апаратом дисципліни. У відповіді продемонстровано високий рівень володіння матеріалом, що входить до навчальної програми, та продемонстровано високі практичні навички.	75-89	Відповідь досить повно розкриває зміст питання або розкриває основні (найважливіші) аспекти у запитанні, слухач володіє термінологічним апаратом дисципліни. У викладеному матеріалі слухач має помилки із аргументацією відповіді, недостатня логічність та послідовність викладення матеріалу. У відповіді продемонстровано високий рівень володіння матеріалом, що було викладено на лекціях, та середній рівень володіння практичним матеріалом.	60-74	Відповідь на контрольне питання є неповною, розкриває тільки деякі аспекти навчального матеріалу. Слухач припускається помилок у використанні термінології навчальної дисципліни. Рівень володіння матеріалом, що було викладено на лекціях, додатковим та практичним матеріалом є середнім.	35-59	У відповіді допущено суттєві помилки, які свідчать про незнання лекційного матеріалу або обов'язкової літератури; слухач слабо володіє термінологією дисципліни.																
Кількість балів	Критерії оцінювання																													
90-100	У відповіді повністю розкрито зміст питання. Матеріал викладено логічно, аргументовано, мова є грамотною, науковий стиль викладення матеріалу, вільне володіння термінологічним апаратом дисципліни. У відповіді продемонстровано високий рівень володіння матеріалом, що входить до навчальної програми, та продемонстровано високі практичні навички.																													
75-89	Відповідь досить повно розкриває зміст питання або розкриває основні (найважливіші) аспекти у запитанні, слухач володіє термінологічним апаратом дисципліни. У викладеному матеріалі слухач має помилки із аргументацією відповіді, недостатня логічність та послідовність викладення матеріалу. У відповіді продемонстровано високий рівень володіння матеріалом, що було викладено на лекціях, та середній рівень володіння практичним матеріалом.																													
60-74	Відповідь на контрольне питання є неповною, розкриває тільки деякі аспекти навчального матеріалу. Слухач припускається помилок у використанні термінології навчальної дисципліни. Рівень володіння матеріалом, що було викладено на лекціях, додатковим та практичним матеріалом є середнім.																													
35-59	У відповіді допущено суттєві помилки, які свідчать про незнання лекційного матеріалу або обов'язкової літератури; слухач слабо володіє термінологією дисципліни.																													

<i>Назва п/п</i>	<i>Коротка інформація</i>
	1-34 Відповідь практично відсутня, слухач демонструє незнання лекційного матеріалу або обов'язкової літератури; не володіє термінологією
Питання до іспиту/заліку	<ol style="list-style-type: none"> 1. Норма операторів та її властивості. Кільце обмежених операторів. 2. Резольвента оператора, резольвентна множина та спектр оператора. 3. Класифікація точок спектру оператора. 4. Нормальні точки обмеженого оператора. Теорема про стійкість кореневих кратностей операторів. 5. Теорема про голоморфну оператор-функцію та її наслідки. 6. Основні спектральні властивості компактних операторів: їхній точковий спектр, збігання власних значень до 0. 7. Оператори Вольтера та їх властивості. 8. Лема Шура про трикутну матрицю компактних операторів. 9. Спектральна теорема для самоспряжених компактних операторів. 10. Мінімаксні властивості власних значень самоспряжених компактних операторів. 11. S-числа компактних операторів та їх простіші властивості. 12. Мінімаксні властивості s-чисел компактних операторів. 13. Розкладання Шмідта для компактних операторів. 14. Нерівності, які пов'язують s-числа, власні числа та діагональні елементи компактних операторів. 15. Нерівності для s-чисел суми та добутку компактних операторів. 16. Нерівності для функцій від власних значень операторів. 17. Симетрично-нормовані ідеали у просторі операторів та їх властивості. 18. Ядерні оператори та оператори Гільберта-Шмідта. 19. Теорема про вигляд оператора Гільберта-Шмідта в $L_2[a,b]$. 20. Ознаки ядерності операторів та формули знаходження слідів. 21. Теореми про залежність швидкості збігання власних значень до нуля від гладкості ядер інтегральних операторів. 22. Детермінанти Фредгольма інтегральних операторів та їх простіші властивості 23. Теорема про застосування детермінантів Фредгольма до розв'язання інтегральних рівнянь

<i>Назва п/п</i>	<i>Коротка інформація</i>
Література для вивчення дисципліни:	<ol style="list-style-type: none"> 1. И. Ц. Гохберг и М. Г. Крейн, «Введение в теорию линейных несамосопряженных операторов в гильбертовом пространстве», Наука, Москва, 1965. 2. Ахиезер Н.И., Глазман И.М. «Теория линейных операторов в гильбертовом пространстве» М.: Наука, Физматлит, 1966. — 544 с. 3. Рид М., Саймон Б. «Методы современной математической физики». Том 1. М.: Мир, 1977. — 357 с.
Додаткова література:	<ol style="list-style-type: none"> 1. Y. Eidelman, V. Milman, A. N. Solomitis. Functional Analysis. An Introduction. Graduate Studies in Mathematics. Volume 66. American Mathematical Society: Providence, Rhode Island (2017N). 2. Danford and J. T. Schwartz, Linear operators, Interscience Publishers, New York, Part 1: 1958, Part 2: 1963 3. A. B. Antonevich, P. N. Knyazev and Ya. V. Radyno, Problems and exercises on functional analysis, Vysheisha Shkola, Minsk, 1978 (Russian).
Опитування	Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.