

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
імені В. Н. Каразіна**

На правах рукопису

ГРИБ Олександр Миколайович

УДК 538.945

**КОГЕРЕНТНА ДИНАМІКА СИСТЕМ З ДЖОЗЕФСОНІВСЬКИМИ
КОНТАКТАМИ**

01.04.22 - надпровідність

ДИСЕРТАЦІЯ

**на здобуття наукового ступеня
доктора фізико-математичних наук**

**Науковий консультант:
доктор фіз. - мат. наук, професор
Вовк Руслан Володимирович**

Харків - 2016

ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ	5
ВСТУП	7
РОЗДІЛ 1. ДОСЛІДЖЕННЯ КОГЕРЕНТНОЇ ДИНАМІКИ	
СИСТЕМ КОНТАКТІВ ДЖОЗЕФСОНА.....	18
1.1 Ефект Джоузефсона.....	18
1.2 Резистивна модель контакту Джоузефсона.....	20
1.3 Теорія синхронізації осциляцій напруги.....	24
1.4 Внутрішній ефект Джоузефсона.....	30
1.5 Динаміка вихорів у високотемпературних надпровідниках.....	32
1.6 Огляд експериментів по створенню когерентної динаміки систем контактів Джоузефсона.....	38
1.6.1 Системи контактів низькотемпературних надпровідників.	38
1.6.2 Інтерферометри з багатьма контактами.....	42
1.6.3 Когерентна динаміка контактів у резонансних системах.....	43
1.7 Випрямлення напруги у системах контактів Джоузефсона	50
1.8 Висновки до розділу 1.....	52
РОЗДІЛ 2. МЕТОДИКИ ПРИГОТУВАННЯ ЗРАЗКІВ, ЕКСПЕРИМЕНТУ ТА ПРОВЕДЕННЯ РОЗРАХУНКІВ	57
2.1 Методи проведення досліджень.....	57
2.2 Виготовлення зразків та електричні виміри.....	58
2.3 Висновки до розділу 2.....	62
РОЗДІЛ 3. ВИСОКОЧАСТОТНА ВЗАЄМОДІЯ ДВОХ КОНТАКТІВ...	63
3.1 Застосування методу амплітуд, які повільно змінюються, для опису синхронізації випромінювання контактів Джоузефсона	63
3.2 Когерентне випромінювання в системі з резистивним шунтом.....	70
3.3 Синхронізація випромінювання у надпровідному резонаторі.....	75
3.4 Синхронізація випромінювання двох контактів у довгій лінії.....	88
3.5 Оптимальні параметри синхронізації	94

3.6 Синхронізація випромінювання при сильній взаємодії контактів....	97
3.7 Висновки до розділу 3.....	106
РОЗДІЛ 4. ВЗАЄМОДІЯ КОНТАКТІВ У БАГАТОКОТНАКТНИХ СИСТЕМАХ.....	108
4.1 Когерентне випромінювання контактів у надпровідному резонаторі.....	108
4.2 Поріг синхронізації у нескінченій довгій лінії з контактами.....	114
4.3 Система контактів в резонансній довгій лінії.....	123
4.4 Когерентне випромінювання двох чотирьохконтактних інтерферометрів.....	132
4.5 Електричні властивості контактів з нормальними краями.....	143
4.6 Резонансні моди в системі двох довгих контактів.....	151
4.7 Висновки до розділу 4.....	163
РОЗДІЛ 5. ВПЛИВ РЕЗИСТИВНОГО ПОКРИТТЯ НА ЕЛЕКТРИЧНІ ВЛАСТИВОСТІ ВНУТРІШНІХ КОНТАКТІВ ДЖОЗЕФСОНА	165
5.1 Постановка задачі для експерименту.....	165
5.2 Моделі внутрішніх контактів Джозефсона.....	169
5.3 Вплив шунта на вольт - амперні характеристики контактів.....	174
5.4 Резонансна взаємодія внутрішніх контактів з стоячими хвилями	181
5.5 Порівняння результатів експерименту з розрахунками.....	190
5.6 Висновки до розділу 5.....	194
РОЗДІЛ 6. КОГЕРЕНТНА ДИНАМІКА КОНТАКТІВ, ЯКІ ЗНАХОДЯТЬСЯ ПРИ РІЗНИХ ТЕМПЕРАТУРАХ.....	196
6.1 Синхронізація контактів при розігріві теплом втрат Джоуля.....	196
6.2 Синхронізація при роздільному нагріві контактів	208
6.3 Вплив стоячих хвиль на синхронізацію та розігрів контактів.....	217
6.4 Когерентне випромінювання джозефсонівських контактів у резонансній довгій лінії.....	226
6.5 Висновки до розділу 6.....	233

РОЗДІЛ 7. ЕФЕКТ ДЖОЗЕФСОНА У ФРАКТАЛЬНИХ СИСТЕМАХ	235
7.1 Ефект випрямлення напруги в асиметричному інтерферометрі	235
7.2 Критичний струм одномірної фрактальної системи контактів.....	239
7.3 Випрямлення напруги у фрактальному інтерферометрі.....	250
7.4 Одномірна фрактальна система контактів у довгій лінії.....	256
7.5 Асиметрія вольт - амперних характеристик гібридних контактів	258
7.6 Висновки до розділу 7.....	266
ВИСНОВКИ.....	268
ПЕРЕЛІК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	272

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ

$\langle \dots \rangle$ - повне усереднення по часу

B - магнітне поле

C_J - ємність контакту Джозефсона

D - фрактальна розмірність системи контактів

E - розмірність простору

e - модуль заряду електрона

f_J - частота змінного струму у контакті Джозефсона

I_a - середній критичний струм

I_b - струм зміщення через контакт

I_s - надпровідний струм через контакт Джозефсона

$I_{k,k+1}^R$ - струм у контурі між контактами k та $k+1$

i_b - нормалізований струм зміщення

\tilde{i} - нормалізований зовнішній змінний струм, який іде через контакт (сигнал)

K - кількість контактів у ланцюгу

k - номер контакту у системі

L - індуктивність контуру між контактами

M - радіус взаємодії між контактами

m - номер шару надпровідника

P - потужність струму через контакт

R - електричний опір контакту в нормальному стані

$r_d^{(A)}$ диференційний опір автономного (не взаємодіючого) контакту

r - нормалізований електричний опір у зовнішньому колі системи

S - потужність випромінювання контактів у системі

S_J - площа контакту

s - нормалізована потужність випромінювання контактів у системі

T_c - критична температура надпровідника

T_{Cr} - температура кріостату

t - час

V - різниця потенціалів на контакті

V_c - критична напруга на контактах

$\langle V \rangle$ - повністю усереднена (по великому проміжку часу) напруга на контакті

V_Σ - повністю усереднена напруга на системі, поділена на кількість контактів

v - нормалізована напруга на контакті

$\langle v \rangle$ - нормалізована повністю усереднена по часу напруга на контакті

\hat{v} - напруга на контакті, усереднена тільки по "швидким" процесам

W - ширина системи

$y_{kk'}(\langle v \rangle)$ - коефіцієнт зв'язку між контактами з індексами k та k'

β_{CJ} - параметр Мак-Камбера

β_L - нормалізована індуктивність контакту

δ - розбіг критичних струмів

ε_m - коефіцієнти у розкладі величини $v(\tau)$ в ряд Фур'є

θ - фаза комплексного параметра порядку надпровідника

Λ - довжина системи

λ - коефіцієнт теплопровідності контакту

λ_J - джозефсонівська глибина проникнення магнітного поля у контакт

τ - нормалізований час

Φ - магнітний потік

Φ_0 - квант магнітного потоку

ϕ - нормалізований магнітний потік

φ - різниця фази параметра порядку на контакті

У межах окремих розділів можуть застосовуватися локальні позначення, які не увійшли до цього переліку, оскільки вживаються рідко і пояснюються при згадуванні.

ВСТУП

Актуальність теми. Дослідження ефектів Джозефсона стали однією з центральних тем сучасної фізики надпровідності. Ці дослідження дають можливість визначити енергетичну щільність надпровідника, а також створити адекватні теорії переносу заряду у нових надпровідниках [1]. У високотемпературних надпровідниках ці дослідження набувають особливої актуальності, оскільки в них спостерігається внутрішній ефект Джозефсона, тобто, існує джозефсонівський зв'язок між атомними площинами, так що надпровідник може бути представлений як стовпчик контактів Джозефсона, розділених міжатомною відстанню один від одного [2, 3]. Оскільки осциляції напруження на внутрішніх контактах Джозефсона взаємодіють з фононами та іншими елементарними збудженнями кристалів високотемпературних надпровідників [4-6], дослідження ефектів Джозефсона дають можливість виявити деякі фононні моди.

Завдяки великій величині енергетичної щільності характерна частота джозефсонівського випромінювання у високотемпературних надпровідниках досягає 1-4 ТГц, тому особливу актуальність мають прикладні дослідження ефекту Джозефсона, а саме, створення компактних локальних джерел випромінювання на основі високотемпературних надпровідників [7]. Такі джерела можуть бути використані в молекулярній біології та медицині для вивчення спектрів молекул та у фізиці твердого тіла при вивченні спектрів збуджень та квазічастинок у кристалах [8]. Джерела випромінювання можна створити за допомогою синхронізації внутрішніх джозефсонівських контактів [9]. Було визначено теоретично та підтверджено експериментально положення, що найбільш ефективним механізмом синхронізації контактів є високочастотна електромагнітна взаємодія між ними [9, 10]. Ця взаємодія досягається за допомогою зворотного зв'язку між контактами, коли частота та амплітуда генерації кожного контакту змінюється під впливом генерації інших контактів [9-11]. Випромінювання кожного контакту взаємодіє також з резонансними модами, поява яких зумовлена геометрією досліджуваного

надпровідника [7, 12]. Завдяки цій взаємодії також досягається високочастотний зв'язок між контактами.

Виготовлення компактних локальних джерел джоозефсонівського випромінювання з застосуванням низькотемпературних надпровідників має також велике значення. Завдяки розробленій технології приготування, є перспективною розробка великих масивів тунельних контактів у синхронізуючій системі для застосування у джерелах стандартної напруги [13]. Джерела джоозефсонівського випромінювання можуть використовуватися також у схемах кубітів [14].

Наявна теорія електромагнітної взаємодії між контактами [9, 10] не дає адекватного опису синхронізації випромінювання контактів з кінцевим значенням ємності. Крім того, ця теорія, за винятком окремих випадків [15, 16], не була розвинута для систематичного опису синхронізації випромінювання контактів з резонансною системою зворотного зв'язку. Тому результати розрахунків в рамках цієї моделі не пристосовані для порівняння з експериментом та вибору оптимальних параметрів систем контактів Джоозефсона, які взаємодіють з модами резонансної системи. Потрібна також експериментальна перевірка такої взаємодії для систем внутрішніх контактів Джоозефсона у високотемпературних надпровідниках.

У зв'язку з викладеними вище сучасними проблемами фізики, дослідження та розробка питань появи когерентного випромінювання в системах з джоозефсонівськими контактами і, зокрема, в системах з внутрішніми контактами, є важливими та актуальними. Розробка цієї проблеми дозволить виробити і практично застосувати оптимальні механізми синхронізації випромінювання контактів Джоозефсона.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами і темами.

Дисертаційну роботу виконано у рамках державних програм фундаментальних досліджень України. Основну частину роботи виконано в

Харківському національному університеті імені В. Н. Каразіна у рамках тематичного плану фізичного факультету по темах

- "Комплексне дослідження теплофізичних, електрофізичних та механічних властивостей нових конструкційних та функціональних матеріалів", номер державного реєстру 0194U012805, термін виконання 1994 - 1996 рр.,
- "Термодинамічні властивості та процеси переносу тепла і заряду у твердих тілах", номер державного реєстру 0197U002498, термін виконання 1997-1999 рр.,
- проект 02.07/00359 "Комплексні фізичні дослідження природи надпровідного стану в шаруватих системах з різним спектром квазічастинкових збуджень" за договором № Ф7/394-2001 від 18 вересня 2001 р.,
- "Транспортні процеси у квазікристалах Ti-Zr-Ni з воднем", номер державного реєстру 0103U004217, термін виконання 2003 - 2005 рр.,
- "Перенос заряду у квазікристалах Ti-Zr-Ni", номер державного реєстру 0106U003112, термін виконання 2006 - 2008 рр.,
- "Процеси переносу у металах IV-A групи і їх гідридних фаз", номер державного реєстру 0109U001429, термін виконання 2009 - 2010 рр.,
- "Вплив водню і екстремальних зовнішніх чинників на теплофізичні та електрофізичні властивості перспективних матеріалів сучасної енергетики", номер державного реєстру 0111U001460, термін виконання 2011 - 2012 рр.,
- "Розробка та дослідження новітніх матеріалів на основі нанокompозитного діоксиду цирконію і ВТНП - сполук поліфункціонального призначення", номер державної реєстрації №0113U001078, термін виконання 2013 - 2014 рр.

Мета та задачі досліджень. Метою дисертаційної роботи є встановлення закономірностей утворення когерентного динамічного стану в системах контактів Джозефсона та створення системи, в якій існують умови для

когерентного випромінювання. Для досягнення поставленої мети були сформульовані такі завдання:

- виробити систематичний підхід для опису синхронізації випромінювання ланцюга з двох контактів з кінцевим значенням ємності та для різних систем зворотного зв'язку між контактами, в тому числі і резонансних систем;
- чисельними методами дослідити дію систем зворотного зв'язку (таких, як резистивний шунт, резонатор, довга лінія, індуктивно взаємодіючі інтерферометри) на синхронізацію випромінювання багатоконтактних систем і виявити механізми синхронізації;
- розрахувати оптимальні параметри контактів та систем, а також інтервали струмів та напруг, при яких з'являється когерентне випромінювання внутрішніх контактів Джозефсона;
- з'ясувати механізми синхронізації випромінювання внутрішніх контактів Джозефсона, які знаходяться при різних температурах, а також виявити вплив неоднорідності температури вздовж довгої пачки контактів на синхронізацію;
- розглянути дію змінного низькочастотного струму на систему контактів Джозефсона у магнітному полі;
- створити системи, у яких завдяки колу зворотного зв'язку внутрішні джозефсонівські контакти високотемпературних надпровідників мають однакові вольт - амперні характеристики, що створює умови для когерентного випромінювання;
- експериментально з'ясувати дію кола зворотного зв'язку на внутрішні контакти Джозефсона.

Об'єкт досліджень – когерентні властивості системи внутрішніх контактів Джозефсона у високотемпературних надпровідниках.

Предмет дослідження - механізми утворення когерентного випромінювання у системах контактів Джозефсона.

Методи дослідження. Автор виконував теоретичну частину роботи на кафедрі фізики низьких температур фізичного факультету Харківського національного університету ім. В. Н. Каразіна. Для знаходження рівнянь синхронізації осциляцій напруги на контактах, вольт - амперних характеристик та потужності випромінювання був застосований метод амплітуд, які повільно змінюються, та метод контурних струмів. Ті задачі, які неможливо було вирішити методом амплітуд, які повільно змінюються, вирішувалися чисельно. Для цього диференційні рівняння збереження струму в контактах вирішувалися сумісно з диференційними рівняннями збереження струму в контурах зворотного зв'язку. Для знаходження системи диференційних рівнянь у контурах зворотного зв'язку був застосований метод контурних струмів. Рішення таких систем диференційних рівнянь знаходилося за допомогою стандартного методу Рунге - Кутта. Для проведення чисельних розрахунків автором були написані відповідні програми на мовах Pascal - 6 та Microsoft Visual C#. Експериментальна частина роботи була виконана автором під час його наукового стажування в університеті Фрідріха Шиллера, м. Єна, ФРН. Плівки високотемпературного надпровідника $Tl_2Ba_2CaCu_2O_8$ були напилені епітаксіально за допомогою методу магнетронного розпилення. Містки високотемпературного надпровіднику та контакти для електричних вимірювань було отримано за допомогою фотолітографії та бомбардуванням іонами аргону. Вимірювання вольт-амперних характеристик систем з контактами Джозефсона при низьких температурах проводилось двохконтактним та чотирьохконтактним методами. Достовірність отриманих результатів і висновків, сформульованих в дисертації, забезпечена застосуванням добре апробованих методів вимірювань, урахуванням похибок вимірювань, а також підтвердженням окремих експериментальних спостережень іншими авторами і виконанням граничних переходів до раніше відомих результатів у теоретичній частині роботи.

Наукова новизна отриманих результатів. В дисертації отримані принципово нові, науково обґрунтовані результати, які стосуються когерентного випромінювання систем контактів Джозефсона. Наукова новизна отриманих результатів полягає у такому:

1. Теорію синхронізованого стану контактів Джозефсона в рамках методу амплітуд, які повільно змінюються, розширено для контактів з кінцевим значенням ємності та резонансного зворотного зв'язку. В рамках цієї теорії виявлено, що синфазна синхронізація випромінювання контактів Джозефсона у резонансних довгих лінях можлива при напругах, які відповідають самоіндукованим резонансним сходам вольт - амперної характеристики при розбігу критичних струмів до 16%.
2. Показано, що механізмом синхронізованого випромінювання систем контактів у резонансній довгій лінії на частотах резонансів є взаємодія випромінювання контактів зі спільним для всіх контактів високочастотним синхронізуючим струмом, який створюється в системі.
3. У результаті розрахунку для двомірної системи точкових контактів Джозефсона у резонансній довгій лінії знайдено, що наявність самоіндукованих резонансних сходок на вольт - амперній характеристиці, сильне когерентне випромінювання контактів та поява перегрітих частин системи мають спільне походження, а саме – взаємодія випромінювання контактів Джозефсона з резонансними модами системи.
4. В системах контактів Джозефсона в довгих лінях при відсутності резонансів чисельними методами знайдено поріг потужності когерентного випромінювання при збільшенні числа контактів, які знаходяться у резистивному стані.
5. Встановлено, що на вольт - амперних характеристиках довгого контакту Джозефсона з нормальними (не надпровідними) краями

утворюються сходинки нульового поля. В системі двох взаємодіючих індуктивно один з одним довгих контактів Джозефсона з нормальними краями, кожна сходинка нульового поля розщеплюється на дві сходинки, положення яких на вольт - амперній характеристиці залежить від коефіцієнта взаємодії між контактами.

6. Теоретично показано, що контакти в системі двох чотирьохконтактних інтерферометрів можуть когерентно випромінювати завдяки індуктивній взаємодії інтерферометрів.
7. Показана можливість синхронізації випромінювання контактів Джозефсона, які знаходяться при різних температурах.
8. Експериментально знайдено самоіндуковані резонансні сходинки на вольт - амперних характеристиках шунтованої системи внутрішніх контактів Джозефсона у високотемпературному надпровіднику $Tl_2Ba_2CaCu_2O_8$. Доведено, що поява самоіндукованих сходинок зумовлена геометричними резонансами системи контактів.
9. Встановлено, що фрактальну розмірність одномірної фрактальної системи контактів Джозефсона можливо визначити з аналізу залежностей максимального критичного струму або випрямленої напруги як функції магнітного поля.

Практичне значення отриманих результатів. Основні результати дисертації можуть бути використані для проектування і створення компактних локальних джерел випромінювання терагерцового діапазону на основі високотемпературних надпровідників, а також великих масивів контактів низькотемпературних надпровідників, синхронізованих у субтерагерцовому діапазоні для створення стандартних джерел напруги. Такі джерела можуть бути використані в молекулярній біології для вивчення спектрів молекул та у фізиці твердого тіла при вивченні спектрів збуджень та квазічастинок у кристалах високотемпературних надпровідників.

Особистий внесок здобувача. Внесок автора був вирішальним на всіх етапах роботи, а саме: у формулюванні мети роботи та постановці завдань, в

проведенні розрахунків та експериментальних досліджень, в обробці та інтерпретації результатів, а на заключному етапі робіт - в написанні наукових статей, звітів, підготовці та виступах із доповідями на міжнародних конференціях. Результати робіт, які виносяться на захист, отримані особисто автором.

Конкретний внесок автора в основні роботи полягає в наступному. Роботи [17, 18, 28, 29, 31, 32, 33, 36, 37, 38, 48, 50] опубліковані без співавторів. В роботі [19] дисертант провів розрахунки чисельного рішення динамічних рівнянь двох чотирьохконтактних інтерферометрів і отримав інтервали синхронізації. В роботі [20] дисертант є автором розширення методу амплітуд, які повільно змінюються, завдяки віднесенню ємностей контактів до зовнішньої системи. Дисертант також провів розрахунки цим методом, визначив обмеження методу та новий спосіб графічного представлення результатів. У роботі [21] дисертант проводив розрахунки інтервалів синхронізації та оптимальних параметрів у системі внутрішніх контактів Джоузефсона з резистивним шунтом. У роботах [22-24] дисертант проводив розрахунки вольт - амперних характеристик, інтервалів синхронізації, потужностей випромінювання та оптимальних параметрів синхронізації за допомогою методу амплітуд, які повільно змінюються та рішення систем динаміки фази параметра порядку на контактах Джоузефсона. У роботі [25] дисертанту належить розробка теорії синхронізації для сильних високочастотних струмів у колі зворотного зв'язку і порівняння результатів різних моделей. У роботах [26, 34] автор брав безпосередню участь в експерименті по вимірюванню вольт - амперних характеристик систем внутрішніх контактів Джоузефсона високотемпературного надпровідника з резистивним шунтом, розробив моделі системи, чисельними методами отримав залежності напруги від струму зміщення і порівняв розрахунки з результатами експерименту. В роботах [27, 35, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 49] дисертант розробив моделі процесів синхронізації випромінювання контактів Джоузефсона, вирішив чисельно диференціальні динамічні рівняння

цих моделей та розрахував вольт - амперні характеристики контактів та потужності випромінювання. Таким чином, особистий внесок дисертанта в кожну з робіт є визначальним.

Апробація результатів дисертації. Результати дисертаційної роботи доповідалися на таких конференціях:

- Tagung "Kryoelektronische Bauelemente 2004", 12-14 September 2004, TU Braunschweig, Germany;
- DPG Spring Meeting.- 4-9 March 2005, Berlin, Germany;
- The 9th European Conference on Applied Superconductivity "EUCAS-09", 13-17 September 2009, Dresden, Germany;
- Міжнародна конференція "NANO 2010", 5-10 Липня 2010, Дубна, Росія;
- Quantum Metrology Conference, 2011, Wroclaw, Poland;
- 10th European Conference on Applied Superconductivity EUCAS–ISEC–ICMC “SCC 2011”, 19–23 September 2011, Den Haag, Netherlands;
- 14th International Superconductive Electronics Conference "ISEC 2013", 7-11 July 2013, Cambridge, MA, USA;
- 11th European Conference on Applied Superconductivity "EUCAS 2013", September 15-19 2013, Genoa, Italy;
- XI Міжнародна конференція “Фізичні явища в твердих тілах”, 3-6 грудня 2013, Харків, Україна;
- The 9th International symposium on intrinsic Josephson effects and THz plasma oscillations in High-Tc Superconductors "THz-PLASMA 2014", 30 November - 3 December 3, 2014, Kyoto, Japan;
- 15th International Superconductive Electronics Conference "ISEC 2015", 6-9 July 2015, Nagoya, Japan;
- XI Міжнародна конференція “Фізичні явища в твердих тілах”, 1-4 грудня 2015, Харків, Україна;

- 12th European Conference on Applied Superconductivity "EUCAS 2015", 6-10 September 2015, Lyon, France;

Публікації. Результати дисертації викладені у 35 роботах: 22 статтях у фахових наукових виданнях, з них 10 без співавторів, та 13 тезах у збірниках доповідей міжнародних конференцій.

Структура та обсяг дисертації. Дисертація складається із вступу, огляду літератури, шести розділів оригінальних досліджень, висновків і списку використаних джерел. Загальний обсяг дисертації складає 303 сторінки, з них 265 сторінок основного тексту. Дисертація містить 114 рисунків і 2 таблиці, які не займають окремих сторінок, та список використаних джерел з 270 найменувань на 32 сторінках.

У *першому розділі* наведено огляд літератури, у якій описано сучасний стан досліджень динаміки систем контактів Джоузефсона та синхронізації випромінювання контактів. Описується резистивна модель контакту, теорія синхронізації, внутрішній ефект Джоузефсона, наводяться початкові відомості про динаміку вихорів та дається огляд експериментів по синхронізації випромінювання контактів Джоузефсона. У кінці розділу наведено підсумок відомостей та постановка задач для подальшого дослідження синхронізації. У *другому розділі* дано опис методів теоретичного та експериментального дослідження внутрішніх контактів Джоузефсона, які використовуються в дисертації, а також відомості про приготування та електричні вимірювання зразків. У *третьому розділі* за допомогою методу амплітуд, які повільно змінюються, проводиться теоретичний аналіз синхронізації осциляцій напруги на контактах у ланцюгу з двох контактів Джоузефсона, який підключено до різних систем зворотного зв'язку. Такими системами є нормальний (не надпровідний) шунт, причому врахована також індуктивність цього контуру зворотного зв'язку, надпровідний резонатор та надпровідна довга лінія. На основі аналізу синхронізації в цих системах проводиться вибір оптимальних параметрів контакту та контуру зворотного зв'язку. Розділ закінчується аналізом синхронізації при умовах, коли сила

синхронізуючого струму має порядок критичного струму (сильна синхронізація). У *четвертому розділі* чисельними методами аналізується синхронізація випромінювання систем багатьох контактів. Розглянуто резонансні кола зворотного зв'язку, синхронізацію випромінювання контактів в нескінченній довгій лінії, а також синхронізацію в системі двох чотирьохконтактних інтерферометрів, які взаємодіють один з одним за допомогою взаємної індукції. Розглянуто утворення резонансних самоіндукованих сходинок нульового поля на вольт - амперних характеристиках довгих контактів, краї яких знаходяться у нормальному стані, а також індуктивна взаємодія таких контактів та дія магнітного поля на сходинок Фіске. У *п'ятому розділі* описано експеримент, у якому вивчаються вольт - амперні характеристики шунтованого високотемпературного надпровідника. Показано, що наявність шунту приводить до захоплення напруги всіх внутрішніх контактів Джозефсона резонансними модами системи. У *шостому розділі* вивчається синхронізація осциляцій напруги контактів, які знаходяться при різних температурах. Зміни температури контактів відбуваються внаслідок розігріву струмом зміщення та змінними струмами у колі зворотного зв'язку, а також внаслідок розігріву зовнішніми джерелами тепла. Вивчаються вольт - амперні характеристики пачки контактів, яка знаходиться у резонансній довгій лінії, розподіл виділення тепла Джоуля та синхронізованих контактів вздовж довгої лінії. У *сьомому розділі* описується ефект випрямлення напруги у перколяційних системах контактів Джозефсона. Показано, що фрактальну розмірність одомірної системи можна знайти з аналізу залежності квадрату критичного струму від магнітного поля, а також з аналізу квадрату випрямленої напруги від магнітного поля. Розділ закінчується застосуванням моделі асиметричного двохконтактного інтерферометра для опису асиметричних вольт - амперних характеристик контактів Джозефсона, виготовлених на основі пніктидів.

РОЗДІЛ 1

ДОСЛІДЖЕННЯ КОГЕРЕНТНОЇ ДИНАМІКИ СИСТЕМ КОНТАКТІВ ДЖОЗЕФСОНА

У цьому розділі наводиться огляд літератури по синхронізації осциляцій напруги у системах з контактами Джоузефсона. Наводиться опис ефектів Джоузефсона (підрозділ 1.1) і визначення резистивної моделі контакту Джоузефсона (підрозділ 1.2). У підрозділі (1.2) наводиться також стандартна модель впливу саморозігріву контакту при пропусканні струму зміщення на вольт - амперну характеристику контакту. Ця модель буде використана в шостому розділі при розрахунках впливу саморозігріву на синхронізацію контактів. У підрозділі 1.3 дано опис теорії синхронізації випромінювання двох контактів у термінах методу амплітуд, які повільно змінюються. Оскільки в дисертації розглянуто проблему синхронізації внутрішніх контактів Джоузефсона у високотемпературних надпровідниках, у підрозділі 1.4 наводяться загальні відомості про внутрішні контакти Джоузефсона. Динаміка вихорів у пачках контактів Джоузефсона розглянута в підрозділі 1.5. Стислий огляд літератури по експериментальним та теоретичним дослідженням когерентного випромінювання низькотемпературних надпровідників, у контурах з багатьма контактами та у системах внутрішніх контактів Джоузефсона у високотемпературних надпровідниках та наведені у підрозділі 1.6. У підрозділі 1.7 розглянуто ефект випрямлення напруги у перколяційних системах. Короткий підсумок результатів теорії та експериментів по синхронізації випромінювання систем контактів Джоузефсона, а також постановка задач, які вирішуються у дисертації, наведені у підрозділі 1.8.

1.1 Ефект Джоузефсона

Згідно теорії надпровідності [51-55], надпровідний стан надпровідника описується комплексним параметром порядку

$$\psi = \rho^{1/2} e^{j\theta}, \quad (1.1)$$

де ρ - густина надпровідних електронів, j - уявна одиниця, θ - фаза, яка є спільною для всієї макроскопічної кількості "надпровідних" частинок, які "сконденсовані" в одному й тому ж квантовому стані. Ці "надпровідні" частинки утворені з куперівських пар електронів. Термін "макроскопічна когерентність надпровідного стану" означає, що надпровідник характеризується існуванням такої хвильової функції ψ , яка існує при температурах нижче температури надпровідного переходу. Таким чином, для двох довільних точок всередині надпровідника, які відокремлені одна від одної на макроскопічну відстань, існує визначена в даний момент часу різниця фаз функції ψ , тобто, фазова когерентність. Градієнт функції ψ визначає квантовомеханічний надпровідний струм між двома точками. Якщо два надпровідника розділені тонким (порівняним з довжиною когерентності надпровідника) шаром діелектрику або шаром нормального (не надпровідного) металу, фазова когерентність існує завдяки явищу тунелювання куперівських пар. Це явище називається першим, або стаціонарним ефектом Джозефсона [56]. Надпровідний струм I_s через контакт Джозефсона визначається так:

$$I_s = I_c \sin \varphi, \quad (1.2)$$

де I_c - критичний струм контакту, $\varphi = \theta_1 - \theta_2$ - різниця фаз параметра порядку (1.1) на контакті, $\theta_{1,2}$ - фази хвильових функцій надпровідників, які утворюють контакт. Якщо контакт приєднати до джерела постійного струму, у контакті буде текти бездисипативний надпровідний струм до тих пір, поки струм не перевищує значення критичного струму.

Другий, або нестационарний ефект Джозефсона [56] полягає в тому, що при відмінній від нуля різниці потенціалів на контакті V , похідна різниці фаз φ по часу t пов'язана з різницею потенціалів відношенням

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{2e}{\hbar} V, \quad (1.3)$$

де e - модуль заряду електрона, $\hbar = h/2\pi$, h - постійна Планка. Відношення (1.3) означає, що надпровідний тунельний струм (тобто, струм куперівських

пар) стає змінним у часі, причому частота цього струму дорівнює V/Φ_0 , де $\Phi_0 = h/(2e)$ - квант магнітного потоку.

1.2 Резистивна модель контакту Джозефсона

Існують дві головні моделі контакту Джозефсона. Згідно мікроскопічній тунельній моделі [10, 55], струм через контакт дорівнює сумі надпровідного струму та тунельному струму.

Згідно резистивної моделі [10, 55, 57-59], електрична схема контакту складається з паралельно з'єднаних джерела надструму I_s , електричного опору R контакту в нормальному стані та конденсатора з ємністю C_J , через які протікають струми $I_s = I_c \sin \varphi$, $I_N = V/R$ та $I_{CJ} = C_J dV/dt$. Якщо береги контакту приєднано до джерела постійного струму I_b (так званого струму зміщення), то струм I_b дорівнює сумі усіх названих вище компонент:

$$I_b = I_c \sin \varphi + \frac{\Phi_0}{2\pi R} \frac{d\varphi}{dt} + \frac{\Phi_0 C_J}{2\pi} \frac{d^2 \varphi}{dt^2}. \quad (1.4)$$

Рівняння (1.4) є законом збереження струму для контакту Джозефсона. Це рівняння в загальному випадку не можна вирішити відносно $\varphi(t)$ аналітично, тому розроблені чисельні методи його інтегрування. Якщо різниця фаз $\varphi(t)$ знайдена, то за допомогою співвідношення Джозефсона (1.3) знаходять змінну напругу на контакті V . Усереднена по великому проміжку часу порівняно з періодом осциляцій $V(t)$ напруга $\langle V \rangle$ визначає вольт - амперну характеристику контакту, тобто залежність $\langle V \rangle$ від струму зміщення I_b .

Зупинимось окремо на справедливості наближень резистивної моделі для джозефсонівських контактів. Як показано [10, 55 - 57], більшість ефектів у джозефсонівських контактах можна отримати за допомогою резистивної моделі. Модель адекватно описує поведінку вольт - амперних характеристик при температурах, близьких до критичної температури ($T \rightarrow T_c$) у контактах з безпосередньою провідністю та у тунельних контактах з лінійними розмірами, меншими за джозефсонівську глибину проникнення λ_J . Однак,

суттєві протиріччя між експериментом та результатами резистивної моделі спостерігаються у гістерезисній області вольт - амперної характеристики тунельних контактів, де при експериментальних дослідженнях спостерігається практична відсутність тунельного струму при напругах, менших за напругу щілини, в той час як, згідно резистивної моделі, у гістерезисній області залежність струму від напруги лінійна. Незважаючи на ці недоліки, резистивна модель або її модифікації (нелінійно - резистивна модель і т. п. [10, 57, 60]) широко використовується для опису джозефсонівських контактів у вказаних межах.

У подальшому розгляді зручно користуватися нормалізованими величинами. Визначимо величини:

$$i_b = \frac{I_b}{I_c}, i_c = 1, \tau = \frac{2\pi I_c R}{\Phi_0} t, v = \frac{V}{I_c R}, \beta_{CJ} = \frac{2\pi I_c R^2 C_J}{\Phi_0}. \quad (1.5)$$

Параметр β_{CJ} називається параметром Мак-Камбера. У вибраній нормалізації напруга на контакті і частота випромінювання контакту мають одне й те ж значення $\langle v \rangle$. Далі будемо завжди позначати нормалізовані величини маленькими латинськими літерами, а розмірні величини - великими [10]. Рівняння (1.4) у нормалізованих величинах має такий вигляд:

$$\beta_{CJ} \frac{d^2 \varphi}{d\tau^2} + \frac{d\varphi}{d\tau} + \sin \varphi = i_b. \quad (1.6)$$

Якщо $\beta_{CJ} \ll 1$, то перший член у лівій частині рівняння (1.6) можна не враховувати. Тоді отримуємо диференціальне рівняння першого порядку:

$$\frac{d\varphi}{d\tau} + \sin \varphi = i_b. \quad (1.7)$$

Це рівняння можна вирішити аналітично відносно $\varphi(\tau)$ [58]. Отриману у результаті рішення залежність напруги від часу $v(\tau)$ зручно представити у формі ряду Фур'є:

$$v(\tau) = \langle v \rangle + \sum_{m=1}^{\infty} \varepsilon_m \cos m \langle v \rangle \tau, \quad (1.8)$$

$$\varepsilon_m = \frac{2\langle v \rangle}{(i_b + \langle v \rangle)^{|m|}}, \quad (1.9)$$

де $\langle v \rangle$ - усереднена по великому проміжку часу напруга:

$$\langle v \rangle = \lim_{\tau_{\max} \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{\tau_{\max}} \int_0^{\tau_{\max}} \frac{d\varphi}{d\tau} d\tau \right]. \quad (1.10)$$

Величину цієї усередненої напруги можна знайти з аналітичного рішення рівняння (1.7) [58]:

$$\langle v \rangle = \sqrt{i_b^2 - 1}. \quad (1.11)$$

Диференційний опір контакту $r_d^{(A)} = d\langle v \rangle / di_b$ отримуємо з (1.11):

$$r_d^{(A)} = \frac{i_b}{\langle v \rangle}. \quad (1.12)$$

Шуми та зміни температури контакту внаслідок нагріву струмом зміщення впливають на вольт - амперну характеристику контакту. Вплив температурного, низькочастотного та високочастотного шуму на електричні властивості контакту детально описано в роботі [58]. Звичайно шум моделюється як додатковий струм через контакт. Цей струм в кожний момент часу має випадкові значення і визначені характеристики середнього значення, амплітуди та дисперсії. Вплив цього струму визначається тим, що напруга на контакті з'являється при величинах струму зміщення, які менші, ніж критичний струм. Цей ефект проявляється сильніше при збільшенні амплітуди шуму, так що, при достатньо великих амплітудах шуму вольт - амперна характеристика має омічну залежність при збільшенні струму зміщення відразу від нульового значення. Модифікації типу шуму (білий шум, гаусівський шум, низькочастотний шум і т. п.) вносять деякі особливості, але не змінюють характеру поведінки вольт - амперних характеристик. Моделювання шумів у тунельних контактах з малими розмірами і порівняння розрахованих вольт - амперних характеристик з експериментом проведено в роботі [60]. У цих контактах спостерігається зумовлена шумом поява резистивного стану при струмах зміщення, значно

менших за критичний струм (так звана дифузія фази). Вольт - амперні характеристики контактів, розраховані чисельними методами згідно рівняння (1.6) з урахуванням шумів, добре узгоджуються з експериментом [10].

Тепер розглянемо зміни, які відбуваються у вольт - амперній характеристиці контакту при розігріві контакту струмом зміщення (виділення тепла Джоуля) [62, 63]. Якщо контакт з величиною площини S_J знаходиться при деякій температурі T на відстані $|\Delta x|$ від місця з температурою кріостата T_{Cr} , установлюється постійний тепловий потік [62]:

$$\frac{P}{S_J} = \lambda \frac{\Delta T}{|\Delta x|}, \quad (1.13)$$

де $P = I_b \hat{V}$ - потужність струму через контакт, $\Delta T = T - T_{Cr} > 0$, λ - коефіцієнт теплопровідності надпровідника. Поблизу критичної температури для точкових контактів критична напруга на контакті лінійно залежить від ΔT , так що критичну напругу можна розкласти в ряд по температурі, підставити в нього значення ΔT з (1.13) і знайти $I_c(T)$, користуючись виразом $V_c(T) = RI_c(T)$ [58, 62]. Знайдене значення $I_c(T)$ підставляємо у рівняння вольт - амперної характеристики:

$$\langle V(T) \rangle = \left\{ \langle I^2 \rangle R_J^2 - \left[RI_c(T_{Cr}) - \frac{P}{I_T} \right]^2 \right\}^{1/2}, \quad (1.14)$$

де $I_T = (\varepsilon' |dV_c(T)/dT|)^{-1}$, $\varepsilon' = |\Delta x|/(S_J \lambda)$ - коефіцієнт, який характеризує тепловідвід. Рішення рівняння (1.14) має фізичний зміст тільки до перехрещення з залежністю $V'(T_{Cr}) = I_b R$. Вольт - амперна характеристика (1.14) має від'ємний нахил при деяких значеннях напруги. Оскільки при від'ємному нахилі вольт - амперна характеристика нестабільна, на ній виникає стрибок напруги до стабільної гістерезисної гілки. Таким чином, перегрів контакту так само, як і ємність контакту, викликає появу гістерезису на вольт - амперній характеристиці. Загалом, вольт - амперна характеристика контакту при перегріві зсувається до вищих значень напруг.

Наведемо також рівняння для температури контакту та вольт - амперної характеристики (1.14) у нормалізованих позначеннях:

$$\gamma = 1 + \eta p(\gamma), \quad (1.15)$$

$$\langle v(\gamma) \rangle = \left\{ \langle i \rangle^2 - \left[1 - \frac{p(\gamma)}{i_t} \right]^2 \right\}^{1/2}, \quad (1.16)$$

де $\gamma = T / T_{Cr}$, $p = I_b \hat{V}(T) / P_c(T_{Cr})$, $P_c(T_{Cr}) = I_c(T_{Cr}) V_c(T_{Cr})$, $i_t = I_T / I_c(T_{Cr})$,
 $\eta = \varepsilon P_c(T_{Cr}) / T_{Cr}$.

1.3 Теорія синхронізації осциляцій напруги

Для опису високочастотної взаємодії між контактами, застосовується метод амплітуд, які повільно змінюються [10, 57]. У цьому методі розглядаються контакти без ємностей ($\beta_{CJ} = 0$). Розрахунки зручно проводити у нормалізованих одиницях, які були введені у попередньому підрозділі. Цей метод широко застосовується для рішень задач динаміки в тому випадку, коли дію зовнішньої системи на контакт можна розглядати як збурення і існує точне аналітичне рішення диференційного рівняння без збурень [58] (у нашому випадку це рівняння (1.7)). Вважається, що аналітичне рішення зберігає свій вигляд, однак параметри цього рішення стають повільними функціями часу (звідси походить назва методу). Початкові диференційні рівняння при цьому замінюється на так звані "вкорочені" рівняння для залежностей цих параметрів від часу. Завдяки залежності параметрів від часу враховуються зміни, які вносять члени збурення в рішення. Поняття "повільні функції часу" означає, що параметр усереднений тільки по проміжкам часу, порівняних з часом, характерним для процесів у системі (тобто, по "швидким" процесам в системі). Для джозефсонівського контакту таким "швидким" процесом, по якому проводиться неповне усереднення, є період джозефсонівської генерації при критичній напрузі на контакті. Будемо позначати таке неповне усереднення

шляпкою над символом (наприклад, $\hat{v}(\tau)$), на відміну від повного усереднення по часу $\langle v(\tau) \rangle$).

Розглянемо застосування цього методу для опису дії змінного струму $\tilde{i} = a \cos(\omega\tau)$ на автономний контакт у резистивному стані. Метод амплітуд, які повільно змінюються, використовується в рамках таких обмежень:

$$|\omega - \langle v \rangle| \ll \langle v \rangle, \quad (1.17)$$

$$a \ll 1, \quad (1.18)$$

де $a = A/I_c$ - нормалізована амплітуда змінного струму \tilde{i} , а частота сигналу ω нормалізована на частоту генерації. У результаті застосування методу амплітуд, які повільно змінюються, для величини $\eta' = \hat{v}\tau - \omega\tau - \pi/2$ отримано таке рівняння [58]:

$$\frac{1}{r_d^{(A)}} \frac{d\eta'}{d\tau} + \frac{a}{2\langle i \rangle} \sin \eta' = \langle i \rangle - i_\omega, \quad (1.19)$$

де $i_\omega = \sqrt{\omega^2 - 1}$. Структура цього рівняння подібна структурі рівняння (1.7) для різниці фаз на автономному контакті при $\beta_{CJ} = 0$. Рівняння (1.19) має рішення $\eta = const.$ при $i_\omega - \frac{a}{2\langle i \rangle} \leq \langle i \rangle \leq i_\omega + \frac{a}{2\langle i \rangle}$. Рішення цього рівняння описує сходинку на вольт - амперній характеристиці контакту (сходинка Шапіро). Величина цієї сходинки дорівнює $a/\langle i \rangle$. Поява сходинки зумовлено тим, що високочастотний сигнал \tilde{i} та генерація джозефсонівського контакту змішуються і виникає струм з нульовою частотою (тобто, постійний струм).

Розглянемо механізм високочастотної взаємодії двох контактів [9, 10, 57, 58, 64]. Електричні ємності контактів при розгляді не враховуються. Будемо вважати контакти ідентичними, тобто, критичні струми та критичні напруги контактів є однаковими. Якщо два послідовно з'єднаних контакти з індексами $k = 1, 2$ зашунтовано зовнішньою електродинамічною системою, то для знаходження різниці фаз $\varphi_k(\tau)$ та напруг $v_k(\tau)$ на контактах необхідно

вирішити рівняння збереження струму у контактах разом з рівнянням для струму у системі зворотного зв'язку [9, 64]:

$$\frac{d\varphi_k}{d\tau} + \sin \varphi_k = \langle i_k \rangle - \tilde{i}_{con}(\tau), \quad k = 1, 2, \quad (1.20)$$

$$\tilde{i}_{con}(\tau) = \sum_{k'=1}^2 y_{kk'}(\langle v \rangle) v_{k'}(\tau), \quad (1.21)$$

де $y_{kk'}(\langle v \rangle)$ - коефіцієнти зв'язку. В роботах [9, 64] приймалося наближення, при якому коефіцієнти $y_{kk'}$ не залежать від напруги: $y_{kk'}(\langle v \rangle) = y$. Згідно методу амплітуд, які повільно змінюються, замість рівнянь (1.20), (1.21) треба вирішити вкорочені рівняння для усереднених по швидким процесам фаз $\theta_k = \hat{v}_k \tau$. Різниця між цими вкороченими рівняннями визначає рівняння синхронізації для різниці фаз $\eta = \theta_1 - \theta_2$:

$$\frac{d\eta}{d\tau} = a_{1,2} \operatorname{Im} y \sin \eta + (r_d (\langle i_1 \rangle - \langle i_2 \rangle)), \quad (1.22)$$

де, $a_{1,2} = \frac{\varepsilon_1}{\langle v^{(A)} \rangle}$, $\varepsilon_1 = 2\langle v \rangle / (i + \langle v \rangle)$, $v_k^{(A)}$ - напруга на автономному контакті з номером k . Структура рівняння (1.22) співпадає з структурою рівняння (1.7) для різниць фаз на автономному контакту та рівняння (1.19) для синхронізації автономного контакту зовнішнім високочастотним сигналом. Зв'язок між процесами взаємної синхронізації контактів та захопленням частоти зовнішнім випромінюванням аналізується в роботі [65]. З рішення рівняння (1.22) $\eta = const$ слідує, що ширина області взаємної синхронізації $\langle \Delta v \rangle = r_d (\langle i_1 \rangle - \langle i_2 \rangle)$ при відсутності флуктуацій дорівнює:

$$\Delta \langle v \rangle = \frac{2}{\langle i \rangle + \langle v \rangle} |\operatorname{Im} y(\langle v \rangle)|. \quad (1.23)$$

З цього виразу видно, що інтервал синхронізації пропорційний модулю уявної частини коефіцієнту зв'язку. Це означає, що при чисто активному зв'язку взаємна синхронізація не виникає. Значення різниці фаз η у центрі інтервалу синхронізації залежить від знаку уявної частини коефіцієнту зв'язку:

$$\eta = \begin{cases} \pi, & \text{Im } y(\langle v \rangle) > 0, \\ 0, & \text{Im } y(\langle v \rangle) < 0. \end{cases} \quad (1.24)$$

Якщо зв'язок між контактами ємнісний ($\text{Im}(\langle y \rangle) \cong \langle v \rangle \beta_{CJ}$), то напруги на контактах осцилюють антифазно, а якщо індуктивний, тобто $\text{Im}(\langle y \rangle) \cong 1/(\langle v \rangle \beta_L)$, то контакти напруги осцилюють синфазно. Потужність випромінювання обох контактів у системі S пропорційна квадрату суми напруг на контактах:

$$S \propto \langle v_1^2 + v_2^2 \rangle = \varepsilon_1^2 \langle (\cos \theta_1 + \cos \theta_2)^2 \rangle. \quad (1.25)$$

Якщо нормалізувати потужність S на потужність випромінювання одного контакту S_0 , отримуємо такий вираз:

$$s = \frac{S}{S_0} = 2(1 + \cos \eta). \quad (1.26)$$

Якщо синхронізація синфазна, тобто $\eta = 0$, то $s = 4$. Якщо синхронізація антифазна, то $\eta = \pi$, а $s = 0$. З рішення рівняння синхронізації $\eta = \text{const}$. також очевидно, що всередині інтервалу синхронізації $\Delta v = r_d(i_1 - i_2)$ вольт - амперні характеристики контактів співпадають.

Розглянута теорія синхронізації випромінювання двох контактів була розширена для опису багатьох контактів у ланцюгу [66]. Контакти з'єднані один з одним також довільними елементами зворотного зв'язку. Вкорочені рівняння для фаз θ_k мають такий вигляд:

$$\frac{d\theta_k}{d\tau} = \langle v_k^{(A)} \rangle + \frac{\sigma}{2} \sum_{k'} y_{kk'} \exp[i(\theta_{k'} - \theta_k)], \quad k = 1, 2, \dots, K, \quad (1.27)$$

де $\sigma = \varepsilon_1 / \langle v \rangle$, K - кількість контактів у ланцюгу.

Аналіз стабільності рішення цієї системи рівнянь показує, що при індуктивному характері зв'язку ($\text{Im } y < 0$) синхронізований стан завжди стабільний.

Обговоримо тепер різні типи кола зворотного зв'язку. Найпростіші два типи показані на рис. 1.1. Хрестиками на цьому рисунку показані джозефсонівські контакти. Коефіцієнти високочастотного зв'язку між

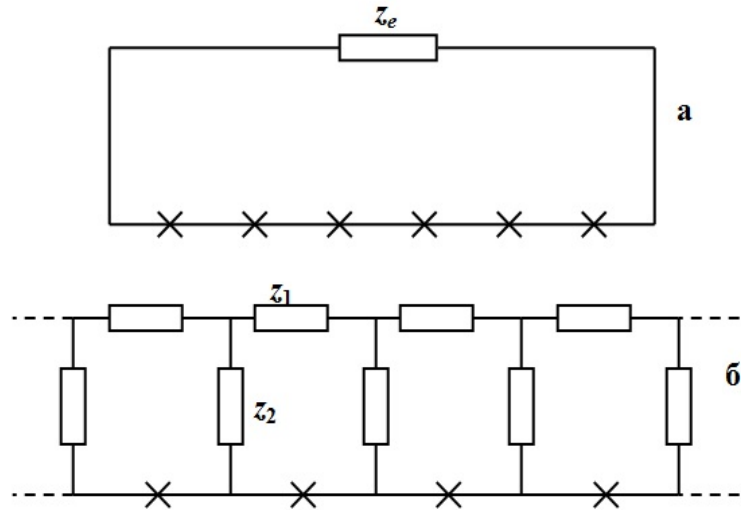


Рис. 1.1. Високочастотні схеми структур з нескінченним (а) та кінцевим (б) радіусом взаємодії контактів Джозефсона. Контакти позначені хрестиками.

контактами можна розрахувати з використанням правил Кірхгофа. Для схем, зображених на рис. 1.1 (а) та рис. 1.1 (б) коефіцієнти $y_{kk'}$ мають такий вигляд, відповідно:

$$y_{kk'} = \frac{1}{z_e + Kz_J}, \quad (1.28)$$

$$y_{kk'} = \frac{1}{2\sqrt{-z_1(z_2 + z_J)}} e^{-\frac{|k-k'|\sqrt{(z_2+z_J)}}{z_1}}, \quad (1.29)$$

де імпеданси z_e , z_1 та z_2 позначені на рис. 1.1. Характерна відмінність виразів (1.28) та (1.29) полягає в тому, що коефіцієнт $y_{kk'}$ у виразі (1.28) не залежить від номеру контакту, а у виразі (1.29) така залежність є. Можна ввести поняття ефективної відстані між контактами $m = |k - k'|$ та радіуса взаємодії між контактами M , причому M є така ефективна відстань між контактами, при якій величина $y_{kk'}$ зменшується у e разів. Таким чином, радіус взаємодії між контактами у виразі (1.28) нескінчений, так що кожен контакт у схемі, зображеній на рис. 1.1 (а), взаємодіє з усіма іншими. У схемі, зображеній на рис. 1.1 (б), радіус взаємодії $M = \text{Re}\sqrt{z_1/(z_2 + z_J)}$ залежить від співвідношення імпедансів z_1 , z_2 та z_J . Найбільш оптимальними типами

зворотного зв'язку для синхронізації є структури з нескінченим радіусом взаємодії (див. рис. 1.1 (а)). Знайдено [66], що у структурах з нескінченим радіусом взаємодії синхронізація відбувається при значно більшому розбігу критичних струмів, ніж у структурах з кінцевим радіусом взаємодії. Тому кільцеві структури, показані на рис. 1.1 (а), найбільш оптимальні для синхронізації. Різні типи структур розглядалися в роботах [67, 68].

В роботі [15] була використана модифікація методу амплітуд, які повільно змінюються, для аналізу взаємної синхронізації двох тунельних контактів. Якісно висновки цієї роботи були підтверджені в експерименті [16]. Чисельно вивчалась взаємна синхронізація коливань напруги на контактах з різними значеннями ємності в роботі [68].

Двохконтактний інтерферометр може також служити генератором синхронних коливань, якщо струм зміщення у ньому перевищує критичний струм контактів [69, 70]. Зворотним зв'язком тут служить надпровідний контур з індуктивністю L . Нормалізована індуктивність $\beta'_L = (2\pi(I_{c1} + I_{c2})L)/\Phi_0$ є параметром інтерферометра. При застосуванні методу амплітуд, які повільно змінюються, для величини $\eta = \theta_1 - \theta_2$ отримано таке рівняння синхронізації [69]:

$$\beta'_L \frac{i_{c1} i_{c2}}{r_d^{(A)}} \frac{d\eta}{d\tau} = \phi'_e - \eta + \frac{1}{\langle i \rangle (\langle i \rangle + \langle v \rangle)} \sin \eta + \xi_{f1,2}, \quad (1.30)$$

де $i_{c1,2} = I_{c1,2}/(I_{c1} + I_{c2})$, $\phi'_e = \phi_e + (i_{c2}l_2 - i_{c1}l_1)(\langle i_1 \rangle + \langle i_2 \rangle)$, $\phi_e = (2\pi\Phi)/\Phi_0$, Φ - магнітний потік через контур, $\langle i_1 \rangle$ та $\langle i_2 \rangle$ - усереднені струми через плечі інтерферометра. В рівнянні (1.30) є два конкуруючі члена у правій частині. Перший член ($\phi'_e - \eta$) намагається "установити" різницю фаз η в положення, яке визначено зовнішнім магнітним полем, і тому заважає синфазній синхронізації, яку описує другий член в (1.30). Тому для встановлення синфазної синхронізації слід спеціально підібрати величину магнітного поля, в якому знаходиться інтерферометр.

1.4 Внутрішній ефект Джозефсона.

У високотемпературних надпровідниках [71] може спостерігатися внутрішній ефект Джозефсона. Цей ефект зумовлений особливостями кристалічної будови високотемпературних надпровідників. Властивості деяких високотемпературних надпровідників сильно анізотропні. Електричні струми, які протікають вздовж осі c , повинні текти також через шари діелектрику, і тому електричний опір вздовж осі c значно більший, ніж опір вздовж площин ab . Довжина когерентності ξ_c вздовж осі c менша, ніж відстань між шарами, так що куперівські пари сконцентровані в ab - площинах. У 1992 р. було відкрито, що два сусідніх подвійних шари CuO разом з проміжним шаром діелектрику утворюють джозефсонівський контакт і у монокристалі виникає так званий внутрішній ефект Джозефсона [2]. Це значить, що монокристал високотемпературного надпровідника є по суті щільно упакована пачка джозефсонівських контактів. Монокристал товщиною в один мікрон має приблизно 667 джозефсонівських контактів. Внутрішній ефект Джозефсона був знайдений у сполуках $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$, $(\text{Pb}_y\text{Bi}_{1-y})_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$, $\text{Tl}_2\text{Ba}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_{10}$ [3, 72]. Був зроблений висновок, що величина ефекту залежить від анізотропії параметрів сполук. У новому типі анізотропних надпровідників (пніктидів) LaFeAsO , BaFe_2As_2 , LiFeAs , FeSe та ін. у складі сполуки присутні атоми заліза [73-75]. У цих надпровідників може бути кілька енергетичних щілин [74].

Зразки для вимірювання електричних властивостей внутрішніх контактів звичайно роблять у вигляді монокристалу [2, 3] або вирізають у вигляді прямокутника на поверхні монокристалу (прямокутна пачка внутрішніх контактів), або вирізаються з товстої плівки [76]. Однак, існують інші способи приготування. Контакти Джозефсона можуть бути виготовлені на границі зерна [77, 78], або вирізатися з напиленої епітаксiallyно плівки на підкладці, зробленій з LaAlO_3 , кристалічна структура якої має деякий кут нахилу відносно площини підкладки (до 25°) [79]. Інші способи приготування контактів Джозефсона на основі високотемпературних надпровідників

описані в огляді [1]. Різні типи контактів надпровідників на основі пніктидів описані в роботах [80-85]. Для наших експериментів було вибрано спосіб приготування внутрішніх контактів Джозефсона на підкладці, яка має кут нахилу кристалографічної осі 20° відносно площини підкладки. Цей спосіб приготування був вибраний тому, що він дозволяє формування елементів зворотного зв'язку (наприклад, розпилення шунта) прямо на площині плівки високотемпературного надпровідника.

Залежності критичного струму від магнітного поля для внутрішніх контактів мають типову форму кривих Фраунгофера [2, 3]. Знайдено [2, 3], що залежності критичного струму від температури задовільно апроксимуються залежностями Амбегаокара - Баратова [86]. Характеристики внутрішніх контактів Джозефсона можуть змінюватися завдяки дифузії кисню з зразку [87]. Типова вольт - амперна характеристика високотемпературного надпровідника має гістерезис та багатогілкову структуру [2, 3, 72]. Такі криві отримані у результаті циклічного збільшення та зменшення струму зміщення. Номер гілки відповідає кількості контактів, які знаходяться у резистивному стані. Таким чином, вольт - амперна характеристика системи з K контактів має $K + 1$ гілок. При напрузі $V_g = 2K\Delta/e$ (тут Δ - енергетична щілина надпровідника) на вольт - амперній характеристиці спостерігається перегин, який є характерним для тунельних контактів. Загалом, вольт - амперна характеристика високотемпературних надпровідників у гістерезисному регіоні досить полого [2, 3, 88], тоді як для низькотемпературних надпровідників вона звичайно круто знижується майже до нульових значень струму при напрузі, яка відповідає енергетичній щілині надпровідника [10, 55, 89]. Ця поведінка може бути пояснена в рамках теорії d - симетрії параметра порядку [90 - 93]. Вольт - амперні характеристики, розраховані в рамках цієї теорії, мають пологу гістерезисну частину. Слід зауважити, що пологий нахил гістерезисної частини вольт - амперної характеристики знайдений у низькотемпературних тунельних контактах з високою густиною критичного струму [94] і може бути отриманий також у

межах тунельної моделі, якщо при розрахунках урахувати ємність контакту. Шумова складова завжди присутня у вольт - амперних характеристиках внутрішніх контактів [95]. В роботі [96] докладно вивчається вплив флуктуацій температури на внутрішні контакти, у яких, завдяки малим розмірам, енергія Джозефсона $E_J = (\Phi_0 I_c)/(2\pi)$ має величину порядку $k_B T$, де k_B - постійна Больцмана. Флуктуації приводять до того, що при низьких температурах відбувається переключення стану контакту від надпровідного до резистивного, а при великих температурах надпровідна гілка вольт - амперної характеристики зникає взагалі. При проміжних температурах відбувається процес переключення до дифузії фази на гістерезисній гілці. Сліди подібних процесів видно і на вольт - амперних характеристиках контактів більших розмірів [79, 97].

Вплив зовнішнього випромінювання на внутрішні контакти Джозефсона вивчався в роботах [98, 99]. Було знайдено, що сходинки на вольт - амперній характеристиці, які утворюються під впливом зовнішнього випромінювання (сходинки Шапіро) можуть перетинати вісь напруг, так що частина сходинки знаходиться при негативних значеннях струму. Пояснення цього ефекту поки що немає.

1.5 Динаміка вихорів у високотемпературних надпровідниках

Перед тим, як розглядати динаміку вихорів у високотемпературних надпровідниках, треба сказати кілька слів про рівноважні властивості та структуру вихорів у надгратках. Мікроскопічна теорія надграток шарів надпровідників та діелектрику або нормального металу та рівноважні властивості вихорів Джозефсона у них теоретично досліджувалися в роботах [100-105]. Розрахунки проводилися для температур поблизу критичної температури надпровідника. Знайдено [100, 101], що в тих випадках, коли товщина надпровідного шару менше, ніж довжина когерентності, критичний струм системи менший, ніж критичний струм масивного надпровідника, а температурна залежність критичного струму відхиляється від стандартного

вигляду [86]. У роботі [101] показано, що в нескінченій надгратці вихори Джозефсона проникають у всі бар'єри одночасно і формують так звані "площини вихорів". У надгратки з кінцевою кількістю шарів надпровідника знайдено осциляції критичного струму в залежності від зовнішнього магнітного поля. В роботах [104, 105] аналізується солітонна структура надграток у магнітному полі. Головний висновок з цих теорій для нашого дослідження полягає в тому, що вихори в усі шари надгратки входять одночасно. Тому в осциляціях гратки вихорів можливий когерентний стан. Однак, існує також думка, що вихори утворюють трикутну гратку [106]. Тому це питання не можна вважати остаточно вирішеним.

Розглянемо тепер динаміку вихорів у надгратках. Як було зазначено у попередньому розділі, монокристали високотемпературних надпровідників є пачками, які мають K внутрішніх контактів Джозефсона. У цьому розділі буде розглянута фазова динаміка контактів у таких пачках. Лондонівська глибина проникнення магнітного поля вздовж осі c значно більша, ніж відстань між двома надпровідними шарами s' , тому екрануючі струми в одному контакті впливають на струми у сусідніх контактах. У цьому випадку джозефсонівські контакти взаємодіють один з одним за допомогою взаємної індуктивності. Фазова динаміка у цьому випадку визначена набором з N динамічних рівнянь, у яких урахована взаємодія контактів [107 - 111]. Ця модель може бути використана для опису експериментів як з високотемпературними, так і низькотемпературними надпровідниками.

У моделі товщина шарів надпровідника та діелектрика вважається постійною вздовж довжини Λ та ширини W системи. Шар надпровідника з номером m має товщину t_m та лондонівську глибину проникнення магнітного поля λ_m , а товщина шару діелектрика між надпровідними шарами з індексами m та $m-1$ є $d_{m,m-1}$. Тоді система рівнянь, яка описує динаміку різниці фаз параметра порядку $\varphi_{m,m-1}$ між m -м та $m-1$ -м шаром надпровідника виглядає так:

$$-\frac{\hbar}{2e\mu_0} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \begin{pmatrix} \varphi_{1,0} \\ \varphi_{2,0} \\ \vdots \\ \varphi_{m,m-1} \\ \vdots \\ \varphi_{N,N-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d'_{1,0} & q_1 & 0 & \cdots \\ q_1 & d'_{2,1} & q_2 & \cdots \\ & & \ddots & \\ \cdots & 0 & q_{m-1} & d'_{m,m-1} & q_m & 0 & \cdots \\ & & & & \ddots & & \\ & & \cdots & 0 & q_{N-2} & d'_{N-1,N-2} & q_{N-1} \\ & & & \cdots & 0 & q_{N-1} & d'_{N,N-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_{1,0}^Z \\ J_{2,1}^Z \\ \vdots \\ J_{m,m-1}^Z \\ \vdots \\ J_{N-1,N-2}^Z \\ J_{N,N-1}^Z \end{pmatrix}, \quad (1.31)$$

де

$$q_m = -\frac{\lambda_m}{\sinh(t_m/\lambda_m)}, \quad (1.32)$$

$$d'_{m,m-1} = d_{m,m-1} + \lambda_m \coth\left(\frac{t_m}{\lambda_m}\right) + \lambda_{m-1} \coth\left(\frac{t_{m-1}}{\lambda_{m-1}}\right), \quad (1.33)$$

та $J_{m,m-1}^Z$ - густина струму у напрямі z :

$$J_{m,m-1}^Z = \frac{\Phi_0}{2\pi} C_{m,m-1} \frac{\partial^2 \varphi_{m,m-1}}{\partial t^2} + \frac{\Phi_0 G_{m,m-1}}{2\pi} \frac{\partial \varphi_{m,m-1}}{\partial t} + J_{cm,m-1} \sin \varphi_{m,m-1}, \quad (1.34)$$

$C_{m,m-1}$ та $G_{m,m-1}$ - ємність та електропровідність діелектрика між шарами m та $m-1$ на одиницю площі, $J_{cm,m-1}$ - критична густина струму джозефсонівського контакту між шарами з індексами m та $m-1$.

Цікаві результати у рамках цієї моделі можна отримати при розгляді найпростішого випадку пачки з двох внутрішніх джозефсонівських контактів (тобто, трьох надпровідних шарів та двох шарів діелектрику [111]). Для цього випадку рівняння (1.31) - (1.34) виглядають так:

$$\frac{\Phi_0}{2\pi\mu_0} \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 \varphi_{1,0}}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 \varphi_{2,1}}{\partial x^2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d' & q_1 \\ q_1 & d' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\Phi_0}{2\pi} C_{1,0} \frac{\partial^2 \varphi_{1,0}}{\partial t^2} + \frac{\Phi_0 G_{1,0}}{2\pi} \frac{\partial \varphi_{1,0}}{\partial t} + J_{c1,0} \sin \varphi_{1,0} \\ \frac{\Phi_0}{2\pi} C_{2,1} \frac{\partial^2 \varphi_{2,1}}{\partial t^2} + \frac{\Phi_0 G_{2,1}}{2\pi} \frac{\partial \varphi_{2,1}}{\partial t} + J_{c2,1} \sin \varphi_{2,1} \end{pmatrix} - I_b (d' + q) \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (1.35)$$

де

$$d' = d + \lambda_0 \coth\left(\frac{t_0}{\lambda_0}\right) + \lambda_1 \coth\left(\frac{t_1}{\lambda_1}\right), \quad q_1 = -\frac{\lambda_1}{\sinh(t_1/\lambda_1)}. \quad (1.36)$$

Рішеннями системи (1.35) є функції

$$\varphi_{m,m-1}(x, t) = A_{m,m-1} \exp[ik(x - ut)], \quad m = 1, 2, \quad (1.37)$$

$$|u| = c_{\pm} \equiv c' \frac{1}{\sqrt{1 \pm \frac{q_1}{d'_{1,0}}}}, \quad c' = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 d'_{1,0} C_{1,0}}}, \quad (1.38)$$

$$A_{1,0} = A_{2,1} \text{ для } |u| = c_+, \quad (1.39)$$

$$A_{1,0} = -A_{2,1} \text{ для } |u| = c_-, \quad (1.40)$$

З розгляду виразів (1.38) приходимо до висновку, що існує дві швидкості розповсюдження хвиль у пачці. Одна з них (c_-) більша за швидкість c' , а друга (c_+) - менша за c' . З виразів (1.39) та (1.40) видно, що для випадку $|u| = c_+$ різниці фаз на обох контактах змінюються однаково в часі та просторі ($\varphi_{1,0}(x,t) = \varphi_{2,1}(x,t) \equiv \varphi(x,t)$ є так звана когерентна або синфазна мода), тоді як при $|u| = c_-$ різниці фаз на контактах змінюються протилежно одна одній ($\varphi_{1,0}(x,t) = -\varphi_{2,1}(x,t)$, так звана протифазна мода). Розрахунки закону дисперсії для цих мод приводять до таких виразів:

$$\omega^2 = \frac{c' k_x^2}{1 \pm \frac{s_1}{d'_{1,0}}} + \frac{2\pi J_{1,0}}{\Phi_0 C_{1,0}}, \quad (1.41)$$

де другий член суми у правій частині виразу (1.41) є так званою плазмовою частотою. Згідно виразу (1.41), існує дві гілки таких коливань.

Для пачки, яка має K джозефсонівських контактів, існує K швидкостей розповсюдження хвиль:

$$c_k = c' \frac{1}{\sqrt{1 - 2 \frac{q_1}{d'_{1,0}} \cos\left(\frac{\pi k}{K+1}\right)}}, \quad k = 1 \dots K. \quad (1.42)$$

Найбільше значення цієї швидкості c_1 відповідає когерентній синфазній моді, тоді як найменша швидкість c_K відповідає антифазній моді. Амплітуда $A_{k,m,m-1}$, яка відповідає k -тій моді у контакті між надпровідними шарами m та $m-1$, дорівнює

$$A_{k,m,m-1} = \sqrt{\frac{2}{K+1}} \sin\left(\frac{mk\pi}{K+1}\right), \quad k = 1, 2, \dots, K, \quad m = 1, 2, \dots, K. \quad (1.43)$$

Дисперсійне відношення для моди з номером n виглядає так:

$$\left[\omega_n^{(K)}\right]^2 = \frac{c'k_x^2}{1 \pm 2 \frac{q_1}{d'_{1,0}} \cos\left(\frac{k\pi}{K+1}\right)} + \frac{2\pi J_{1,0}}{\Phi_0 C_{1,0}}. \quad (1.44)$$

Експериментальна перевірка співвідношень (1.42)-(1.44) була проведена для систем широких джозефсонівських контактів низькотемпературних надпровідників [111 - 113]. Були виготовлені пачки тунельних контактів Nb-(Al/AlO_x-Nb)_N, які мали до десяти контактів ($K = 1, 2, \dots, 10$) [66]. Товщина шару ніобію в різних пачках змінювалася від 30 до 140 нм. Вимірювалися вольт - амперні характеристики пачок у різних магнітних полях. Показано, що кожна з сходинок Фіске у структурі з K шарів розщеплюється на K сходинок. Швидкості c_{\pm} були розраховані з різниці між напругами цих розщеплених сходинок Фіске. Результати експерименту досить добре співвідносяться з теоретичним розрахунком. Наприклад, для пачки з трьох контактів з товщиною шарів надпровідника $t_0 = 100$ нм, $t_1 = t_2 = 35$ нм, $t_3 = 300$ нм, $\lambda_k = 90$ нм ($k = 0, 1, 2, 3$), експериментально визначені швидкості розповсюдження хвиль дорівнюють $3.1 \cdot 10^6$ м/сек, $4.8 \cdot 10^6$ м/сек та $11.3 \cdot 10^6$ м/сек, тоді як теоретичні розрахунки дають значення $3.4 \cdot 10^6$ м/сек, $5.0 \cdot 10^6$ м/сек та $9.6 \cdot 10^6$ м/сек, відповідно [111]. У роботі [114] помічено цікавий ефект, згідно якому температурна залежність критичного струму пачки внутрішніх контактів може розщеплюватися на кілька гілок. Кожній з цих гілок відповідає один з кількох максимумів розподілення вірогідності переходу контактів з надпровідного стану у резистивний стан. Відмічено, що до такого складного розподілення вірогідності може приводити наявність флюксонів у зразках.

У магнітному полі на вольт - амперній характеристиках зразків завдяки взаємодії струму Джозефсона з стоячою хвилею утворюються сходинок Фіске. Теорія утворення сходинок Фіске розвинута в роботах [115, 116]. Сходинок Фіске на вольт - амперних характеристиках внутрішніх джозефсонівських контактів сполуки Bi₂Sr₂CaCu₂O_{8+x} у зовнішньому

магнітному полі спостерігалися у роботі [5], однак даних про розщеплення сходинок у цих системах немає. Непрямими свідченнями про розщеплення сходинок може бути нерегулярне розташування цих сходинок [5]. У рамках розвинутої теорії розщеплені сходинок можуть перекриватися, так що, наприклад, окремі гілки розщепленої другої сходинок Фіске можуть знаходитися при напругах, менших за напруги розщепленої першої сходинок. Це приводить до порушення періоду у розташуванні сходинок.

На основі течії потоку вихорів в довгих контактах Джозефсона у магнітному полі реалізовані осцилятори, виготовлені з використанням низькотемпературних надпровідників [117 -119]. Осцилятори мають частоту коливань до 600 ГГц при ширині лінії випромінювання 200 кГц [118]. Потужність випромінювання сягає 10^{-6} Вт. У роботі [119] при дослідженні течії потоку у пачці з 7 тунельних контактів Джозефсона помічена модуляція течії потоку структурними резонансами. Помічено, що при структурних резонансах осциляції напруги на контактах синхронізовані.

Існування плазмових коливань у високотемпературних надпровідниках дозволяє в перспективі створювати нові матеріали з незвичними оптичними властивостями. Детально оптичні властивості речовин з плазмовими коливаннями описані в огляді [120].

Вольт - амперні характеристики контактів з індуктивним зв'язком розраховувалися в роботах [121 -126]. Було показано існування колективних мод коливань. Розраховані вольт - амперні характеристики пачок контактів мали багатогілкову структуру в районі гістерезису. Розроблена була також модель ємнісного зв'язку між внутрішніми контактами [126]. У моделі приймається до уваги можливе неповне екранування заряду у внутрішніх контактах, оскільки товщина надпровідних шарів менша за довжину екранування. Тому на контактах виникає некомпенсований заряд і відбувається порушення зарядової нейтральності шару. Цей ефект викликає плазмові коливання у контакті та в системі. Відповідні члени з'являються також у динамічних рівняннях і приводять також до багатогілкової структури

вольт - амперних характеристик. Модель, у якій ураховується струм квазічастинок завдяки появі електричних потенціалів на внутрішніх контактах, розвинута в роботах [127 - 131]. У роботах [129 -130] теоретично досліджений зв'язок між осциляціями напруги на внутрішніх контактах та різними фононними модами. Наявність зв'язку між особливостями вольт - амперної характеристики та фонами продемонстровано в експерименті [6], де зазначено, що ці особливості, отримані в експериментах [132] можуть виникнути завдяки тунелюванню куперівських пар за допомогою фононів.

Таким чином, у наведених теоретичних роботах розглянуто три можливі зв'язки, які можуть бути у пачці внутрішніх контактів Джозефсона: індуктивний зв'язок між шарами надпровідника завдяки дії екрануючих струмів, а також ємнісний та резистивний зв'язок типу шунтів між контактами.

1.6 Огляд експериментів по створенню когерентної динаміки систем контактів Джозефсона

У цьому підрозділі проводиться аналіз експериментів, які вплинули на розвиток уявлень про синхронізацію осциляцій напруги на контактах Джозефсона. Розглянуто системи контактів низькотемпературних надпровідників, інтерферометри з багатьма контактами у контурі та резонансні системи контактів. У тих випадках, коли результати експериментів потребують розширеного теоретичного пояснення, приведено короткий огляд основних гіпотез.

1.6.1 Системи контактів низькотемпературних надпровідників

Одним з перших експериментів, які досліджували когерентну фазову динаміку систем з джозефсонівськими контактами, було вивчення електричних властивостей системи контактів, яку утворювали щільно притиснуті одна до одної кульки з діаметром порядку 1 мм, зроблені з ніобію, олова або свинцю [133, 134]. Двохвимірні масиви кульок (звичайно,

10 × 10 штук та менше) та трьохвимірні масиви кульок розташовувалися між металевими дзеркалами, відстань між якими змінювалася. На вольт - амперних характеристиках масивів кульок були знайдені особливості, положення яких залежало від відстані між дзеркалами. Ці особливості були пов'язані з самоіндукованими сходинками, які виникали, коли частоти випромінювання відповідали частотам геометричних резонансів у резонаторі, який утворювали дзеркала. Застосований у роботах [133, 134] метод виготовлення систем контактів з металевих кульок застосовувався навіть у недалекому минулому [135] для вимірювання дробових сходинок Шапіро, які виникали на вольт - амперних характеристиках системи при опроміненні. Зручності названого методу виготовлення систем контактів полягають у легкому контролі кількості контактів та їх розташування, а очевидний недолік - у неконтрольованості параметрів окремих контактів. Проблеми отримання когерентного випромінювання у гранулярних надпровідниках обговорювались в роботі [136].

Подальші експерименти по вивченню когерентної динаміки систем контактів були проведені на містках низькотемпературних надпровідників. Була розроблена також теорія високочастотної електромагнітної взаємодії контактів [9, 64, 66]. Головним результатом теорії був висновок, що взаємодія контактів з нульовими значеннями параметра Мак-Камберу $\beta_{CJ} = 0$ досягає максимальної величини у так званих ланцюгових структурах, тобто, при з'єднанні усіх контактів у єдину лінію (ланцюг), причому зворотний зв'язок організовано за допомогою з'єднання першого та останнього контактів у ланцюгу за допомогою нормальних (не надпровідних) радіотехнічних елементів. При цьому існує деякий оптимальний набір параметрів контактів та характеристик системи, при якому має місце синхронізація. Були проведені експерименти на системах кількох контактів, які були замкнуті петлею з нормального металу [9]. Живлення постійним струмом зміщення було окремим для кожного контакту. Виміряні вольт - амперні характеристики добре узгоджувалися з розрахунками теорії. Був

здійснений вдалий експеримент по синхронізації випромінювання 99 контактів Джозефсона [9]. Синхронізація була досягнута на частоті 10 ГГц. Потужність випромінювання складала близько 10 нВт. Ширина лінії генерації була порядку 200 МГц.

Застосування шунтів контактів для реалізації зворотного зв'язку завдяки струму квазічастинок були детально вивчені теоретично [137] та експериментально [138] для синхронізації двох містків з тонких плівок індію, кожен з яких був частиною єдиної структури типу "хрест" (контурами струму одного з містків були два сусідні кінці хреста, контурами струму другого - протилежна пара кінців). Був знайдений інтервал напруг, при якому вольт - амперні характеристики контактів повністю співпадали одна з одною (інтервал синхронізації). Розрахунки в рамках резистивної моделі двох контактів з шунтом дозволили якісно пояснити експеримент.

Проводилися також експерименти по синхронізації випромінювання тунельних контактів. Тунельні контакти Nb-AlO_x-Nb використовуються для виготовлення стандартів постійної напруги [139]. Від 3000 до 15000 таких послідовно з'єднаних тунельних контактів Джозефсона у пачці опромінюються сигналом від $f = 70$ ГГц до $f = 90$ ГГц [13] для отримання сходинок постійного струму (сходинок Шапіро) на вольт - амперних характеристиках контактів. Напруга на сходинках дорівнює $V_{Sh} = nf / K_J$, де $n = 1, 2, \dots$, $K_J = 483,5979$ ГГц/В. Завдяки цьому ефекту існує конверсія високочастотного струму Джозефсона в постійну напругу і стає можливим виготовлення стандарту напруги 1 В. Для виготовлення стандарту напруги використовувались також контакти типу SINIS, де S - надпровідник, I - діелектрик, N - нормальний метал [139-141]. Звичайно когерентний відгук на зовнішній сигнал отримують від більшості контактів. Однак, цей когерентний відгук має певні особливості. У роботі [142] вивчався когерентний відгук системи контактів Nb/Al-AlO_x-Nb/Al-AlO_x-Nb на зовнішнє випромінювання. Було знайдено, що парні сходишки Шапіро мають значно більшу амплітуду, ніж непарні сходишки. Цей результат пояснений

виникненням синхронного відгуку випромінювання контактів на зовнішній сигнал. Розподіл постійного струму Джозефсона впродовж цих систем вивчався експериментально в роботі [143]. Знайдено, що такий розподіл однаковий для деякого інтервалу прикладеного зовнішнього магнітного поля. Зауважимо, що для систем цього типу експериментально доведено, що надструм пов'язаний з фазою по закону синусу [144]. Були проведені також експерименти та модельні розрахунки синхронізації випромінювання пачки тунельних контактів $\text{Nb}-(\text{AlO}_x\text{-Nb})_n$, які було шунтовано по боках титановою плівкою [145]. Однак, як показали вимірювання емісії контактів, синхронізованого стану контактів досягнуто не було. Автори [145] вказують на необхідність наявності оптимальних параметрів кола зворотного зв'язку для синхронізації. У наступному експерименті [146], виконаному на двомірному масиві, який мав 4×4 контактів Джозефсона, зроблених на границі зерна на основі високотемпературного надпровідника, всі вольт - амперні характеристики контактів мали спільний інтервал напруг, що свідчило про синфазну синхронізацію всіх контактів. Ширина лінії шунтованих внутрішніх контактів вивчалась в роботі [147].

Оскільки теорія синхронізації не враховує електричні ємності контактів, вона стає непридатною для пояснення отриманих в експериментах результатів. Тому були розвинуті методи моделювання одномірних та двомірних систем з контактами Джозефсона, які дозволяли розрахувати параметри синхронізації осциляцій напруги на контактах [148 -154]. Метод дослідження стабільності когерентного стану у системах контактів, розвинутий у роботі [152], став базовим для всіх сучасних чисельних досліджень. В основі методу покладено чисельне знаходження реальних частин показників Флоке рішень для збурень синфазних рішень рівнянь динаміки різниці фаз на контактах (тобто, рівнянь з періодичними коефіцієнтами). Якщо реальна частина показника Флоке негативна, то синфазне рішення стабільне, тобто збурення затухає. Цей метод ми

використали при розгляді стабільності когерентного стану осциляцій напруги на контактах, які знаходилися в надпровідному резонаторі.

1.6.2 Інтерферометри з багатьма контактами

Ранні теоретичні дослідження інтерферометрів з багатьма контактами стосуються стаціонарних станів у цих інтерферометрах у магнітному полі [155-158]. Були також розвинуті методи моделювання динаміки цих систем [159 - 161]. У роботах [162-166] були вивчені вольт - амперні характеристики надпровідного інтерферометру, у кожному плечі якого містилося по два контакти (чотирьохконтактний інтерферометр). Якщо параметри всіх чотирьох контактів такого інтерферометру однакові, то система рівнянь, яка описує динаміку контактів у відсутності магнітного поля, має два рішення [164 - 166]. Згідно першому з цих рішень, різниці фаз на усіх чотирьох контактах у системі однакові і дорівнюють деякій величині $\varphi(t, I_b)$ для визначеного часу та постійного струму зміщення I_b . Згідно другому рішенню, різниці фаз на контактах в одному з плечей однакові ($\varphi(t, I_b)$), а різниці фаз на контактах у другому плечі зміщені на величину $2\pi n$ ($n = \pm 1, \pm 2, \dots$ - ціле число) відносно $\varphi(t, I_b)$, наприклад: $\varphi_{1,2} = \varphi(t, I_b) + \pi$, $\varphi_{2,2} = \varphi(t, I_b) - \pi$. Аналіз стабільності рішень показує [165, 166], що перше рішення (для однакових різниць фаз) нестабільне, тоді як друге рішення стабільне при $\beta_c > 0$. Одним з найбільш цікавих наслідків такої динаміки різниці фаз на контактах при струмах зміщення, які перевищують критичний струм контакту, є існування високочастотного циркулюючого струму у кільці інтерферометру [166]. Згідно викладеній у підрозділі 1.3 теорії синхронізації, для того, щоби існувала когерентна фазова динаміка, потрібне існування синхронізуючого високочастотного струму через усі контакти. У системах з шунтами таким струмом контакти забезпечені через шунт. У чотирьохконтактному інтерферометрі кожне з плечей виконує роль

зворотного зв'язку для іншого, так що синхронізуючим струмом є високочастотний циркулюючий струм.

Експерименти на інтерферометрі з чотирма контактами були проведені з використанням як низькотемпературних, так і високотемпературних надпровідників [164 - 168]. У роботах [64 - 166] показано, що при деяких напругах виміряні вольт - амперні характеристики всіх контактів зливаються в одну криву. В цьому інтервалі напруг досягається когерентний стан всіх контактів. Частота випромінювання контактів у когерентному стані сягає від 120 до 900 ГГц. Модельний розрахунок показав [165], що когерентний стан синфазний. Експериментально визначений інтервал напруг когерентного стану добре узгоджувався з розрахунком. Модельний розрахунок дозволив також визначити оптимальний інтервал параметрів інтерферометру [166], тобто, набір параметрів, при яких інтервал напруг когерентного стану приймає максимальне значення.

У роботі [168] досліджені вольт - амперні характеристики інтерферометру з шістьма контактами Pb-Nb (по три контакти у кожному плечі). Періодичний сигнал з частотою $f = 8$ ГГц діяв на систему. На вольт - амперній характеристиці системи було знайдено сходинки, які періодично повторювалися через інтервали напруги $N \cdot f \cdot \Phi_0$, де $N = 3$ є кількістю контактів в одному плечі інтерферометру. Ці результати співпадали з результатами модельного розрахунку, у якому вольт - амперні характеристики всіх шести контактів з різними критичними струмами ставали однаковими на сходинках. Був зроблений висновок, що на сходинках динаміка всіх контактів когерентна. Експерименти по синхронізації випромінювання систем багатоконтактних інтерферометрів було підсумовано в огляді [11].

1.6.3 Когерентна динаміка контактів у резонансних системах

Експерименти [169 - 171] по синхронізації масивів тунельних джозефсонівських контактів, виготовлених на основі низькотемпературних

надпровідників зіграли велику роль як у розумінні процесів синхронізації, так і у визначенні перспективних напрямів досліджень у цій галузі. Для експериментів були приготовлені тунельні структури квадратних контактів Nb/Al/AlO_x/Nb. Були виготовлені двовимірні масиви контактів з різною кількістю рядів та контактів у ряді. Знизу або згори площини масиву контактів була розташована надпровідна площина. У магнітному полі, яке було паралельним площині масиву контактів, вольт - амперна характеристика мала вертикальні гілки у гістерезисній області. Кількість гілок дорівнювала кількості контактів, а відстань між ними дорівнювала напрузі, яка відповідала довжині хвилі, що співпадала з одним з геометричних резонансів у системі (відстані між контактами). Автори показали, що кожна з цих гілок відповідає визначеній кількості контактів, які переходять з надпровідного стану до резистивного стану (активних контактів). Поблизу масиву був розташований контакт - детектор, який реєстрував потужність випромінювання системи. Залежність цієї потужності випромінювання від вхідної потужності системи показує, що існує поріг вхідної потужності. До порогу потужність випромінювання дуже низька, тому, що не існує когерентності випромінювання активних контактів [169]. Після порогу потужність випромінювання активних контактів збільшується пропорційно квадрату їх кількості. Це означає, що після порогу існує когерентність випромінювання активних контактів. Резонансні частоти контактів залежать не тільки від відстані між контактами, але також від довжини системи та від кількості активних контактів у системі. Для пояснення цього ефекту була розвинута модель [172], згідно якої контакти знаходяться у довгій лінії і існує дисперсія хвиль, з якими коливання напруги розповсюджуються впродовж довгої лінії. Ця модель допомогла пояснити залежність зсуву резонансної частоти від кількості активних контактів та від довжини системи. Багатогілкова структура вольт - амперних характеристик двовимірного масиву контактів Nb-Pb була також знайдена в роботі [173].

Спроби знаходження порогу синхронізації контактів Джозефсона у резонаторі були зроблені у роботах [174, 175]. Було показано, що існує критична кількість активних контактів, після якої напруги на контактах осцилюють синхронно.

Взаємодія джозефсонівського струму з полем випромінювання у резонаторі досліджувалася теоретично в роботах [176-185]. Для опису тунелювання куперівських пар були використаний квазі - спінові оператори [186]. Гамільтоніан системи був сумою членів тунелювання куперівських пар системи контактів, поля випромінювання для однієї резонансної моди та члену взаємодії. Утворення когерентного стану вивчалось в рамках адіабатичного наближення. Рівняння руху для середніх значень операторів були доповнені членами, які описують добротність резонатора та під'єднання контактів до зовнішнього джерела струму. У роботі [177] була отримана умова синхронізації, згідно якої синфазний когерентний стан контактів існує, якщо при деяких параметрах системи перевищено поріг збудження, який залежить від сили зв'язку резонатора з полем випромінювання, затуханням резонатора та різниці між частотами резонатора та контактів. У роботах [178-183] була побудована модель, згідно якої гамільтоніан включає члени, які описують енергію Джозефсона, енергію поля у резонаторі, енергію струму зміщення та дисипацію. Вирішувалися рівняння руху Гайзенберга для змінних величин, які присутні в гамільтоніані. Ця модель була розвинута також для двомірних масиви контактів Джозефсона [184]. Отримані в результаті цієї моделі вольт - амперні характеристики мали багато рис, які спостерігалися в експериментах. Були знайдені самоіндуковані сходинок на частотах, пропорційних частоті головного резонансу системи [184]. Було також знайдені порогові значення рядів активних контактів, які переключалися в активний стан, так що вище цього порогу випромінювання всіх контактів ставало когерентним.

Досі були розглянуті системи, у яких контакти Джозефсона у резонаторі були з'єднані послідовно. Однак, синхронізація осциляцій напруги

на контактах існує також у випадку, коли контакти з'єднані паралельно, утворюючи ряд взаємодіючих двохконтактних інтерферометрів. В роботах [187, 188] дев'ять послідовно з'єднаних тунельних контакти Nb/AlO_x/Nb були розміщені у полосковому резонаторі. Резонансна частота дорівнювала 330 ГГц. Детектором служив контакт Джозефсона, з'єднаний з системою за допомогою довгої лінії. Результати експерименту показали, що осциляції напруги на контактах в системі були синхронізовані на резонансній частоті, що дозволило досягти виділення близько $3,6 \cdot 10^{-6}$ Вт в навантаження. Ширина лінії була близько 19 МГц [187].

Резонансна довга лінія також була використана для синхронізації осциляцій напруг на контактах [189-193]. Розрахунки показали, що геометричні резонанси в довгій лінії можуть синхронізувати осциляції напруги [189, 190].

Експерименти по реєстрації випромінювання від внутрішніх контактів Джозефсона проводилися від самого початку дослідження їх властивостей [2, 3, 194-196]. У надпровіднику Bi₂Sr₂CaCu₂O_{8+x} було знайдено випромінювання при частотах 12-95 ГГц [194]. Вперше в цій роботі було зареєстровано когерентне випромінювання від приблизно 1000 контактів на частоті 93,7 ГГц від монокристалу Bi_{1,8}Pb_{0,2}Sr₂CaCu₂O_{8+x}. Максимуми випромінювання були зареєстровані поблизу сходинок на гістерезисній частині вольт - амперної характеристики. В 2007 році було зареєстровано когерентне випромінювання від пачки внутрішніх контактів Джозефсона у високотемпературного надпровідника Bi₂Sr₂CaCu₂O₈ [7]. Зразки мали довжину $300 \cdot 10^{-6}$ м, товщину $1 \cdot 10^{-6}$ м і ширину від $40 \cdot 10^{-6}$ м до $100 \cdot 10^{-6}$ м. Потужність емісії сягала $5 \cdot 10^{-7}$ Вт на частотах до 850 ГГц. Знайдено, що потужність емісії збільшується пропорційно квадрату внутрішніх контактів Джозефсона. Емісія була зареєстрована поблизу сходинок на гістерезисній частині вольт - амперної характеристики. Знайдено також, що залежність частоти, на якій відбувається емісія, від ширини зразка може бути апроксимована формулою $f = c/(2\eta W)$, де c - швидкість світла в вакуумі,

$\eta \approx 3,5$ - коефіцієнт заломлення світла. Наведена формула описує частоту головної моди геометричного резонансу в системі. Був зроблений висновок, що до когерентного випромінювання приводить синхронізація осциляцій напруги на контактах головною резонансною модою системи.

Описаний вище експеримент було повторено в роботах [197, 198]. У цих роботах досліджено температурну залежність емісії зразків $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$. Показано, що вона має широкий максимум при температурах 20-40 К. Оцінка повної потужності емісії дорівнює $5 \cdot 10^{-6}$ Вт. Було досліджено температурний стан зразків [199 - 202]. Досліджувалась також емісія від зразків різної форми. У зразках з однаковою довжиною та шириною (тобто, квадратної форми) і товщиною $1,3 \cdot 10^{-6}$ м, ідентифіковано серію геометричних резонансів [203]. Знайдено, що геометричний резонанс існує в зразках $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ приблизно однакової товщини ($1,5 \cdot 10^{-6}$ м), які мають форму диска, прямокутника та квадрата [12]. Досліджувалась також емісія від внутрішніх гілок вольт - амперної характеристики [204]. Деякі висновки щодо механізму утворення когерентного стану у системі було зроблено в роботі [205] з аналізу емісійних спектрів. Було показано, що когерентне випромінювання могло бути утворено послідовним залученням груп контактів до когерентного стану. Болетричні вимірювання показали, що розподіл температур вздовж зразків різко нерівномірний, якщо зразок знаходиться у тій точці вольт - амперної характеристики, в якій спостерігається когерентне випромінювання [206 - 221]. Деякі місця зразків мали температуру, яка перевищувала критичну температуру зразків. Ці місця назвали "гарячими плямами". Теорія "гарячих плям" представлена в роботі [222]. Незважаючи на такі "гарячі плями", в інших ("холодних") місцях зразків спостерігалася когерентна емісія [208]. Знайдено також, що в зразках існують стоячі хвилі [208]. Розподіл "гарячих плям" по довжині зразка може відтворювати різні моди стоячої хвилі [209]. Крім того, "гарячі плями" можуть утворюватися у місцях, близьких до з'єднання з електродами, по яких подається струм зміщення. Доречним є запитання, чи є існування таких місць

перегріву, як "гарячі плями" необхідною умовою для утворення когерентного випромінювання. Експериментальні дослідження не дають однозначної відповіді на це запитання. В роботі [211] відмічено, що застосування тонких електродів для підведення струму зміщення сприяє поганому тепловідведенню і, як наслідок, утворенню "гарячих плям". Автори вважають, що утворення "гарячих плям" сприяє збудженню когерентної моди плазмових коливань в зразках. Однак, в роботі [213] за допомогою охолодження зразка з обох сторін шляхом напилення золотої плівки спостерігали підвищення частоти випромінювання з 0,82 ТГц до 1,05 ТГц. У роботі [214] за допомогою такого охолодження зразка частоту когерентної емісії довели до 1,6 ТГц. Зазначалося також значне збільшення потужності емісії. Це доводить, що перегрів зразку може бути не пов'язаний з виникненням когерентної емісії.

Вольт - амперні характеристики зразків та відгук на зовнішнє випромінювання в магнітному полі вивчалась в роботах [215, 216]. Дія магнітного поля на інтенсивність когерентної емісії була досліджена в роботах [217 - 220]. Знайдено ефект анізотропії дії поля [219]. Якщо поле прикладене вздовж осі c , то максимум когерентної емісії швидко зменшується, і вона зникає в полі приблизно $4 \cdot 10^3$ А/м. Однак, якщо поле прикладено в площини ab , інтенсивність когерентного випромінювання збільшується, досягає максимуму при напруженості поля приблизно $3,5 \cdot 10^3$ А/м, а потім поступово зменшується до нуля з додатковим невеликим максимумом при $9,55 \cdot 10^3$ А/м. Пояснення знайдений ефект поки що не має. Експериментальні та теоретичні дослідження когерентної емісії та динаміки флюксонів проводилися також в роботах [223 - 228].

Розглянемо тепер головні напрями теоретичних досліджень, проведених для пояснення геометричного ефекту резонансної емісії когерентного випромінювання [7]. В цій роботі визначено кілька таких напрямів. Перший з них - неоднорідна густина критичного струму вздовж зразка. Як відомо [55, 229], при неоднорідній густині критичного струму з

неоднорідностями на кінцях зразка, на вольт - амперній характеристиці одиночного тунельного контакту виникають так звані самоіндуковані резонансні сходи при нульовому зовнішньому магнітному полі. В експериментальних роботах [230 - 233] досліджено так звані сходи нульового поля, які утворюються при напругах, які відповідають парним сходам Фіске. Теорія сходинок нульового поля створена в роботах [234, 235]. Процес можна уявити як віддзеркалення флюксонів від кінців контакту. При взаємодії генерації контакту з цими коливаннями флюксонів на вольт - амперній характеристиці контакту утворюються сходи [230]. Моделювання сходинок нульового поля наведено в роботі [236]. Сходинок нульового поля спостерігалися також на вольт - амперних характеристиках резистивного інтерферометра [237]. У роботі [238] розглянуто утворення когерентного випромінювання при штучній модуляції критичного струму вздовж зразка. Дія зовнішнього випромінювання на пачку взаємодіючих контактів розглядалася в роботі [239]. У роботі [240] проводилося моделювання вольт - амперних характеристик та стоячої хвилі в пачці внутрішніх контактів Джозефсона. Рівняння збереження струму в контактах вирішувалися разом з рівняннями електромагнітного поля. В рівняннях збереження струму ураховувався резистивний зв'язок між контактами. Досліджено синхронізацію при різних модах резонатора [241]. Була проаналізована стабільність синфазного стану внутрішніх контактів [242] і знайдено, що інтервал частот, при яких рішення стабільне, збільшується зі зменшенням висоти пачки.

Одночасно почалося моделювання когерентного випромінювання з використанням моделі індуктивного зв'язку між шарами надпровідника. У магнітному полі в зразку могли виникати поперечні плазмові коливання і збуджуватися мода синфазного коливання напруги на контактах. Показано [243], що від пачки контактів Джозефсона у магнітному полі виникає потужна когерентна емісія. Розрахунки вольт - амперних характеристик внутрішніх контактів показали [244], що в тому випадку, коли збуджується

синфазна мода, ці характеристики якісно подібні до експериментальних кривих. Досліджено також випадок, коли існує два параметра порядку [245]. Ця модель та її модифікації [246] зараз широко використовується для опису експериментів, однак механізм збудження синфазної моди досі не знайдено.

Модель синхронізації випромінювання при розігріві контактів представлена в роботі [247]. Головна ідея полягає в тому, що, оскільки при нагріві змінюються вольт - амперні характеристики та практично всі параметри контактів включно з параметрами індуктивного та ємнісного зв'язку між контактами, при таких змінах може виникнути синхронізований стан осциляцій напруги. Двох- та трьохвимірні моделі утворення когерентної емісії, в яких ураховано зміни параметрів при нагріві пачки контактів, розглянуто в роботах [248, 249]. Механізми утворення когерентного випромінювання у пачках контактів Джозефсона досліджуються теоретично в роботах [250, 251]. Для чисельного дослідження процесів у контурах з контактами були створені пакети комп'ютерних програм [252].

1.7 Випрямлення напруги у системах контактів Джозефсона

Контакти Джозефсона у багатоконтактних системах рідко мають однакові критичні струми та електричні опори. Досі було розглянуто способи організації ефективного зворотного зв'язку в системі для того, щоби подолати розбіг цих параметрів і отримати когерентні осциляції напруги на контактах. Однак, є ефект, який може існувати тільки завдяки розбігу параметрів контактів. Це ефект випрямлення напруги в асиметричному інтерферометрі [253, 254]. Оскільки цей ефект може давати внесок у вольт - амперну характеристику системи контактів, він потребує докладного вивчення.

Ефект випрямлення напруги полягає в появі постійної напруги при протіканні змінного струму радіочастотного діапазону (до 1-10 МГц) в надпровідних системах зі слабкими зв'язками у зовнішньому магнітному полі [253, 254]. У названих роботах цей ефект отримано при дослідженні

властивостей асиметричного інтерферометру.

Для пояснення ефекту розглянемо двохконтактний інтерферометр, у якому параметри контактів не однакові (асиметричний інтерферометр [253, 254]). Інтерферометр знаходиться у магнітному полі \vec{B} , і на нього подається змінний (порядку кГц) струм I з амплітудою, яка перевищує критичний струм. Окрім циркулюючого струму, породженого магнітним полем, завдяки різниці у параметрах контактів, в інтерферометрі виникає додатковий циркулюючий струм. Цей струм створює деяке магнітне поле ΔB , так що залежність максимального струму Джозефсона інтерферометру від магнітного поля $I_c(B)$ стає несиметричною (вся крива зміщується на величину ΔB). При зміні знаку I , знак ΔB змінюється, так що крива $I_c(B)$ зміщується в іншу сторону. Усереднена за період коливань I випрямлена напруга не дорівнює нулю, оскільки критичні струми для позитивного і негативного напрямку струму I не рівні по модулю і тому алгебраїчна сума напруг за період зміни I не дорівнює нулю. В цьому полягає суть ефекту випрямлення напруги в асиметричному інтерферометрі [254].

Описаний вище ефект посилюється у системах, в яких існує багато контурів зі слабкими зв'язками. Такими системами є гранульовані плівки надпровідників (свинцю, алюмінію [255]) та тонких плітках надпровідних композитів Sn-Ge поблизу порогу протікання [256, 257]. Завдяки цій особливості можливе застосування цього ефекту як тесту для виявлення слабких зв'язків у складній багатофазній системі при переході у надпровідний стан. Відомо [258], що фрактальні системи мають багато петель (контурів) з площинами різного порядку величини. Надпровідні властивості фрактальних та перколяційних систем досліджувалися як теоретично [259], так і експериментально [260 - 262]. Залежність випрямленої напруги від магнітного поля має також фрактальні властивості [256, 257]. У роботі [262] ефект випрямлення напруги використовувався також для пояснення походження $1/f$ шуму в перколяційній системі.

1.8 Висновки до розділу 1

Стан теорії та експериментів по синхронізації випромінювання систем контактів Джозефсона можна підсумувати так:

1. Експериментально знайдено, що потужність випромінювання одного контакту Джозефсона досить мала (порядку $10^{-13} - 10^{-10}$ Вт), тому для отримання більшої потужності випромінювання необхідно розробити системи багатьох контактів, у яких ці контакти випромінюють когерентно. Потужність випромінювання такої системи пропорційна квадрату числа контактів. Вольт - амперні характеристики всіх синхронізованих контактів у системі мають однакові значення в інтервалі синхронізації.
2. Когерентність випромінювання контактів забезпечується за допомогою зворотного зв'язку між ними. Розвинуто теорію синхронізації [9, 10], яка дозволяє розгляд як різного розташування контактів, так і різних типів систем зворотного зв'язку. Знайдено, що найсильніший зворотній зв'язок виникає при розташуванні контактів у ланцюгу, кінці якого приєднуються до системи зворотного зв'язку. Було розглянуто такі системи зв'язку, як петля з нормальної провідністю [9, 10] та резонатор при резонансній частоті [15, 16]. Систематичного розгляду інших типів систем не робилося.
3. В теорії синхронізації застосовуються наближення методу амплітуд, які повільно змінюються. Згідно цим наближенням, розглядається тільки перша гармоніка випромінювання контактів, вплив системи з контактами на вибраний контакт розглядається як мале збурення порівняно з критичним струмом контакту, а ємності контактів не враховуються взагалі. Ці наближення не відповідають реальним параметрам контактів у системах, які вимірюються в експериментах. Тому теоретичні дослідження більшості систем зводяться до чисельного рішення систем рівнянь динаміки і пошуку

закономірностей в цих рішеннях (див, наприклад, [187, 190, 238-242, 247- 252]).

4. Як було зазначено вище, теорія синхронізації має досить обмежене коло застосування, оскільки у ній розглядаються тільки контакти без ємності ($\beta_{cl} = 0$). Однак, можливі механізми синхронізації, у яких ємності контактів приймають участь. Таким механізмом є, наприклад, взаємодія змінних струмів через контакти з резонансними модами довгої лінії, яка може утворюватися в системі контактів. Експериментально доведено [7, 12, 169-171, 194, 197, 198, 203 - 206, 209, 213, 214, 227, 228], що можлива синхронізація випромінювання контактів як низькотемпературних, так і високотемпературних надпровідників за допомогою резонансних мод. У таких резонансних системах, як резонатор та довга лінія кінцевої довжини, зворотний зв'язок через контакти залежить від частоти, так що при деяких визначених частотах джозефсонівської генерації цей зв'язок сильніший, ніж при інших. При синхронізації контактів у резонансних системах слід говорити про захоплення частоти випромінювання кожного окремого контакту резонансною модою системи. Такі механізми синхронізації залишаються поза межами вивчення наявної теорії синхронізації.
5. Якщо контакти Джозефсона приєднані до резонансного кола зворотного зв'язку, змінний струм через них залежить від частоти. Це означає, що при деяких частотах поблизу резонансів через контакти протікає сильний змінний струм. Цей струм породжує додаткові джоулеві втрати. Якщо тепловідвід від контакту поганий, то ці втрати приводять до перегріву самого контакту відносно температури криостату. Цей ефект стає особливо помітним у пачках довгих внутрішніх контактів високотемпературних надпровідників, де є місця зразка, які можуть перегріватися до температур, вищих за

критичну температуру надпровідника (так звані "гарячі плями"). Сама пачка контактів утворює резонансну довгу лінію, так що ці "гарячі плями" утворюються у місцях, де довга лінія має резонанси. Крім того, "гарячі плями" утворюються поблизу місць під'єднання зразку до контактів струму зміщення. Експериментально та теоретично ефекти, пов'язані зі зміною температур контактів, вивчалися в роботах [199-202, 206-213, 221, 250-252]. Однак, єдиної думки щодо впливу змін температур пачки контактів на синхронізацію випромінювання досягнуто не було.

6. Під дією низькочастотного змінного струму на асиметричний інтерферометр у магнітному полі спостерігається ефект випрямлення напруги. Цей ефект сильно проявляється у просторово - неоднорідних системах, де є багато контурів струму різних масштабів (наприклад, у перколяційних надпровідних системах [225, 226]). Неоднорідні по товщині контакти Джозефсона також відносяться до просторово - неоднорідних систем, де можуть існувати ділянки, які повністю непроникні для струму Джозефсона і ділянки, на яких цей струм існує. Однак, ефект випрямлення напруги у таких структурах не вивчався. Крім того, не вивчались докладно вольт - амперні характеристики таких неоднорідних контактів у магнітному полі, а також синхронізація випромінювання різних ділянок просторово - неоднорідного контакту. У роботах [226, 227] зроблено висновок, що залежності випрямленої напруги від магнітного поля фрактальної системи також мають фрактальну структуру. Вивчення такого зв'язку між геометричними характеристиками системи та структури залежностей випрямленої напруги від магнітного поля для інших систем не проводилося.

На основі зроблених висновків були сформульовані задачі, які вирішуються в цій дисертації:

1. Необхідно розширити можливості методу амплітуд, які повільно змінюються, і розробити цей метод для дослідження синхронізації випромінювання контактів з кінцевим значенням ємності контактів. Крім того, необхідно включити в метод залежність сили синхронізуючого струму від частоти. Це дає можливість описати взаємодію контактів з кінцевим значенням ємності в резонансних системах. На основі цього розширеного методу необхідно систематично проаналізувати синхронізацію випромінювання в різних типах кіл зворотного зв'язку. Результатом такого дослідження є опис нових механізмів синхронізації та рекомендації оптимальних параметрів системи для проведення експерименту. Ця задача вирішується у третьому розділі.
2. Розглянути синхронізацію випромінювання у багатоконтактних ланцюгах, з'єднаних з резонансними системами та виявити особливості синхронізації випромінювання у багатоконтактних системах. Оскільки ця задача не вирішується за допомогою методу амплітуд, які повільно змінюються, її треба розв'язувати чисельними методами. Особливий інтерес мають дослідження самоіндукованих резонансних сходинок на вольт - амперних характеристиках пачок довгих контактів Джозефсона. Ці задачі вирішуються у четвертому розділі.
3. На основі отриманих даних про механізми синхронізації провести експеримент, у якому організувати коло зворотного зв'язку для внутрішніх контактів Джозефсона у високотемпературному надпровіднику і дослідити його дію. Вимірювання вольт - амперних характеристик системи у районі гістерезису може дати інформацію про стан внутрішніх контактів. У районі гістерезису вольт - амперних характеристик внутрішніх контактів звичайно спостерігається багатогілкова структура. Однак, у синхронізованому стані вольт - амперні характеристики контактів мають однакові значення для всіх контактів в інтервалі синхронізації. Тому, якщо синхронізований стан

контактів має місце в районі гістерезису, то багатогілкова структура повинна зникати. Описаний вище експеримент та результати його проведення представлені в п'ятому розділі.

4. Як було зазначено вище, резонансна система зворотного зв'язку приводить до підвищення втрат Джоуля та неоднорідності розподілу температур контактів у пачках внутрішніх контактів Джозефсона. Треба вивчити докладно вплив неоднорідного розподілу температур на синхронізацію випромінювання, а також виявити механізми синхронізації випромінювання внутрішніх контактів, які знаходяться при різних температурах. Метод амплітуд, які повільно змінюються, дозволяє вирішити цю задачу для простого випадку ланцюга з двох контактів, який з'єднано з резонансним контуром. Чисельними методами можна дослідити більш складні випадки, а саме, для пачки контактів у резонансній довгій лінії виявити закономірності неоднорідного розподілу втрат Джоуля та розподілу частин системи, які випромінюють когерентно. Ці задачі вирішуються у шостому розділі.
5. Необхідно вивчити вольт - амперні характеристики неоднорідних по товщині контактів та ефект випрямлення напруги у таких контактах. У просторово - неоднорідних контактах можливе утворення контурів струму різних масштабів, так що сама структура може являти собою ряд паралельно з'єднаних асиметричних контурів струму. Оскільки ефект випрямлення напруги сильно проявляється у фрактальних системах, для виявлення характерних рис отриманих результатів доцільно взяти фрактальний розподіл площин контурів струму. Треба виявити, чи можна отримати інформацію щодо структури такої системи контактів з залежностей критичного струму (або випрямленої напруги) системи від магнітного поля. Ці задачі вирішуються чисельними методами у сьомому розділі.

РОЗДІЛ 2.

МЕТОДИКИ ПРИГОТУВАННЯ ЗРАЗКІВ, ЕКСПЕРИМЕНТУ ТА ПРОВЕДЕННЯ РОЗРАХУНКІВ

У цьому розділі описуються методи проведення теоретичних досліджень та моделювання систем з контактами Джозефсона для знаходження механізмів когерентного випромінювання, а також методика проведення експерименту (підрозділ 2.1) У підрозділі 2.2 описаний процес приготування зразків високотемпературних надпровідників $Tl_2Ba_2CaCu_2O_{8-x}$ для вимірювання їх вольт - амперних характеристик. У підрозділі 2.3 проводиться підсумок результатів цього розділу.

2.1 Методи проведення досліджень

Метою дисертаційної роботи є дослідження механізмів когерентного випромінювання у системах контактів Джозефсона та експериментальна реалізація систем, у яких створюються умови для когерентного випромінювання. У підрозділі 1.8 поставлено ряд задач, які треба вирішити для того, щоби досягти цієї мети. Для вирішення цих задач необхідно провести теоретичні, чисельні (моделювання) та експериментальні дослідження. У цьому підрозділі описуються основні методи проведення дослідження у названих трьох напрямках.

Теоретичні дослідження виникнення когерентного випромінювання в системах контактів проводяться методом амплітуд, які повільно змінюються [10, 57, 58, 64]. Розрахунки струмів через контакти проводяться методом контурних струмів. Результатом досліджень є вольт - амперні характеристики системи, вибір оптимальних параметрів та розрахунок інтервалів синхронізації.

Математичне моделювання складних багатоконтактних структур пов'язано з чисельним рішенням систем диференційних рівнянь збереження струму в контактах спільно з диференційними рівняннями збереження струму в контурах зворотного зв'язку, які було знайдено згідно методу

контурних струмів. Рішення таких систем диференційних рівнянь знаходилося за допомогою стандартного методу Рунге - Кутта [263]. Для проведення чисельних розрахунків автором були написані відповідні програми на мовах Pascal - 6 та Microsoft Visual C#. Результатом досліджень є вольт - амперні характеристики системи, потужність когерентного випромінювання, вибір оптимальних параметрів та розрахунок інтервалів синхронізації.

Методика проведення експерименту включає вимірювання вольт - амперних характеристик спеціально приготовлених зразків високотемпературних надпровідників, у яких присутній зворотний зв'язок між контактами. Однією з ознак наявності когерентного випромінювання систем контактів Джозефсона є строга рівність напруги на всіх контактах на частині вольт - амперних характеристик. Тому про можливу наявність когерентного випромінювання вказують електричні вимірювання системи. Головною рисою вольт - амперних характеристик зразків є багатогілкова структура, яка виявляється при циклічній зміні постійного струму зміщення вище і нижче критичних струмів внутрішніх контактів Джозефсона. Зрозуміло, що наявність багатогілкової структури на вольт - амперній характеристиці означає, що когерентне випромінювання частини внутрішніх контактів відсутнє. Тому для досягнення когерентного випромінювання треба виробити систему зворотного зв'язку, яка б за допомогою сильного синхронізуючого струму "зібрала" всі гілки в одну. В такому разі єдина вольт - амперна характеристика для всіх внутрішніх контактів стає ознакою синхронізації їх когерентного випромінювання.

2.2 Приготування зразків та електричні виміри

Для експерименту були використані зразки плівок високотемпературного надпровідника $Tl_2Ba_2CaCu_2O_{8-x}$, напилених на підкладці $LaAlO_3$ з кутом нахилу 20° площин CuO_2 відносно поверхні підкладки [97], які були приготовані в Інституті технології фотоніки ім.

Лейбніца, м. Єна, ФРН (Leibniz Institute of Photonic Technology, Jena, Germany). Підкладки мали площу 1 см^2 . Технологія приготування була двохстадійною. На першому етапі на підкладку за допомогою магнетронного розпилення був напилений аморфний матеріал $\text{Ba}_2\text{CaCu}_2\text{O}_y$. Розпилення проводилося з використанням матеріалу, який мав склад Ba_2CaCu_2 в атмосфері аргону та кисню при тиску $3,5 \text{ Па}$ при температурі 523 К . Товщина плівок, які використовувалися у даному експерименті, дорівнювала 120 нм . У результаті напилена концентрація катіонів у плівці була близькою до відношення $2:1:2$. На другому етапі приготування, плівки були нагріті до 1133 К і відпалені в атмосфері $\text{Tl}_2\text{O}+\text{O}_2$ і потім охолоджувалися в потоці кисню. Плівки та гранули Tl-Ba-Ca-Cu-O знаходилися в контейнері, виготовленому з Au/Pt . Гранули Tl-Ba-Ca-Cu-O мали у складі оксид Tl_2O_3 , який розпадається при температурі вище 773 К у результаті реакції $\text{Tl}_2\text{O}_3 \leftrightarrow \text{Tl}_2\text{O} + \text{O}_2$, причому Tl_2O виділяється як газ. Головним ускладненням під час цього процесу є дотримання правильної температури та часу для того, щоби досягнути потрібної концентрації Tl_2O та температури плівки для того, щоби отримати фазу Tl-2212 . Відразу після закінчення другого етапу приготування високотемпературного надпровідника $\text{Tl}_2\text{Ba}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8-x}$, шар золота товщиною 10 нм розпилювався на поверхні для захисту плівки та для забезпечення контактів для електричних вимірювань. Містки високотемпературного надпровіднику розміром 2×2 мікрметра та контакти для електричних вимірювань було отримано за допомогою фотолітографії та бомбардуванням іонами аргону. Кристалографічна орієнтація зразків була перевірена за допомогою вимірювання дифракції рентгенівських променів. Приготування високотемпературного надпровідника на підкладці з кутом нахилу кристалографічної осі 20° дозволяє вимірювання внутрішнього ефекту Джозефсона у планарній геометрії (рис. 2.1). Постійний струм зміщення, який тече вздовж поверхні підкладки, перетинає внутрішні контакти Джозефсона. Кількість контактів N у містку можна оцінити по такій формулі [264]:

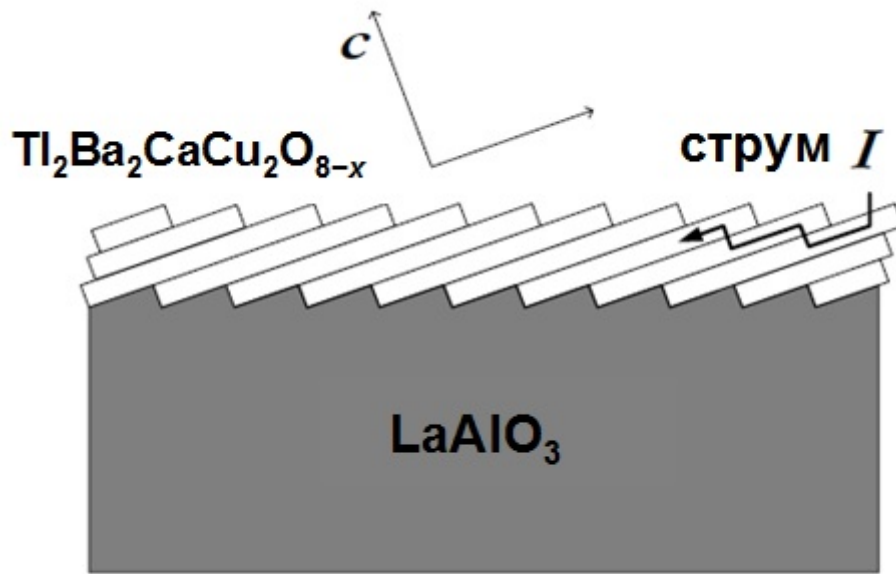


Рис. 2.1. Схематичне зображення плівки $\text{Tl}_2\text{Ba}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8-x}$, напиленої на підкладку LaAlO_3 під кутом нахилу 20° площин CuO_2 відносно поверхні підкладки

$$N = \frac{L_b \sin \Theta - h_b \cos \Theta}{d_1 + t_1}, \quad (2.1)$$

де L_b - довжина містка, h_b - висота містка, Θ - кут нахилу площин CuO_2 відносно площини підкладки, d_1 та t_1 - товщини шарів CuO_2 у високотемпературному надпровіднику та відстань між ними, відповідно. Згідно цій формулі, містки розміром 2×2 мікрметри мають 360 внутрішніх контактів Джозефсона при товщині шару плівки 150 нм. Ці містки були вирізані разом з структурою, яка включала в себе $\lambda/2$ резонатор з резонансною частотою близько 500 ГГц (див. вставку на рис. 2.2). Ця структура з'єднувалась з площадками для контактів лініями струму, які включали в себе елементи, подібні антенам (рис. 2.2). Загальна довжина системи 1,44 мм. Треба зауважити, що вся структура є системою внутрішніх контактів, і досліджувати електричні властивості контактів в містку можна

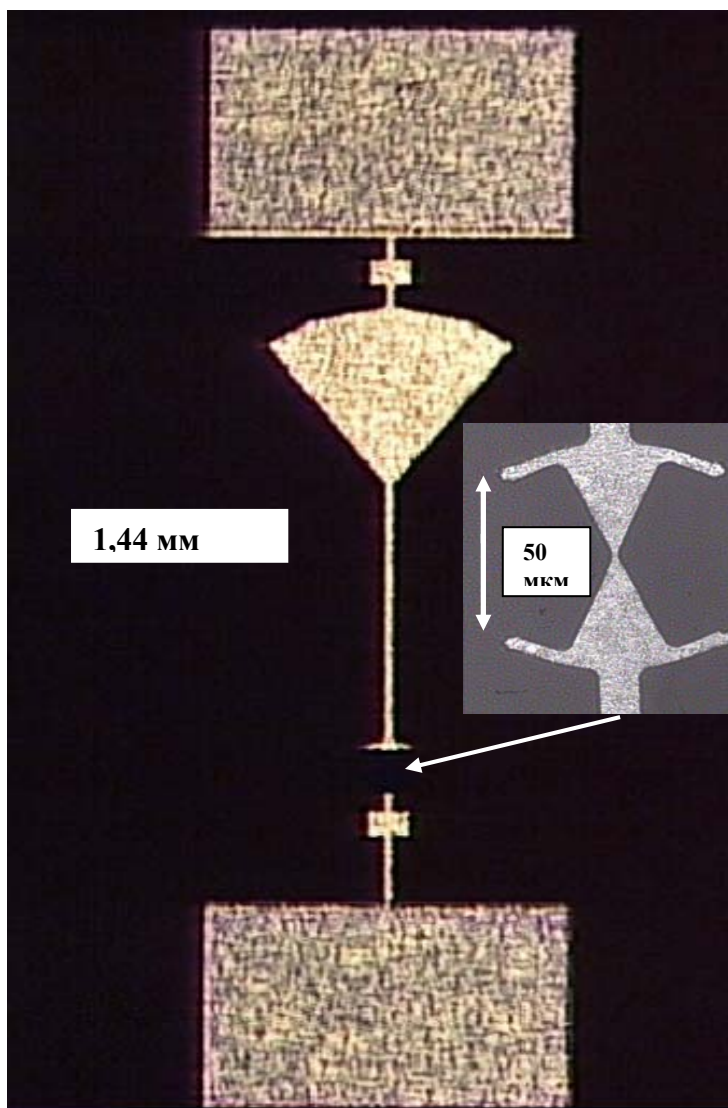


Рис. 2.2. Фотографія системи, зроблена за допомогою оптичного мікроскопу. Місце резонатора показане стрілкою. На вставці показано місток внутрішніх контактів Джозефсона у резонаторі.

тому, що завдяки малим розмірам містка критичні струми внутрішніх контактів у містку значно менші, ніж у решти внутрішніх контактів.

Електричні вимірювання проводилися у кріостаті. Керування вимірюваннями здійснювалося за допомогою комп'ютера. Вимірювання вольт-амперних характеристик систем з контактами Джозефсона при низьких температурах здійснювалося двохконтактним та чотирьохконтактним методом.

2.3 Висновки до розділу 2

У розділі 2 для досягнення мети дисертаційної роботи були вибрані такі методи проведення досліджень:

- Для проведення теоретичних досліджень синхронізації випромінювання контактів Джозефсона був вибраний метод амплітуд, які повільно змінюються, оскільки цей метод дозволяє звести задачу до простих диференціальних рівнянь, рішення яких відоме.
- Для проведення моделювання складних систем з контактами Джозефсона був вибраний стандартний чисельний метод Рунге - Кутта рішення диференціальних рівнянь, оскільки він стабільний у межах параметрів задач і дозволяє отримати всі необхідні залежності.
- Результатом розрахунків як теоретично вирішених задач, так і чисельного моделювання систем контактів є вольт - амперні характеристики систем контактів Джозефсона та потужність когерентного випромінювання як функція параметрів задач. Результатом аналізу цих залежностей є виявлення фізичних механізмів когерентного випромінювання при різних системах зворотного зв'язку та знаходження оптимальних параметрів системи.
- Для проведення експерименту по створенню систем контактів Джозефсона зі зворотнім зв'язком, який сприяє появі синхронізованого випромінювання, було вибрано стандартний метод вимірювання вольт - амперних характеристик. В основі аналізу можливостей отримання синхронізованого випромінювання лежить теоретично доведене і перевірене експериментально положення, згідно якому напруга на всіх контактах у системі однакова в тому інтервалі вольт - амперної характеристики, де контакти випромінюють когерентно.
- у розділі описана методика приготування зразків, яка дає можливість приготувати такі зразки, які зручно використовувати для формування зворотного зв'язку між контактами.

РОЗДІЛ 3

ВИСОКОЧАСТОТНА ВЗАЄМОДІЯ ДВОХ КОНТАКТІВ

У цьому розділі розроблено систематичний підхід до синхронізації осциляцій напруги на контактах Джозефсона у простих системах, які складаються з ланцюга з двох контактів та зворотного зв'язку між контактами. Контакти мають ємність. Зворотний зв'язок реалізується за допомогою резистивної петлі між кінцями ланцюга, а також за допомогою довгої лінії або резонатора. Розгляд моделей проводиться на основі методу амплітуд, які повільно змінюються [58]. У цьому розділі використана нормалізована система одиниць, у якій звичайно розглядаються рівняння цього методу (див. підрозділ 1.2). Контакти Джозефсона розглянуті у рамках резистивної моделі. У першому підрозділі [20, 24] описана модифікація методу амплітуд, які повільно змінюються. Ця модифікація враховує вплив ємностей контактів на синхронізацію та дає наочне графічне рішення для знаходження інтервалу напруг (або частот), у якому відбувається синхронізація. Ця модифікація методу застосовується у наступних підрозділах при опису синхронізації у системах з нормальним (не надпровідним) зворотним зв'язком [20] (підрозділ 3.2), для ланцюга контактів у резонаторі [22] (підрозділ 3.3) та для ланцюга контактів у резонансній довгій лінії [23] (підрозділ 3.4). У підрозділі 3.5 порівнюються оптимальні параметри систем, необхідні для синхронізації випромінювання джозефсонівських контактів [24]. Синхронізацію при великих (порядку критичного струму) амплітудах струму зворотного зв'язку розглянуто у підрозділі 3.6 [25]. Висновки до розділу 3 викладені у підрозділі 3.7.

3.1 Застосування методу амплітуд, які повільно змінюються, для опису синхронізації випромінювання джозефсонівських контактів.

Схема підключення зовнішньої системи до ланцюга з двох контактів Джозефсона показана на рис. 3.1 (а). Система підключена до ланцюга в

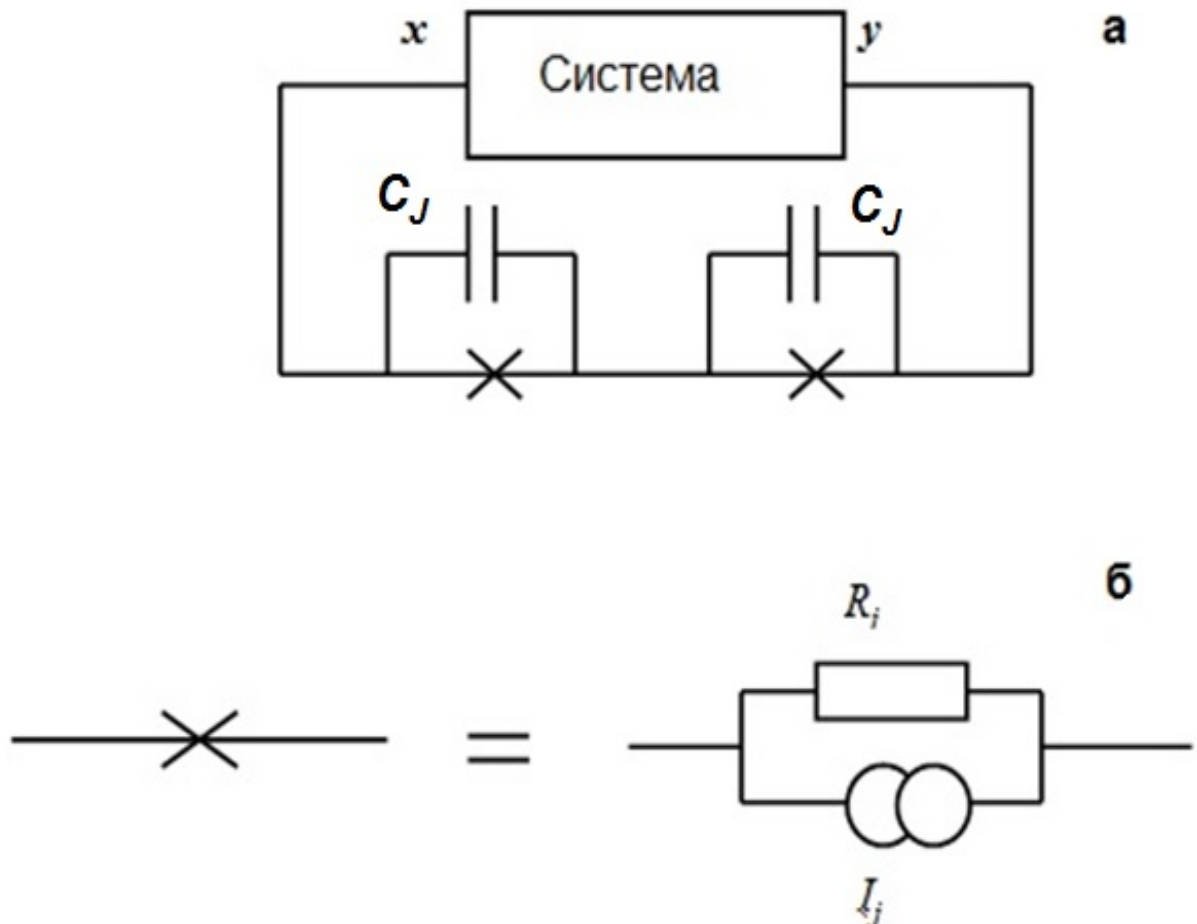


Рис. 3.1. (а) - схема ланцюга з двох контактів Джозефсона, з'єднаних з системою зворотного зв'язку, яка приєднується до ланцюгу в точках x , y . Через кожен контакт тече струм зміщення I_b (не показано на рисунку). Ємності контактів C_J віднесені до системи зворотного зв'язку; б - схема джозефсонівського контакту згідно резистивної моделі.

точках x та y . Завдяки ефекту Джозефсона, при протіканні постійного струму зміщення на контактах з'являється змінна напруга. Тому в електричному колі зворотного зв'язку тече змінний високочастотний струм, зумовлений сумою напруг на обох контактах. Завдяки дії цього струму, напруга на контактах змінюється. Умови для синхронізації коливань напруги на контактах утворюються при параметрах кола зворотного зв'язку, які забезпечують захоплення частот контактів високочастотним струмом зворотного зв'язку. Синхронізація частот відбувається в процесі захоплення частоти контактів аналогічно синхронізації кожного окремого контакту

зовнішнім високочастотним струмом. Згідно методу амплітуд, які повільно змінюються, контакт Джозефсона розглядається тільки як паралельне з'єднання електричного опору контакту та джерела джозефсонівського надструму (рис. 3.1 (б)). Ємність контакту у цьому методі не розглядається. Ця особливість методу амплітуд, які повільно змінюються, обмежує розгляд синхронізації, оскільки сильна синхронізація відбувається при високочастотному струмі, який створюється у колі зворотного зв'язку при участі ємностей контактів. Тому важливо модифікувати метод, включивши у розгляд ємності контактів. Рішення цієї задачі показано на рис. 3.2 (а), (б). Конденсатор C_j формально вилучається з електричної схеми контакту та приєднується до зовнішньої системи. При цьому контакт знову розглядається тільки як паралельне з'єднання джерела джозефсонівського струму та електричного опору, як це необхідно у методі амплітуд, які повільно змінюються. Водночас виникає нова зовнішня система, яка складається з кола зворотного зв'язку та ємностей контактів. Якщо розрахувати коефіцієнти зв'язку $y_{kk'}$ (див. підрозділ 1.3) нового зовнішнього кола та підставити їх у рівняння методу амплітуд, які повільно змінюються, можна знайти усереднену напругу на контактах та інтервал напруг, при яких осциляції напруги на контактах синхронізовані.

Для реалізації наміченої схеми розрахунків розглянемо ланцюг з двох контактів з номерами $k = 1, 2$, до яких приєднана зовнішня система. Критичні струми контактів дорівнюють $I_{c1} = (1 - \delta)I_a$ та $I_{c2} = (1 + \delta)I_a$, де I_a - середній критичний струм, $\delta = const.$ - число, яке характеризує розбіг критичних струмів. Електричні опори контактів R_k визначаються з рівнянь $R_k = V_c / I_{ck}$, де V_c - критична напруга на контактах (вважаємо $V_c = const.$ для обох контактів). Тоді рівняння динаміки фаз виглядають так:

$$\frac{d\varphi_k}{d\tau} + \sin(\varphi_k) = \langle i_k \rangle + \tilde{i}_k, \quad k = 1, 2, \quad (3.1)$$

де $\langle i_k \rangle = \langle I_k \rangle / I_{ca}$ - постійний струм через контакт, $\tilde{i}_k = \tilde{I}_k / I_{ca}$ - змінний струм у

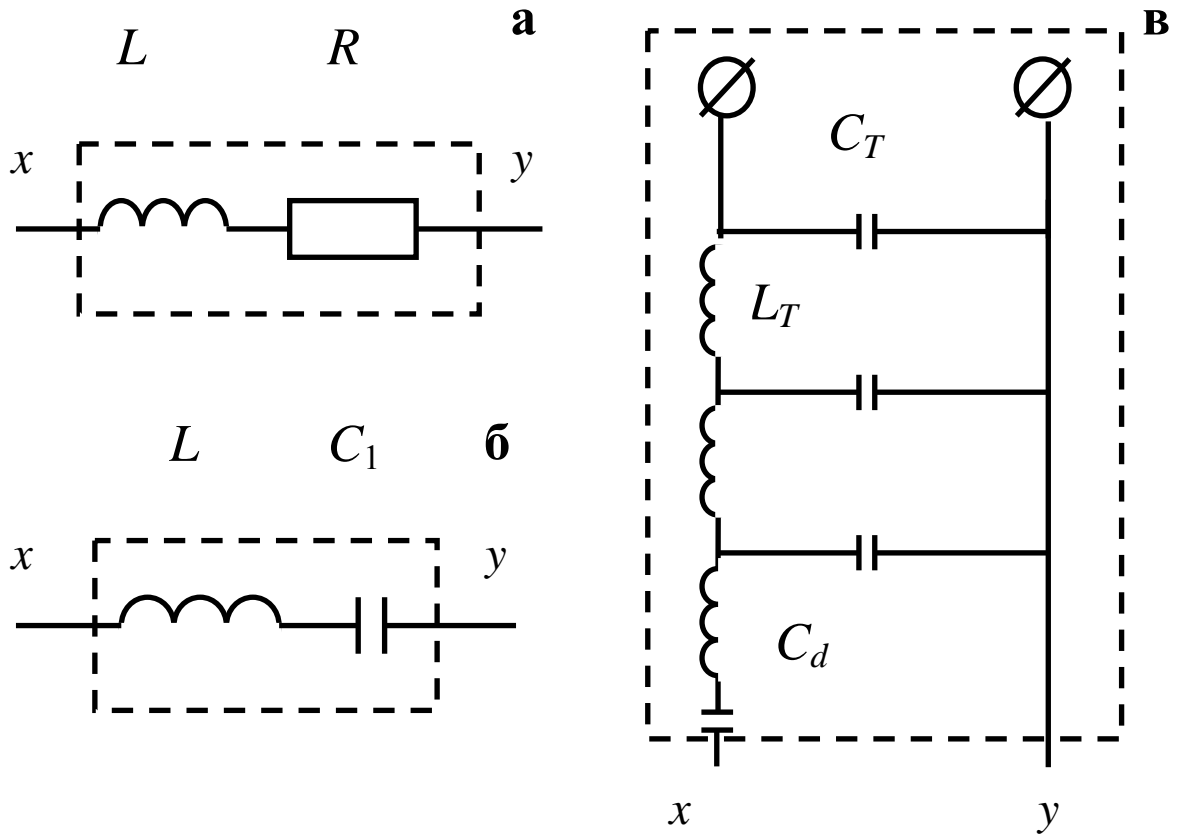


Рис. 3.2. Системи зворотного зв'язку: (а) - шунт з електричним опором та індуктивністю; (б) - ідеальний надпровідний шунт; (в) - ідеальна довга лінія. Літери x , y позначають точки, в яких система з'єднується з ланцюгом (див. рис. 3.1).

контакті, зумовлений дією кола зворотного зв'язку. У вибраній системі нормалізації напруга v_k на k -му контакті дорівнює $v_k = d\varphi_k/d\tau$. Змінний струм \tilde{i}_k визначається через напругу на контактах так:

$$\tilde{i}_k = \sum_{k'=1}^2 y_{kk'} v_{k'}, \quad (3.2)$$

де $y_{kk'}$ - коефіцієнти зв'язку, які дорівнюють амплітудам змінного струму через k -й контакт при наявності одиниці напруги на k' -му контакті. Згідно методу повільно амплітуд, які повільно змінюються, ми розглядаємо першу гармоніку ряду Фур'є напруги на k -му контакті:

$$v_k = \langle v_k \rangle + \operatorname{Re}(\varepsilon_1 e^{i\theta_k}), \quad (3.3)$$

$$\varepsilon_1 = \frac{2\langle v \rangle}{\langle v \rangle + \sqrt{\langle v \rangle^2 + 1}}, \quad (3.4)$$

де ε_1 - перший коефіцієнт ряду Фур'є у розкладі v_k на гармоніки, θ_k - усереднена по швидким процесам різниця фаз на k -му контакті, яка знаходиться з так званих вкорочених рівнянь:

$$\frac{d\theta_k}{d\tau} = \langle v_k \rangle + r_d^{(A)} \frac{\langle \tilde{i}_k \cos \theta_k \rangle}{\langle i_k \rangle}, \quad k = 1, 2, \quad (3.5)$$

де знак $\langle \dots \rangle$ означає усереднення по швидким процесам, час проходження яких має порядок оберненої характерної частоти джозефсонівської генерації.

Після усереднення рівнянь (3.5) отримуємо таку систему укорочених рівнянь:

$$\frac{d\theta_k}{d\tau} = \langle v_k \rangle + \frac{a}{2} \operatorname{Re} \sum_{k'} y_{kk'} e^{i(\theta_{k'} - \theta_k)}, \quad k = 1, 2, \quad (3.6)$$

де $a = \varepsilon_1 r_d^{(A)} / \langle i \rangle$. З рівнянь (3.6) для різниці усереднених фаз $\eta = \theta_1 - \theta_2$ знаходимо

$$\frac{d\eta}{d\tau} = a \operatorname{Im}(y_{12}) \sin(\eta) + (\langle v_1 \rangle - \langle v_2 \rangle). \quad (3.7)$$

Це рівняння має рішення $\eta = \text{const.}$, яке описує синхронізацію випромінювання в інтервалі

$$|\langle v_1 \rangle - \langle v_2 \rangle| = |a \operatorname{Im}(y_{12}) \sin(\eta)|. \quad (3.8)$$

Рівняння (3.8) можна переписати так:

$$\left| \sqrt{\frac{\langle v \rangle^2 + 1}{(1 + \delta)^2} - 1} - \sqrt{\frac{\langle v \rangle^2 + 1}{(1 - \delta)^2} - 1} \right| = \left| \frac{2}{\langle v \rangle + \sqrt{\langle v \rangle^2 + 1}} \operatorname{Im}(y_{12}) \sin(\eta) \right|, \quad (3.9)$$

де $\langle v \rangle = \sqrt{(I_b / I_{ca})^2 - 1}$. При $\eta = \pm \frac{\pi}{2}$, $|\sin \eta| = 1$, рівняння (3.9) може бути вирішено графічно для різних значень розбігу критичного струму δ .

Позначимо

$$F(\langle v \rangle) = \left| \frac{2}{\langle v \rangle + \sqrt{\langle v \rangle^2 + 1}} \operatorname{Im}(y_{12}) \right|, \quad \mu(\langle v \rangle) = \left| \sqrt{\frac{\langle v \rangle^2 + 1}{(1 + \delta)^2} - 1} - \sqrt{\frac{\langle v \rangle^2 + 1}{(1 - \delta)^2} - 1} \right|. \quad (3.10)$$

Тоді інтервал напруг $\Delta\langle v \rangle$ стану, в якому фази контактів зімкнуті (інтервал синхронізації), визначаються перетином залежностей $F(\langle v \rangle)$ та $\mu(\langle v \rangle)$ при $|\sin \eta| = 1$:

$$F(\langle v \rangle) = \mu(\langle v \rangle). \quad (3.11)$$

Коефіцієнт зв'язку y_{12} електричної високочастотної схеми, показаної на рис. 1а, може бути розрахований методом контурних струмів:

$$y_{12} = \frac{z_1^2}{(z + z_1)^2 (2z_1 + z_L) - 2(z + z_1)z_1^2}, \quad (3.12)$$

де z - усереднений нормалізований імпеданс контакту, z_1 - нормалізований імпеданс конденсатора з ємністю C_J . Оскільки конденсатор контакту формально приєднаний до зовнішнього кола, імпеданс контакту у вибраній нормалізації є $z = 1$, а імпеданс ємності дорівнює $z_1 = (i\langle v \rangle \beta_{CJ})^{-1}$, де $\beta_{CJ} = 2\pi I_a R_a^2 C_J \Phi_0^{-1}$, $R_a = V_c / I_a$. У наступних підрозділах коефіцієнти зв'язку y_{12} розраховуються для різних систем у колі зворотного зв'язку згідно рівнянню (3.12), далі розраховується залежність $F(\langle v \rangle)$ та знаходяться точки перетину кривих $F(\langle v \rangle)$ та $\mu(\langle v \rangle)$, які дозволяють визначити інтервал синхронізації $\Delta(\langle v \rangle)$ (рис. 3.3). Цей інтервал порівнюється з інтервалом вольт-амперної характеристики $\Delta_{IV}(\langle v \rangle)$, який отримано з числового рішення рівнянь динаміки фаз. В інтервалі $\Delta_{IV}(\langle v \rangle)$ напруги на контактах рівні, що є ознакою синхронізації контактів.

Розглянемо детальніше обмеження, які накладаються на значення параметрів контактів та елементів кола зворотного зв'язку у модифікованому методі амплітуд, які повільно змінюються. Ці обмеження можуть бути виведені з загального припущення, згідно якому високочастотні частини $\tilde{\varphi}_1$ та $\tilde{\varphi}_2$ у членах першого порядку розкладання різниць фаз параметра порядку

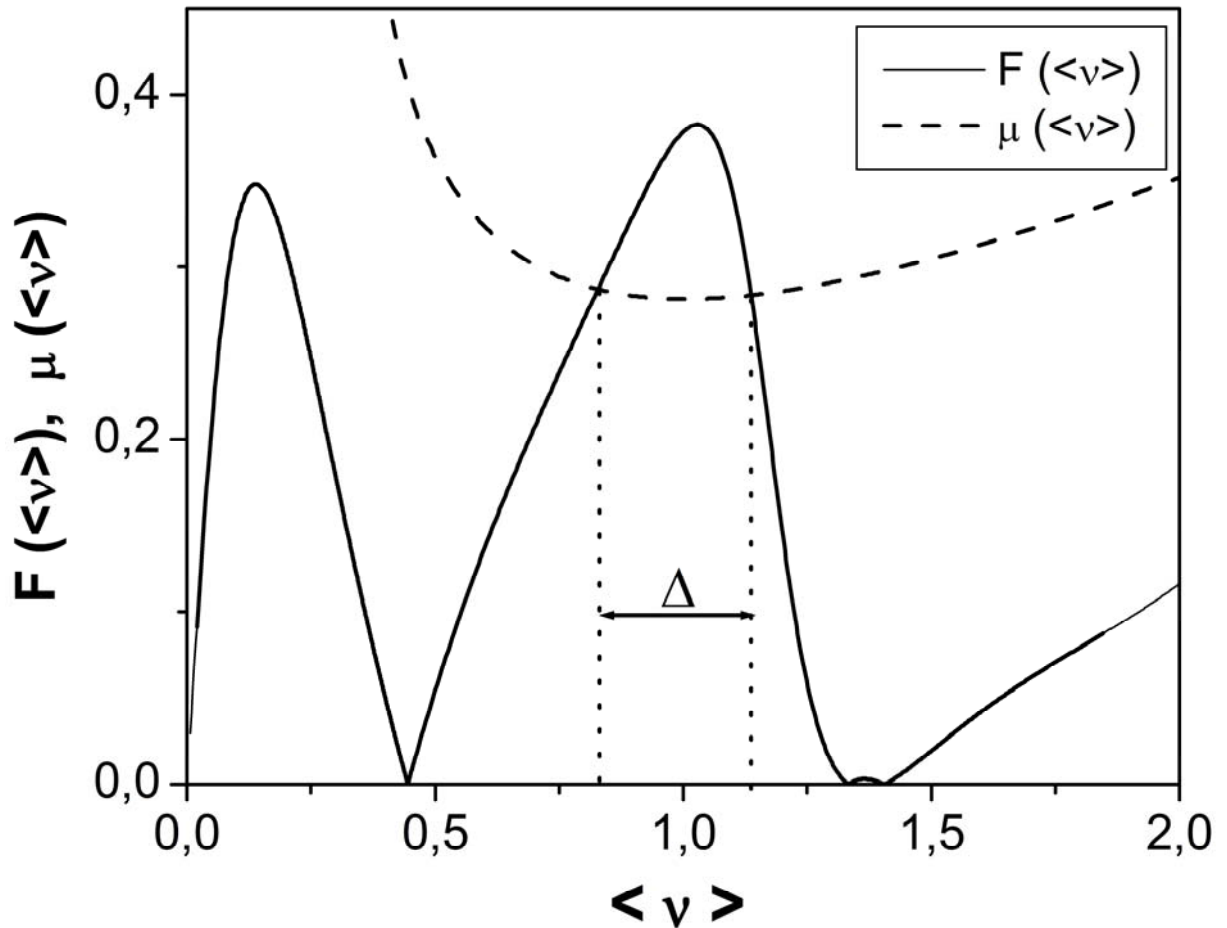


Рис. 3.3. Знаходження інтервалу синхронізації. Точки перетину залежностей $F(\langle v \rangle)$ та $\mu(\langle v \rangle)$ визначають інтервал $\Delta(\langle v \rangle)$.

на контактах по амплітуді високочастотного струму повинні бути значно менше одиниці ($|\tilde{\varphi}_1| \ll 1$, $|\tilde{\varphi}_2| \ll 1$) [58]. Згідно методу амплітуд, які повільно змінюються,

$$\tilde{\varphi}_1(t) \propto H \{ \operatorname{Re}(y_{11}) \sin \theta_1 + \operatorname{Re}(y_{12}) \sin \theta_2 + \operatorname{Im}(y_{11}) \cos \theta_1 + \operatorname{Im}(y_{12}) \cos \theta_2 \}, \quad (3.13)$$

$$H = \frac{1}{(\langle i \rangle - \cos \theta_1)} \frac{2\langle v \rangle}{(\langle i \rangle + \langle v \rangle)} \frac{\langle i \rangle}{\langle v \rangle}. \quad (3.14)$$

Аналогічний вираз отримуємо для $\tilde{\varphi}_2$. Проаналізуємо найпростіший випадок $\eta = 0$ (тобто $\theta_1 = \theta_2$). З умови $|\tilde{\varphi}_1| \ll 1$ слідує, що

$$\frac{2\langle v \rangle}{(\langle i \rangle + \langle v \rangle)} |\operatorname{Im}(y_{11}) + \operatorname{Im}(y_{12})| \leq \frac{(\langle i \rangle - 1)\langle v \rangle}{\langle i \rangle}, \quad (3.15)$$

$$\frac{2\langle\nu\rangle}{(\langle i\rangle + \langle\nu\rangle)} |\operatorname{Re}(y_{11}) + \operatorname{Re}(y_{12})| \leq \langle\nu\rangle. \quad (3.16)$$

Оскільки розглядається симетричний випадок ($y_{11} = y_{22}$, $y_{21} = y_{12}$), такі самі вирази отримуємо для $|\tilde{\varphi}_2|$. Вирази (3.15) та (3.16) використовуються для оцінки інтервалів параметрів системи. Наприклад, для резистивної петлі з індуктивністю L при $\langle\nu\rangle \cong 1$ нерівності (3.15) та (3.16) задовольняються при $\beta_L \leq 15$ та $\beta_{CJ} \approx 0,1 - 0,6$.

3.2 Когерентне випромінювання в системі з резистивним шунтом

Зворотний зв'язок у цій системі складається з електричного опору R_{sh} та індуктивності L петлі зв'язку (рис. 3.2 (а)). Інтерес до цієї системи зростає останнім часом в зв'язку з дослідженнями когерентного випромінювання у високотемпературних надпровідниках з внутрішнім ефектом Джозефсона. В цих системах спостерігається нерівномірний розподіл температури вздовж зразка. У деяких місцях зразків навіть виникають так звані "гарячі плями", тобто підвищення температури вище критичної температури надпровідника. Існує гіпотеза [36], згідно якої у місці перегріву виникає резистивний шунт, завдяки якому відбувається синхронізація випромінювання внутрішніх контактів решти зразка.

Будемо вважати, що шунт має електричний опір $2R_a$ та індуктивність L , так що нормалізований імпеданс шунта дорівнює $z_L = 2 + j\langle\nu\rangle\beta_L$. Як було зазначено вище, імпеданс контакту та імпеданс конденсатора дорівнюють $z = 1$ та $z_1 = (j\langle\nu\rangle\beta_{CJ})^{-1}$, відповідно. Уявна частина імпедансу шунта з приєднаними до нього конденсаторами контактів розраховується згідно виразу (3.12):

$$\operatorname{Im}(y_{12}) = \frac{\langle\nu\rangle^3 \beta_{CJ}^2 \beta_L - 6\langle\nu\rangle\beta_{CJ} - \langle\nu\rangle\beta_L}{\left(2\langle\nu\rangle^2 \beta_{CJ}^2 + 2\langle\nu\rangle^2 \beta_{CJ} \beta_L - 4\right)^2 + \left(\langle\nu\rangle^3 \beta_{CJ}^2 \beta_L - 6\langle\nu\rangle\beta_{CJ} - \langle\nu\rangle\beta_L\right)^2}. \quad (3.17)$$

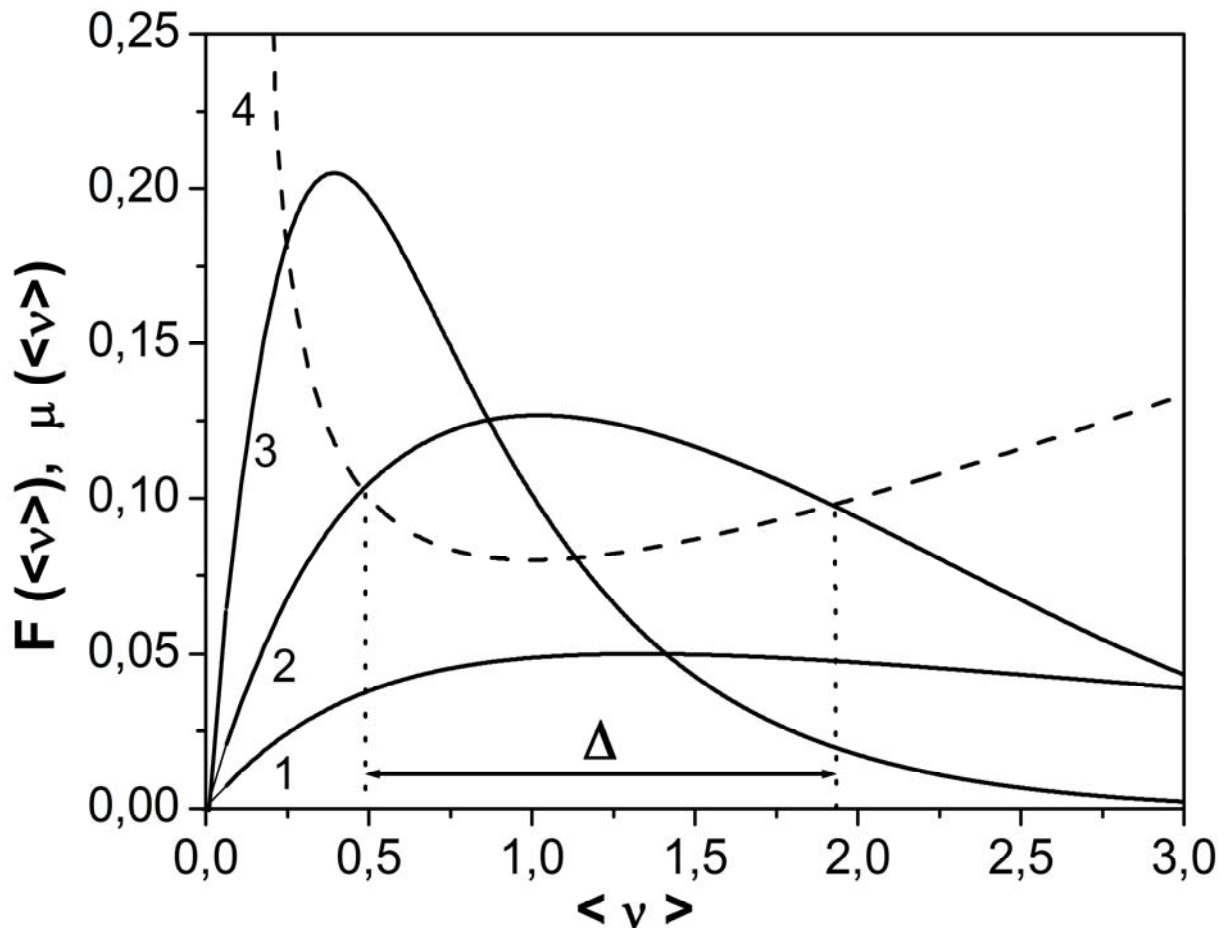


Рис. 3.4. Залежності $F(\langle v \rangle)$ при $\beta_{CJ} = 0$, $\beta_L = 1$ (крива 1), $\beta_{CJ} = 0,3$, $\beta_L = 1$ (крива 2), $\beta_{CJ} = 0,3$, $\beta_L = 7$ (крива 3) та $\mu(\langle v \rangle)$ при $\delta = 0,02$ (крива 4). Інтервал синхронізації Δ для кривої 2 позначений стрілками.

Оскільки електричний опір шунта дорівнює $2R_a$, параметрами задачі залишаються β_{CJ} , β_L та δ . Розглянемо поведінку залежності інтервалу синхронізації від параметрів β_{CJ} та β_L при постійному значенні параметра δ . Нагадаємо, що у залежність $\mu(\langle v \rangle)$ при визначеному значенні $\langle v \rangle$ входить тільки параметр δ , так що, при виборі, наприклад, $\delta = 0,02$, ми повністю визначили $\mu(\langle v \rangle)$. Розраховані згідно рівнянню (3.11) залежності $F(\langle v \rangle)$ та $\mu(\langle v \rangle)$ для різних значеннях β_{CJ} та β_L показані на рис. 3.4. При малих значеннях параметрів ($\beta_{CJ} \leq 0,3$, $\beta_L \ll 1$) всі значення $F(\langle v \rangle)$ менші будь-якого значення $\mu(\langle v \rangle)$. Це означає, що криві $F(\langle v \rangle)$ та $\mu(\langle v \rangle)$ не

перетинаються, так що, згідно рівнянню (3.11), інтервал синхронізації $\Delta(\langle v \rangle)$ дорівнює нулю. Контакти не синхронізовані при даному виборі параметрів. При збільшенні значень параметрів β_{CJ} та β_L максимума залежності $F(\langle v \rangle)$ збільшуються, стають гострішими та зміщуються у сторону малих значень $\langle v \rangle$ (див. рис. 3.4). При деяких значеннях цих параметрів крива $F(\langle v \rangle)$ перетинає залежність $\mu(\langle v \rangle)$. Це означає, що в системі з'явиться синхронізоване випромінювання в деякому інтервалі Δ , який знаходиться між точками перетину цих залежностей (див. рис. 3.4). Таким чином, при значеннях $\beta_{CJ} \leq 0,3$ існує поріг синхронізації на залежностях $\Delta(\beta_L)$. Існує також поріг зникнення синхронізації при великих значеннях β_{CJ} та β_L . Причиною його появи є зміщення залежності $F(\langle v \rangle)$ до таких малих значень $\langle v \rangle$, що всі $F(\langle v \rangle)$ знову стають меншими будь-якого значення величини $\mu(\langle v \rangle)$.

Розглянемо більш докладно утворення порогів появи та зникнення синхронізації при зміні параметра індуктивності β_L . Згідно розвинутої вище теорії, синхронізований стан контактів має місце, коли значення $F(\langle v \rangle)$ перевищують значення $\mu(\langle v \rangle)$. Інтервал синхронізації виникає при великій напрузі, коли величини $F(\langle v \rangle)$ стають більше величин $\mu(\langle v \rangle)$, і зникає при малій напрузі, коли величини $F(\langle v \rangle)$ стають менше величин $\mu(\langle v \rangle)$. Функція $\mu(\langle v \rangle)$ має мінімум при $\langle v \rangle \approx 1$. Функція $F(\langle v \rangle)$ має максимум, пов'язаний з існуванням резонансного контуру що складається з конденсатора C_J та індуктивності L (докладно це резонансне коло буде описано у наступному підрозділі). Умовою для існування широкого інтервалу синхронізації є випадок, коли положення максимуму $F(\langle v \rangle)$ співпадає з положенням мінімуму $\mu(\langle v \rangle)$ при $F(\langle v \rangle) > \mu(\langle v \rangle)$. Величини $\mu(\langle v \rangle)$ не залежать від параметрів C_J та L . Криві $\mu(\langle v \rangle)$ зміщуються вгору, якщо δ збільшується, або донизу, якщо δ зменшується. Однак, максимум $F(\langle v \rangle)$ зміщується від

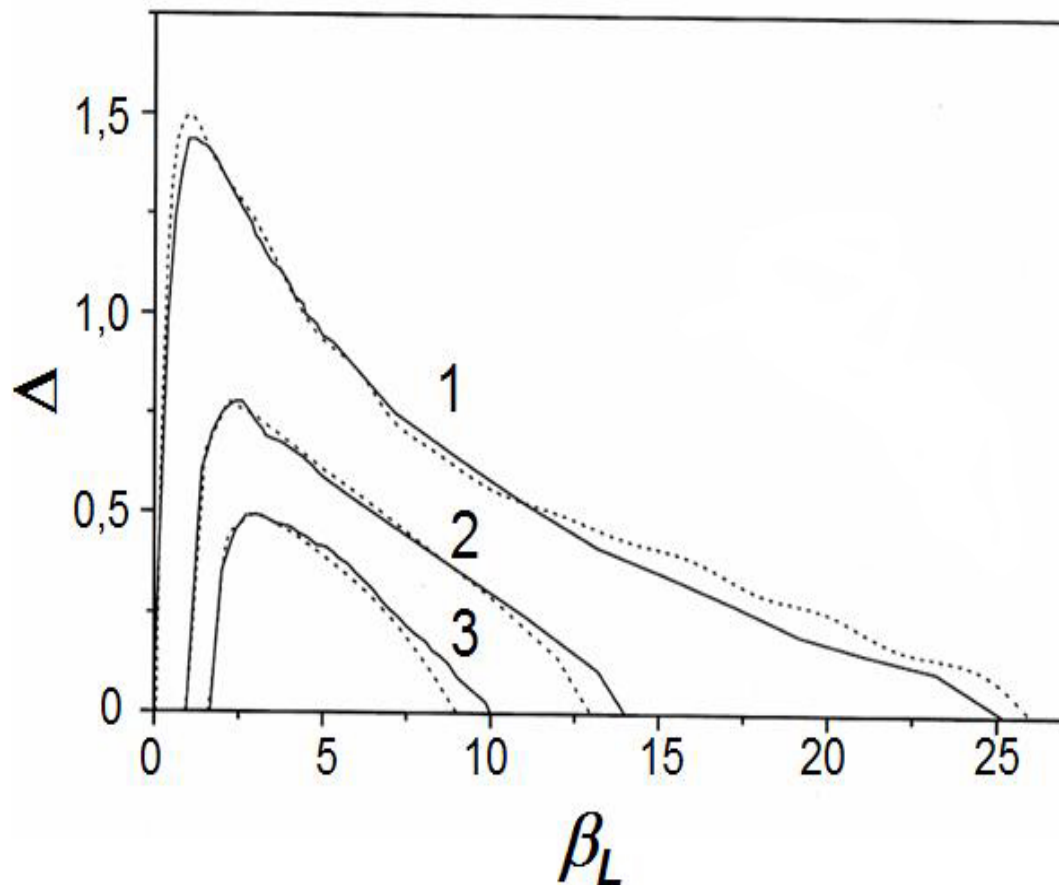


Рис. 3.5. Інтервали синхронізації Δ , розраховані за допомогою методу амплітуд, які повільно змінюються (суцільні лінії) призначеннях параметрів $\beta_{CJ} = 0,2$, $\delta = 0,02$ (крива 1), $\delta = 0,03$ (крива 2), $\delta = 0,035$ (крива 3). Пунктиром показані залежності $\Delta_{IV}(\beta_L)$, розраховані за допомогою програми PSCAN [252].

великих до малих частот при збільшенні параметрів C_J або L згідно відомій залежності частоти резонансного контуру від цих параметрів. Тому як великі, так і малі значення резонансних частот описаного вище резонансного контуру не відповідають умовам існування інтервалу синхронізації, так що при збільшенні C_J або L існує як поріг виникнення синхронізації, так і поріг зникнення синхронізації (рис. 3.5).

Порівняємо тепер інтервал синхронізації, знайдений згідно рівнянь (3.11) та (3.17), з інтервалом, який знайдено з рішень системи динамічних рівнянь для контактів та рівнянь Кірхгофа:

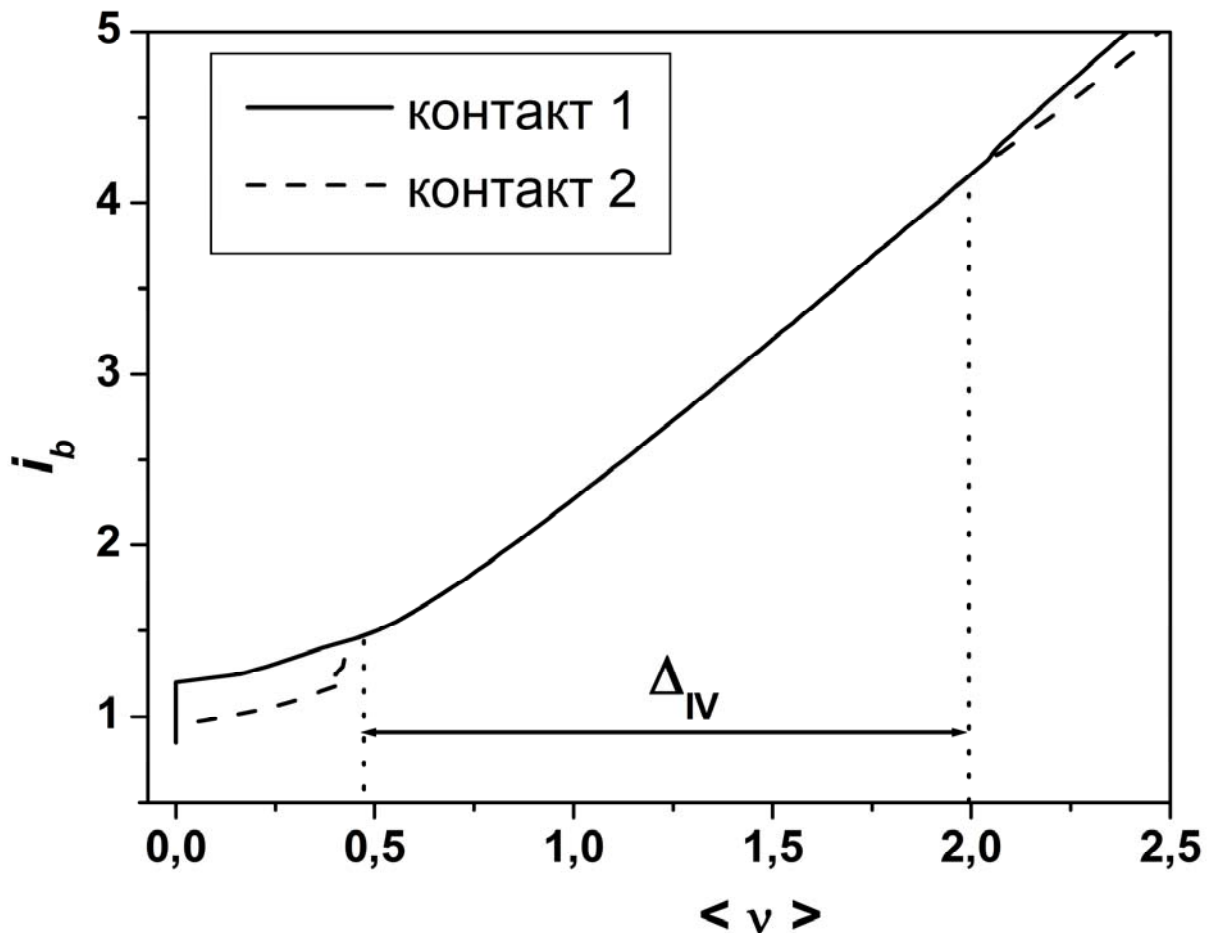


Рис. 3.6. Вольт-амперні характеристики контактів при $\beta_{CJ} = 0,3$, $\beta_L = 1$, $\delta = 0,02$, розраховані згідно рівнянь (3.18), (3.19). Інтервал синхронізації Δ_{IV} для цих значень параметрів позначений стрілками.

$$\beta_{CJ} \frac{d^2 \varphi_k}{d\tau^2} + [1 + (-1)^k \delta] \left(\frac{d\varphi_k}{d\tau} + \sin(\varphi_k) \right) = i_b - \frac{dq}{d\tau}, \quad k=1,2, \quad (3.18)$$

$$\beta_L \frac{d^2 q}{d\tau^2} + r \frac{dq}{d\tau} = \frac{d\varphi_1}{d\tau} + \frac{d\varphi_2}{d\tau}, \quad (3.19)$$

де q - заряд, який протікає через індуктивність L , $r = R/R_a$ - нормалізований електричний опір. На рис. 3.6 показані вольт-амперні характеристики контактів, знайдені з рішень системи рівнянь (3.18) - (3.19) при тих самих значеннях параметрів $\beta_{CJ} = 0,3$, $\beta_L = 1$, $\delta = 0,02$, що й на рис. 3.4, крива 2. Інтервал синхронізації Δ_{IV} на рис. 3.6 визначений як інтервал усереднених напруг на контактах, при яких вольт-амперні характеристики контактів повністю співпадають. Видно, що інтервали синхронізації на рис. 3.4 та рис.

3.6 однакові. Залежності напруги на контактах від часу $d\varphi_k/d\tau$, розраховані згідно рішень системи рівнянь (3.18) - (3.19), мають однакові періоди та синфазні. Можна зробити висновок, що у даному випадку метод амплітуд, які повільно змінюються, адекватно описує синхронізацію коливань напруги на контактах. Залежності інтервалу синхронізації Δ від параметра β , розраховані за допомогою методу амплітуд, які повільно змінюються (рис. 3.5), можна також порівняти з залежностями $\Delta_{IV}(\beta_L)$, розрахованими згідно рішення системи рівнянь (3.18) - (3.19). На рис. 3.5 пунктиром показані ці залежності, отримані за допомогою відомого пакету програм PSCAN [252]. Видно, що отримані за допомогою пакету PSCAN залежності якісно співпадають з залежностями, отриманими за допомогою методу амплітуд, які повільно змінюються.

3.3 Синхронізація випромінювання у надпровідному резонаторі

При розгляді синхронізації контактів у резонаторі одразу постає питання, якою електротехнічною схемою повинен бути представлений резонатор. Дія резонатора на систему полягає в тому, що розподіл електромагнітного поля випромінювання контактів у резонаторі при певних частотах створює умови для посилення струмів через контакт (резонанс струмів) або збільшення напруги на контактах (резонанс напруг). Нас цікавить резонанс струмів, оскільки з попереднього розгляду явища синхронізації ми знаємо, що саме високочастотний струм синхронізує контакти. Резонанс струмів звичайно досягається за допомогою паралельного резонансного контуру, який приєднується до високочастотного джерела. Однак, якщо приєднати паралельний контур до ланцюга з контактами без ємностей, його дія на контакти при резонансі струмів проявиться в тому, що електричний контур струму зворотного зв'язку буде слабо впливати на контакти і може навіть розімкнутися, оскільки при резонансі електричний опір контуру стає великим (в ідеальному контурі без електричного опору - нескінченим). Необхідного ефекту дії резонансу струмів на контакти з

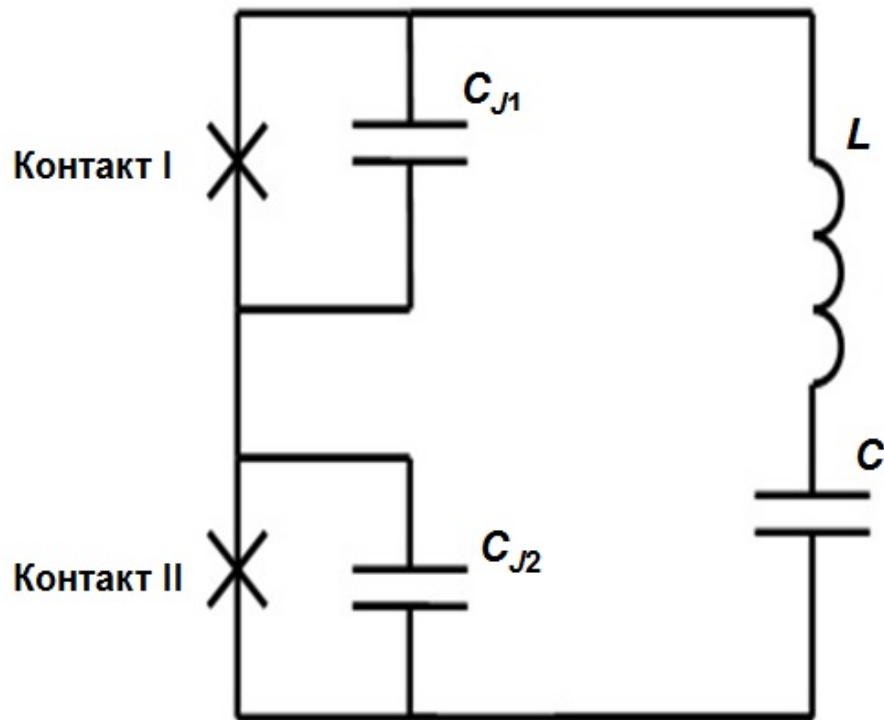


Рис. 3.7. Високочастотна схема двох контактів Джозефсона з відділеними конденсаторами, замкнута на послідовний резонансний контур.

емностями можна досягти, якщо приєднати до ланцюга послідовний резонансний контур. Розглянемо високочастотну схему цієї системи докладно (рис. 3.7). Якщо на контакті I є змінна різниця потенціалів, то утворюються як послідовний, так і паралельний резонансні контури. Для послідовного резонансного контуру напругу резонансу можна оцінити з наближеного виразу $\langle v_{r1} \rangle \approx [(\beta_L \beta_C - \beta_{CJ} \beta_C)^{-1}]^{1/2}$ при $\langle v_{r1} \rangle \beta_C \ll 1$. Нагадаємо, що у вибраній нормалізації числові значення нормалізованої (на критичне значення) напруги співпадає з числовим значенням частоти, нормалізованої на критичну частоту контакту. Тому наведений вище вираз для $\langle v_{r1} \rangle$ є справедливим також для нормалізованої резонансної частоти послідовного резонансного контуру.

На рис. 3.8 показані реальна та уявна частина імпедансу системи для прикладу, в якому значення параметрів дорівнюють $\beta_{CJ} = 0,4$, $\beta_C = 0,4$, $\beta_L = 4,0$. Поведінка $\text{Im } z_{11}$ свідчить про те, що в системі існує два резонанси.

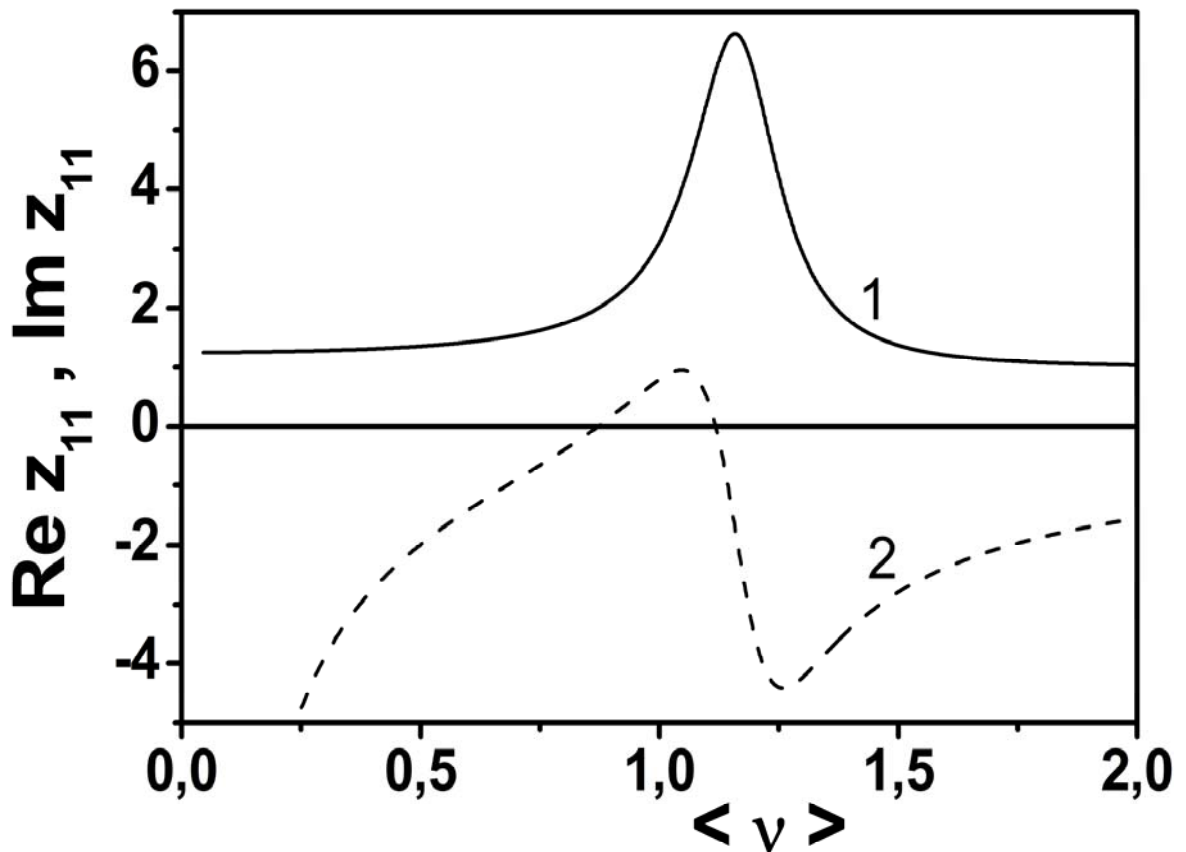


Рис. 3.8. Реальна (крива 1, суцільна лінія) та уявна (крива 2, штрихова лінія) частини імпедансу системи при значеннях параметрів $\beta_{CJ} = 0,4$, $\beta_C = 0,4$, $\beta_L = 4,0$.

Один з них (при $\langle v_1 \rangle \approx 0,83$) описується наведеним вище виразом. Однак, в системі існує ще один резонанс при $\langle v_2 \rangle \approx 1,12$. Опишемо цей резонанс докладно. Розглянемо паралельний резонансний контур. Одна гілка паралельного контуру складається з індуктивності L , конденсатора C та конденсатора другого контакту C_{J_2} , а друга гілка утворена конденсатором першого контакту C_{J_1} . Резонанс виникає, коли імпеданси гілок контуру компенсують один одного. Резонансна напруга (та частота) дорівнюють $\langle v_{r2} \rangle \approx [(\beta_{CJ} + \beta_C)/(\beta_L \beta_{CJ} \beta_C)]^{1/2}$ при $\langle v_{r2} \rangle \beta_C \ll 1$. Резонанс струмів при цій частоті визначає сильний струм у резонансному контурі, який проходить через ємності контактів і є одночасно колом зворотного зв'язку контактів. Цей струм синхронізує динаміку фаз обох контактів. Згадаємо, що, хоча на

схемі, наведеній на рис. 3.7, конденсатори приєднані до зовнішньої системи, насправді вони є частинами електричної схеми самих контактів. Тому резонанс струмів у схемі приводить до сильного синхронізуючого струму через контакти.

Розглянемо тепер синхронізацію контактів методом амплітуд, які повільно змінюються. При розрахунку коефіцієнту зв'язку, як і в попередніх підрозділах, вважаємо $z = 1$, та $z_1 = (j\langle\nu\rangle\beta_{CJ})^{-1}$. Імпеданс резонансного контуру дорівнює $z_L = j\langle\nu\rangle\beta_L + (j\langle\nu\rangle\beta_C)^{-1}$, де $\beta_L = 2\pi I_{ca} L \Phi_0^{-1}$, $\beta_C = 2\pi I_{ca} R_a^2 C \Phi_0^{-1}$ є нормалізована індуктивність контуру та нормалізована ємність конденсатора C резонансного контуру, відповідно. Уявна частина коефіцієнта зв'язку для цієї системи дорівнює

$$\text{Im}(y_{12}) = \frac{\langle\nu\rangle^3 \beta_{CJ}^2 \beta_L - \langle\nu\rangle [\beta_{CJ}(2+\alpha) + \beta_L] + (\alpha/\langle\nu\rangle)\beta_{CJ}}{4 \left[\langle\nu\rangle^2 \beta_{CJ} \beta_L - (1+\alpha) \right]^2 + \left[\langle\nu\rangle^3 \beta_{CJ}^2 \beta_L - \langle\nu\rangle [\beta_{CJ}(2+\alpha) + \beta_L] + (\alpha/\langle\nu\rangle)\beta_{CJ} \right]^2}, \quad (3.20)$$

де $\alpha = \beta_{CJ} / \beta_{C1}$.

Розраховані згідно рівнянням (3.11), (3.20) залежності $F(\langle\nu\rangle)$ відрізняються від таких залежностей для системи двох контактів з резистивним та індуктивним шунтом (рис. 3.9). Першою характерною рисою $F(\langle\nu\rangle)$ для системи контактів у резонаторі є наявність позитивних значень $\text{Im}(y_{12})$ та пов'язана з ними поява максимуму на кривій $F(\langle\nu\rangle)$ при низьких частотах. Згідно загальної теорії синхронізації [10], при позитивних значеннях уявної частини коефіцієнту зв'язку спостерігається так звана протифазна синхронізація, при якій електромагнітні хвилі, які випромінюють контакти, мають фазове зміщення π один від одного. Частота $\langle\nu\rangle \approx 0,52$, яка відповідає низькочастотному максимуму $F(\langle\nu\rangle)$, близька до резонансної частоти $\langle\nu_{r1}\rangle \approx 0,47$ послідовного резонансного контуру. Таким чином, поява низькочастотного максимуму $F(\langle\nu\rangle)$ пов'язана з послідовним резонансом у системі. Частота другого (синфазного) максимуму дорівнює $\langle\nu\rangle \approx 2,40$, що близько до резонансної частоти $\langle\nu_{r2}\rangle \approx 2,57$ паралельного резонансного

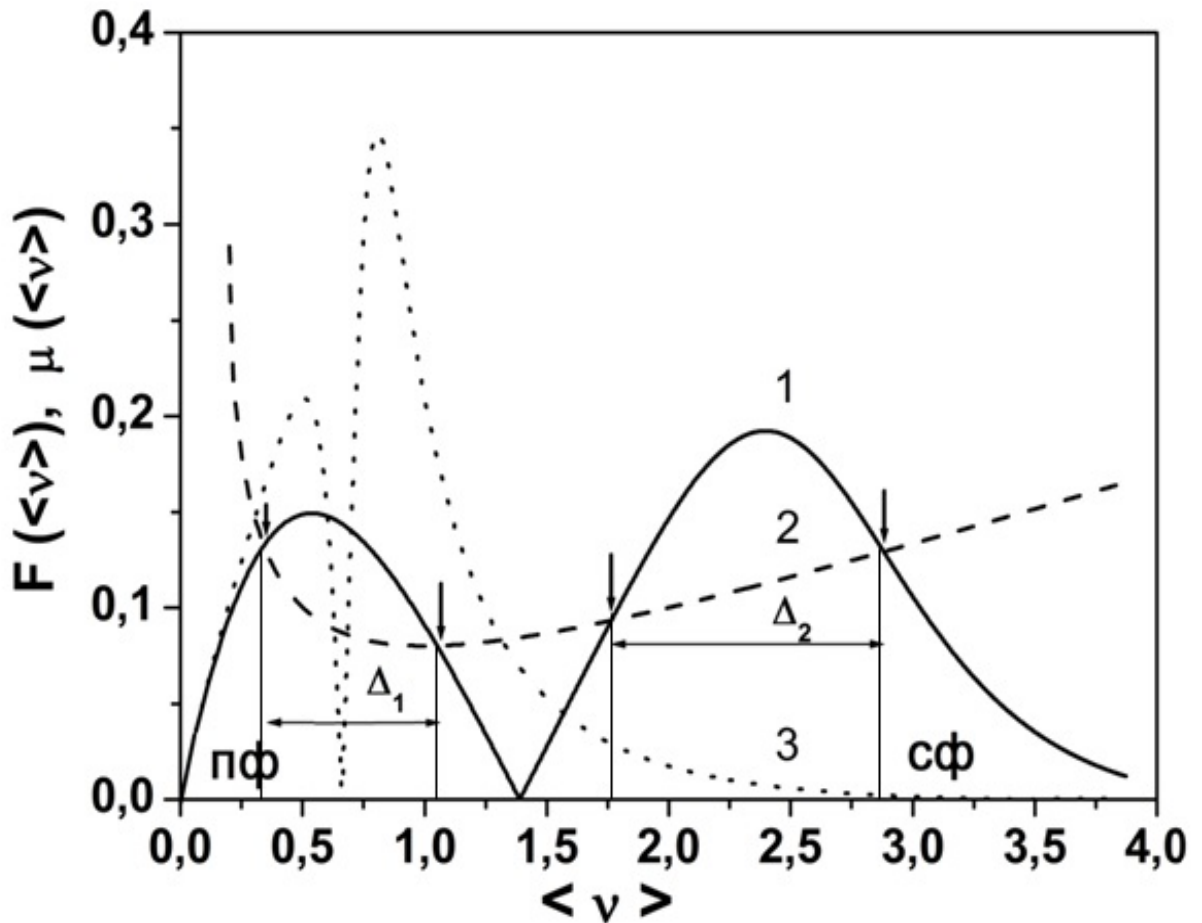


Рис. 3.9. Залежності $F(\langle \nu \rangle)$ при $\beta_{CJ} = 0,3$, $\beta_L = 1$, $\alpha = 1$ (крива 1, інтервали синхронізації Δ_1 та Δ_2 позначені стрілками), $\mu(\langle \nu \rangle)$ при $\delta = 0,02$ (крива 2), $F(\langle \nu \rangle)$ при $\beta_{CJ} = 0,3$, $\beta_L = 7$, $\alpha = 1$ (крива 3). Низькочастотний максимум $F(\langle \nu \rangle)$ на кривих 1 та 3 відноситься до протифазної синхронізації (на рисунку - пф), високочастотний максимум - до синфазної синхронізації (на рисунку - сф).

контуру. Відмітимо, що помилка у визначенні частоти резонансу струмів більша, ніж для визначення частоти резонансу напруг тому, що умова $\langle \nu_{r2} \rangle \beta_C \ll 1$ не виконується. Оскільки інтервали синхронізації визначені нами як відрізки на осі $\langle \nu \rangle$, на яких $F(\langle \nu \rangle) \geq \mu(\langle \nu \rangle)$, а крива $\mu(\langle \nu \rangle)$ двічі перетинає залежності $F(\langle \nu \rangle)$ (рис. 3.9), то згідно методу амплітуд, які повільно змінюються, на вольт - амперних характеристиках контактів у резонаторі існує два інтервали синхронізації. Перший з цих інтервалів відповідає

протифазній синхронізації, а другий - синфазній синхронізації. На залежностях $F(\langle \nu \rangle)$ низькочастотний максимум, який відповідає протифазній синхронізації, нижчий, ніж високочастотний максимум, що відповідає синфазній синхронізації. Тому інтервал антифазної синхронізації може існувати тільки для достатньо малих значеннях розбігу критичних струмів (порядку 1-3%).

Ще одною характерною рисою залежностей $\text{Im}(y_{12}) = f(\langle \nu \rangle)$, а також залежностей $F(\langle \nu \rangle)$, є більші абсолютні величини максимумів синфазної синхронізації порівняльно з відповідними величинами для системи двох контактів з шунтом. Синфазні максимуми залежностей $F(\langle \nu \rangle)$, розраховані згідно рівнянням (3.12), (3.20), приблизно в півтора рази вищі, ніж для системи двох контактів з резистивним шунтом (рис. 3.4). Висота максимуму пропорційна найбільшому розбігу δ_{\max} критичних струмів контактів, при якому існує синхронізація випромінювання. Таким чином, синхронізований стан зберігається в системі контактів у резонаторі при значно більшому розбігу критичних струмів контактів, ніж у розглянутій у попередньому розділі системі з резистивним та індуктивним шунтом. Останню систему також можна розглядати як паралельний резонансний контур для коливань, зумовлених змінною різницею потенціалів на одному з контактів. Одна гілка цього контуру утворена індуктивністю та електричним опором шунта, а також всіма елементами другого контакту. Друга гілка контуру утворена ємністю першого контакту. При порівнянні цього контуру з паралельним контуром надпровідного резонатора видно, що у контурі ідеального резонатора відсутній електричний опір R_{sh} , який формує резистивну петлю у системі з резистивним шунтом. Зрозуміло, що у системі з надпровідним резонатором, резонанс струмів значно сильніший, оскільки втрати енергії в ньому обмежуються тільки електричним опором контактів. Таким чином, висота максимумів залежностей $F(\langle \nu \rangle)$ для системи з резонатором зумовлена

збільшенням синхронізуючого високочастотного струму завдяки резонансу струмів і більша, ніж для системи з резистивним та індуктивним шунтом.

Порівняємо тепер результати, отримані згідно методу амплітуд, які повільно змінюються, з результатами розрахунків динамічної моделі. Для подальшого розгляду зручно написати рівняння динаміки фаз контактів для системи контактів у резонаторі та рівняння Кірхгофа, прийнявши до уваги резистивні втрати в резонаторі, які моделюються послідовним під'єднанням електричного опору R_{sh} до контуру:

$$\beta_{CJ} \frac{d^2 \varphi_k}{d\tau^2} + [1 + (-1)^k \delta] \left(\frac{d\varphi_k}{d\tau} + \sin(\varphi_k) \right) = i_b - \frac{dq}{d\tau}, \quad k = 1, 2, \quad (3.21)$$

$$\beta_L \frac{d^2 q}{d\tau^2} + r_{sh} \frac{dq}{d\tau} + \frac{q}{\beta_{C1}} = \frac{d\varphi_1}{d\tau} + \frac{d\varphi_2}{d\tau}, \quad (3.22)$$

де q - заряд, який проходить через індуктивність L , а $r_{sh} = R_{sh} / R$. Урахування резистивних втрат знадобиться в наступних підрозділах, а для розрахунків у цьому підрозділі будемо вважати $r_{sh} = 0$. Вольт-амперні характеристики контактів $\langle v_k \rangle = f(i_b)$, $k = 1, 2$ показані на рис. 3.10. Вони розраховані згідно рішення рівнянь (3.21) - (3.22) з тими ж самими параметрами, що й у розрахунках, проведених методом амплітуд, які повільно змінюються (рис. 3.7). Видно, що на вольт - амперній характеристиці є також два інтервали синхронізації ($0,48 \leq \langle v \rangle \leq 0,82$ для протифазної синхронізації та $1,74 \leq \langle v \rangle \leq 2,86$ для синфазної синхронізації), тоді як інтервали, розраховані згідно методу амплітуд, які повільно змінюються, дорівнюють $0,35 \leq \langle v \rangle \leq 1,05$ для протифазної синхронізації та $1,77 \leq \langle v \rangle \leq 2,88$ для синфазної синхронізації. Видно, що метод амплітуд, які повільно змінюються, дозволяє досить точно розрахувати інтервал синфазної синхронізації. В той же час, інтервал протифазної синхронізації, розрахований методом амплітуд, які повільно змінюються, не співпадає з інтервалом, отриманим з рішень динамічних рівнянь. Початок інтервалу протифазної синхронізації, отриманий з рішень динамічних рівнянь,

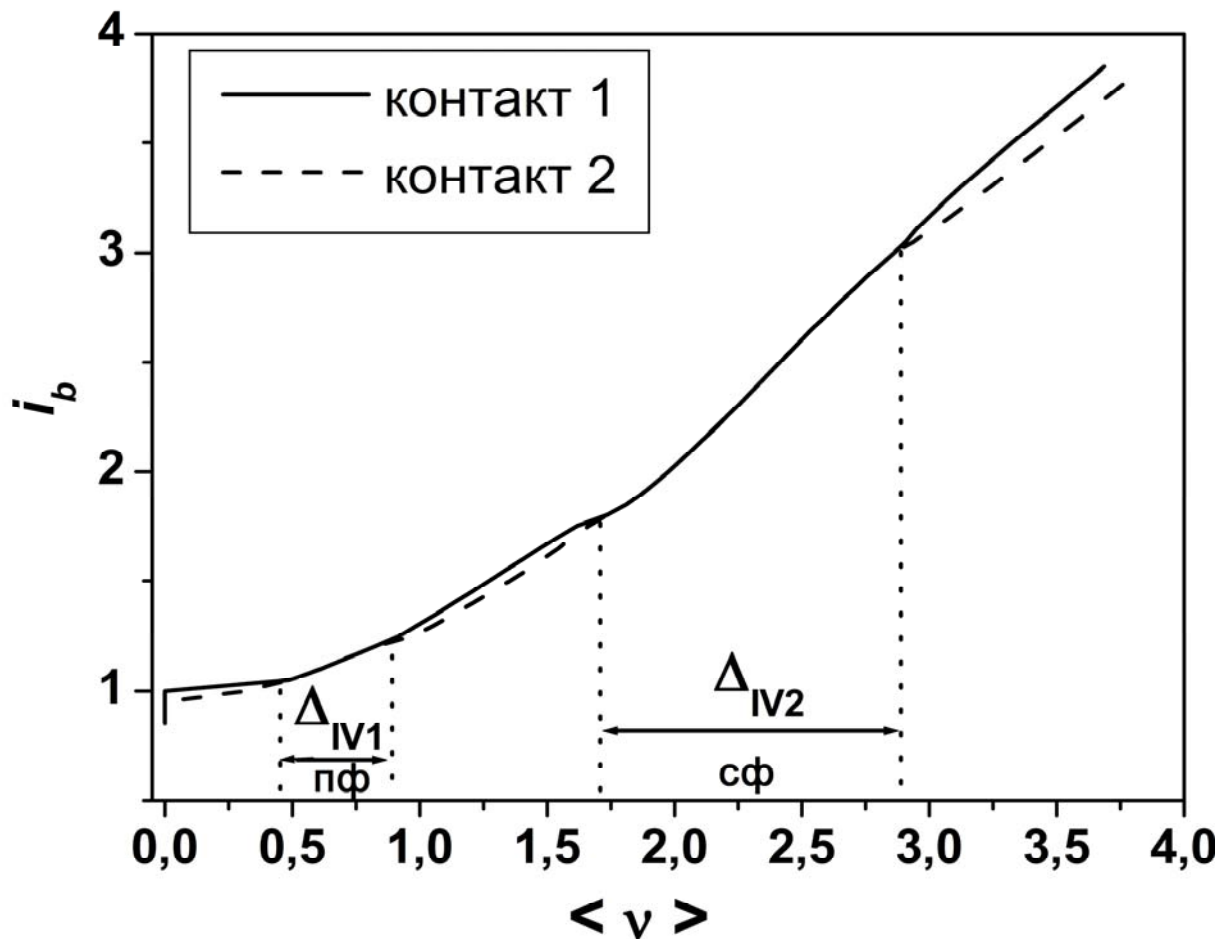


Рис. 3.10. Вольт-амперні характеристики контактів при $\beta_{CI} = 0,3$, $\beta_L = 1$, $\alpha = 1$, $\delta = 0,02$, розраховані згідно (3.21), (3.22). Інтервали протифазної (пф) синхронізації Δ_{IV1} та синфазної (сф) синхронізації Δ_{IV2} позначені стрілками.

співпадає з резонансною частотою послідовного резонансного контуру. Причини, згідно яким інтервал антифазної синхронізації не розраховується точно методом амплітуд, які повільно змінюються, полягають в тому, що при розрахунку ми вийшли за межі наближень цього методу, так, що умови $|\tilde{\varphi}_1| \ll 1$, $|\tilde{\varphi}_2| \ll 1$, накладені на високочастотні поправки до фаз параметра порядку (див. вирази (3.15), (3.16), які слідує з цих нерівностей), перестають діяти при $\langle v \rangle < 1$. Крім того, існує ще одна особливість, яка полягає в тому, що частини вольт - амперних характеристик з від'ємним нахилом нестабільні і не відображаються на кривих $\langle v \rangle = f(i_b)$. Для прикладу, згадаємо, як з'являється гістерезис на залежностях $\langle v \rangle = f(i_b)$ автономних (тобто, не взаємодіючих ні

з якою системою) контактах, які мають ємність. Як відомо [58], дія ємності контакту на його вольт - амперну характеристику полягає в тому, що сумарний струм через контакт зменшується до величин нижче критичного струму, вольт - амперна характеристика контакту стає нестійкою, і спостерігаються перемикання напруги на резистивну (гістерезисну) гілку. Так само, перемикання на резистивну гілку відбувається при підключенні контактів до резонансного контуру. Зі схеми, зображеної на рис. 3.7 видно, що в паралельному резонансному контурі кожний контакт зашунтовано ємністю цього контакту, так що при постійних струмах зміщення, близьких до критичного струму, вольт-амперна характеристика втрачає стабільність і перемикається на резистивну гілку. У методі амплітуд, які повільно змінюються, це перемикання не враховується. Тому інтервали синхронізації, розраховані згідно методу амплітуд, які повільно змінюються, при $\langle v \rangle < 1$, звичайно менші, ніж інтервали, розраховані з вольт - амперних характеристик. Для того, щоби продемонструвати наявність антифазної синхронізації, треба зменшити ємність контактів. Це дає можливість зменшити величину "стрибка" напруги так, щоби вольт-амперна характеристика існувала при напругах, характерних для антифазної синхронізації. Використовуючи рівняння (3.17) - (3.18), ми розрахували залежності напруги на контактах від часу у системі, в якій параметр β_{C1} був зменшений від величини 0,4 до 0,2, та при $\delta = 0,01$, для постійного струму $i_b = 1,1$, який відповідає середині інтервалу антифазної синхронізації (рис. 3.11а), та для постійного струму $i_b = 1,37$, який відповідає середині інтервалу синфазної синхронізації (рис. 3.11б). З цих рисунків видно, що при $i_b = 1,1$ коливання напруги на контактах відбуваються зі взаємним зміщенням π , тоді як при $i_b = 1,37$ коливання напруги повністю синфазні (зміщення фаз дорівнює нулю). Таким чином, показано, що за допомогою методу амплітуд, які повільно змінюються, можна знайти (з урахуванням "стрибків" напруги при $\langle v \rangle \leq 1$) інтервали синхронізації. Можна показати, що рішення

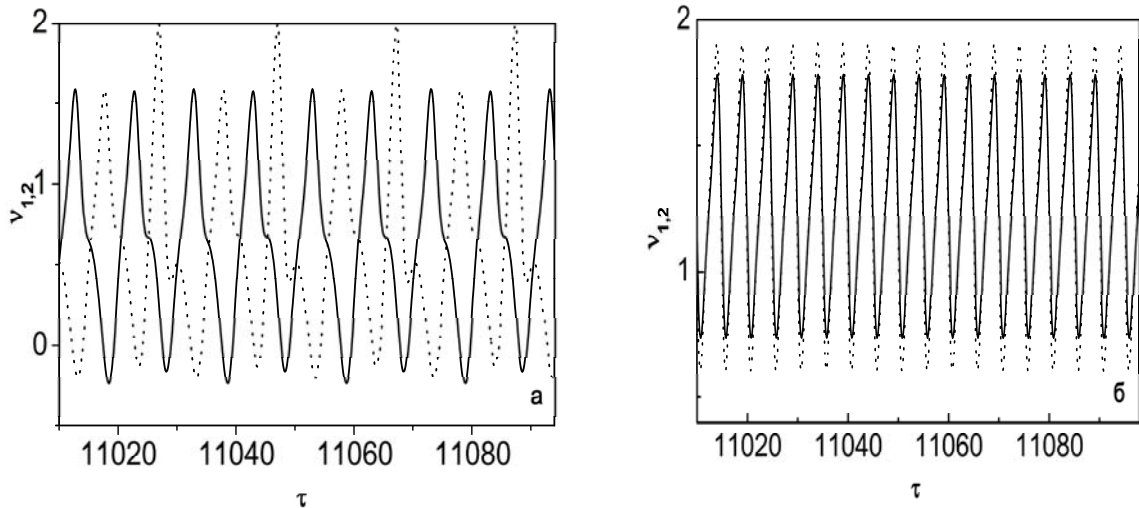


Рис. 3.11. Залежності миттєвих нормалізованих напруг на двох контактах (напряга на контакті 2 - штрихова лінія) від нормалізованого часу для $i_b = 1,10$, $\langle v \rangle = 0,62$ (а) та $i_b = 1,37$, $\langle v \rangle = 1,25$ (б). Параметри системи: $\beta_{CJ} = 0,4$, $\beta_C = 0,2$, $\beta_L = 4$, $\delta = 0,01$.

динамічних рівнянь (3.21), (3.22), які відповідають синхронізації контактів при $\delta = 0$, стабільні на всьому інтервалі синхронізації. Для цього була розрахована вольт – амперна характеристика системи при значеннях параметра $\delta = 0,05$ (рис. 3.12), і визначений інтервал синхронізації. Розрахунки стабільності синфазного рішення, проведені згідно роботі [152], показують, що реальна частина показника Флоке від'ємна в межах синфазного рішення в інтервалі синхронізації та має найменші значення при частоті $\langle v_{r2} \rangle \approx 1,05$ (рис. 3.13). Це означає, що синфазне рішення при резонансі струмів стабільне.

Залежність інтервалу синфазної синхронізації Δ від параметра β_L показана на рис. 3.14. Для порівняння на цьому рисунку показана також залежність $\Delta_{IV}(\beta_L)$ яка знайдена за допомогою рішення динамічних рівнянь (3.21), (3.22). Параметри системи: $\beta_{CJ} = 0,4$, $\beta_C = 0,4$, $\delta = 0,05$. З рисунку видно, що при малих β_L інтервал синхронізації різко збільшується від нуля до максимальної величини $\Delta \approx 0,5$ при $\beta_L \approx 2,5$. При подальшому збільшенні

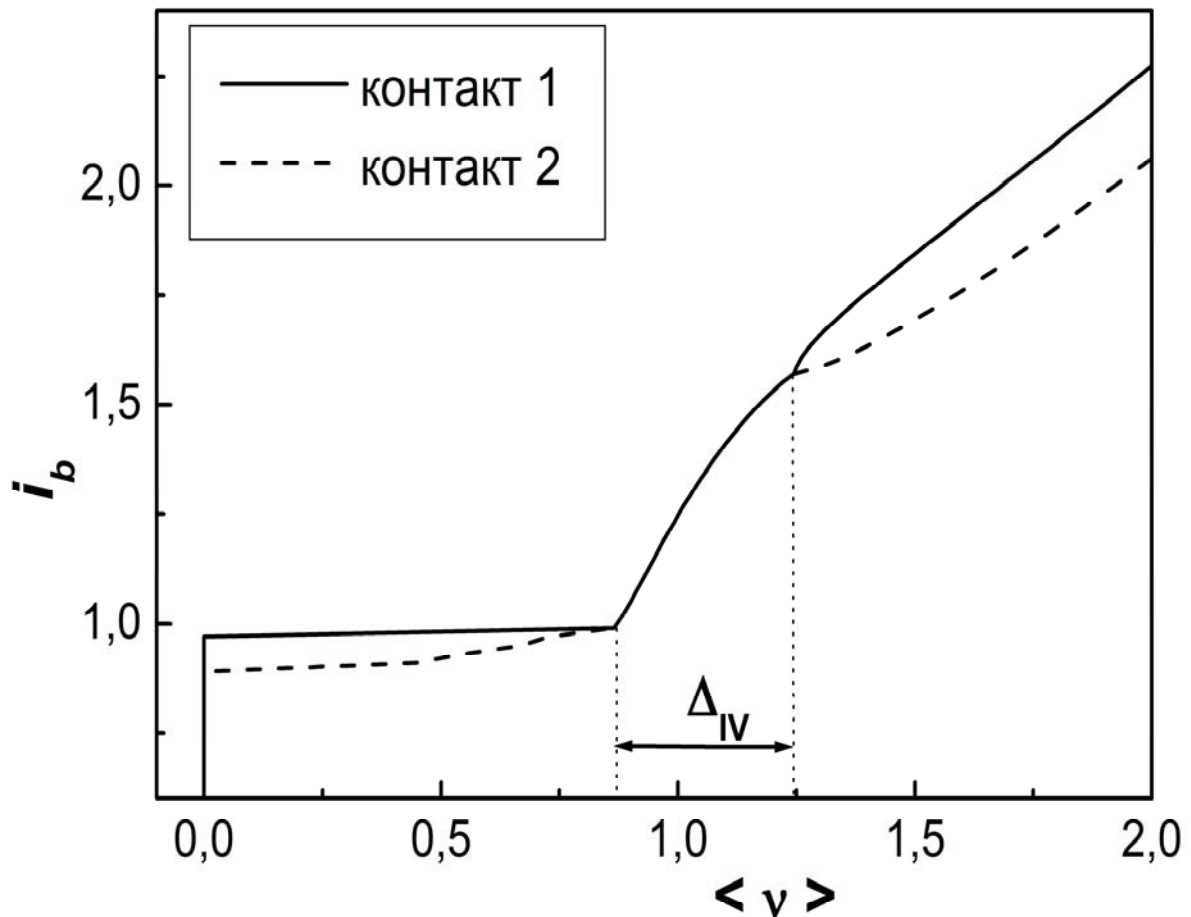


Рис. 3.12. Вольт-амперна характеристика двох контактів (суцільна та штрихова лінії) у резонаторі. Стрілками показана область синфазної синхронізації Δ_{IV} . Параметри системи: $\beta_{CJ} = 0,4$, $\beta_C = 0,4$, $\beta_L = 4$, $\delta = 0,05$.

β_L інтервал синхронізації поступово зменшується до нуля при $\beta_L \approx 25$. Залежність $\Delta_{IV}(\beta_L)$ якісно слідує залежності $\Delta(\beta_L)$. Можна зробити висновок, що існує деяке значення β_L , при якому для даного набору значень параметрів інтервал синхронізації максимальний (тобто, існує оптимальне значення β_L). Так само можна отримати залежності максимального розбігу критичних струмів δ_{\max} від параметрів системи, наприклад, від β_{CJ} (рис. 3.15). Ця залежність має максимум при $\beta_{CJ} \approx 1$, де величина $\delta_{\max} \approx 0,15$. Згідно методу амплітуд, які повільно змінюються, можна грубо оцінити величину δ_{\max} з виразу $\delta_{\max} \approx \langle v \rangle / (i_b (i_b + \langle v \rangle)) |\text{Im}[y_{12}]|$, де величина $|\text{Im}[y_{12}]|$ знаходиться за допомогою виразу (3.20) при заданих параметрах β_{CJ} , β_C та β_L . Хоча

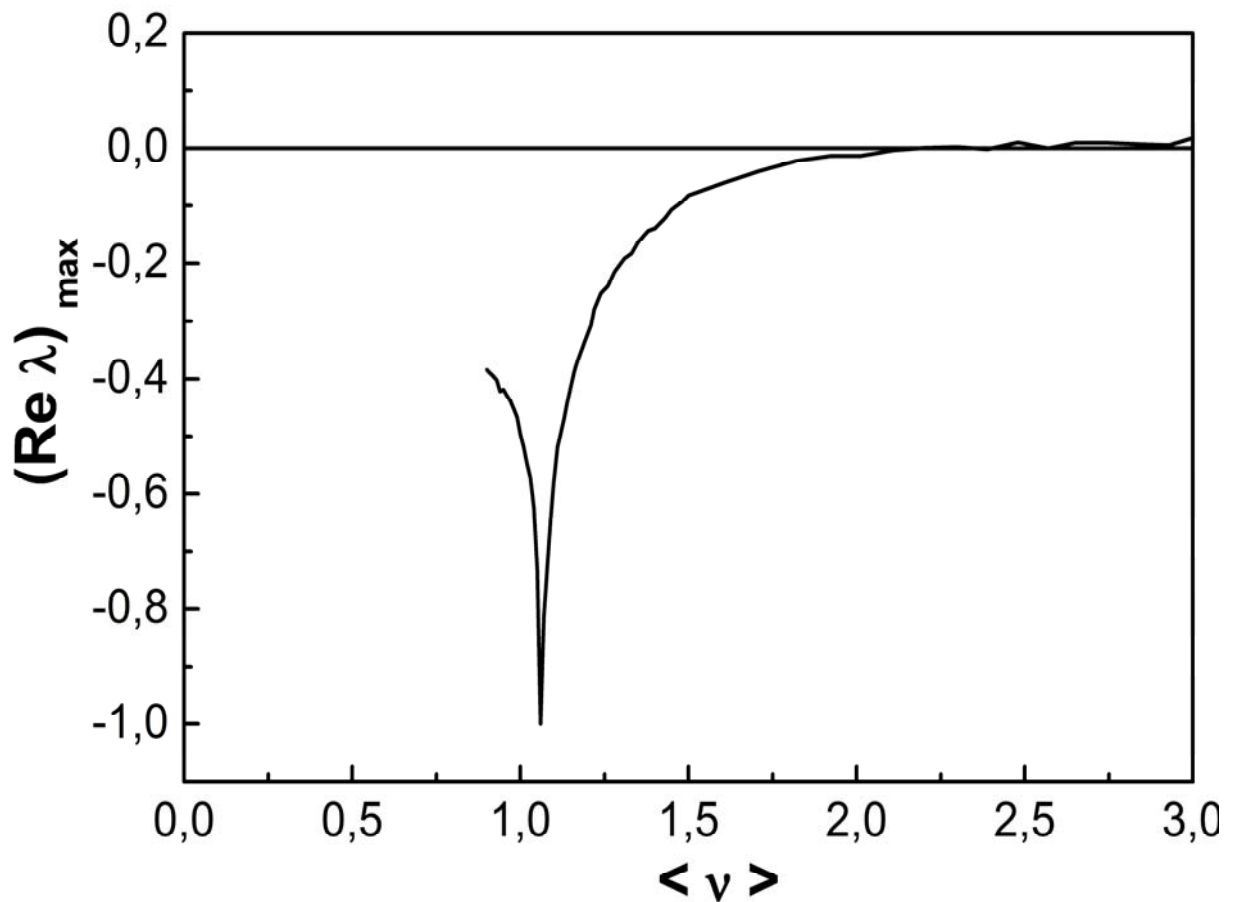


Рис. 3.13. Залежність дійсної частини показника Флоке від $\langle v \rangle$; Параметри системи: $\beta_{CJ} = 0,4$, $\beta_C = 0,4$, $\beta_L = 4$, $\delta = 0$.

значення $\beta_{CJ} = 1$ знаходиться за межами апроксимації методу амплітуд, які повільно змінюються, оцінка максимального розбігу критичних струмів дає $\delta_{\max} \approx 0,13$, що близько до знайденого за допомогою чисельних методів значення $\delta_{\max} \approx 0,15$ (див. рис. 3.15). Відмітимо, що ця оцінка практично співпадає з оцінкою $\delta_{\max} \approx 0,15$, яка була зроблена в роботі [15] для контактів з великим значенням параметра Мак-Камбера β_{CJ} у надпровідному резонаторі з великим значенням добротності $Q \approx 30$. Можна зробити висновок, що синхронізуючий височастотний струм може досягти у системі контактів з малим значенням параметра β_{CJ} таких самих великих значень для забезпечення синхронізованого стану. У цьому підрозділі була детально проаналізована синхронізація осциляцій напруги на контактах

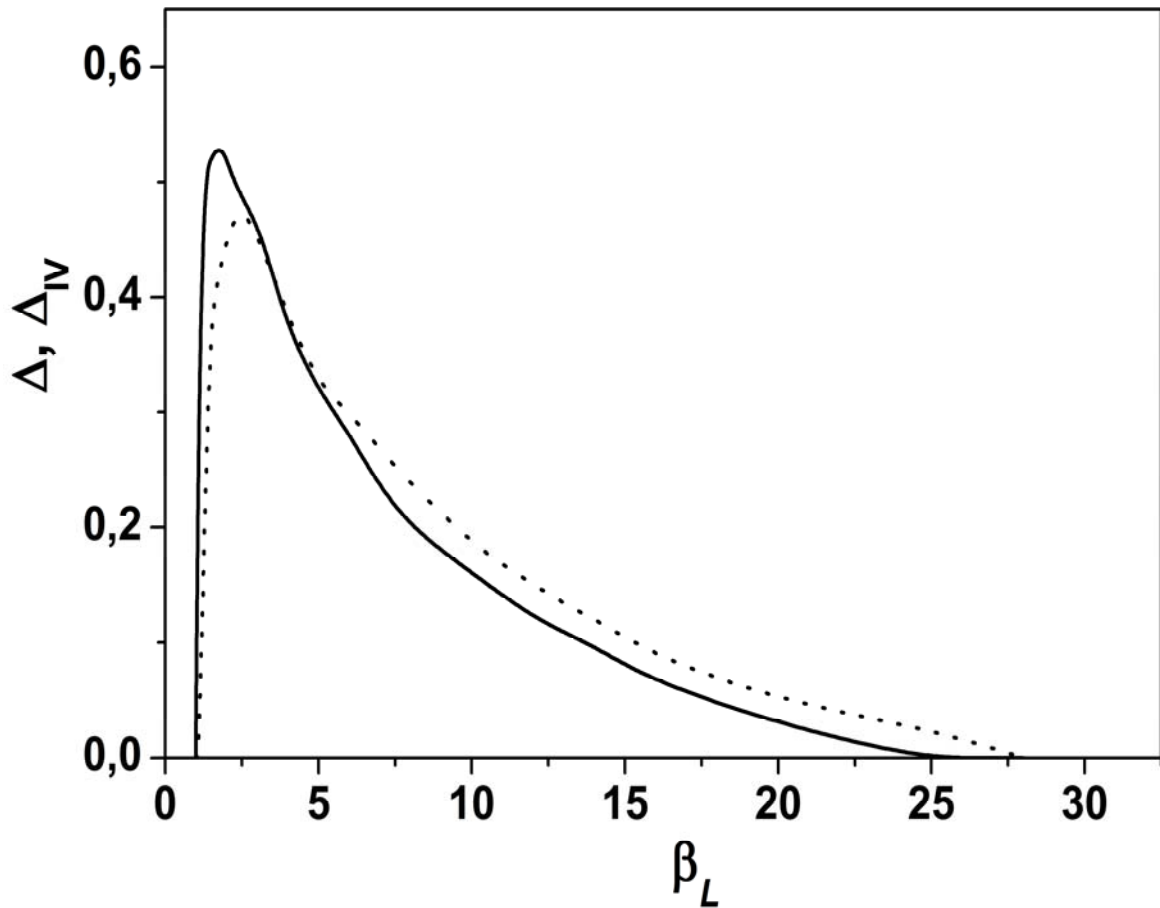


Рис. 3.14. Залежності $\Delta_{IV}(\beta_L)$ (суцільна лінія) та $\Delta(\beta_L)$ (пунктирна лінія).
 Параметри системи: $\beta_{CJ} = 0,4$, $\beta_C = 0,4$, $\delta = 0,05$.

Джозефсона в системі контактів у надпровідному резонаторі. Було показано, що максимальний розбіг критичних струмів від середнього значення, який досягається в цій системі, дорівнює $\delta_{\max} \approx 0,15$. Це досить велика величина. При цьому розбігу критичні струми контактів відрізняються один від одного приблизно на 30%. Розрахунки показують, однак, що в системах контактів з таким розбігом величина потужності випромінювання значно менша, ніж чотириохватна потужність випромінювання від одного контакту, як це передбачено у теорії синхронізації (див. розділ 1.3). По суті, випромінювання контакту з меншим критичним струмом "захоплює частоту" однієї з гармонік випромінювання контакту з більшим критичним струмом. Оскільки у синхронізації випромінювання не приймає участь перша гармоніка одного з контактів, загальне збільшення потужності випромінювання невелике. Тим

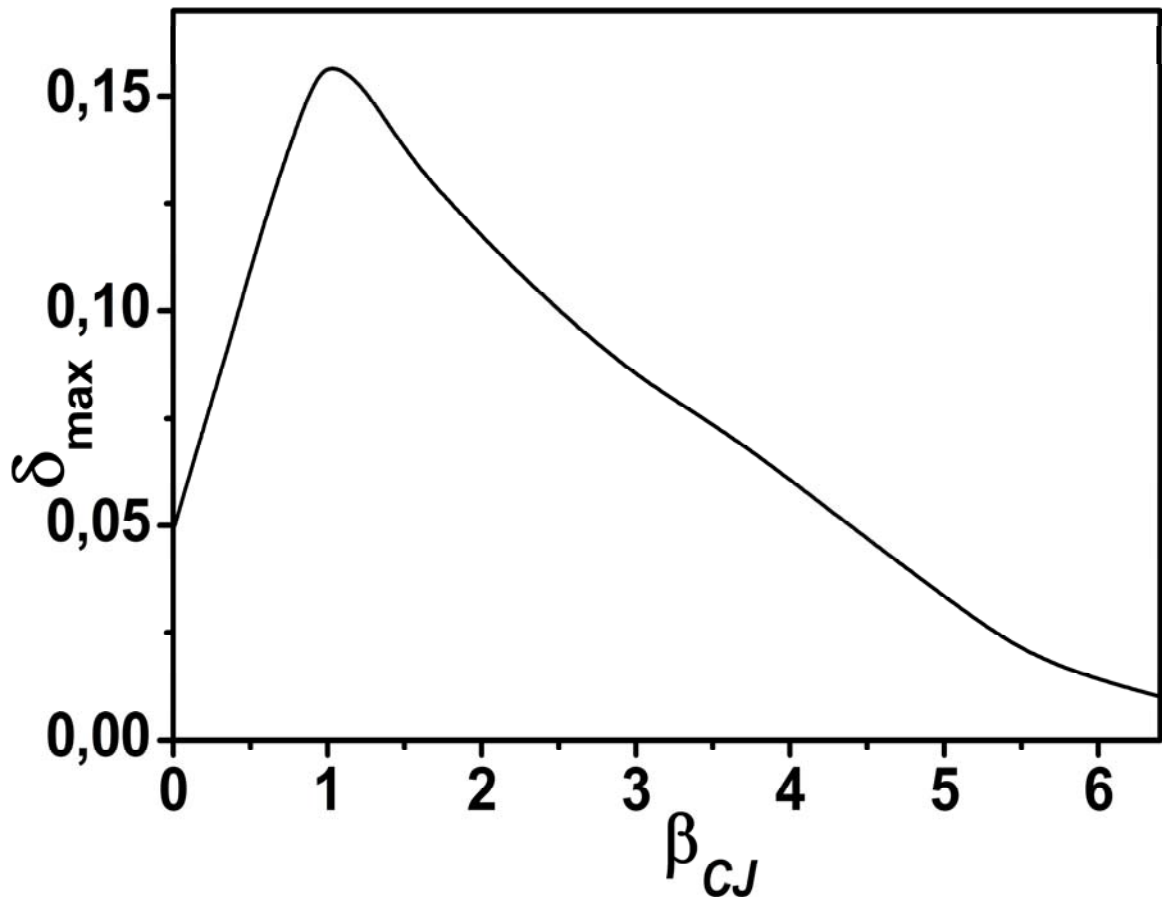


Рис. 3.15. Залежність максимального розбігу критичних струмів δ_{\max} від параметра β_{CJ} . Параметри системи: $\beta_C = 0,4$, $\beta_L = 4$.

не менш, величина δ_{\max} відіграє дуже велику роль в синхронізації внутрішніх контактів Джозефсона, критичні струми яких, звичайно, мають великий розбіг.

3.4 Синхронізація випромінювання двох контактів у довгій лінії

Ми розглянули систему, яка складається з довгої лінії, один кінець якої відкритий, а другий приєднано до кінців ланцюга контактів Джозефсона (рис. 3.2 (в)). Одиниця довжини довгої лінії має індуктивність L_{TL} , ємність C_{TL} та електричний опір R_{TL} . Знову вважаємо, що критичні струми контактів дорівнюють $I_{c1} = (1 - \delta)I_{ca}$ та $I_{c2} = (1 + \delta)I_{ca}$, а електричні опори контактів дорівнюють $R_k = V_c / I_{ck}$. Застосовуючи метод контурних струмів, для уявної частини коефіцієнту зв'язку y_{12} отримуємо:

$$\text{Im}(y_{12}) = - \frac{2\langle v \rangle \beta_{CJ} + \langle v \rangle^2 \beta_{CJ} z_w \text{ctg}(\alpha) - z_w \text{ctg}(\alpha)}{\left(1 + \langle v \rangle^2 \beta_{CJ}^2\right) \left(\langle v \rangle^2 \beta_{CJ}^2 z_w^2 \text{ctg}^2(\alpha) + 4z_w \text{ctg}(\alpha) \langle v \rangle \beta_{CJ} + 4 + z_w^2 \text{ctg}^2(\alpha)\right)}, \quad (3.23)$$

де $\alpha = 2\pi\langle v \rangle\chi$, $z_w = \sqrt{L_{TL}/C_{TL}}/V_c$ - нормалізований хвильовий імпеданс довгої лінії, $\chi = \Lambda/\Lambda_0$ - довжина системи Λ в одиницях довжини хвилі змінного струму в довгій лінії $\Lambda_0 = \frac{\Phi_0}{V_c \sqrt{C_{TL} L_{TL}}}$ при величині характерної напруги

джозефсонівської генерації $\langle v \rangle = 1$. Розглянемо спершу випадок малих ємностей контактів ($C_J \rightarrow 0$). Вираз (3.23) у цьому випадку спрощується:

$$\text{Im}(y_{12}^0) = \frac{1}{\frac{4}{z_w} \text{tg}(\alpha) + z_w \text{ctg}(\alpha)}. \quad (3.24)$$

Положення резонансів функції $\text{Im}(y_{12}^0) = f(\langle v \rangle)$ залежать від хвильового опору лінії z_w . Оскільки імпеданс обох контактів дорівнює $2z_J = 2$, коефіцієнт відбиття хвиль дорівнює $\kappa = \frac{2 - z_w}{2 + z_w}$. Цей коефіцієнт дорівнює приблизно

одиниці, якщо $z_w \ll 2$, мінус одиниці, якщо $z_w \gg 2$, або нулю якщо $z_w = 2$.

Стоячі хвилі струму або напруги існують у системі, якщо $\kappa > 0$ [265], так що резонанси напруги та струму з'являються в лінії. З рівняння (3.24) отримуємо

$\text{Im}(y_{12}^0) \approx \frac{z_w}{4} \text{ctg}(\alpha)$ при $z_w \ll 2$ та $\text{Im}(y_{12}^0) \approx \text{tg}(\alpha)/z_w$ при $z_w \gg 2$, відповідно. Ці

функції мають особливості при $\alpha = \pi l$, $l = 1, 2, \dots$ для $z_w \ll 2$ та $\alpha = \frac{\pi(2l+1)}{2}$,

$l = 0, 1, 2, \dots$ для $z_w \gg 2$, відповідно. Поблизу особливостей функція $\text{Im}(y_{12}^0)$ має

від'ємні значення. Згідно методу амплітуд, які повільно змінюються,

синфазна синхронізація відбувається, коли функція $\text{Im}(y_{12}^0)$ від'ємна. Тому

треба підібрати довжину або інші параметри системи для того, щоби

отримати від'ємні значення функції $\text{Im}(y_{12}^0) = f(\langle v \rangle)$ поблизу оптимального

значення напруги $\langle v \rangle = 1$. Фізичний смисл вибору тангенціальних

особливостей функції $\text{Im}(y_{12}^0) = f(\langle v \rangle)$ для синхронізації є посилення змінного струму через контакт, яке існує при резонансі.

Розглянемо вибір оптимальної довжини системи (тобто довжини, при якій мають місце найбільші від'ємні значення $\text{Im}(y_{12}^0)$ при $\langle v \rangle = 1$). Для двох випадків $z_w \ll 2$ та $z_w \gg 2$ довжини, при яких існують тангенціальні особливості при $\langle v \rangle = 1$, визначаються як $\chi_l = \frac{l}{2}$, $l = 1, 2, \dots$ та $\chi_l = \frac{(2l+1)}{4}$, $l = 0, 1, 2, \dots$, відповідно. Найбільш сильна синфазна синхронізація виникає в області великих від'ємних значень функції $\text{Im}(y_{12}^0) = f(\langle v \rangle)$. Однак, вибрана резонансна робоча точка $\langle v \rangle = 1$ не співпадає з найбільшими від'ємними значеннями $\text{Im}(y_{12}^0) = f(\langle v \rangle)$, тому що функція $\text{Im}(y_{12}^0) = f(\langle v \rangle)$ змінює знак при резонансній напрузі. Наприклад, можна вибрати довжину системи $\chi = 1/2$ для того, щоб забезпечити резонанс поблизу $\langle v \rangle = 1$ (рис. 3.16, жирна лінія для $\beta_{CJ} = 0$). Однак, функція $\text{Im}(y_{12}^0)$ має мінімальні значення не при $\langle v \rangle = 1$, а при $\langle v \rangle = 0,86$. Оптимальна довжина системи може бути знайдена з рівняння (3.24) чисельно. Для даного прикладу знайдено, що мінімум $\text{Im}(y_{12}^0)$ для $\langle v \rangle = 1$ існує при $\chi = 0,375$. Хоча метод амплітуд, які повільно змінюються, не дозволяє використовувати для розрахунків величини параметра Мак-Камбера більші, ніж одиниця, можна якісно оцінити вплив зростання цього параметра на $\text{Im}(y_{12})$. На рис. 3.16 показані залежності $\text{Im}(y_{12}) = f(\langle v \rangle)$, розраховані по формулі (3.23) при різних значеннях β_{CJ} . На цьому рисунку видно, що при $\beta_{CJ} \approx 1$ на кривих $\text{Im}(y_{12}) = f(\langle v \rangle)$ спостерігаються найглибші мінімуми, які можуть забезпечити найсильнішу синхронізацію. Одночасно, інтервали протифазної синхронізації при цьому значенні β_{CJ} зникають (див. рис. 3.16). Головною особливістю залежностей $\text{Im}(y_{12}) = f(\langle v \rangle)$ є чергування резонансів послідовного та паралельного типу при збільшенні напруги $\langle v \rangle$ (або постійного струму зміщення через контакт). Це чергування резонансів є

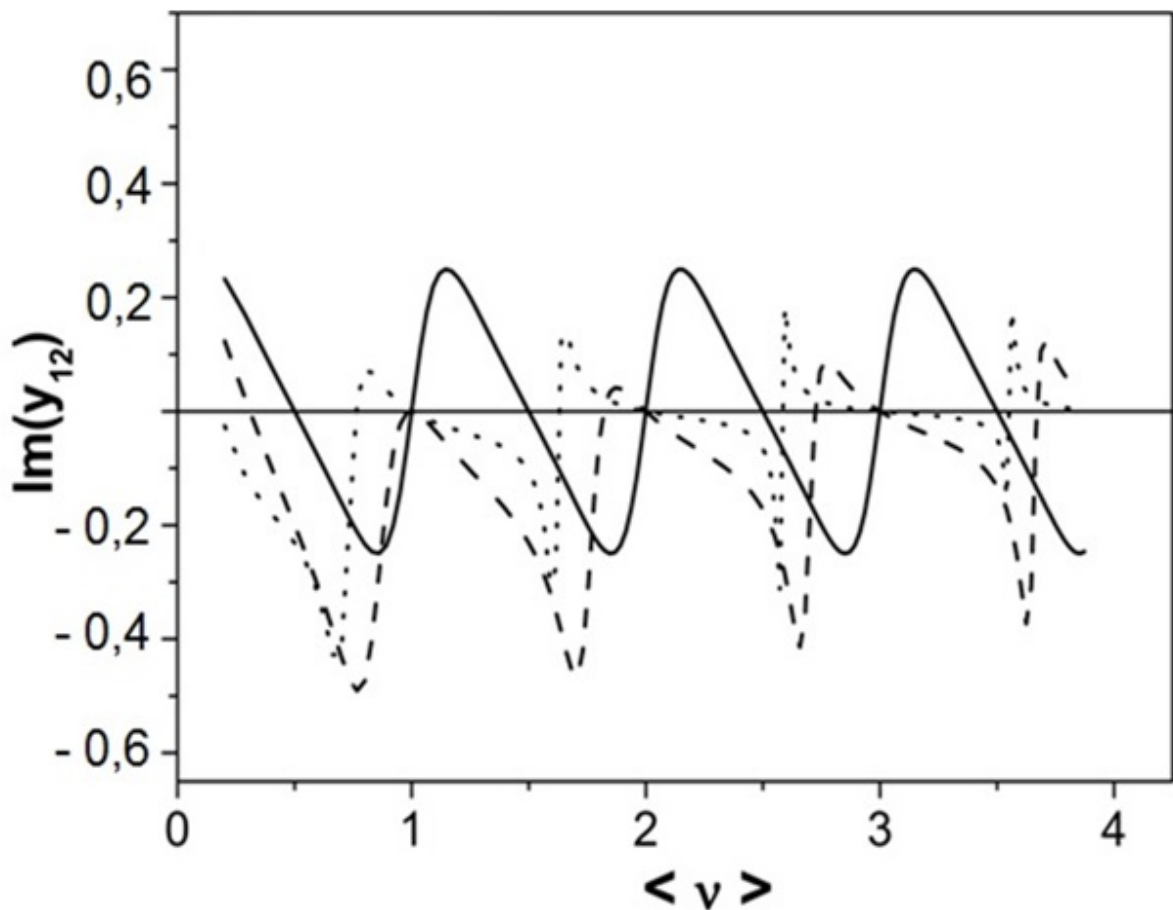


Рис. 3.16. Залежність $\text{Im}(y_{12}) = f(\langle v \rangle)$ для $\chi = 0,5$ та значень параметра Мак-Камбера $\beta_{CJ} = 0$ (суцільна лінія), $\beta_{CJ} = 1$ (штрихова лінія), $\beta_{CJ} = 3$ (пунктирна лінія).

характерною особливістю довгої лінії як синхронізуючої системи. Тангенційні особливості залежності $\text{Im}(y_{12}) = f(\langle v \rangle)$ повторюються при напругах $\langle v \rangle = l/(2\chi)$ та $\langle v \rangle = (2l+1)/(4\chi)$ для $z_w \ll 1$ та $z_w \gg 1$, відповідно. Тому інтервали синфазної та протифазної синхронізації повторюються із збільшенням струму зміщення, утворюючи "зони", в кожному з яких входить один інтервал синфазної синхронізації та один інтервал протифазної синхронізації. Однак, величина $F(\langle v \rangle)$ зменшується при збільшенні $\langle v \rangle$, оскільки в неї входить множник $2/(\langle v \rangle^2 + \sqrt{\langle v \rangle^2 + 1})$. Відповідно, зменшується величина максимумів $F(\langle v \rangle)$, так що перетину кривих $F(\langle v \rangle)$ та $\mu(\langle v \rangle)$ при

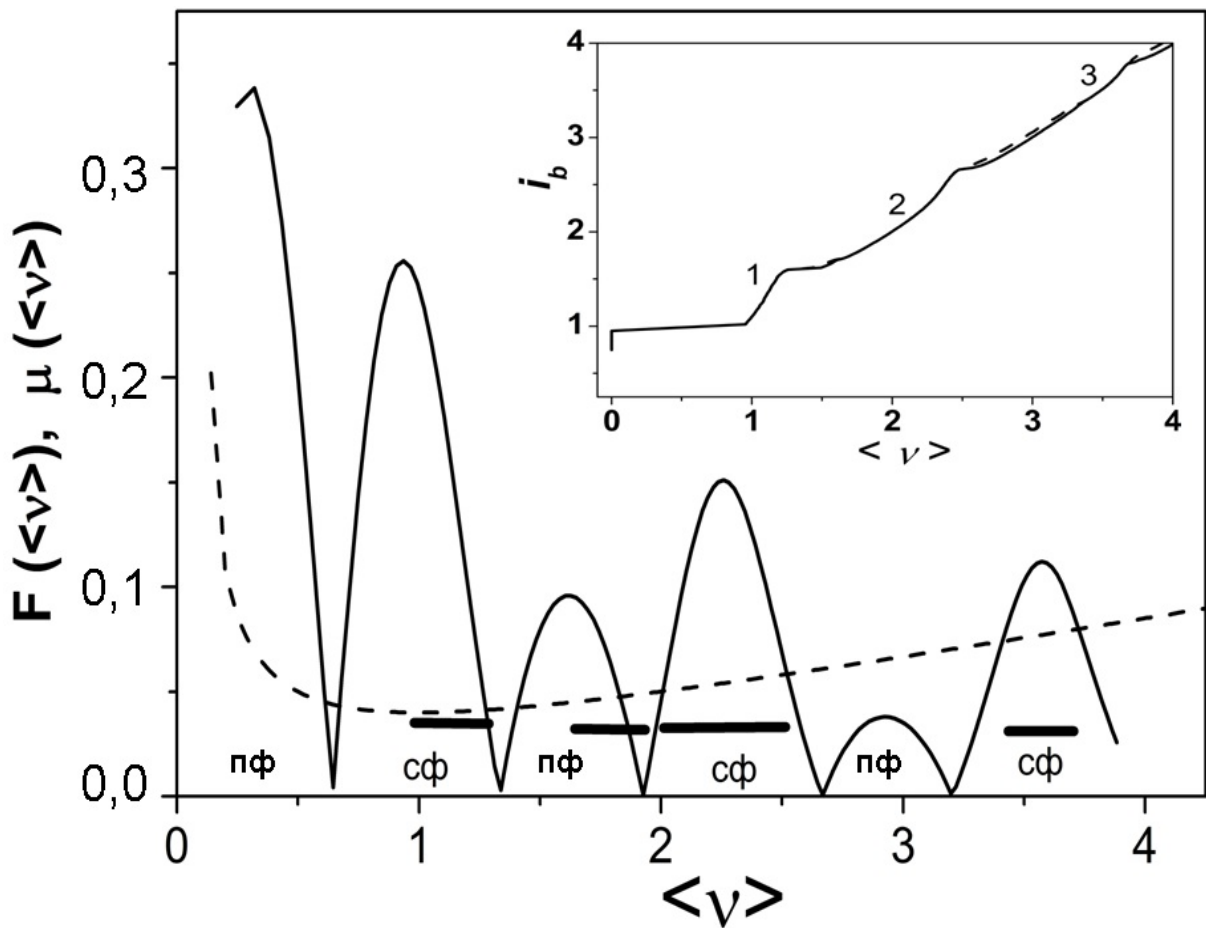


Рис. 3.17 Залежності $F(\langle \nu \rangle)$ при $\beta_{CI} = 0,1$, $\beta_L = 1$, $\chi = 0,375$ (крива 1), $\mu(\langle \nu \rangle)$ при $\delta = 0,01$ (крива 2). Інтервали синфазної та протифазної синхронізації помічені літерами "сф" та "пф", відповідно. Жирні лінії позначають інтервали синхронізації, отримані з розрахунку рівнянь динаміки. На вставці показано вольт-амперні характеристики контактів при тих же значеннях параметрів. Цифрами 1-3 помічені зони синхронізації.

великих значеннях $\langle \nu \rangle$ та δ може не бути. Тому для того, щоб отримати кілька зон синхронізації, розкид критичних струмів δ має бути якомога меншим. Згідно чисельним оцінкам, для того, щоб отримати три зони синхронізації, треба зменшити величину δ до 0,01, тобто до 1% (рис. 3.17).

Для того, щоб перевірити результати, отримані за допомогою методу амплітуд, які повільно змінюються, були проведені чисельні розрахунки динаміки різниці фаз на контактах. Довгу лінію розглянуто як ланцюг

$L_{TL}C_{TL}$ частин (рис. 2 (в)). Струми в кожній $L_{TL}C_{TL}$ - частині знаходяться методом контурних струмів. Граничні умови (відкритий кінець лінії) моделювалися за допомогою послідовного приєднання конденсатора з ємністю C_d , індуктивності L_d та електричного опору R_d до кінців лінії. Тоді отримаємо таку систему диференційних рівнянь:

$$\beta_{CJ} \frac{d^2 \varphi_k}{d\tau^2} + [1 + (-1)^k \delta] \left[\frac{d\varphi_k}{d\tau} + \sin(\varphi_k) \right] = i_b - \frac{dq_{n=1}}{d\tau}, \quad k = 1, 2, \quad (3.25)$$

$$\frac{d^2 q_n(\tau)}{d\tau^2} = \frac{1}{\beta_{CTL} \beta_{LTL}} (q_{n-1} + q_{n+1} - 2q_n), \quad n = 2 \dots N - 1, \quad (3.26)$$

$$\beta_{LTL} \frac{d^2 q_1}{d\tau^2} + \frac{1}{\beta_{C*}} (q_1 - q_2) = \frac{d\varphi_1(\tau)}{d\tau} + \frac{d\varphi_2(\tau)}{d\tau}, \quad n = 1, \quad (3.27)$$

$$\beta_{LTL} \frac{d^2 q_N}{d\tau^2} + r_L \frac{dq_N}{d\tau} + \frac{1}{\beta_{C*}} (q_{N-1} - q_N) = 0, \quad n = N, \quad (3.28)$$

де n - номер $L_{TL}C_{TL}$ - частини, відрахований з лівого кінця довгої лінії, q_n - заряд на n -му конденсаторі довгої лінії, $\beta_{LTL} = (2\pi l_{ca} L_{TL} X') / \Phi_0$ та $\beta_{CTL} = (2\pi l_{ca} R_a^2 C_{TL} X') / \Phi_0$ - нормалізовані індуктивність та ємність довгої лінії, відповідно, X' - довжина $L_{TL}C_{TL}$ - частини довгої лінії, $\beta_{C*} = \frac{\beta_{Cd} \beta_{CTL}}{\beta_{Cd} + \beta_{CTL}}$, $\beta_{Cd} = (2\pi l_c R_a^2 C_d) / \Phi_0$ - нормалізована ємність C_d , r_L - нормалізований електричний опір частини довгої лінії.

Згідно наведеного вище розгляду методом амплітуд, які повільно змінюються, вольт-амперні характеристики системи мають зони синхронізації при невеликому розбігу критичних струмів. Для чисельних розрахунків був вибраний малий розбіг $\delta = 0,01$. Розраховані вольт - амперні характеристики для параметрів $\beta_{CJ} = 0,1$, $\beta_L = 1$, $\chi = 0,375$ показані вставці рис. 3.17. На вольт - амперних характеристиках є максимуми, які відповідають резонансам синфазної синхронізації (зони синхронізації нумеровані цифрами від 1 до 3). Знайдені з вольт - амперної характеристики інтервали синхронізації відкладено на рис. 3.17 (жирна лінія). З цього рисунку видно, що на вольт - амперній характеристиці є друга половина

інтервалу синфазної синхронізації в першій зоні та обидва інтервали синфазної синхронізації вищих зон, а також друга половина інтервалу протифазної синхронізації у другій зоні. В той же час, на вольт - амперній характеристиці немає інтервалів протифазної синхронізації у першій та третій зонах. Поява половинок інтервалів синхронізації пов'язана з розглянутим раніше "проскакуванням напруги" на частинах характеристики з від'ємним нахилом. Цей ефект добре видно на вольт - амперній характеристиці (див. вставку рис. 3.17), на якій напруга "проскакує" з правих схилів максимумів на стабільну частину. Відсутність інтервалу протифазної синхронізації у третій зоні пов'язана з тим, що для цього інтервалу залежність $F(\langle v \rangle)$ лежить повністю під кривою $\mu(\langle v \rangle)$, так що інтервал протифазної синхронізації для $\delta = 0,01$ уже не існує. Таким чином, всі особливості вольт - амперних характеристик ланцюга з двох контактів, підключеного до довгої лінії з відкритими кінцями, пояснюються у рамках розвинутого тут розгляду синхронізації.

3.5 Оптимальні параметри синхронізації

Розглянемо оптимальний вибір параметрів системи та контактів (рис. 3.1, 3.2), необхідних для сильної синхронізації. З попереднього розгляду слідує, що системи з сильною синхронізацією мають найбільші значення величини $F(\langle v \rangle)$, які забезпечують існування великих значень розбігу критичних струмів δ_{\max} , при яких синфазна синхронізація існує. У цьому підрозділі, як і в попередніх, ми будемо вважати параметри Мак-Камбера контактів однаковими, оскільки розбіг значень цього параметра не впливає суттєво на δ_{\max} [58]. Таким чином, задача зводиться до пошуку найбільшого значення функції $F(\langle v \rangle)$ при різних значеннях параметрів системи та контакту, причому важливе не саме значення $F(\langle v \rangle)$, а величина δ_{\max} , яка відповідає цьому значенню. Для початку, будемо вважати, що резонатор та довга лінія не мають резистивних втрат (назвемо такі системи ідеальним

надпровідним резонатором та ідеальною надпровідною резонансною довгою лінією). Тоді для системи контактів з ідеальним надпровідним резонатором параметрами є β_{CJ} , β_L та β_C , а для системи контактів з ідеальною надпровідною резонансною довгою лінією параметрами є β_{CJ} , β_{LT} та β_{CT} . Для системи контактів з резистивним та індуктивним шунтом параметрами є β_{CJ} та β_L (оскільки ми прийняли, що $r=2$). Для кожної системи був проведений розрахунок δ_{\max} при зміні кожного з названих параметрів. Те значення вибраного параметра, яке забезпечувало найбільше значення δ_{\max} , було знову підставлено в рівняння, і розрахунок проводився уже для іншого параметра і т. д. Найбільші значення величини δ_{\max} , а також параметрів, при яких існують ці значення, наведено в Таблиці 3.1 для різних систем.

Таблиця 3.1.

Оптимальні параметри систем для синхронізації ланцюга з двома джоуфсонівськими контактами.

Система	δ_{\max}	β_{CJ}	Нормалізована індуктивність системи	Нормалізована ємність системи
Резистивний та індуктивний шунт	0,07	0,8	$\beta_L \approx 3$	-
Ідеальний надпровідний резонатор	0,15	$0,8 \div 1,3$	$\beta_L = 3-5$	$\beta_{C1} = 0,4-0,6$
Ідеальна надпровідна резонансна довга лінія	0,15	$1 \div 2$	$\beta_{LTL} \approx 0,1$	$\beta_{CTL} \approx 0,1$

З наведеної таблиці видно, що надпровідний резонатор та резонансна довга лінія при оптимальних параметрах забезпечують найбільший розбіг критичних струмів $\delta_{\max} = 0,15$.

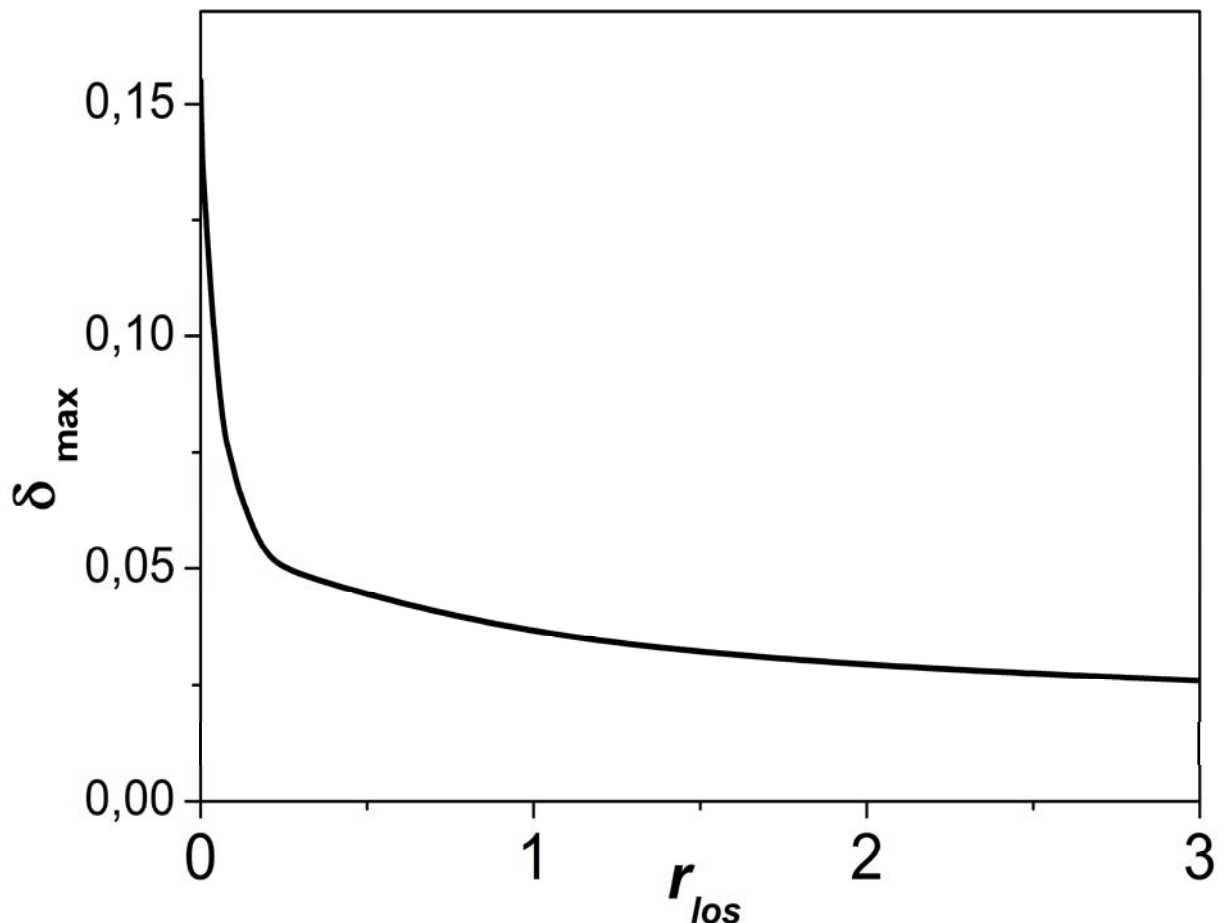


Рис. 3.18. Залежності $\delta_{\max} = f(r_{\text{los}})$ для ланцюга контактів, підключеного до довгої лінії з відкритими кінцями при $\chi = 0,375$ та $\beta_{CJ} = 1,1$.

Досі ми розглядали синхронізацію контактів в резонаторі та в довгій лінії без урахування електричного опору цих систем на високих частотах. Однак, високочастотний опір мають навіть надпровідні системи. На рис. 3.18 показана залежність максимального розбігу критичних струмів синхронізованих контактів δ_{\max} від електричного опору r_{los} кожної секції довгої лінії. Для розрахунків цієї залежності ми добавили член $(r_{\text{los}} / \beta_{CTL}) dq_n / d\tau$ до правої частини рівняння (3.26). З рис. 3.18 видно, що величина максимального розбігу критичних струмів швидко зменшується від $\delta_{\max} = 0,15$ при $r_{\text{los}} = 0$ до $\delta_{\max} = 0,05$ при $r_{\text{los}} = 0,25$, а потім повільно зменшується до значення $\delta_{\max} = 0,026$ при $r_{\text{los}} = 3$. Однак, при $r_{\text{los}} \approx 0,2$ величина δ_{\max} все ще більша, ніж 0,1. Це означає, що довга лінія з

відкритими кінцями може синфазно синхронізувати контакти з розбігом критичних струмів до $\delta \approx 0,1$, якщо величина втрат на одну частину лінії менше, ніж $0,2R_a$.

3.6 Синхронізація випромінювання при сильній взаємодії контактів

Для опису синхронізації масивів контактів з малим параметром Мак-Камбера $\beta_{CJ} \rightarrow 0$ звичайно застосовується метод амплітуд, які повільно змінюються. Однак, цей метод придатний тільки у випадках, коли синхронізуючий високочастотний струм \tilde{i} значно менший критичних струмів контактів ($\tilde{i} \ll 1$) [58]. У цьому підрозділі для аналітичної оцінки інтервалів синхронізації при великих амплітудах синхронізуючого струму ($\tilde{i} \leq 1$) запропоновано використовувати так звану "високочастотну апроксимацію" [58]. Як і в методі амплітуд, які повільно змінюються, ми можемо формально віднести ємність кожного контакту до зовнішньої системи [20] (рис. 3.1 (а)). При такому розгляді, кожен із контактів Джозефсона включає в себе тільки джерело струму Джозефсона та електричний опір (Рис. 1 (б)). Динаміка контактів описується системою рівнянь першого порядку, які слідують з умов збереження струму:

$$\frac{d\varphi_k}{d\tau} + \sin(\varphi_k) = \langle i_k \rangle + \tilde{i}_k, \quad k = 1, 2, \quad (3.29)$$

де $\langle i_k \rangle$ - постійний струм, який тече через контакт, \tilde{i}_k - змінний струм, який тече через контакт з індексом k . Рівняння (3.29) повинні бути доповнені рівняннями, які описує струм \tilde{i}_k у колі, яке включає обидва контакти та зворотного кола системи. Ці рівняння можуть бути виведені з правил Кірхгофа.

Для рішення рівнянь (3.29) застосуємо високочастотну апроксимацію [58]. Цей метод також використовується для рішення динамічних рівнянь із збуреннями, якщо існують точні рішення незбурених рівнянь. Ми можемо використати високочастотну апроксимацію рівнянь (3.29), якщо розглянемо

струми зворотного зв'язку \tilde{i}_k як збурення. Рішення (3.29) будуть мати ту саму форму, що й рішення незбурених рівнянь, але параметри цих рішень стають повільними функціями часу. Після підстановки цих рішень у рівняння (3.29) ми отримуємо так звані "вкорочені рівняння", які описують залежності параметрів від часу. Таким чином, процедура рішення рівнянь така ж сама, як і в методі амплітуд, які повільно змінюється. Однак, завдяки тому, що амплітуда збурення уже не вважається малим параметром, на відміну від методу амплітуд, які повільно змінюються, для вирішення пропонується зовсім інша система незбурених рівнянь.

Нагадаємо, що в тому випадку, коли немає взаємодії між контактами ($\tilde{i}_k = 0$), існують точні рішення системи (3.29) [58]. Згідно цим рішенням, залежність напруг через контакти від часу може бути розкладено у ряд Фур'є:

$v_k(\tau) = \langle v_k \rangle + \text{Im} \sum_{m=1}^{\infty} \varepsilon_m e^{jm\langle v_k \rangle \tau}$, де $\langle v_k \rangle = \sqrt{\langle i_k \rangle^2 - 1}$ - повністю усереднені напруги,

які не залежать від часу, $\varepsilon_m = \frac{2\langle v \rangle}{(\langle i \rangle + \langle v \rangle)^m}$ - коефіцієнти Фур'є m -го порядку.

Для опису синхронізації ми розглядаємо тільки одну гармоніку ($m = 1$) з ряду Фур'є. Згідно описаній вище схемі розрахунків для контактів, які взаємодіють один з одним, ми утримуємо таку саму форму ряду Фур'є і для

високочастотної апроксимації: $v_k(\tau) = \langle\langle v_k \rangle\rangle + \text{Im} \left[\frac{2\langle v \rangle}{(\langle i \rangle + \langle v \rangle)} e^{j\theta_k} \right]$, де $\langle\langle v_k \rangle\rangle$ -

напруги, усереднені тільки по малому часу подібно часу джоозефсонівської генерації, θ_k - фази, що мають повільну залежність від часу: $d\theta_k / d\tau = \langle\langle v_k \rangle\rangle$.

При високих частотах ($\langle v_k \rangle \geq 1$) члени рівнянь (3.29) з синусами при усередненні дають нульовий внесок, і для контактів без взаємодії виконується рівняння високочастотної апроксимації:

$$\langle v_k \rangle = \langle i_k \rangle. \quad (3.30)$$

Тому похідна по часу від різниці фаз через кожен з контактів визначається як сума повністю усередненої напруги через контакт $\langle v_k \rangle$ та напруги, яка

виникає при появі змінного струму у колі ($d\varphi_k / d\tau = \langle v_k \rangle + \tilde{i}_k$). Згідно методу високочастотної апроксимації, ми припускаємо, що останнє рівняння має місце також і для слабо залежних від часу напруг \hat{v}_k на взаємодіючих контактах:

$$\frac{d\varphi_k}{d\tau} = \hat{v}_k + \tilde{i}_k, \quad k = 1, 2, \quad (3.31)$$

і тому

$$\varphi_k = \theta_k + \int \tilde{i}_k d\tau, \quad k = 1, 2. \quad (3.32)$$

Інтегрування в рівняннях (3.32) повинно бути взятим у тих же межах часу, що і для усереднених напруг. Приймаючи до уваги (3.32), система рівнянь (3.29) може бути переписана так:

$$\langle i_k \rangle = \frac{d\theta_k}{d\tau} + \left\langle \sin\left(\theta_k + \int \tilde{i}_k d\tau\right) \right\rangle, \quad k = 1, 2. \quad (3.33)$$

Отримана система (3.33) є тою системою вкорочених рівнянь, яка буде вирішена для двох синхронізованих контактів, приєднаних до резонансної системи, що забезпечує великі змінні струми \tilde{i}_k .

Зараз ми проаналізуємо умови наближення високочастотної апроксимації. Рівняння (3.33) становлять головний член φ_{0k} у розкладанні різниці фаз через контакт у ряд по амплітуді струму зміщення. Наближенням високочастотної апроксимації є мале значення наступного члену у цьому розкладанні ($|\varphi_{1k}| \ll 1$). Якщо через контакти тече змінний струм $\tilde{i} = a \sin \omega t$, ця умова приводить до таких обмежень [58]:

$$\omega \geq 1, \quad (3.34)$$

або

$$a \geq \frac{1}{\omega}. \quad (3.35)$$

Змінні струми через контакти можуть бути вираховані з виразу $\tilde{i}_k = \sum_{k'} v_j y_{kk'}(\langle v \rangle)$ [66], де функції зв'язку $y_{kk'}(\langle v \rangle)$ є функціями усередненої напруги, які отримуються методом контурних струмів з використанням

електричної схеми системи. Оскільки $y_{12} = y_{21} = y$, а струм \tilde{i}_k є спільним для обох контактів ($\tilde{i}_k = \tilde{i}$), для першої гармоніки ряду Фур'є отримуємо значення струму:

$$\tilde{i} = -\text{Im}\{\varepsilon_1 y(\langle v \rangle) [\exp(j\theta_1) + \exp(j\theta_2)]\}. \quad (3.36)$$

Прикладами систем, що дають високі амплітуди змінного синхронізуючого струму є надпровідні резонатори або резонансні лінії передачі. В цих системах умова $|\text{Im}(y)| \gg |\text{Re}(y)|$ є справедливою поблизу резонансної частоти (див. вставку на рис. 3.11). Тому в рівнянні (3.26) ми беремо до уваги тільки члени, які мають $\text{Im}(y)$:

$$\tilde{i} = -\varepsilon_1 \text{Im}(y(\langle v \rangle)) (\cos \theta_1 + \cos \theta_2). \quad (3.37)$$

Підставляючи цей вираз у рівняння (3.32), отримуємо

$$\langle i_k \rangle = \frac{d\theta_k}{d\tau} + \left\langle \sin[\theta_k - \varepsilon_1 \text{Im}(y)] (\cos \theta_1 + \cos \theta_2) d\tau \right\rangle, \quad k = 1, 2. \quad (3.38)$$

Для того, щоб інтегрувати члени з косинусами у рівняннях (3.38), ми підставимо $\theta_k = \langle v \rangle \tau + \eta_k(\tau)$, де фаза $\eta_k(\tau)$ дорівнює різниці між фазою джоуфсонівського випромінювання та фазою змінного струму \tilde{i} ; значення $\eta_k(\tau)$ є постійною величиною для малих відрізків часу, таких як період джоуфсонівської генерації. Інтегруючи та віднімаючи друге рівняння з першого в системі (3.37), знаходимо вираз для різниці $\frac{d\theta_1}{d\tau} - \frac{d\theta_2}{d\tau}$:

$$\frac{d\theta_1}{d\tau} - \frac{d\theta_2}{d\tau} = \langle i_1 \rangle - \langle i_2 \rangle - \left\langle \sin[\theta_1 - F(\sin \theta_1 + \sin \theta_2)] - \sin[\theta_2 - F(\sin \theta_1 + \sin \theta_2)] \right\rangle, \quad (3.39)$$

де $F = \frac{\varepsilon_1}{\langle v \rangle} \text{Im}(y) \equiv \frac{2}{\langle i \rangle + \langle v \rangle} \text{Im}(y)$. Розкладаючи члени з синусами у виразі (3.39)

у ряд цілих функцій Бесселя першого роду, таких як

$$\sin(z \sin \theta_k) = 2 \sum_{k'=0}^{\infty} J_{2k'+1}(z) \sin((2k'+1)\theta_k),$$

та усереднюючи по швидким процесам,

ми отримуємо тільки члени, які повільно змінюються з часом, тобто мають тригонометричні функції від різниці усереднених фаз $\eta \equiv \theta_1 - \theta_2 = \eta_1 - \eta_2$. У результаті отримуємо вираз:

$$\frac{d\eta}{d\tau} = (\langle i_1 \rangle - \langle i_2 \rangle) + 2J_1(F)[J_0(F) + J_2(F)]\sin\eta, \quad (3.40)$$

де $J_m(F)$ є цілі функції Бесселя порядку m . Використовуючи вираз $J_0(F) + J_2(F) = \frac{2}{F}J_1(F)$ [266], рівняння (3.40) може бути переписане:

$$\frac{d\eta}{d\tau} = (\langle i_1 \rangle - \langle i_2 \rangle) + 4\frac{J_1^2(F)}{F}\sin\eta. \quad (3.41)$$

Синхронізація контактів визначається рішенням рівняння (3.41) при постійній різниці усереднених фаз $\eta = const$. Максимальний діапазон синхронізації досягається при $|\eta| = \frac{\pi}{2}$, $|\sin\eta| = 1$. Цей діапазон визначається виразом

$$|\langle i_1 \rangle - \langle i_2 \rangle| = \left| 4\frac{J_1^2(F)}{F} \right|. \quad (3.42)$$

Таким чином, інтервал синхронізації існує поміж точками перетину кривих

$$F_1(\langle v \rangle) = \left| 4\frac{J_1^2(F(\langle v \rangle))}{F(\langle v \rangle)} \right| \quad (3.43)$$

та

$$\mu_1 \equiv |\langle i_1 \rangle - \langle i_2 \rangle| = \left| \frac{\sqrt{\langle v \rangle^2 + 1}}{1 - \delta} - \frac{\sqrt{\langle v \rangle^2 + 1}}{1 + \delta} \right|. \quad (3.44)$$

Тепер порівняємо рівняння синхронізації (3.41) з тим рівнянням, яке отримано методом амплітуд, які повільно змінюються. Отримане останнім методом рівняння вживається при малих амплітудах синхронізуючого змінного струму. При малих значеннях аргументу F у виразі (3.41) ми можемо користуватися апроксимацією $J_m(F) \approx \frac{1}{\Gamma(m+1)}\left(\frac{F}{2}\right)^m$, де $\Gamma(m+1) = m!$ є гамма-функція [266]. Тоді $J_1(F) \approx \frac{F}{2}$, $4\frac{J_1^2(F)}{F} = F$, так що рівняння (3.41) набирає такого вигляду:

$$\frac{d\eta}{d\tau} = (\langle i_1 \rangle - \langle i_2 \rangle) + F\sin\eta. \quad (3.45)$$

Для порівняння ми напишемо тут рівняння, яке визначає синхронізацію у методі амплітуд, які повільно змінюються:

$$\frac{d\eta}{d\tau} = (\langle v_1^A \rangle - \langle v_2^A \rangle) + F \sin \eta, \quad (3.46)$$

де $\langle v_1^A \rangle$ та $\langle v_2^A \rangle$ - напруги на не взаємодіючих (автономних) контактах з різними критичними струмами. Інтервал змикання напруг на контактах у межах апроксимації методу амплітуд, які повільно змінюються, знаходиться між перетинами кривих $\mu(\langle v \rangle) = |\langle v_1^A \rangle - \langle v_2^A \rangle|$ та $F(\langle v \rangle)$. Очевидно, що рівняння (3.45) та (3.46) стають еквівалентними при великих усереднених струмах через контакти ($\langle v_k \rangle \approx \langle i_k \rangle$ при $\langle i_k \rangle \gg 1$), які є на високих частотах (див. обмеження (3.34)). Цей результат збігається з головним припущенням методу високочастотної апроксимації (3.30). Тому результати, отримані за допомогою методу високочастотної апроксимації, при великих струмах зміщення збігаються з результатами, отриманими за допомогою методу амплітуд, які повільно змінюються. Але рівняння (3.41) придатне також для опису синхронізації при $\langle v_k \rangle \approx 1$, якщо амплітуда зовнішнього змінного струму велика ($\tilde{i} \approx \langle v_k \rangle \approx 1$, див. обмеження (3.35)), тобто у тих випадках, коли умови, покладені в основу методу амплітуд, які повільно змінюються ($\tilde{i} \ll 1$), не виконуються. Цю рису отриманого рівняння синхронізації (3.41) ми використаємо для оцінки інтервалу змикання фази у резонансних системах. Як приклад розрахунку у рамках методу високочастотної апроксимації, ми використаємо його разом з методом амплітуд, які повільно змінюються, для розрахунку максимального інтервалу синхронізації для ланцюга з двох джозефсонівських контактів з параметрами Мак-Камбера $\beta_{CJ} = 1$, з'єднаного з резонансною довгою лінією (рис. 2 (в)). Розрахунки функцій $y_{kk'}(\langle v \rangle)$, $F(\langle v \rangle)$, $\mu(\langle v \rangle)$, $F_1(\langle v \rangle)$, $\mu_1(\langle v \rangle)$ та рішення динамічних рівнянь проводилися згідно виразів (3.11), (3.23), (3.25)-(3.28), (3.43), (3.44). Нагадаємо, що при $\beta_{CJ} \approx 1$ інтервал протифазної синхронізації зникає (див.

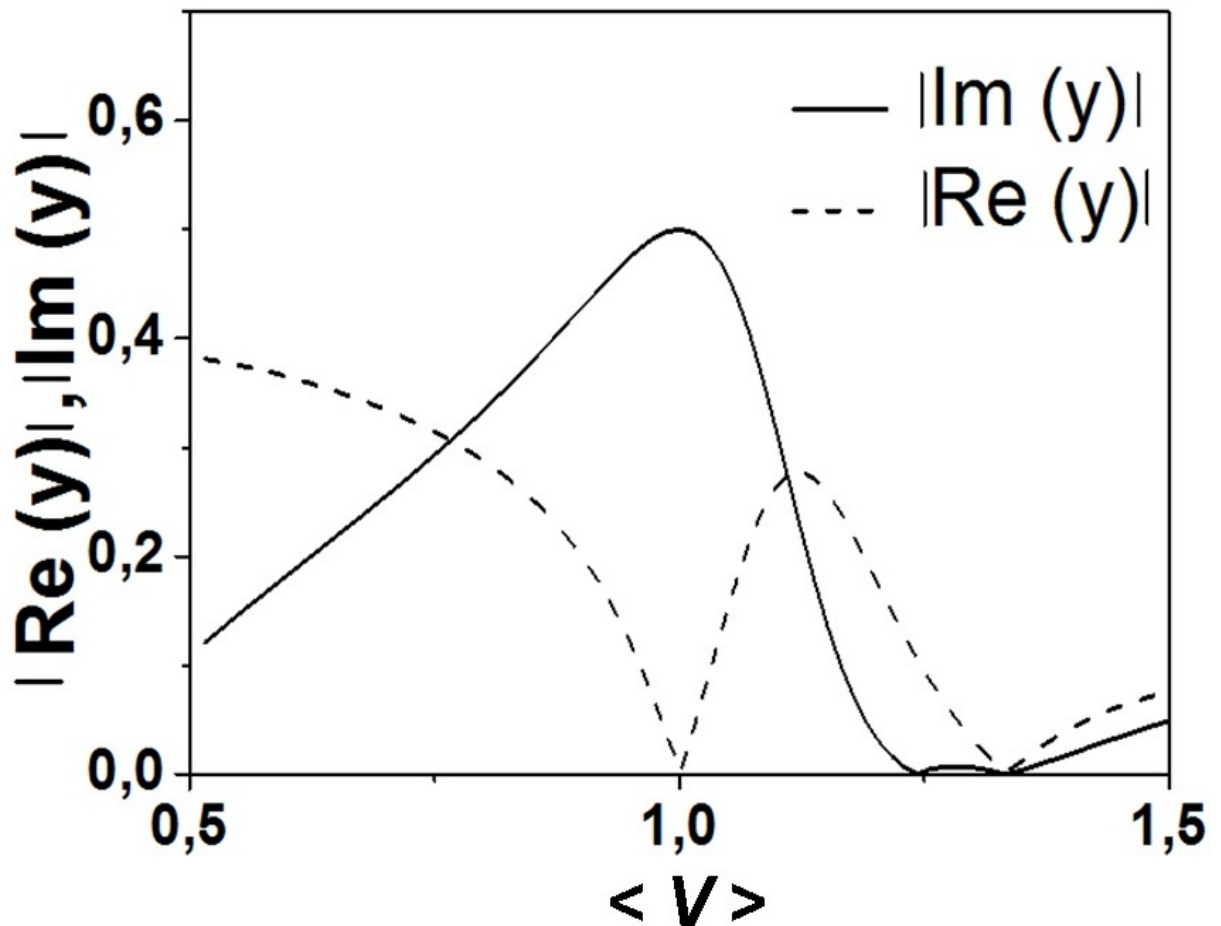


Рис. 3.19. Залежності абсолютних значень реальної частини (штрихова лінія) та уявної частини (суцільна лінія) коефіцієнта зв'язку від усередненої напруги.

рис. 3.16). Дійсна та уявна частини коефіцієнту зв'язку показані на рис. 3.19, а функції $F_1(\langle v \rangle)$ та $\mu_1(\langle v \rangle)$ показані на рис. 3.20 разом з функціями $F(\langle v \rangle)$ та $\mu(\langle v \rangle)$. З цього рисунку видно, що інтервал синхронізації Δ існує при розрахунках по методу високочастотної апроксимації, тоді як при розрахунках методом амплітуд, які повільно змінюються, інтервалу синхронізації не існує. Це зрозуміло, оскільки метод амплітуд, які повільно змінюються, використовується тільки для малих значень параметра Мак-Камбера $\beta_C \leq 0.5$ і не може бути використаний при великих амплітудах змінного струму. Приймаючи до уваги, що завдяки резонансу, напруги на контактах перестрибують з нульових значень до значень, які відповідають

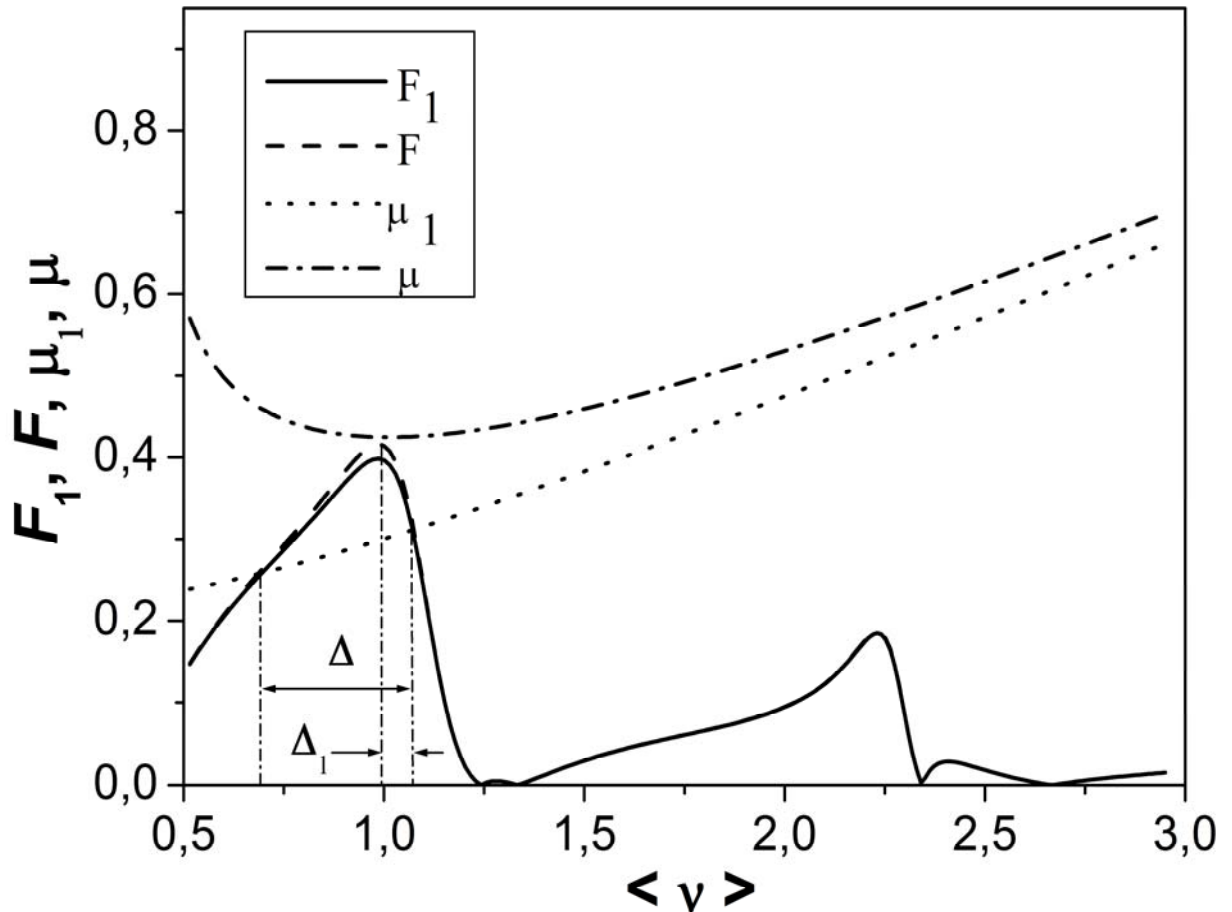


Рис. 3.20. Залежності $F_1(\langle v \rangle), F(\langle v \rangle), \mu_1(\langle v \rangle), \mu(\langle v \rangle)$ для двох контактів у резонансній довгій лінії з параметрами $\beta_{CJ}=1$, $\delta=0,105$, $\chi=1$, $\beta_{LTL}=\beta_{CTL}=0,1$. Інтервали синхронізації Δ та Δ_1 показані стрілками.

першому синфазному максимуму на кривій $F(\langle v \rangle)$ (див. підрозділ 3.4), оцінка інтервалу синхронізації дорівнює $\Delta_1 = 0,10$. Інтервал синхронізації, отриманий згідно чисельному рішенні динамічних рівнянь, дорівнює 0,11. Таким чином, отримано підтвердження адекватної оцінки інтервалу синхронізації за допомогою високочастотної апроксимації.

Як другий приклад використання методу високочастотної апроксимації, оцінимо залежність максимального відхилення критичних струмів контактів δ_{\max} від параметра β_{CJ} . На рис. 3.21 показані розрахунки δ_{\max} з використанням методу високочастотної апроксимації (штрихова лінія), методу амплітуд, які повільно змінюються (пунктирна лінія) та

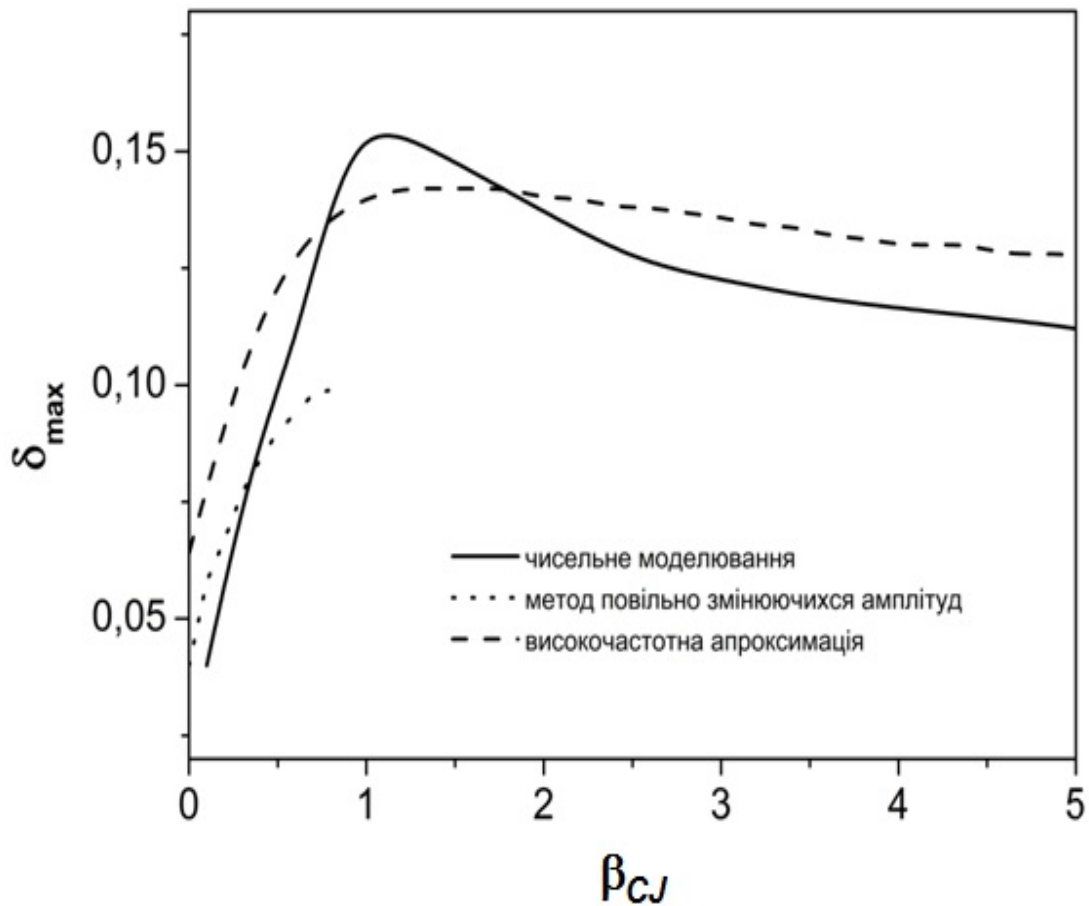


Рис. 3.21. Залежність максимального розбігу критичних струмів δ_{\max} від параметра Мак-Камбера β_{CJ} для системи двох контактів, з'єднаних з резонансною довгою лінією. Залежності отримані прямим рішенням динамічних рівнянь (суцільна лінія), методом амплітуд, які повільно змінюються (пунктирна лінія) та методом високотемпературної апроксимації (штрихова лінія). Параметри системи ті ж самі, що і на рис. 3.20.

чисельного рішення динамічних рівнянь (суцільна лінія). Крива $\delta_{\max} = f(\beta_{CJ})$, отримана за допомогою методу високочастотної апроксимації, добре узгоджується з чисельним рішенням динамічних рівнянь, тоді як крива, отримана згідно методу амплітуд, які повільно змінюються, не узгоджується з чисельним рішенням при великих β_{CJ} .

Таким чином, високочастотна апроксимація може бути ефективно застосована для опису синхронізації джозефсонівських контактів. З використанням цієї апроксимації отримано рівняння синхронізації для

великих амплітуд змінного синхронізуючого струму. Такі великі струми існують у ланцюгах джозефсонівських контактів, з'єднаних з резонатором або з резонансною лінією передачі. Як приклад, це рівняння синхронізації застосовано до системи ланцюга контактів, з'єданого з резонансною довгою лінією. Показано, що інтервал синхронізації, знайдений у рамках високочастотної апроксимації, добре узгоджується з чисельними розрахунками динамічних рівнянь. Показано також, що метод високочастотної апроксимації можна застосувати для опису синхронізації контактів із значеннями параметра Мак-Камбера $\beta_{CJ} > 1$.

3.7 Висновки до розділу 3

Проведені теоретичні дослідження синхронізації двох контактів з різними типами систем зворотного зв'язку дозволяють сформулювати такі головні висновки:

- Застосування методу амплітуд, які повільно змінюються, розширено для опису синхронізації двох контактів з кінцевим значенням ємностей контактів (до $\beta_{CJ} \approx 0,5$) та для опису частотної залежності сили синхронізуючого струму в системі зворотного зв'язку. Завдяки розширенню застосування методу став можливий аналіз процесів синхронізації випромінювання контактів у резонансних системах. Знайдено також зручне графічне представлення залежностей інтервалів синхронізації від частоти випромінювання.
- В межах методу амплітуд, які повільно змінюються, проведено аналіз механізмів синхронізації в системах зворотного зв'язку, які складаються з надпровідного резонатора та резонансної довгої лінії з розімкнутими краями.
- Вперше знайдено, що у системі зворотного зв'язку, яка складається з петлі нормального металу, силу синхронізуючого високочастотного струму можна регулювати вибором ємності контактів. При

оптимальних параметрах петлі та контактів максимальний розбіг критичних струмів та опорів контактів сягає 8%.

- Вперше знайдено, що сильна синфазна синхронізація контактів у надпровідному резонаторі виникає завдяки участі ємностей контактів у резонансних контурах, які формують зворотній зв'язок. Завдяки цьому синхронізованими можуть бути навіть контакти з розбігом критичних струмів та електричних опорів контактів до 15%.
- Вперше знайдено, що на вольт - амперній характеристиці системи, яка складається з ланцюга з двома контактами, приєднаного до резонансної довгої лінії, утворюються пари синфазних та протифазних інтервалів синхронізації.
- Знайдено, що резистивні втрати в контурах зворотного зв'язку при опорах порядку опору контакту знижують до 5% максимальний розбіг критичних струмів та електричних опорів, при яких існує синхронізація.
- Вперше знайдено і застосовано рівняння синхронізації випромінювання двох контактів при сильних (порядку критичного струму) амплітудах синхронізуючого струму в системі зворотного зв'язку.
- Результати, отримані за допомогою методу амплітуд, які повільно змінюються, дозволяють зробити загальний висновок про те, що синхронізацію у резонансних системах забезпечує сильний високочастотний струм у колі зворотного зв'язку. Підвищення цього струму веде до збільшенню величини максимального розбігу критичних струмів, при якому можлива синхронізація.

РОЗДІЛ 4.

ВЗАЄМОДІЯ КОНТАКТІВ У БАГАТОКОТНАКТНИХ СИСТЕМАХ

У цьому розділі чисельними методами проводиться аналіз механізмів синхронізації випромінювання багатоконтактних ланцюгів у надпровідному резонаторі [27] (підрозділ 4.1), у нескінченій довгій лінії [22] (підрозділ 4.2) та у резонансній довгій лінії [33] (підрозділ 4.3). У цих підрозділах вперше виявлено ряд нових ефектів, які характерні саме для багатоконтактних структур. У підрозділі 4.4 проаналізований механізм синхронізації випромінювання у системі двох чотирьохконтактних інтерферометрів [19]. У підрозділі 1.5 розглянуто формування сходинок нульового поля в довгому контакті з нормальними (не надпровідними) кінцями [37]. Такі контакти можуть утворюватися у результаті дифузійного виходу кисню з високотемпературного надпровідника. Якщо кількість кисню в кінцях надпровідника недостатня, ці кінці стають нормальними. Довгий контакт Джозефсона можна описати як ряд паралельно з'єднаних "елементарних" контактів, так що в результаті такого опису маємо систему багатьох паралельно з'єднаних двохконтактних інтерферометрів. В підрозділі 4.6 розраховані вольт - амперні характеристики у магнітному полі для пачки з двох довгих контактів, які взаємодіють один з одним за допомогою взаємної індукції [38].

4.1 Когерентне випромінювання контактів у надпровідному резонаторі

При деяких значеннях параметрів резонатора внутрішні джозефсонівські контакти діють не тільки як джерела випромінювання, але можуть також прийняти участь у схемі резонансного збільшення струмів.

На рис. 4.1 показана високочастотна схема ланцюга, у якому є K контактів, приєднаного до послідовного резонансного контуру з індуктивністю L та конденсатора з ємністю C_{res} . Контакти з індексами $k = 1...K$ мають електричний опір R_k та критичний струм I_{ck} . Конденсатори з ємностями контактів C_{jk} формально винесені за межі контактів і приєднані

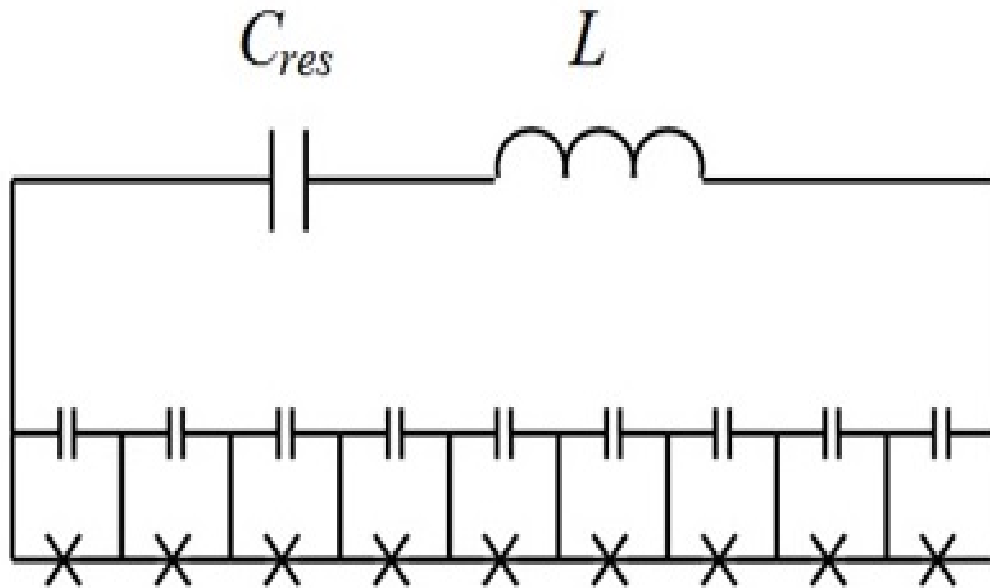


Рис. 4.1. Високочастотна схема системи ланцюга з контактами у резонаторі.

до зовнішнього контуру. Система диференційних рівнянь, які описують динаміку різниць фаз φ_k параметра порядку на контактах, та рівняння, які описують струм у резонаторі, виглядає так:

$$\beta_{CJ} \frac{d^2 \varphi_k}{d\tau^2} + (1 \pm \delta) \left(\frac{d\varphi_k}{d\tau} + \sin \varphi \right) = i_b - \frac{dq}{d\tau}, \quad (4.1)$$

$$\beta_L \frac{dq}{d\tau} + \frac{1}{\beta_{Cres}} q = \sum_{k=1}^K \frac{d\varphi_k}{d\tau}, \quad (4.2)$$

де q - заряд на конденсаторі з ємністю C_{res} . Напруги на контактах розраховуються в одиницях $V_c = I_{ca} R_a$.

Головною умовою для синхронізації є сильний змінний струм (синхронізуючий струм) у високочастотному електричному колі системи. У межах методу амплітуд, які повільно змінюються, цей струм визначається так (див. рівняння (1.24)):

$$\tilde{i}_k = \sum_{k'=1}^K y_{kk'} v_{k'}. \quad (4.3)$$

Як відомо (див. підрозділ 1.3), інтервал синхронізації пропорційний модулю уявної частини коефіцієнтів зв'язку $\text{Im}[y_{kk'}]$. Значення \tilde{i}_k максимальне, якщо є резонанс паралельного типу у резонансному контурі,

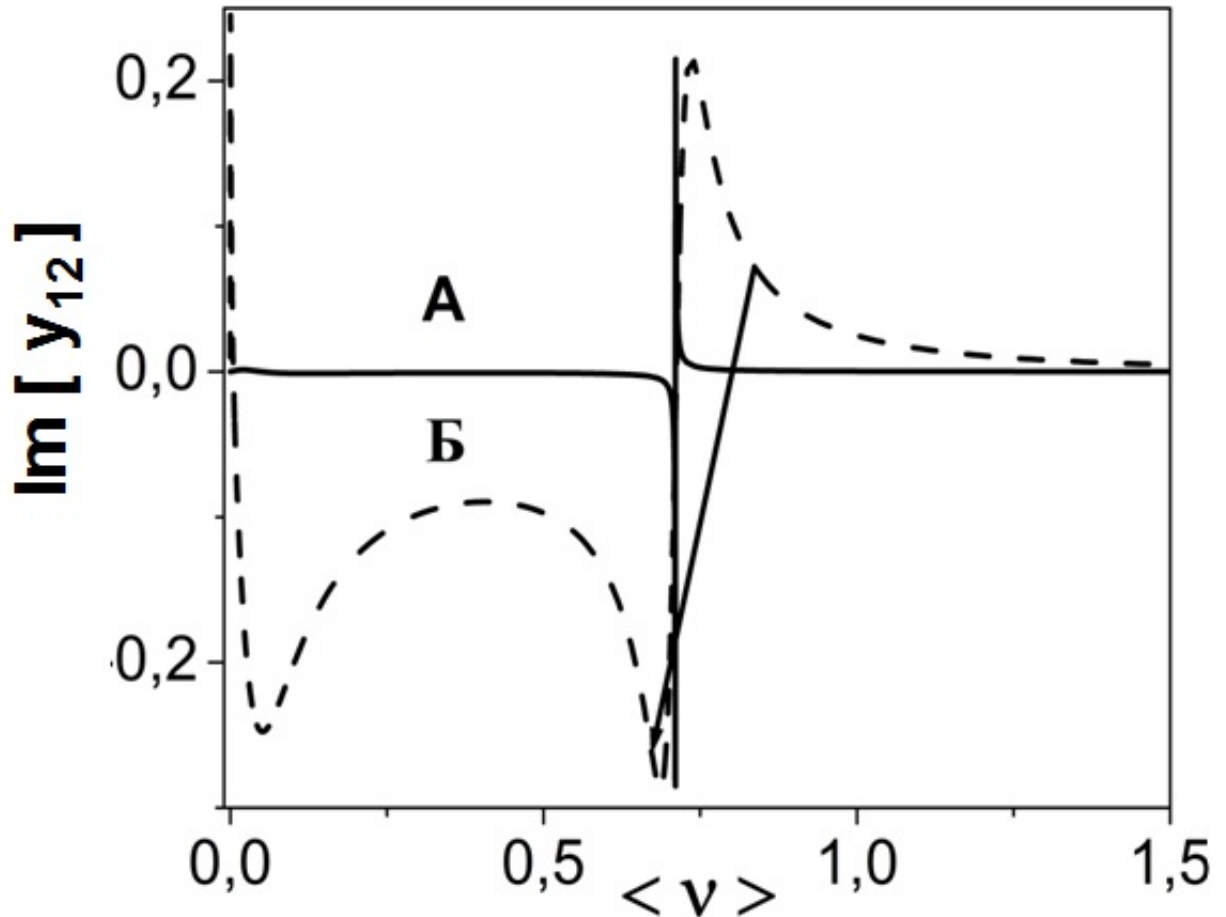


Рис. 4.2. Залежності $\text{Im}[y_{12}] = f(\langle v \rangle)$, розраховані при $K = 2$, $\beta_{CJ} = 20$ для випадку А ($\beta_{C_{res}} = 0.1$, $\beta_L = 20$, суцільна лінія) та Б ($\beta_{C_{res}} = 100$, $\beta_L = 0.2$, штрихова лінія). Стрілка показує стрибок на вольт - амперній характеристиці.

який сформований усіма конденсаторами контактів та індуктивністю (див. рис. 4.1). У цьому разі конденсатори контактів стають частиною резонатора. Для цього ємність C_{res} повинна бути більшою, ніж величина ємності усього ланцюга контактів (тобто, $C_{res} > (C_J / K)$), рис. 4.2, випадок Б). Тоді імпеданс конденсатора резонатора (який пропорційний $1/C_{res}$) малий і ємнісна частина імпедансу визначається повністю ємностями контактів. Таким чином, ємність C_{res} може бути великою за умови $C_{res} > (C_J / K)$. Резонансна частота тоді визначається виразом

$$v_{res} \approx \sqrt{\frac{K}{\beta_{CJ} \beta_L}}. \quad (4.4)$$

Для того, щоб перевірити це припущення, були розраховані залежності $\text{Im}[y_{12}] = f(\langle v \rangle)$ для двох випадків: $C_{res} \ll (C_J / K)$ (випадок А) та $C_{res} > (C_J / K)$ (випадок Б) для двох контактів у ланцюгу ($K = 2$). Параметри контактів підбрані так, що резонансні частоти в обох випадках однакові: $v_{res} = 1/\sqrt{2}$. З рис. 4.2 видно, що в обох випадках при резонансних частотах залежності $\text{Im}[y_{12}] = f(\langle v \rangle)$ мають тангенційні особливості. Оскільки $\text{Im}[y_{12}] < 0$ при $\langle v \rangle < v_{res}$ та $\text{Im}[y_{12}] > 0$ при $\langle v \rangle > v_{res}$, синхронізація синфазна при $\langle v \rangle < v_{res}$ та антифазна при $\langle v \rangle > v_{res}$. Згідно виразів (4.1), (4.2) були розраховані вольт-амперні характеристики, а також величини s та v_Σ , які визначаються так:

$$s = \frac{\left\langle \left(\sum_{k=1}^K \left(\frac{d\varphi_k}{dt} - \langle V_k \rangle \right) \right)^2 \right\rangle}{\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \left\langle \left(\frac{d\varphi_k}{dt} - \langle V_k \rangle \right)^2 \right\rangle}, \quad K = 2, \quad (4.5)$$

$$V_\Sigma = (1/K) \sum_{k=1}^K V_k, \quad (4.6)$$

де $V_k = (\Phi_0 / 2\pi) \langle d\varphi_k / dt \rangle$. Залежності $v_\Sigma = V_\Sigma / V_c$ та величини $s' = s / K^2$ від нормалізованого струму зміщення показані на рис. 4.3. Зауважимо, що $s' = 1$ при синфазній синхронізації, $s' = 0$ при протифазній синхронізації та $s' = 1/2$, якщо синхронізації немає. Для того, щоби показати області синхронізації повністю, було вибрано дуже малий розбіг критичних струмів $\delta = 10^{-6}$. На вольт-амперних характеристиках (рис. 4.3, криві 1 на обох панелях) спостерігаються стрибки при резонансних напругах, і тому в районі стрибків криві мають вигляд сходинок. Стрибки пов'язані з від'ємним нахилом вольт-амперних характеристик при резонансних напругах. На рис. 4.2 величина напруги, при якій спостерігається стрибок, позначена стрілкою. З порівняння рис. 4.2 та рис. 4.3 видно, що частота, при якій відбувається зміна синфазної та антифазної синхронізації, співпадає з частотою, яка розрахована методом амплітуд, які повільно змінюються (рис. 6.2). Оскільки величина δ дуже

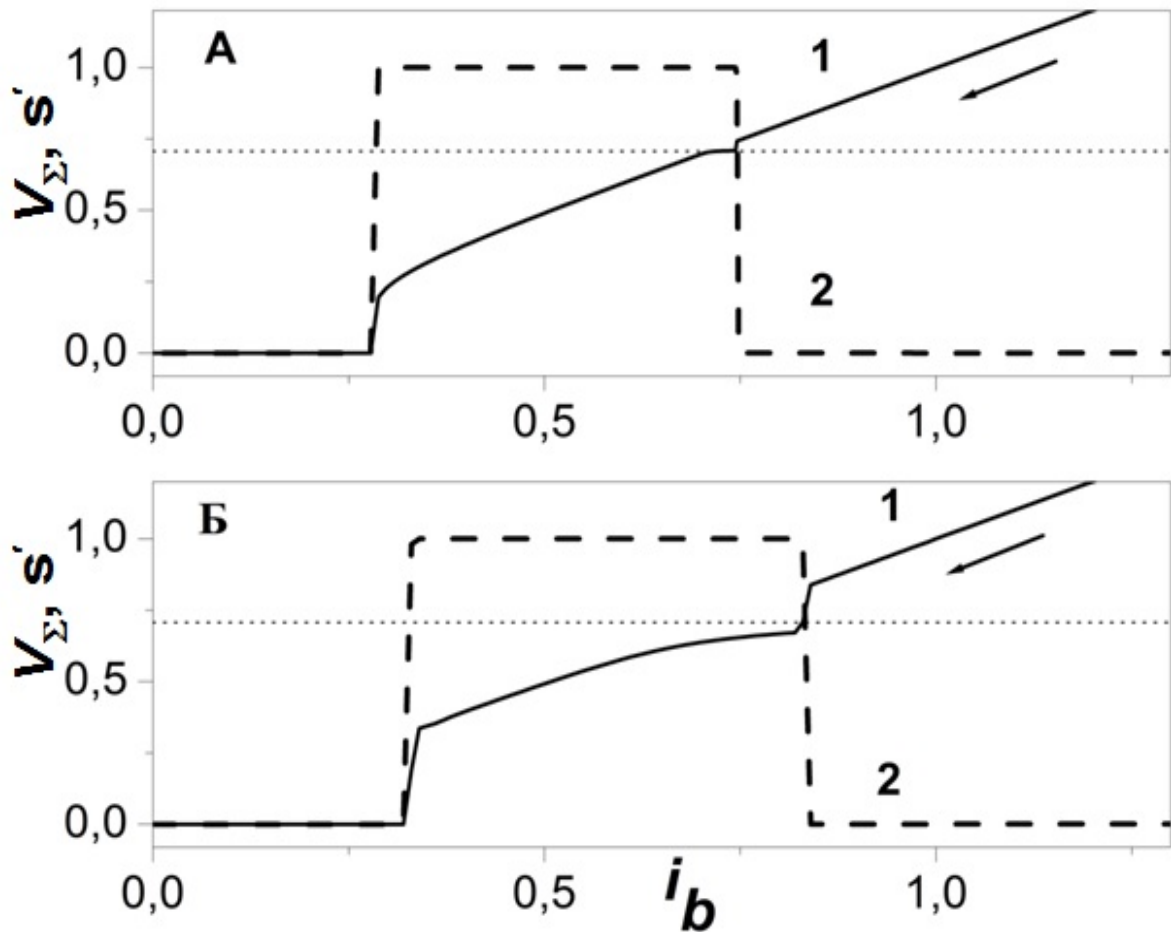


Рис. 4.3. Залежності $v_{\Sigma} = f(i_b)$ (криві 1, суцільні лінії) та $s' = f(i_b)$ (криві 2, пунктирні лінії) при $K = 2$, $\delta = 10^{-6}$ для випадків А (верхня панель) та Б (нижня панель). Крапками позначена величина резонансної напруги. Всі залежності показані при зменшенні струму зміщення (напрямок показано стрілками).

мала, синфазна синхронізація наявна у всій області нижче резонансних стрибків (рис. 6.3, криві 2 на обох панелях).

Максимально припустимий розбіг критичних струмів δ_{\max} пропорційний величині $|\text{Im}[y_{12}]|$. У випадку А значення $|\text{Im}[y_{12}]|$ дуже швидко затухають по обидві сторони резонансної напруги (рис. 4.2, крива А), і тому при наявності більшого розбігу критичних струмів синхронізація має місце тільки на резонансних сходинках (рис. 4.4, верхня панель). Саме цей випадок і стрибки напруги спостерігаються в експериментах [7, 12, 197, 198].

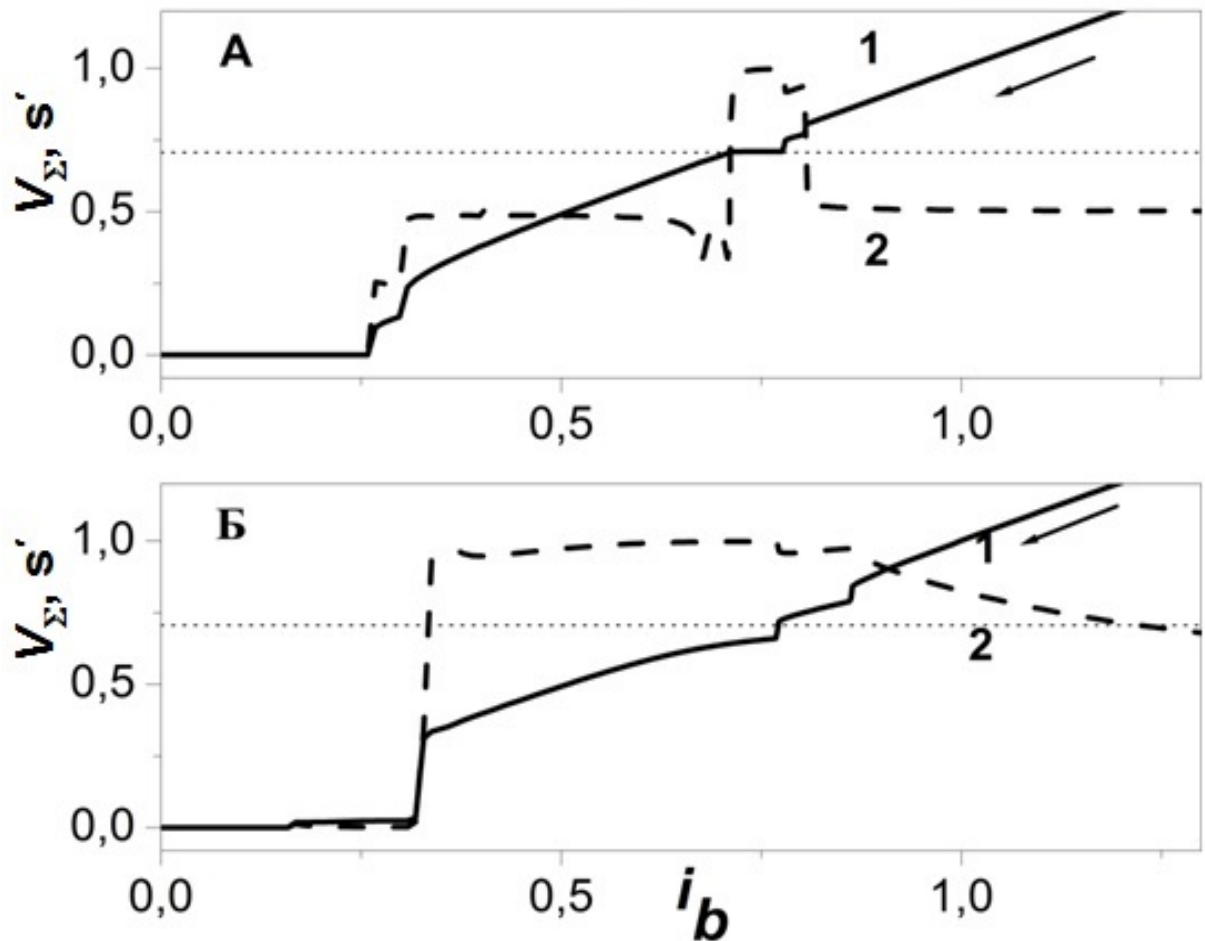


Рис. 4.4. Залежності $v_{\Sigma} = f(i_b)$ (криві 1, суцільні лінії) та $s' = f(i_b)$ (криві 2, пунктирні лінії) при $K = 2$, $\delta = 0.05$ для випадків А (верхня панель) та Б (нижня панель). Крапками позначена величина резонансної напруги. Всі залежності показані при зменшенні струму зміщення (напрямок показано стрілками).

У випадку Б значення величини $|\text{Im}[y_{12}]| = f(\langle v \rangle)$ на протязі всієї області гістерезису має величину порядку $-0,1$, так що синхронізація може спостерігатися навіть при $\delta_{\max} \approx 0,05$ (рис. 4.4, нижня панель, крива 2).

Побудована модель була застосована до системи з великою кількістю контактів у ланцюгу ($K = 350$, рис. 4.5). Критичні струми контактів мали розбіг з нульовим середнім значенням та дисперсією $0,05I_{ca}$ згідно закону Гауса (див. розподіл розбігів на вставці рис. 4.5). На рис. 4.5 показано, що всі особливості синхронізації, знайдені для випадку двох контактів, зберігаються

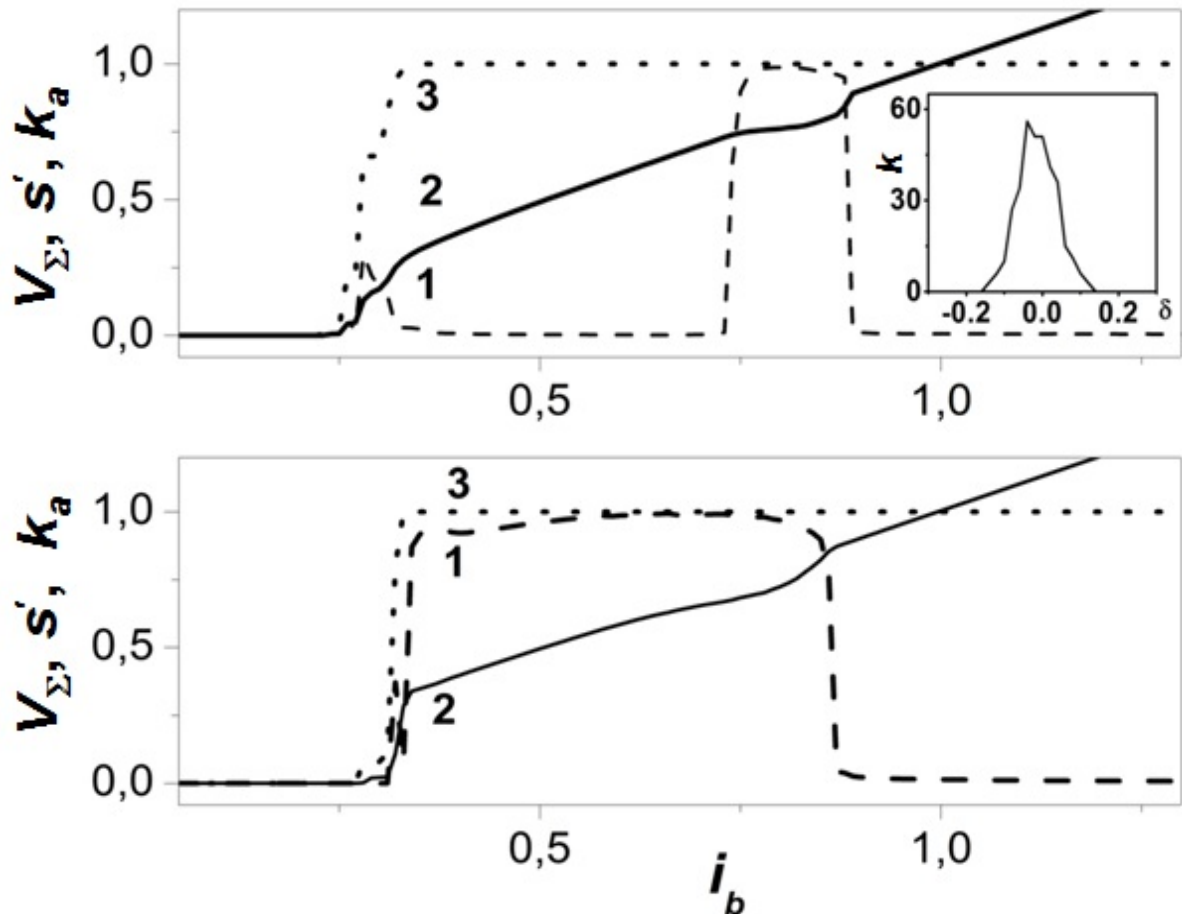


Рис. 4.5. Залежності $s' = f(i_b)$ (криві 1, штрихові лінії), $v_\Sigma = f(i_b)$ (криві 2, суцільні лінії) та $k_a = f(i_b)$ (крива 3, лінії, позначені крапками) для $K = 350$. Критичні струми розподілені по закону Гауса при $\delta = 0,05$. Параметри резонатора: $\beta_{Cres} = 0,01$, $\beta_L = 200$ (верхня панель) та $\beta_{Cres} = 1$, $\beta_L = 35$ (нижня панель). На вставці - розподіл розбігів критичних струмів.

і для великої кількості контактів. Синхронізація в цьому випадку зберігається при активному опорі резонатора, який становить кілька відсотків від нормального опору контакту.

4.2 Поріг синхронізації у нескінченній довгій лінії з контактами

У роботах [169 - 171] знайдено поріг синхронізації у двовірних масивах контактів Джозефсона, над якими розташована надпровідна заземлена площа. Кількість рядів контактів, які перейшли у резистивний стан ("активних" рядів контактів), регулювалася величиною струму

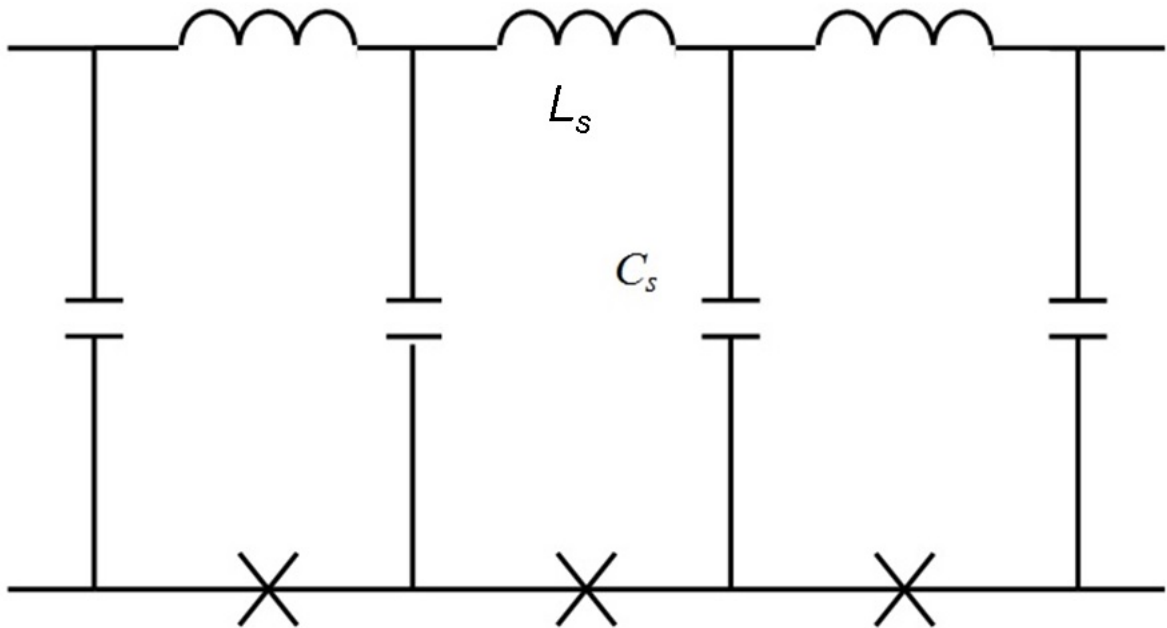


Рис. 4.6. Високочастотна схема масиву з трьох контактів Джозефсона у довгій лінії. Хрестиками показані контакти Джозефсона.

зміщення. Система була розташована у слабкому магнітному полі. Спостерігався перехід від повної відсутності когерентного випромінювання до повністю когерентного випромінювання при збільшенні кількості активних рядів контактів, причому ця кількість повинна була перевищувати деяку величину (поріг синхронізації). У цьому підрозділі на прикладі одномірної системи контактів Джозефсона з надпровідною заземленою площиною показано, що такий поріг може існувати при відсутності магнітного поля.

Розглянемо нескінченний ланцюг з K контактами, над яким є надпровідна площина. Частина такого ланцюга показано на рис. 4.6. По суті, система є надпровідною довгою лінією, у яку вставлено контакти Джозефсона. Параметрами частини довгої лінії з контактом є індуктивність L_s та ємність C_s . З другого боку, кожна індуктивність та дві ємності довгої лінії утворюють контур шунта для кожного з контактів. Оскільки високочастотні струми, які протікають у кожному з таких контурів, впливають на інші контакти, доцільно поставити питання про синхронізацію

випромінювання контактів за допомогою цих струмів. Змінний струм через контакти знаходиться з рівняння (3.2), де коефіцієнти $y_{kk'}$ визначаються за допомогою виразу (1.32), отриманого в роботі [66] для одномірної системи контактів з шунтами:

$$y_{kk'} = \frac{1}{2\sqrt{-z_1(z_J + z_2)}} e^{-|k-k'|\sqrt{(z_J+z_2)/z_1}}, \quad (4.7)$$

де z_1 , z_2 та z_J - імпеданси конденсатора C_s , індуктивності L_s та контакту, відповідно. Будемо називати величину $|k - k'|$ "відстанню" між контактами з індексами k та k' (див. підрозділ 1.3). Для початку, розглянемо найпростіший випадок, у якому тільки два контакти у довгій лінії знаходяться у резистивному (активному) стані, тоді як всі інші контакти знаходяться у надпровідному (пасивному) стані. Позиція контакту з індексом k фіксована, а позиція контакту з індексом k' змінюється, так що можна визначити "відстань" між контактами $|k - k'|$. Така ситуація може бути реалізована, якщо критичні струми двох контактів мають близькі значення, але відрізняються від критичних струмів решти контактів. Залежність уявної частини коефіцієнта $y_{kk'}$ від напруги, розрахована згідно виразу (4.7) для параметрів $\beta_{CJ} = 1$, $\beta_{Cs} = 0,5$, $\beta_{Ls} = 1$, показана на рис. 4.7. При відстані між контактами $|k - k'| \leq 3$ величина $\text{Im}(y_{kk'}(\langle v \rangle))$ від'ємна, а при $|k - k'| > 3$ - додатна. Згідно методу амплітуд, які повільно змінюються, від'ємний знак $\text{Im}(y_{kk'}(\langle v \rangle))$ свідчить про умови для синфазної синхронізації, а додатний - про умови для протифазної синхронізації, так що при відстані між контактами $|k - k'| \leq 3$ існують умови для синфазної синхронізації. Таким чином, можна визначити критичну відстань між активними контактами r_c (у даному разі $r_c = 3$), на якій можлива синфазна синхронізація. Критична концентрація активних контактів виникає тоді, коли відстань між активними контактами дорівнює r_c . Кількість активних контактів при цьому дорівнює $K_a = K / r_c$, так що їх концентрація $x_c \in K_a / K = 1 / r_c$ ($x_c = 1/3$ у даному випадку). Для того,

щоби перевірити зроблені припущення, була змодельована довга лінія з $K = 30$ частинами, у яких були розміщені контакти Джозефсона. Динамічні рівняння разом з рівняннями Кірхгофа такі:

$$\beta_{Cj} \frac{d^2 \varphi_k}{d\tau^2} + [1 + \delta_k] \left(\frac{d\varphi_k}{d\tau} + \sin(\varphi_k) \right) = i_b - \frac{dq_k}{d\tau}, \quad k = 1 \dots K, \quad (4.8)$$

$$\beta_{Ls} \frac{d^2 q_k}{d\tau^2} + \frac{1}{\beta_{Cs}} (2q_k - q_{k-1} - q_{k+1}) = \frac{d\varphi_k}{d\tau}, \quad k = 2 \dots K - 1, \quad (4.9)$$

$$\beta_{L^*} \frac{d^2 q_1}{d\tau^2} + r^* \frac{dq_1}{d\tau} + \frac{1}{\beta_{C^*}} (q_1 - q_2) = \frac{d\varphi_1}{d\tau}, \quad (4.10)$$

$$\beta_{L^*} \frac{d^2 q_K}{d\tau^2} + r^* \frac{dq_K}{d\tau} + \frac{1}{\beta_{C^*}} (q_K - q_{K-1}) = -\frac{d\varphi_K}{d\tau}, \quad (4.11)$$

де q_k - заряд, який протікає через індуктивність L_s , $\beta_{Ls} = (2\pi I_{ca} L_s) \Phi_0^{-1}$, $\beta_{Cs} = (2\pi I_{ca} R^2 C_s) \Phi_0^{-1}$, I_{ca} - середнє значення критичного струму, $R = V_c / I_{ca}$, $V_c = const.$ - критична напруга, β_{L^*} , β_{C^*} та r^* - безрозмірна індуктивність, параметр Мак-Камбера та нормований електричний опір контактів у першій та останній частинах довгої лінії. Рівняння (4.10) та (4.11) є граничними умовами задачі. У подальших розрахунках параметри β_{L^*} , β_{C^*} та r^* вибиралися такими, що відбиття електромагнітних хвиль від кінців довгої лінії було мінімальним.

Розроблена вище чисельна модель дозволяє перевірити результати синхронізації випромінювання двох активних контактів у довгій лінії, отримані за допомогою методу амплітуд, які повільно змінюються. Для цього спочатку визначалися критичні струми всіх контактів, окрім двох контактів, які були розташовані приблизно посередині довгої лінії на вибраній відстані один від одного. Критичні струми цих контактів були приблизно на 30% менші, ніж критичні струми решти контактів. Таким чином, при збільшенні струму зміщення, ці контакти переходять у резистивний (активний) стан при таких струмах, при яких решта контактів все ще перебувають у надпровідному (пасивному) стані. Критичні струми активних контактів мають деякий розбіг δ від їх усередненого значення. Для того, щоби

виключити вплив віддзеркалених від кінців електромагнітних хвиль на синхронізацію, положення пари контактів з визначеною відстанню між ними змінювалася усередині довгої лінії, а для отримання кінцевого результату розрахунків проводилося усереднення по конфігураціям. Залежність модуля уявної частини коефіцієнту зв'язку $|\text{Im}(y_{kk'})$ від усередненої напруги $\langle v \rangle$ для двох контактів, які знаходяться у частинах довгої лінії з індексами k та k' , можна оцінити по такій формулі [58]:

$$|\text{Im}(y_{kk'}(\langle v \rangle))| \approx \frac{i_b(i_b + \langle v \rangle)}{\langle v \rangle} \delta_{\max}, \quad (4.12)$$

де δ_{\max} - максимальний розбіг критичних струмів контактів, при яких вони синхронізовані. Оскільки з формули (4.12) можна оцінити тільки модуль $y_{kk'}$, для визначення знаку коефіцієнту зв'язку треба перевіряти синфазний або протифазний характер осциляцій напруги на контактах безпосередньо при рішенні динамічних рівнянь. Залежність $|\text{Im}(y_{kk'})| = f(|k - k'|)$, розрахована згідно рівнянням динаміки, показана на рис. 4.7 кружками. Видно, що вона добре узгоджується з розрахунком, отриманим згідно методу амплітуд, які повільно змінюються (суцільна лінія на рис. 4.7). Як було зазначено вище, при від'ємних значеннях $\text{Im}(y_{kk'})$ для $|k - k'| \leq 3$ повинна спостерігатися синфазна синхронізація осциляцій напруги на контактах. Для того, щоби перевірити це припущення, можна розрахувати відносну потужність випромінювання пари активних контактів при різних відстанях $|k - k'|$:

$$s = \frac{\left\langle \left\langle \left(\sum_{k=1}^{K_a} \left(\frac{d\varphi}{d\tau} - \langle v_k \rangle \right) \right)^2 \right\rangle \right\rangle}{\left\langle \left\langle \frac{d\varphi_1}{d\tau} - \langle v_1 \rangle \right\rangle \right\rangle}, \quad (4.13)$$

де подвійні косі дужки $\langle \langle \dots \rangle \rangle$ означають усереднення по великому (порівняно з періодом генерації контактів) проміжку часу, а також по можливим конфігураціям положення пари контактів усередині довгої лінії. У центрі

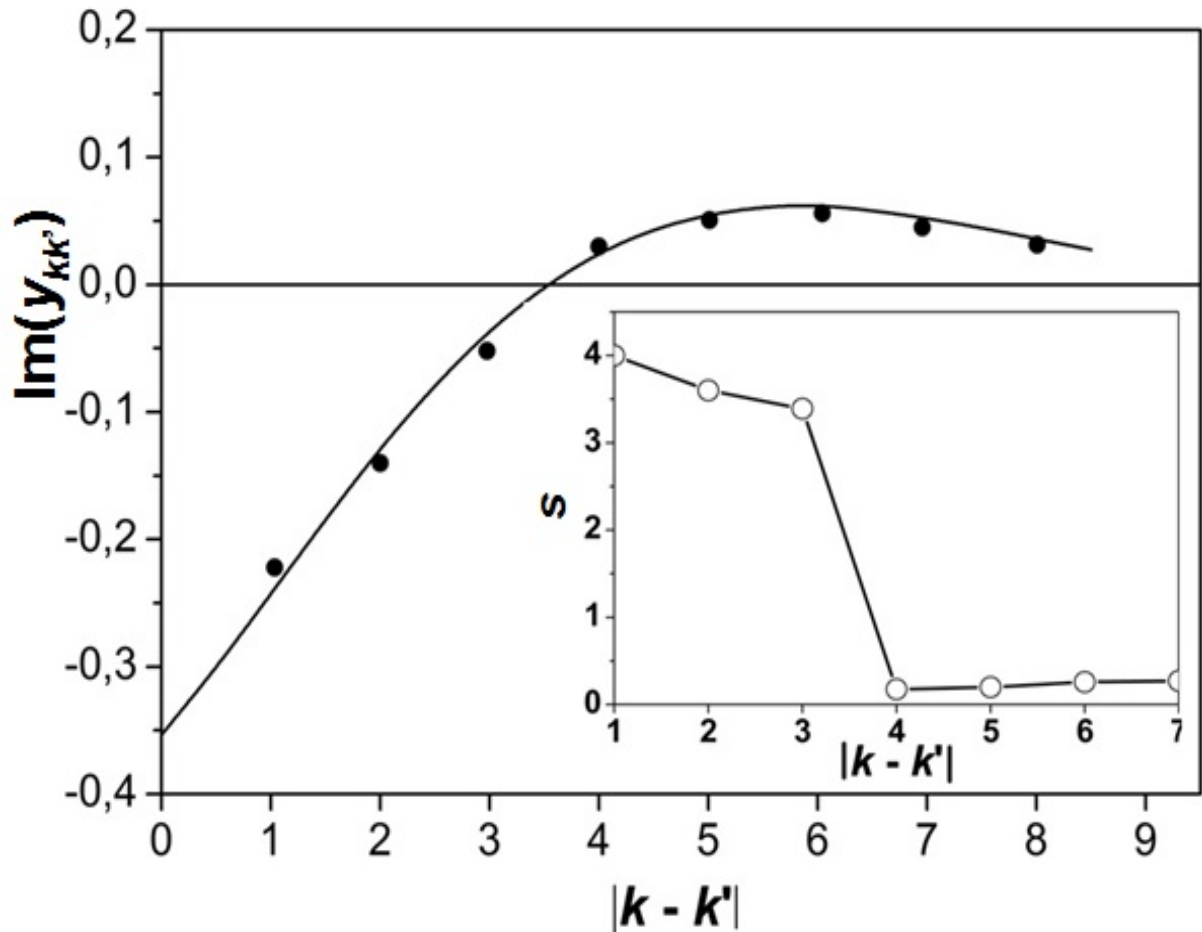


Рис. 4.7. Залежність $|\text{Im}(y_{kk'})| = f(|k - k'|)$, розрахована згідно рівнянню (4.7) (суцільна лінія) та чисельному рішенню рівнянь динаміки (4.8)-(4.11) (кружки); Параметри системи: $\beta_{CJ} = 1$, $\beta_{Cs} = 0,5$, $\beta_{Ls} = 1$, $\langle v \rangle = 0,8$, $\delta = 0,001$, $i_b = 1,1$; для пасивних контактів критичний струм дорівнює 1,3, для активних контактів - $1 - \delta$ та $1 + \delta$. На вставці - залежність $s = f(|k - k'|)$ для $K_a = 2$, розрахована згідно рівнянь (4.8)-(4.13).

інтервалу синхронізації (тобто, для нульового зсуву фаз між осциляціями напруги на активних контактах), з (4.13) слідує, що

$$s = K_a^2 \frac{\left\langle \left\langle \left(\frac{d\phi_1}{d\tau} - \langle v_1 \rangle \right)^2 \right\rangle \right\rangle}{\left\langle \left\langle \left(\frac{d\phi_1}{d\tau} - \langle v_1 \rangle \right)^2 \right\rangle \right\rangle} = K_a^2. \quad (4.14)$$

Залежність $s = f(|k - k'|)$ для $K_a = 2$ показана на вставці рис. 4.7. При $|k - k'| \leq 3$

відносна потужність трохи зменшується від $s = 4$ при $|k - k'| = 1$ до $s = 3,4$ при $|k - k'| = 3$. Це означає, що зсув фаз між осциляціями контактів збільшується. При $|k - k'| > 3$ відносна потужність різко зменшується до майже нульових значень ($s \approx 0,2 - 0,3$). Такий стрибок величини s вказує на антифазну синхронізацію осциляцій. Ці результати повністю узгоджуються з поведінкою функції $|\text{Im}(y_{kk'})| = f(|k - k'|)$, показаної на рис. 4.7.

Поява порогу синфазної синхронізації у системі з двох активних контактів свідчить про те, що цей поріг може існувати в системі з багатьма активними контактами. При збільшенні концентрації активних контактів у системі середня відстань між ними може зменшитися до критичної величини x_c , при якій може відбутися повна синфазна синхронізація контактів. Для того, щоби перевірити це припущення, у рамках наведеної вище моделі (4.8)-(4.12) було розраховано залежність відносної потужності випромінювання від кількості активних контактів. Посередині довгої лінії з 30 пасивних контактів був вибраний кластер з 11 контактів. Усередині цього кластеру задавалася деяка кількість активних контактів з різною концентрацією. Розрахована відносна потужність випромінювання при різній кількості активних контактів показана на рис. 4.8. При невеликій кількості контактів ($K_a \leq 4$) відстань між активними контактами велика, так що напруги на контактах осцилюють антифазно. При збільшенні кількості активних контактів від 4 до 6 відносна потужність випромінювання трохи збільшується, а при $K_a \geq 7$ спостерігається різке збільшення потужності випромінювання, і напруги на всіх контактах у кластері осцилюють синфазно, тобто, спостерігається повна синфазна синхронізація.

Пояснити отримані результати можна у рамках введеного вище поняття критичного радіусу взаємодії. Критична відстань взаємодії для вибраних параметрів системи $r_c = 2$. Коли кількість активних контактів мала ($K_a \leq 4$), середня відстань між ними менше критичної, і синхронізація антифазна. При збільшенні числа контактів, осциляції напруги на деяких

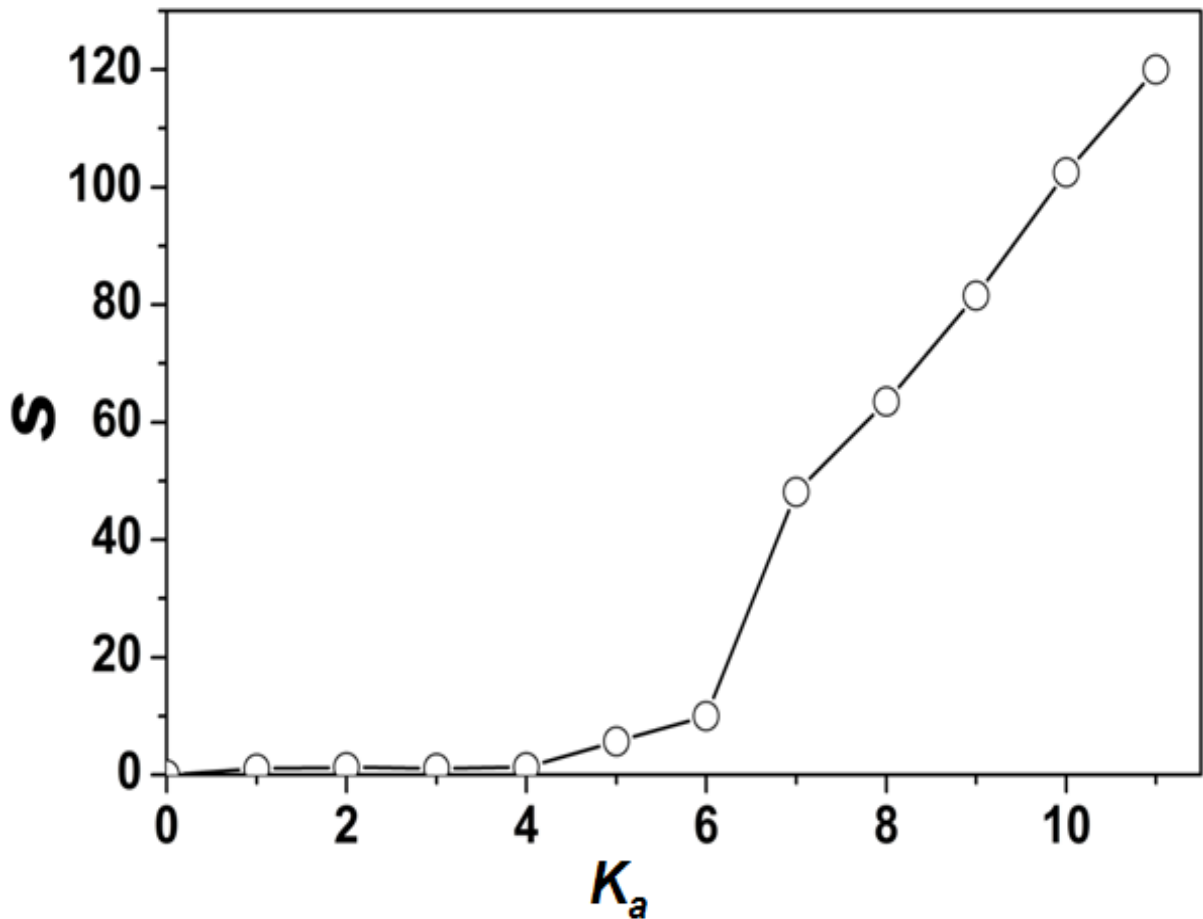


Рис. 4.8. Залежність $s = f(K_a)$ для довгої лінії з 30 контактами. Активні контакти розміщені посеред кластеру з 11 контактів посеред довгої лінії. Параметри системи: $\beta_{CI} = 1$, $\beta_{Cs} = 0,5$, $\beta_{Ls} = 1$, $\delta = 0,01$, $i_b = 1,1$; для пасивних контактів критичний струм дорівнює 1,3, для активних контактів - $1 - \delta$ та $1 + \delta$.

контактах синфазні з осциляціями напруг своїх перших сусідів і антифазні з осциляціями других сусідів, як це відбувається при $K_a = 6$. При подальшому збільшенні числа активних контактів відстані між контактами стають менше критичної, і осциляції напруг на всіх контактах синхронізовані. Слід зауважити, однак, що такі умови для синхронізації можуть залежати від конкретних реалізацій розподілу активних контактів, тому існує деякий інтервал концентрацій активних контактів, при якому спостерігається перехід до загальної синфазної синхронізації осциляцій напруги.

Поріг синфазного випромінювання при збільшенні числа активних контактів у системі був знайдений в роботах [169 - 172] при дослідженні емісії від масивів контактів Джозефсона, зроблених на основі низькотемпературних надпровідників. Над масивом була розміщена надпровідна площа. Якщо кількість активних контактів не перевищувало критичного числа, детектор не реєстрував випромінювання від контактів. При досягненні критичного числа контактів спостерігалось різке збільшення інтенсивності випромінювання від контактів, а при подальшому збільшенні числа активних контактів інтенсивність випромінювання мала квадратичну залежність від числа активних контактів. Ми вважаємо, що цей ефект адекватно ілюструє ті загальні положення щодо критичної відстані для початку синфазної синхронізації, які були висловлені вище. Надпровідна площа разом з масивом контактів утворювали довгу лінію, резонансні частоти якої були за межами частот випромінювання контактів. Згідно підходу, розвинутому в цьому підрозділі, поріг когерентного випромінювання був досягнутий після того, як була переведена в активний стан деяка кількість контактів, так що ефективна відстань між ними зменшилася до критичної величини r_c , при якій уявна частина коефіцієнту зв'язку $\text{Im}(y_{kk'}(\langle v \rangle))$ між парами контактів стає негативною. При подальшому збільшенні числа активних контактів всі активні контакти взаємодіють один з одним, і їх випромінювання стає синфазним.

Оскільки існує аналітичний вираз (4.7) для коефіцієнту зв'язку, можна підібрати параметри контактів та системи так, щоби критичний радіус взаємодії r_c був великим. В роботі [24] ми розраховували параметри такої системи для $r_c = 10$ і розраховували відносну потужність випромінювання для двох контактів у кластері з 6 активними контактами, розташованого в довгій лінії. Розрахунки показали, що синхронізований стан зберігався до "відстані" між контактами $|k - k'| \approx 7$. При більшій відстані відносна потужність різко зменшилася, що означало початок антифазної синхронізації

4.3 Система контактів в резонансній довгій лінії

При розміщенні надпровідної площини над (або під) ланцюгом контактів може спостерігатися когерентне випромінювання від системи контактів [169]. Ланцюг може бути відділеним від площини товстим шаром діелектрика, так що між площиною та ланцюгом джозефсонівський зв'язок повністю відсутній. Площина разом з ланцюгом контактів утворює довгу лінію (рис. 4.9 (а)). Експерименти [169 - 171] показали, що описана система кінцевої довжини має резонансні сходинки на вольт-амперній характеристиці. На цих сходинках відбувається синхронізація контактів. Хоча теоретично вплив довгої лінії на електричні властивості окремих контактів вивчався вже давно [190 - 193], однак, механізм синхронізації на сходинках вольт - амперних характеристик джозефсонівських контактів, які знаходяться у резонансній довгій лінії, досі не вивчався детально. Саме механізм синхронізації у даній системі викладено у цьому підрозділі.

Електричні струми через контакти Джозефсона, а також струми через секції довгих ліній в системі, зображених на рис. 4.9 (б), розраховуються методом контурних струмів [10]. Нехай довга лінія має $n = 1 \dots N$ секцій, причому джозефсонівські контакти знаходяться в секціях з номерами $n = p$, число всіх таких секцій з контактами дорівнює P , а в $N - P$ секціях контактів немає. В одній секції з ємністю C , індуктивністю L та електричним опором R знаходиться $k = 1 \dots K$ контактів Джозефсона (на рис. 4.9 (б) показаний випадок $K = 1$, $P = N$), через які тече постійний струм зміщення I_b . Згідно резистивної моделі [7], контакт Джозефсона з номером k можна представити як паралельне з'єднання джерела джозефсонівського струму $I_{ck,n} \sin \varphi_{k,n}$ (де $\varphi_{k,n}$ - різниця фази параметра порядку на k -му контакті у секції з номером n , $I_{ck,n}$ - критичний струм контакту), електричного опору $R_{k,n}$ та конденсатора з ємністю C_J . Система диференціальних рівнянь, які описують закон збереження електричного струму в контактах та правила Кірхгофа для довгої лінії, виглядають так:

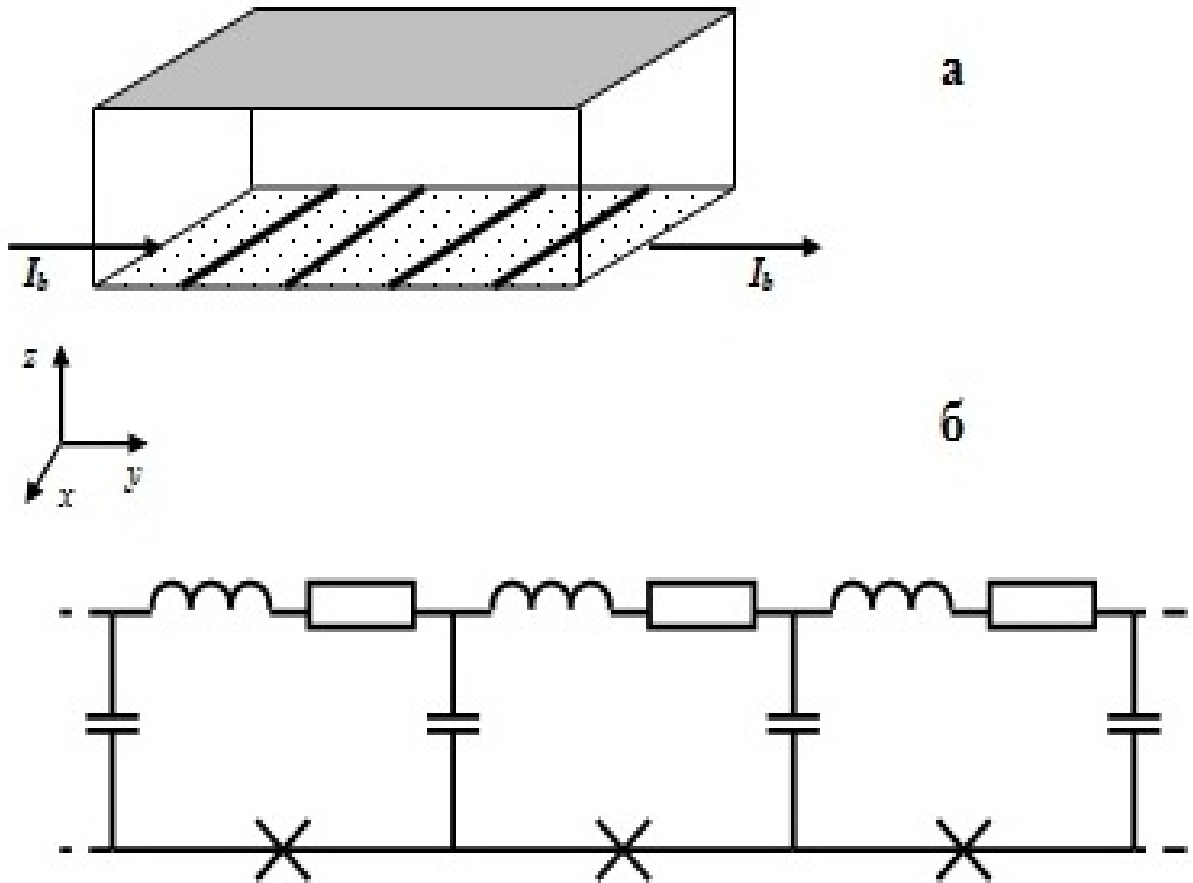


Рис. 4. 9 (а) - контакти Джозефсона у довгій лінії. Контакти позначені чорним кольором, надпровідник-крапки, надпровідна площина-сірим кольором. (б)- високочастотна схема системи. Контакти позначені хрестиками.

$$\frac{\Phi_0 C_{k,n}}{2\pi} \frac{d^2 \varphi_{k,n}}{dt^2} + \frac{\Phi_0}{2\pi R_{k,n}} \frac{d\varphi_{k,n}}{dt} + I_{ck,n} \sin \varphi_{k,n} = I_b - \frac{dq_n}{dt}, \quad k = 1..K, n = p, \quad (4.15)$$

$$L \frac{d^2 q_n}{dt^2} + R \frac{dq_n}{dt} + \frac{1}{C} (2q_n - q_{n-1} - q_{n+1}) = \begin{cases} \sum_{k=1}^K \frac{\Phi_0}{2\pi} \frac{d\varphi_{k,n}}{dt}, & n = p, \\ 0, & n \neq p, \end{cases} \quad (4.16)$$

де q_n - електричний заряд, який тече через індуктивність у секції n . Напруги на контактах у секції n дорівнюють $\langle V \rangle_{k,n} = \frac{\Phi_0}{2\pi} \left\langle \frac{d\varphi_{k,n}}{dt} \right\rangle$. Для граничних умов задачі вводимо секції з номерами $n = 0$ та $n = N+1$. Диференційні рівняння для них такі:

$$L_0 \frac{d^2 q_0}{dt^2} + R_0 \frac{dq_0}{dt} + \left(\frac{q_0}{C} - \frac{q_1}{C} \right) = \begin{cases} \sum_{k=1}^K \frac{\Phi_0}{2\pi} \frac{d\varphi_{k,0}}{dt}, p=0, \\ 0, p \neq 0, \end{cases} \quad (4.17)$$

$$L_{N+1} \frac{d^2 q_{N+1}}{dt^2} + R_{N+1} \frac{dq_{N+1}}{dt} + \left(\frac{q_{N+1}}{C} - \frac{q_N}{C} \right) = \begin{cases} \sum_{k=1}^K \frac{\Phi_0}{2\pi} \frac{d\varphi_{k,N+1}}{dt}, p=N+1, \\ 0, p \neq N+1, \end{cases} \quad (4.18)$$

де $L_0, R_0, C_0, L_{N+1}, R_{N+1}, C_{N+1}$ - параметри індуктивності, електричного опору та ємності для секцій з номерами 0 та $N+1$, відповідно. В подальшому ми будемо використовувати три типа граничних умов: $p \neq 0, L_0 = L_{N+1} = 10^{-2} \cdot L, R_0 = R_{N+1} = \sqrt{L/C}$ (модель узгодженого активного навантаження), $p \neq 0, L_0 = L_{N+1} = L, R_0 = R_{N+1} = 10^2 \text{ Ом}$ (модель лінії, яка розімкнута з обох боків), $p = 0, L_0 = L, R_0 = R, L_{N+1} = L, R_{N+1} = 10^2 \text{ Ом}$ (модель лінії, яка розімкнута з правого боку, а з лівого боку в секції $n = 0$ знаходяться джозефсонівські контакти).

Параметри секції довгої лінії L, C , та R залежать від лінійного розміру секції ζ . Індуктивність та ємність пов'язані між собою відношенням $\bar{c} = \zeta / \sqrt{LC}$, де \bar{c} - швидкість світла у надпровіднику. Тому при розрахунках задавався тільки один з параметрів, а другий розраховувався з наведеного рівняння при заданій швидкості світла у надпровіднику $\bar{c} = c_0 / \sqrt{\sigma}$, де c_0 - швидкість світла у вакуумі, σ - діелектрична проникність середовища (для високотемпературного надпровідника $\sigma \approx 20$ [12]).

Розглянемо спершу дію довгої лінії на один джозефсонівський контакт. Залишимо тільки один контакт посередині довгої лінії з 60 секцій, тобто, введемо параметри $N = 60, P = 1, p = 30$. Якщо розмір секції дорівнює $2,5 \cdot 10^{-6}$ м, то така лінія має довжину $\Lambda = 1,5 \cdot 10^{-4}$ м. Вольт-амперна характеристика системи показана на рис. 4.10 для граничних умов з узгодженими активними навантаженнями на обох кінцях довгої лінії. Видно, що у цьому випадку вольт-амперна характеристика монотонно зростає після переходу контакту у резистивний стан. Якщо змінити граничні умови і розглядати систему при розімкнутих кінцях, вольт-амперна характеристика суттєво змінюється. На

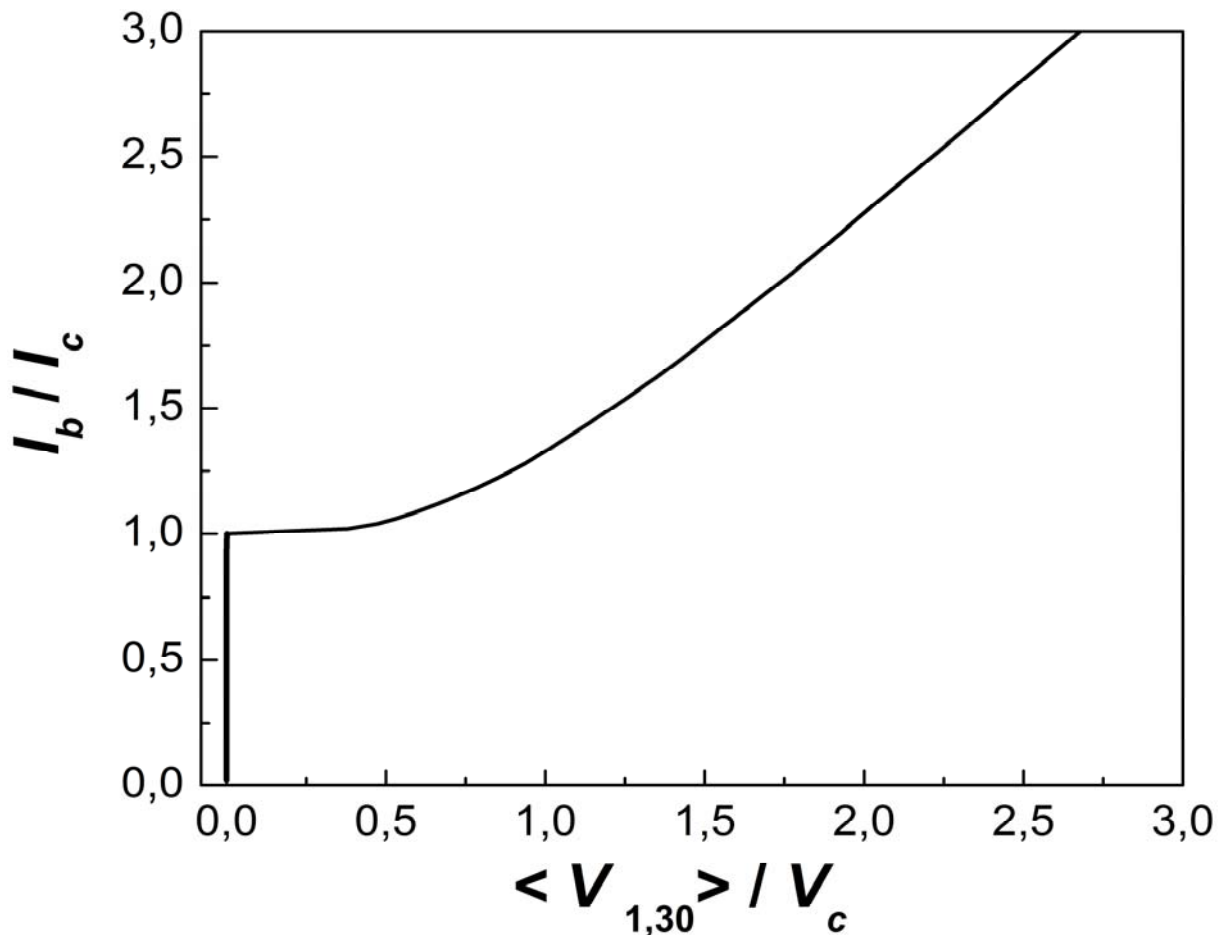


Рис. 4.10. Нормалізована вольт-амперна характеристика контакту ($n = 60$) для граничних умов з узгодженим активним навантаженням.

ній виникають сходинки (рис. 4.11). Сходинки нагадують особливості, які з'являються при дії зовнішнього випромінювання на контакт. Однак, у даному випадку зовнішнього випромінювання немає, так що особливості виникають при детектуванні контактом власного випромінювання. Поява сходинок на вольт-амперній характеристиці пов'язана з резонансами у розімкнутій довгій лінії [9]. Розглянемо процес появи сходинок більш докладно. Складність проблеми знаходження резонансів у довгій лінії з контактами Джозефсона полягає в тому, що сам контакт вносить велике збурення в електромагнітній хвилі, яка розповсюджується впродовж лінії. Характер та величина цього збурення сильно залежить від параметрів контакту. Наприклад, контакт з великим електричним опором (відносно хвильового опору лінії) та малою ємністю фактично розриває довгу лінію.

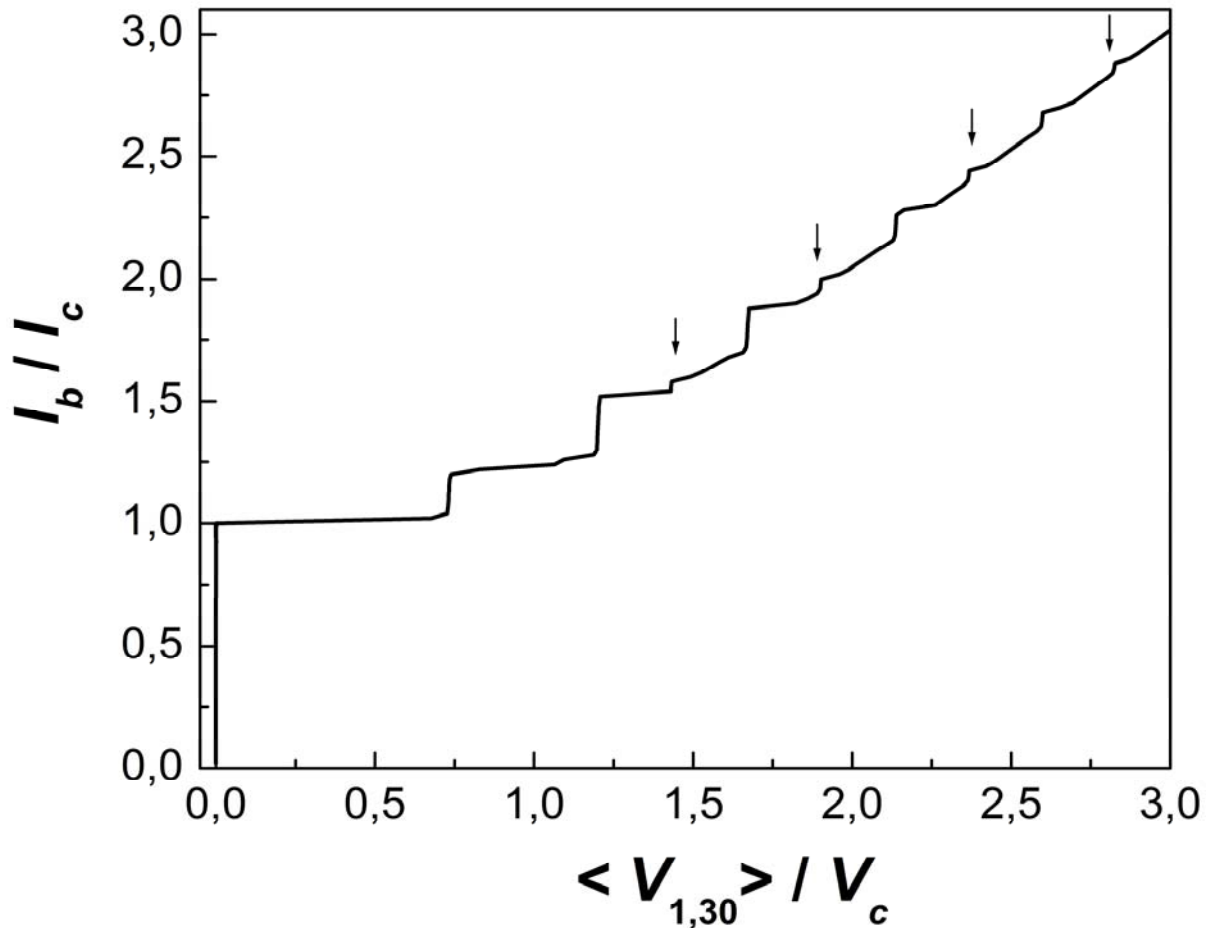


Рис. 4.11. Нормалізована вольт-амперна характеристика контакту ($n = 60$) у розімкнутій з обох кінців довгій лінії. Стрілками позначені резонанси від стоячої хвилі вздовж всієї системи. Параметри системи: $\Lambda = 1,5 \cdot 10^{-4}$ м, $N = 29$, $C_j = 8,24 \cdot 10^{-13}$ Ф, $C = 4,22 \cdot 10^{-14}$ Ф, $L = 3,29 \cdot 10^{-14}$ Г, $\zeta = 2,5 \cdot 10^{-6}$ м, $I_c = 10^{-2}$ А, $V_c = 2 \cdot 10^{-3}$ В, $R = 5 \cdot 10^{-4}$ Ом.

Навпаки, контакт з малим електричним опором та великою ємністю (саме такі є характеристики внутрішніх контактів у високотемпературних надпровідниках) робить майже закоротку лінії. Якщо на одному кінці лінії контакт робить закоротку, а другий вільний кінець довгої лінії розімкнутий, то в місці контакту має місце пучність струму, а на другому (розімкнутому) кінці - вузол струму, і стоячу хвилю утворює непарна кількість чвертей хвилі. Це ствердження проілюстровано на рис. 4.12, крива 1, де показаний розподіл середньоквадратичної величини змінного струму I вздовж довгої лінії в системі. Видно, що від контакту до

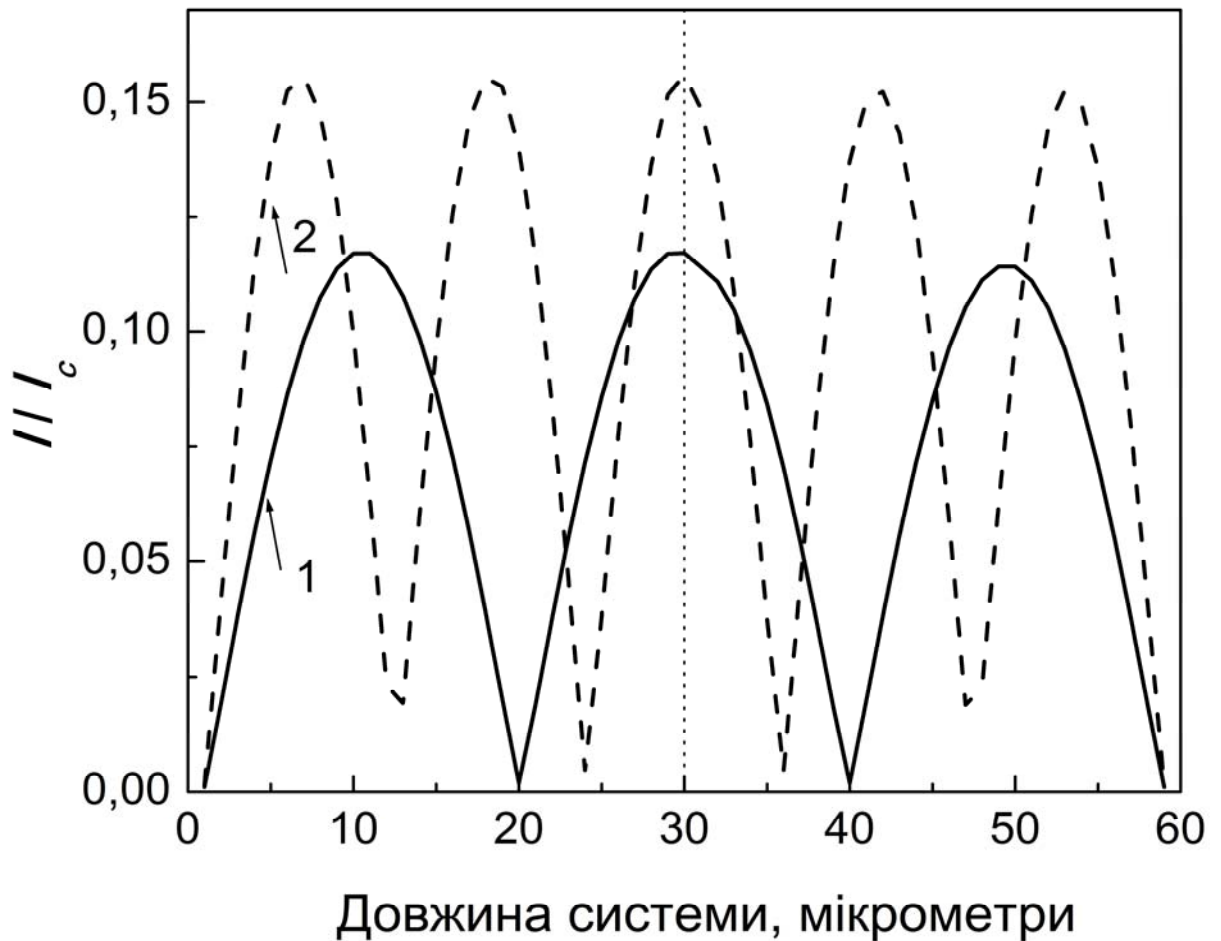


Рис. 4.12. Розподіл струму I/I_c вздовж резонансної довгої лінії при постійних струмах через контакт $I_b/I_c = 1,08$ (крива 1, перша сходинка на рис. 4.11) та $I_b/I_c = 1,38$ (крива 2, друга сходинка на рис. 4.11).

кожного з кінців стояча хвиля має непарне число чвертей хвиль. Для збереження асиметричності граничних умов при кожному новому резонансі, кількість чвертей хвилі з новою (меншою) довжиною повинна збільшуватися на дві (рис. 4.12, крива 2), тому напруги, при яких спостерігаються резонанси, дорівнюють $V_{vr}/V_c = (\bar{c}\Phi_0)/(V_c\Lambda)[(2l+1)/4]$, де Λ - довжина довгої лінії, l - ціле число. Початки великих сходинок на рис. 4.11 з точністю до 5 відсотків співпадають з величинами V_{vr}/V_c . Однак, слабкі резонанси відбиття електромагнітної хвилі від обох кінців довгої лінії також присутні (на рис. 4.11 ці резонанси позначені стрілками). На рис. 4.13 у нормалізованих одиницях зображена залежність середньоквадратичної

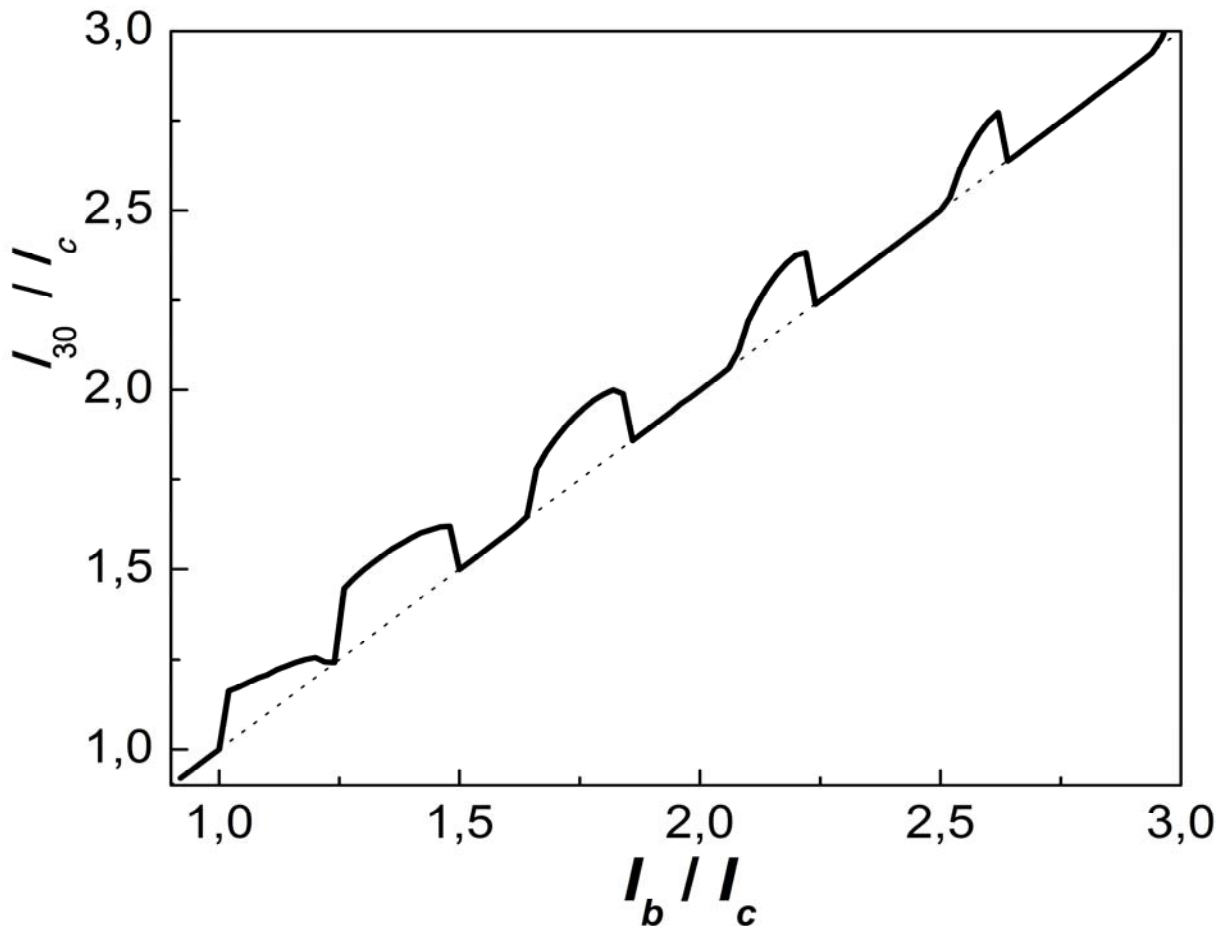


Рис. 4.13. Залежність нормалізованого струму I_{30}/I_c , який протікає через контакт, від нормалізованого постійного струму I_b/I_c для системи з розімкнутими кінцями. Пунктирною лінією позначена залежність $I/I_c = I_b/I_c$.

величини змінного струму, який тече через контакт $I_{30} = \sqrt{\left\langle \left(I_b - \frac{dq_{30}}{dt} \right)^2 \right\rangle}$, від постійного струму I_b . Видно, що струм I_{30} збільшується при тих струмах I_b , які відповідають появі сходинок на вольт - амперній характеристиці (рис. 4.13), причому це збільшення струму I зберігається на протязі всієї сходинки. Збільшення величини I досягає 15 відсотків. На рис. 4.14 показана залежність квадрата змінної напруги на контакті S_{30} від нормалізованої напруги V/V_c для граничних умов узгоджених навантажень на кінцях лінії (штрихова лінія) та для граничних умов з розімкнутими кінцями лінії (суцільна лінія). Видно, що для лінії з розімкнутими кінцями ця залежність має різкі максимуми при напругах V_{vr}/V_c , тоді як при узгодженому навантаженні крива плавно

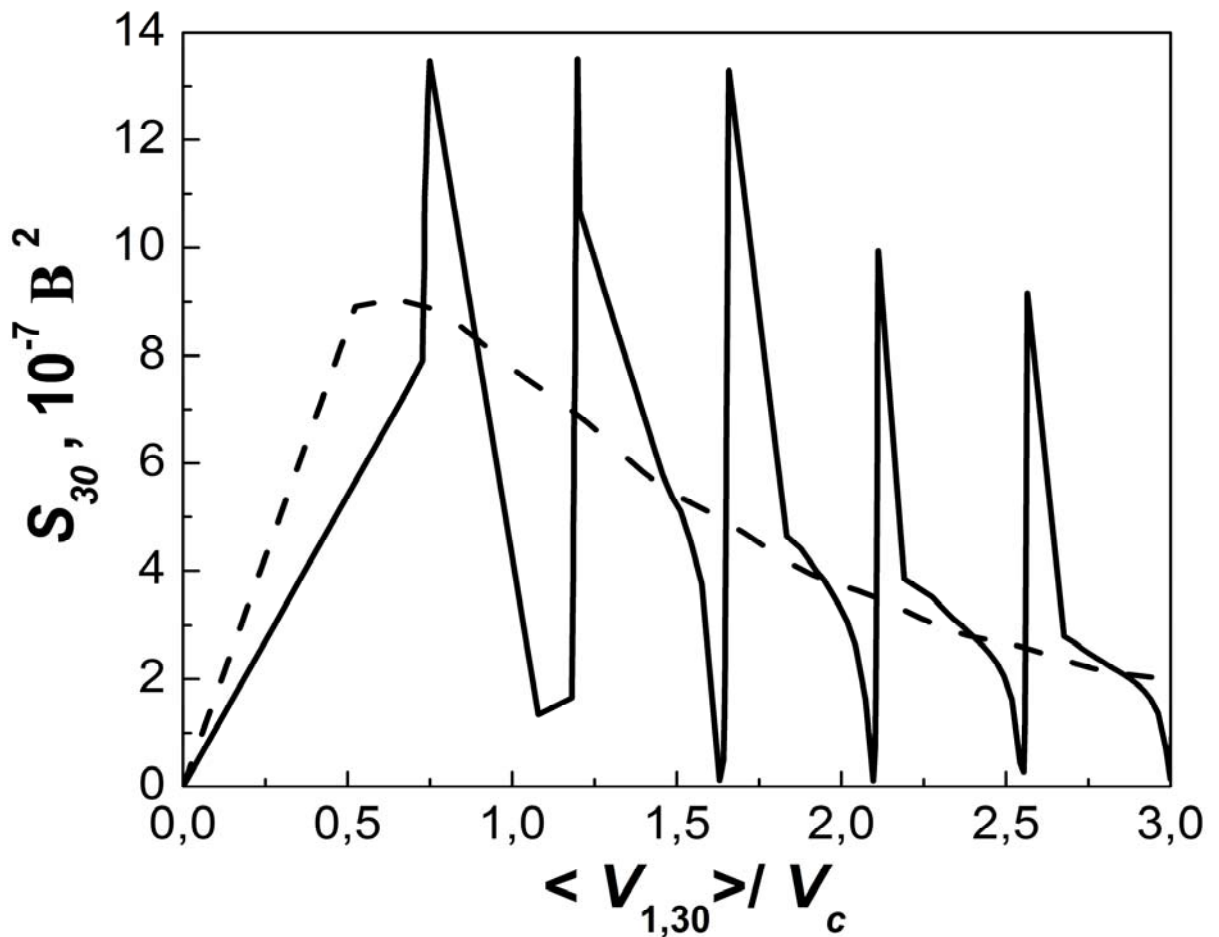


Рис. 4.14. Залежність $S_{30} = f(V/V_c)$ для системи з розімкнутими кінцями. Штрихова лінія - залежність $S_{30} = f(V/V_c)$ для системи з узгодженими активними навантаженнями на кінцях.

зменшується при $V/V_c \geq 0.6$. Оскільки величина S_{30} пропорційна потужності випромінювання, можна зробити висновок, що потужність випромінювання контакту у розімкнутій довгій лінії має максимуми при резонансах. Оскільки на контакті має місце пучність струму та вузол напруги, цей резонанс є резонансом паралельного типу (резонансом струмів). Таким чином, при резонансі струмів, струм через контакт збільшується, контакт випромінює сильніше і через зворотний зв'язок (довгу лінію) детектує збільшення власного випромінювання так, як він детектує зовнішнє випромінювання. При цьому, як і під впливом зовнішнього випромінювання, відбувається захоплення частоти контакту частотою випромінювання (тобто, самозахоплення випромінювання), що, згідно теорії процесу захоплення

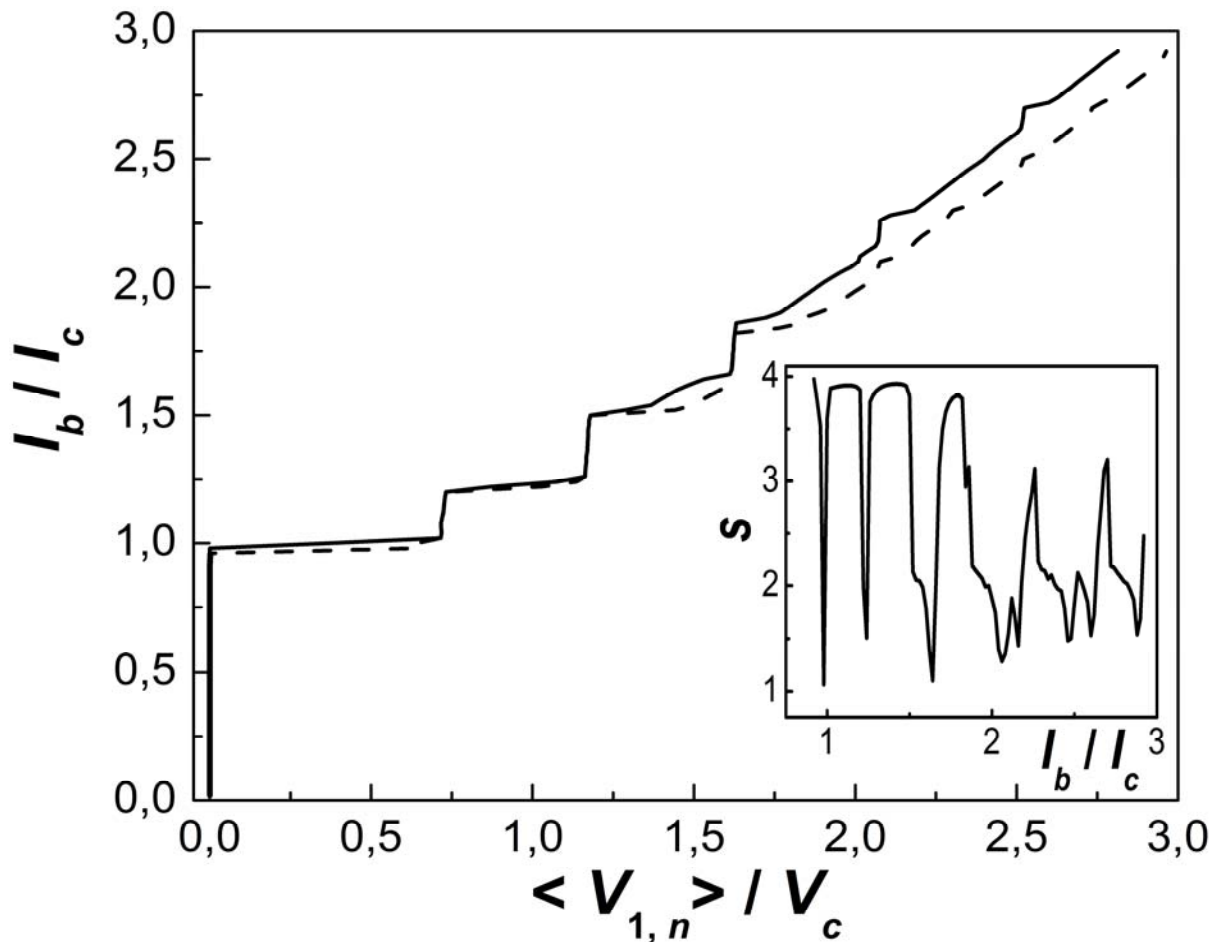


Рис. 4.15. Вольт-амперні характеристики двох контактів, які знаходяться в секціях 30 (суцільна лінія) та 31 (штрихова лінія). Параметри контактів: $\delta = 0,03$, $I_{ca} = 10^{-2}$ А, $V_c = 2 \cdot 10^{-3}$ В. На вставці - залежність s від нормалізованого струму.

частоти [10], приводить до появи сходинок на вольт - амперній характеристиці. Можна сказати, що контакт синхронізує сам себе у резонансі довгої лінії.

Розглянемо тепер синхронізацію двох контактів. Додамо тепер ще один контакт у секцію 31 ($p = 31$). Критичні струми контактів дорівнюють $I_{c1,2} = (1 \pm \delta)I_a$, а електричні опори контактів знаходимо з урахуванням умови $I_{c1}R_1 = I_{c2}R_2$. Вольт-амперні характеристики обох контактів показані на рис. 4.15. Ці вольт-амперні характеристики співпадають одна з одною на перших трьох сходинках. На перших трьох сходинках $s \approx 4$ (див. вставку на рис. 4.15). Це означає, що контакти на перших трьох сходинках синхронізовані

синфазно. Ураховуючи описаний вище механізм формування сходинок, можна сказати, що синхронізація контактів відбувається завдяки підвищенню спільного змінного струму через контакти на сходинках та детектуванню контактами цього струму, причому причиною підвищення струму є резонанс струмів у довгій лінії.

Вище була розглянута синхронізація двох контактів, які знаходяться у довгій лінії один поряд з одним. При синхронізації великого числа контактів у довгій лінії з розімкнутими кінцями треба брати до уваги, що стояча хвиля напруги утворює нерівні умови для синхронізації контактів, оскільки середні значення напруги на контактах уздовж довгої лінії різні при тих самих постійних струмах через контакти. Наприклад, перша гармоніка стоячої хвилі утворює різке збільшення напруги на краях лінії, так що синхронізованими можуть бути тільки контакти посередині системи і т.д.

4.4 Когерентне випромінювання двох чотирьохконтактних інтерферометрів

Розглянемо дві надпровідні петлі з контактами Джозефсона (рис. 4.16). Кожна петля має чотири контакти (по два контакти у лівій та у правій частинах петлі). Петлі будемо позначати верхніми індексами a та b , ліву та праву частину кожної петлі - нижніми індексами $m=1,2$, відповідно, а номери контактів зліва направо - нижніми індексами $k=1,2$. Наприклад, для різниці фази параметра порядку на контакті, який знаходиться у контурі a у лівій частині контуру ($m=1$) і є по порядку зліва направо другим, отримуємо $\varphi_{m,k}^a = \varphi_{1,2}^a$. Так само, критичний струм цього контакту позначений символом $I_{cm,k}^a = I_{c1,2}^a$. У кожній частині контуру a є розбіг критичних струмів δ_m^a тих двох контактів, які в ній знаходяться, так що $I_{cm,1}^a = (1 + \delta_m^a) I_{cm}^a$, $I_{cm,2}^a = (1 - \delta_m^a) I_{cm}^a$, $I_{cm}^a = (I_{cm,1}^a + I_{cm,2}^a) / 2$. Так само можна записати критичні струми для контактів у другій петлі. У подальших обчисленнях розглянемо найпростіший випадок задачі, у якій критичні струми та параметри розбігу критичних струмів

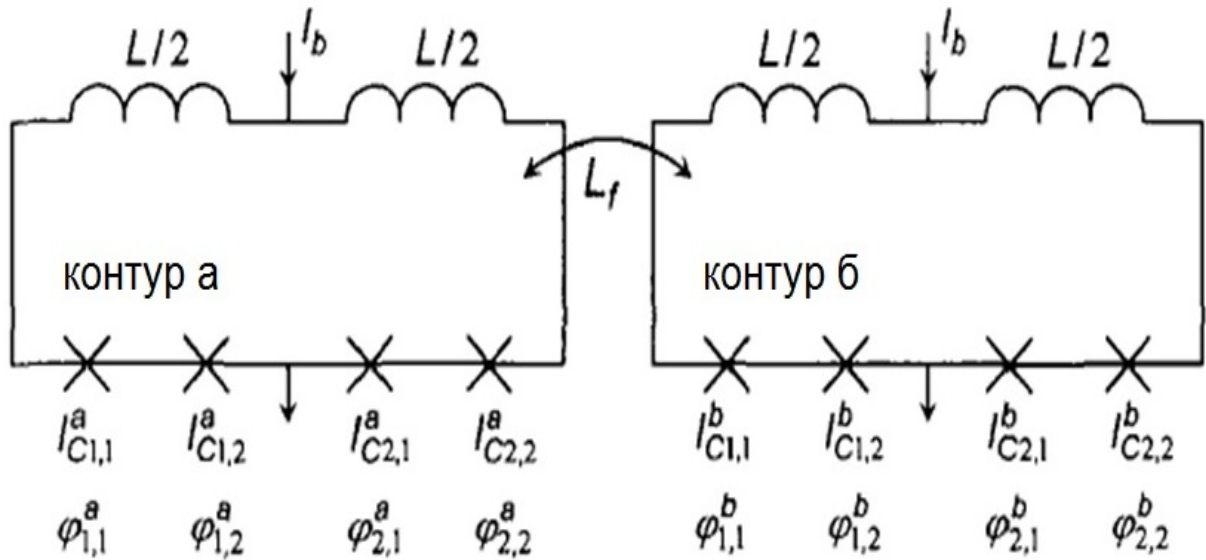


Рис. 4.16. Електрична схема двох чотирьохконтактних інтерферометрів, які взаємодіють за допомогою взаємної індукції. Контакти позначені хрестиками. Напрями струму зміщення позначені стрілками.

однакові для обох петель: $I_{cm}^a = I_{cm}^b = I_{cm}$ та $\delta_m^a = \delta_m^b = \delta$ для $m=1,2$. Ми вважаємо також всі критичні напруги на контактах однакові: $V_{cm,k}^a = I_{cm,k}^a R_{m,k}^a = V_{cm,k}^b = V_c$, де $R_{m,k}^a = R / (1 \pm \delta)$, $R = V_c / I_{ca}$. Будемо вважати також розбіг ємностей контактів таким самим, як і розбіг критичних струмів. Розглянемо спочатку рівняння динаміки фаз двох інтерферометрів, які не взаємодіють один з одним. У результаті наведених спрощень параметри обох інтерферометрів стали однаковими, тому динамічні рівняння для них також однакові. Для інтерферометра a ці рівняння виглядають так:

$$(1 - (-1)^k) \delta \left[\beta_{CJ} \frac{d^2 \varphi_{m,k}^a}{d\tau^2} + \frac{d\varphi_{m,k}^a}{d\tau} + \sin \varphi_{m,k}^a \right] = \frac{i_b}{2} - i_m^a, \quad (4.19)$$

$$i_m^a = \frac{(-1)^m}{\beta_L} \sum_{l=1}^2 \sum_{p=1}^2 (-1)^l \varphi_{l,p}^a, \quad (4.20)$$

де $m=1,2$, $k=1,2$, $l=1,2$, $p=1,2$, $\beta_{CJ} = (2\pi I_{cm} C_J R^2) \Phi_0^{-1}$ - параметр Мак-Камбера з усередненими параметрами критичного струму та електричного опору, C_J - усереднене значення ємності контакту, i_m^a - циркулюючий струм,

який отримано з умов квантування магнітного потоку. Таке саме рівняння описує динаміку контактів в інтерферометрі b . У даній моделі немає зовнішнього магнітного поля. У роботах [164, 166] для інтерферометру з двома ідентичними контактами у кожному плечі доведено, що стабільним є рішення динамічних рівнянь, при якому існує зсув різниці фаз параметра порядку на контактах в одному з плечей інтерферометра на 2π , тоді як рішення, при якому різниця фаз на контактах однакова для всіх чотирьох контактів, стає нестабільним. При відсутності взаємодії контактів, різниця фаз параметра порядку на кожному з контактів у інтерферометрі a така ж сама, як на відповідному контакті в інтерферометрі b , так що осциляції циркулюючих струмів у інтерферометрах відбуваються з однаковою фазою.

Розглянемо тепер випадок, коли інтерферометри взаємодіють між собою за допомогою взаємної індукції L_f (тобто, є індуктивний зв'язок між інтерферометрами). Осцилюючий струм у контурі одного з інтерферометрів генерує осцилююче електромагнітне поле, яке діє на струм у контурі другого інтерферометра. Завдяки цій генерації стає можлива електромагнітна взаємодія інтерферометрів, яка може синхронізувати осциляції напруги на контактах. Циркулюючі струми в інтерферометрах a, b розраховуються з умов квантування магнітного потоку:

$$\frac{\Phi_0}{2\pi} \sum_{l=1}^2 \sum_{p=1}^2 (-1)^l \varphi_{l,p}^a + LI_{Circ}^a - L_f I_{Circ}^b = 0, \quad (4.21)$$

$$\frac{\Phi_0}{2\pi} \sum_{l=1}^2 \sum_{p=1}^2 (-1)^l \varphi_{l,p}^b + LI_{Circ}^b - L_f I_{Circ}^a = 0, \quad (4.22)$$

де $I_{Circ}^a = (I_2^a - I_1^a)/2$, $I_{Circ}^b = (I_2^b - I_1^b)/2$.

З системи рівнянь (4.21), (4.22) знаходимо струми I_{Circ}^a , I_{Circ}^b . Запишемо вирази для них у безрозмірних позначеннях:

$$i_{Circ}^a = i_{Circ}^b = -\frac{1}{\beta_L(1-\alpha^2)} \left[\sum_{l=1}^2 \sum_{p=1}^2 (-1)^l \varphi_{l,p}^a + \alpha \sum_{l'=1}^2 \sum_{p'=1}^2 (-1)^{l'} \varphi_{l',p'}^b \right], \quad (4.23)$$

де $\alpha = L_f / L$. Аналогічне рівняння отримано для динаміки фаз контактів в інтерферометрі b .

Вплив параметра α на струм (4.23) можна показати наочно при додатковому спрощенні задачі. Якщо початкові умови однакові для обох інтерферометрів, то

$$\sum_{l=1}^2 \sum_{p=1}^2 (-1)^l \varphi_{l,p}^a = \sum_{l=1}^2 \sum_{p=1}^2 (-1)^l \varphi_{l,p}^b. \quad (4.24)$$

Тоді рівняння збереження струму для контакту з індексами m, k у контурі a виглядають так:

$$(1 - (-1)^k) \delta \left[\beta_{CJ} \frac{d^2 \varphi_{m,k}^a}{d\tau^2} + \frac{d\varphi_{m,k}^a}{d\tau} + \sin \varphi_{m,k}^a \right] = \frac{i_b}{2} - i_m^a, \quad m=1,2, \quad k=1,2 \quad (4.25)$$

$$i_m^a = \frac{(-1)^m}{\beta_L (1 - \alpha)} \sum_{l=1}^2 \sum_{p=1}^2 (-1)^l \varphi_{l,p}^a, \quad m=1,2. \quad (4.26)$$

Такий самий вираз отримуємо для контуру b . З виразу (4.26) видно, що вплив додаткового магнітного потоку, який зумовлений взаємодією з інтерферометром b , може бути врахованим за допомогою зменшення безрозмірної індуктивності β_L інтерферометру a до величини $\beta_L^- = \beta_L (1 - \alpha)$.

Рівняння (4.26) для струмів системи двох взаємодіючих інтерферометрів з чотирма контактами справедливо, якщо осцилюючі струми в інтерферометрах синфазні. Однак, можливий також випадок, коли осцилюючі струми в інтерферометрах протифазні. Враховуючі знаки напрямів магнітних потоків у рівняннях (4.21), (4.22), при тих самих спрощеннях (4.24), отримуємо такий вираз:

$$i_m^a = \frac{(-1)^m}{\beta_L (1 + \alpha)} \sum_{l=1}^2 \sum_{p=1}^2 (-1)^l \varphi_{l,p}^a, \quad m=1,2, \quad (4.26a)$$

і такий самий вираз для струмів у інтерферометрі b . З виразу (4.26a) видно, що вплив додаткового магнітного потоку інтерферометру b приводить до збільшення параметра β_L до величини $\beta_L^+ = \beta_L (1 + \alpha)$. Розглянемо тепер вплив індуктивної взаємодії інтерферометрів на вольт - амперні

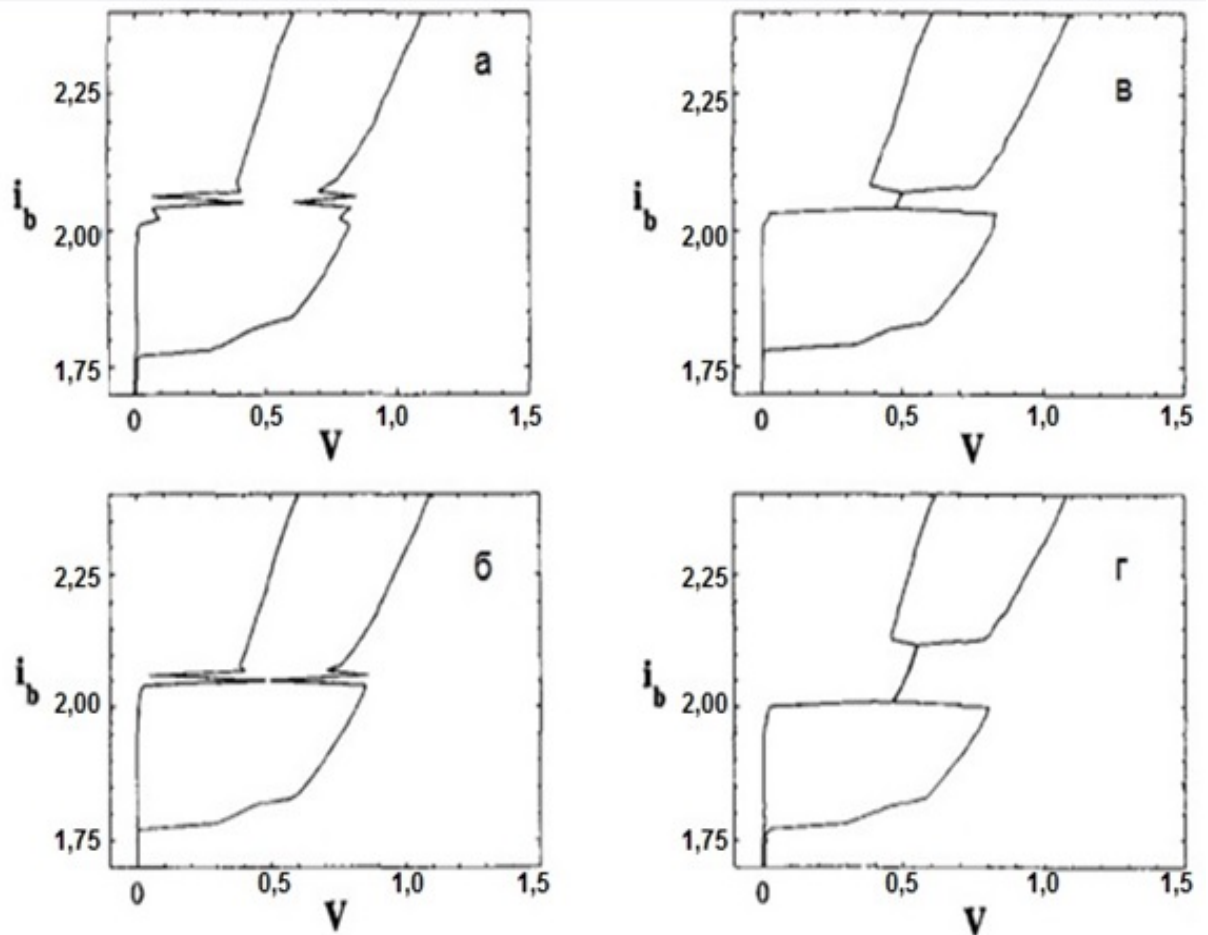


Рис. 4.17. Процес утворення синхронізованого стану осциляцій напруги на контактах. Зображено нормалізовані вольт - амперні характеристики $v_{1,1} = f(i_b)$ (верхня крива) та $v_{1,2} = f(i_b)$ (нижня крива). Значення параметра α дорівнюють $\alpha = 0,570$ (а), $\alpha = 0,572$ (б), $\alpha = 0,575$ (в), $\alpha = 0,600$ (г). Значення параметрів системи: $\beta_{CJ} = 1$, $\delta = 0,1$, $\beta_L = 19,55$.

характеристики контактів (рис. 4.17). Параметри системи $\beta_{CJ} = 1$, $\delta = 0,1$, $\beta_L = 19,55$ були вибрані близькими до параметрів, які має інтерферометр з чотирма контактами, зроблений з високотемпературного надпровідника на підкладці, на якій є границя зерна [164]. Оскільки обидва інтерферометра мають однакові параметри критичних струмів, електричних опорів, ємностей контактів та індуктивностей контурів струмів, динамічні рівняння та їх рішення однакові для контактів з однаковими індексами в інтерферометрах *a* та *b*, так що, вольт - амперні характеристики контактів з однаковими

індексами збігаються. Крім того, збігаються також вольт - амперні характеристики контактів, які знаходяться в одному інтерферометрі і мають однаковий розбіг критичних струмів. Тому завдяки симетрії задачі отримуємо усього дві вольт - амперних характеристики (для контактів в одному плечі інтерферометра) замість восьми. Симетричний вибір параметрів інтерферометрів був зроблений тільки для того, щоби продемонструвати головні риси моделі на невеликому числі контактів. Однак, якщо інтерферометри не взаємодіють один з одним, збіг вольт - амперних характеристик контактів у різних інтерферометрах зовсім не означає синхронізації осциляцій контактів. В цьому легко впевнитися, організувавши дуже малий розбіг (порядку $\delta \approx 10^{-4} - 10^{-5}$) критичних струмів та електричних опорів всіх контактів. Вольт - амперні характеристики контактів з різних інтерферометрів перестануть збігатися. Важливо те, що синхронізація осциляцій напруги на контактах з різних інтерферометрів не відбувається в цьому випадку ні при яких струмах зміщення. Синхронізація може відбутися тільки завдяки індуктивній взаємодії інтерферометрів. На рис. 4.17 (а) - (г) зображені вольт - амперні характеристики контактів з індексами $m=1, k=1$ та $m=1, k=2$ при збільшенні параметра індуктивної взаємодії від $\alpha = 0,570$ (рис. 4.17 (а)) до $\alpha = 0,600$ (рис. 4.17 (г)). Вибір таких значень коефіцієнта α відповідає початку синхронізації. При $\alpha < 0,573$ вольт - амперні характеристики поблизу струму зміщення $i_b \approx 2,05$ нестабільні, синхронізація осциляцій напруги на контактах відсутня (рис. 4.17 (а)). При $\alpha \approx 0,573$ сильний циркулюючий змінний струм в інтерферометрах стає достатнім для синхронізації коливань напруги (рис. 4.17 (б)). Подальше збільшення параметра α приводить до збільшення амплітуди осцилюючого струму в інтерферометрах, наслідком чого є стабілізація вольт - амперних характеристик в інтервалі синхронізації (рис. 4.17 (в), (г)). В інтервалі синхронізації всі контакти мають одну вольт - амперну характеристику. Значення параметра α , при якому з'являється синхронізація (критичне

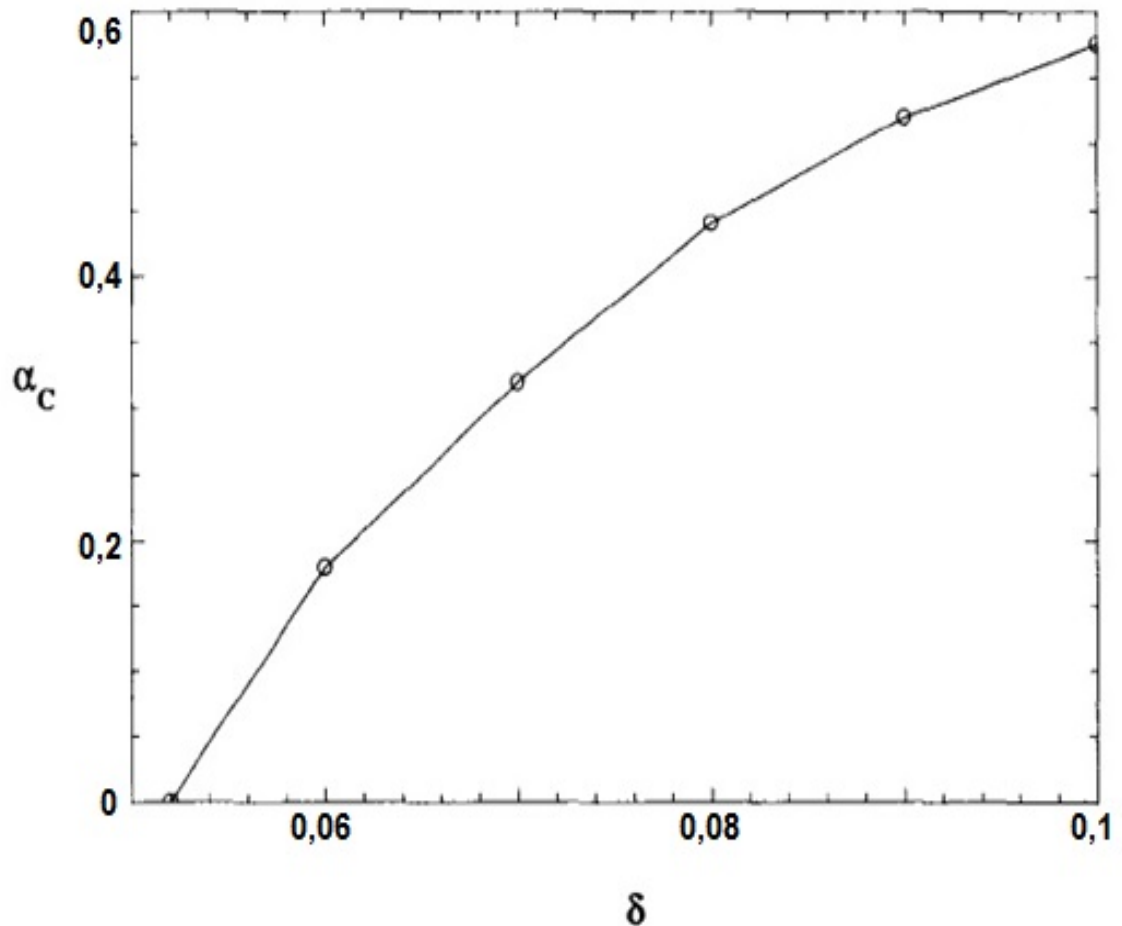


Рис. 4.18. Залежність $\alpha_c(\delta)$. Параметри системи: $\beta_{CJ} = 1$, $\beta_L = 19,55$

значення α_c), розраховане при тих же значеннях параметрів системи ($\beta_{CJ} = 1$, $\beta_L = 19,55$) монотонно збільшується при збільшенні розбігу критичних струмів та електричних опорів контактів δ і може бути апроксимована залежністю $\alpha_c = \sqrt{q_1\delta + q_2}$, де q_1 та q_2 - константи для заданих β_c та β_L (рис. 4.19). Максимальний розбіг, при якому можлива синхронізація осциляцій напруги на контактах, дорівнює $\delta \approx 0,15$. Як було показано вище, можливе існування як нижнього порогу синхронізації (при малих значеннях α_c), так і верхнього порогу (при великих значеннях α_c). На рис. 4.19 та рис. 4.20 залежності інтервалів струму зміщення Δi_b , при яких вольт - амперні характеристики контактів мають спільну частину, показані для випадків синфазних та протифазних осциляцій струмів у контурах, відповідно. Параметри системи дорівнювали $\beta_{CJ} = 0,1$, $\beta_L = 19,55$. Пороги

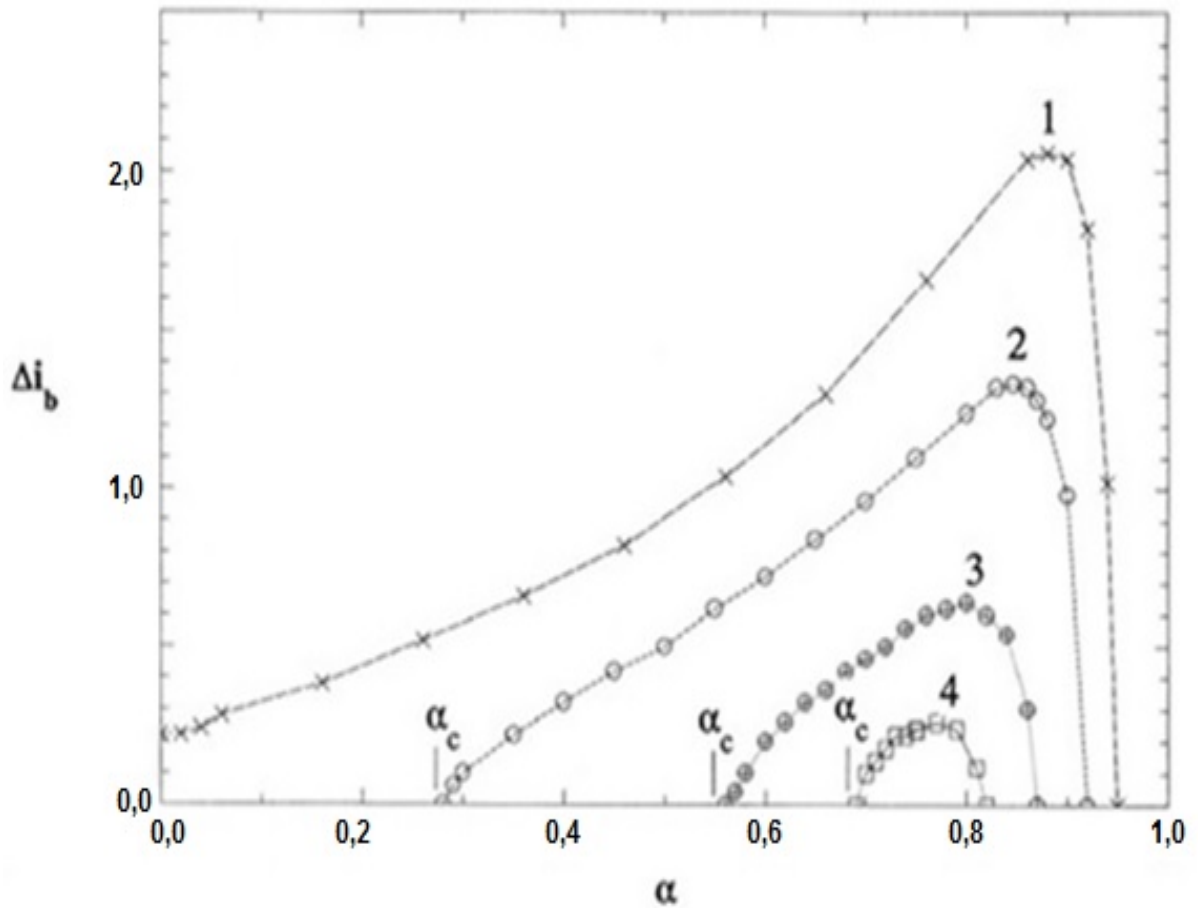


Рис. 4.19. Залежності $\Delta i_b = f(\alpha)$ при $\delta = 0,04$ (крива 1), $\delta = 0,05$ (крива 2), $\delta = 0,06$ (крива 3), $\delta = 0,064$ (крива 4). Параметри системи: $\beta_{CJ} = 0,1$, $\beta_L = 19,55$. Значення нижнього порогу синхронізації показано стрілками.

синхронізації α_c показані на рис. 4.19 стрілками для різних значення параметра δ . Особливістю вольт - амперних характеристик при даному виборі параметрів існування інтервалу синхронізації при $\alpha = 0$ (рис. 4.19, крива 1). Другою особливістю є суттєве зменшення максимального розбігу $\delta_{\max} \approx 0,66$, при якому можливе існування синхронізованого стану. Нижній поріг синхронізації збільшується, а верхній поріг синхронізації зменшується (рис. 4.19, криві 2-4) до тих пір, поки вони змикаються при δ_{\max} . Суттєве зменшення величини δ_{\max} від величини $\delta_{\max} \approx 0,15$ до $\delta_{\max} \approx 0,066$ пов'язано з малою величиною параметра $\beta_{CJ} = 0,1$. Ємність контакту приймає участь у формуванні осцилюючого струму, який синхронізує осциляції напруги на

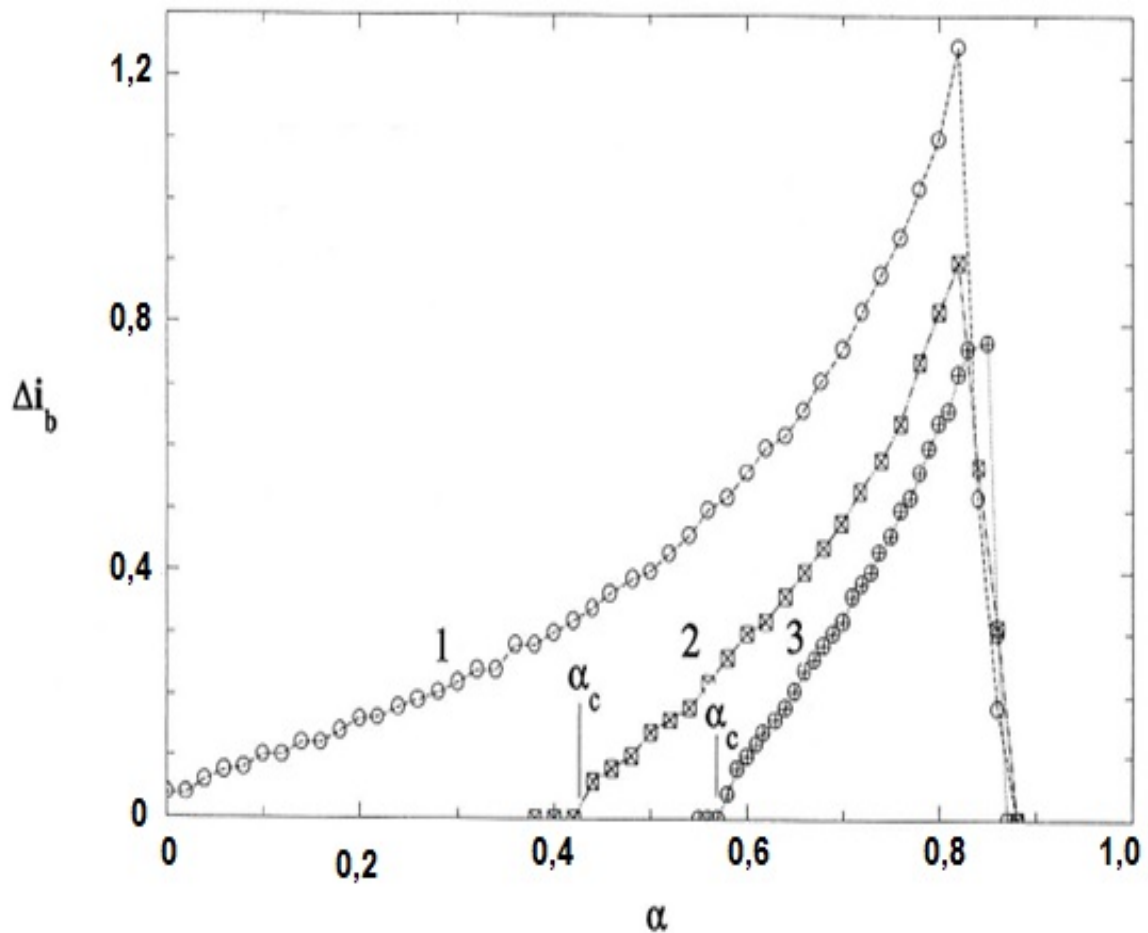


Рис. 4.20. Залежності $\Delta i_b = f(\alpha)$ при $\delta = 0,05$ (крива 1), $\delta = 0,08$ (крива 2), $\delta = 0,10$ (крива 3). Параметри системи: $\beta_{CJ} = 1$, $\beta_L = 19,55$. Значення нижнього порогу синхронізації показано стрілками.

контактах. Цей струм особливо великий при резонансі. Зменшення ємності контакту приводить до зсуву резонансу до високих частот, тому амплітуда осцилюючого струму зменшується. З цим пов'язане зменшення максимального інтервалу розбігу критичних струмів та електричних опорів, при якому зберігається синхронізація.

Залежності $\Delta i_b = f(\alpha)$ при $\delta = 0,05$, $\delta = 0,08$, та при $\delta = 0,10$ показані на рис. 4.20 для параметрів $\beta_{CJ} = 1$, $\beta_L = 19,55$. Так само, як і на рис. 4.19, значення нижнього порогу синхронізації зсувається до більших значень α при збільшенні параметра δ . Однак, верхній поріг синхронізації при $\alpha \approx 0,88$ приблизно однаковий при всіх значеннях δ .

Результати розрахунків при заданих параметрах $\beta_{CJ} = 1$, $\beta_L = 19,55$ можна підсумувати так:

- а) при $\delta > 0,15$ синхронізація неможлива;
- б) при $\delta \leq 0,15$ та $\alpha = 0$ у системи може не існувати синхронізованого стану, а при збільшенні параметра α синхронізований стан виникає при деякому критичному значенні цього параметра α_c ;
- в) величина α_c зростає при збільшенні розбігу критичних струмів δ ;
- г) залежності $\Delta i_b = f(\alpha)$ мають максимум при деякому значенні α , а при подальшому зростанні цього параметра інтервал синхронізації зменшується і зникає.

Виникнення другого (верхнього) порогу синхронізації при сильному зв'язку між інтерферометрами є новим явищем. Це явище можна якісно пояснити, користуючись виразом (4.26). З цього виразу слідує, що при великих значеннях α ефективна індуктивність контурів струму дуже мала. Одночасно в інтерферометрах тече сильний змінний струм. У роботі [152] показано, при цих умовах синхронізований стан контактів стає нестабільним. Причиною такої нестабільності є те, що завдяки цьому сильному змінному струму, сумарний струм через контакти може стати менше критичного струму, так що окремі контакти можуть перейти у надпровідний стан. Ці контакти перестають генерувати електромагнітні хвилі, і високочастотний струм у контурах зменшується. При зменшенні високочастотного струму контакти знову переходять у резистивний стан, і високочастотний струм відновлюється. При такому режимі роботи контактів синхронізація відсутня. Це явище існує при малій ефективній індуктивності контактів. Таким чином, збільшення індуктивного зв'язку між інтерферометрами до $\alpha \approx 1$ зовсім не приводить до сильної синхронізації. Описаний перехід контактів у надпровідний стан при сильному змінному струму подібний дії зовнішнього змінного струму на контакт. Саме цей ефект приводить до залежності критичного струму контакту від інтенсивності зовнішнього випромінювання

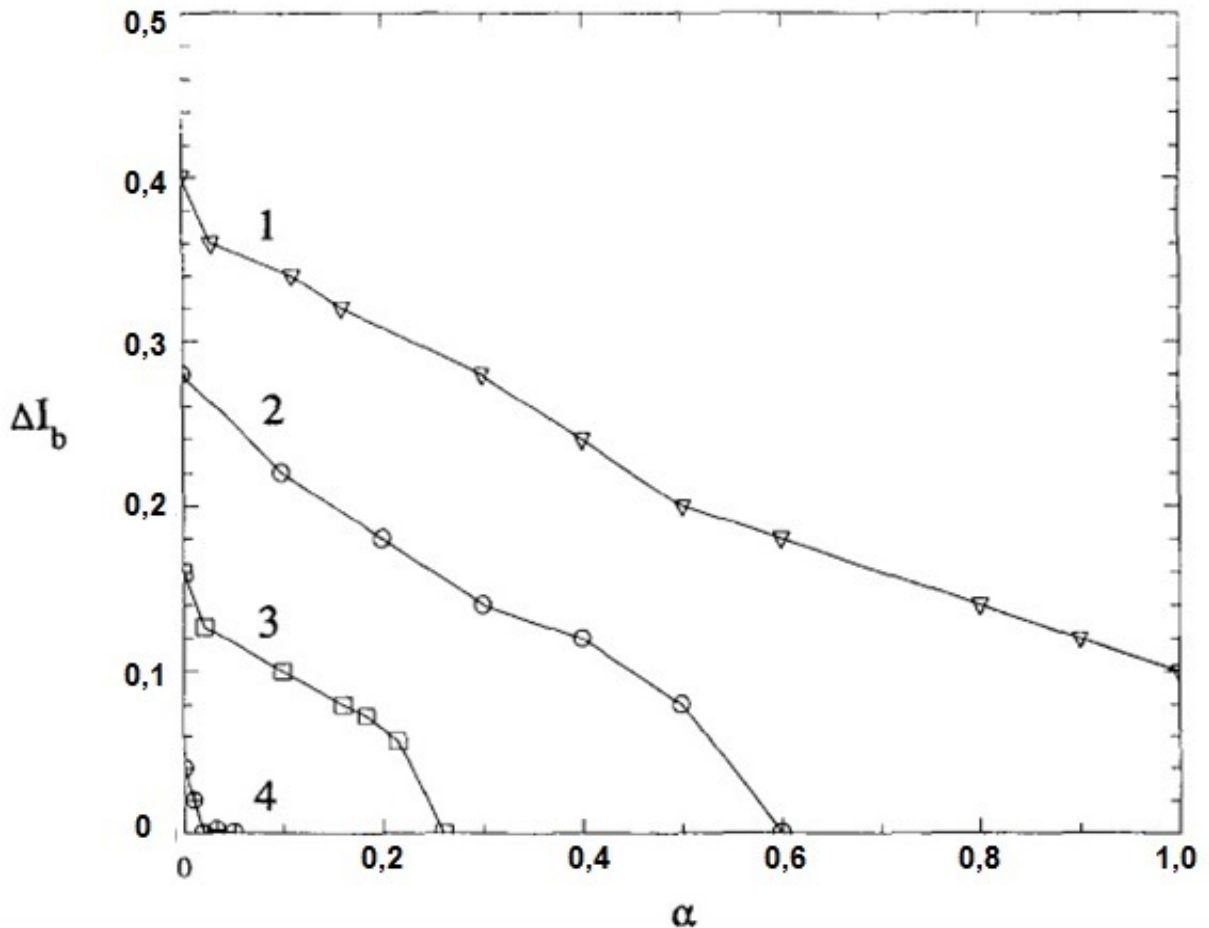


Рис. 4.21. Залежність $\Delta i_b = f(\alpha)$ для випадку протифазних осциляцій струмів в інтерферометрах при $\delta = 0,02$ (крива 1), $\delta = 0,03$ (крива 2), $\delta = 0,04$ (крива 3), $\delta = 0,05$ (крива 4). Параметри системи: $\beta_{CJ} = 1$, $\beta_L = 19,55$.

(так звана "нульова" сходинка Шапіро). Іншим прикладом такої дії може бути ємність контакту. Ємність є шунтом контакту, так що контакт взаємодіє з власним випромінюванням. Завдяки дії ємності сумарний струм через контакт (в гістерезисній області) може зменшитися нижче критичного, так що контакт переключається в надпровідний стан. Ці процеси докладно описані в роботі [10].

Ми докладно описали динамічні процеси, які відбуваються у двох чотирьохконтактних інтерферометрах, які індуктивно взаємодіють один з одним, причому вважалось, що осцилюючі високочастотні струми в інтерферометрах синфазні. Якщо осцилюючі струми протифазні, інтервал синхронізації зменшується при збільшенні параметра α (рис. 4.21). У цьому

випадку існує тільки верхній поріг синхронізації при $\beta_{CJ} \approx 1$. Таке зменшення інтервалу синхронізації також пов'язане з величиною амплітуди осцилюючого струму при резонансі. При збільшенні параметра β_L^+ завдяки збільшенню α , резонансна частота зміщується до високих частот, яким відповідають великі значення напруг на контакті, так що на характерній частоті генерації Джозефсона ($\nu=1$) амплітуда осцилюючого в інтерферометрі струму стає малою.

4.5 Електричні властивості контактів з нормальними краями

Теорія резонансних сходинок на вольт-амперних характеристиках контактів, які було поміщено у магнітне поле (так званих сходинок Фіске) була розроблена в роботах [115, 116]. Однак, поява самоіндукованих резонансних сходинок у відсутності зовнішнього прикладеного магнітного поля (так звані сходинок нульового поля) також спостерігалися в експериментах (див., наприклад, [230, 231]). Для пояснення появи цих сходинок був запропонований механізм руху вихорів у контакті [230]. Цей механізм дозволив пояснити появу сходинок на парних частотах геометричних резонансів у системі. Опис сходинок нульового поля був зроблений у роботі [235].

У цьому підрозділі показано, що у довгому джозефсонівському контакті сходинок нульового поля можуть виникати, якщо задовольняються деякі граничні умови протікання струмів через контакт. Ці граничні умови можуть адекватно відтворювати експериментальні умови, які виконуються для високотемпературних надпровідників. Надпровідні властивості цих систем сильно залежать від кількості кисню у надпровідних шарах. Дифузія кисню з середини надпровідника назовні приводить до зміни критичної температури на кінцях зразків [7]. Більше того, можна очікувати, що деякі невеликі частини надпровідних шарів на кінцях надпровідника можуть перейти у нормальний стан. Розглянемо окремий довгий внутрішній джозефсонівський контакт, у якому діелектричний бар'єр розташовано поміж

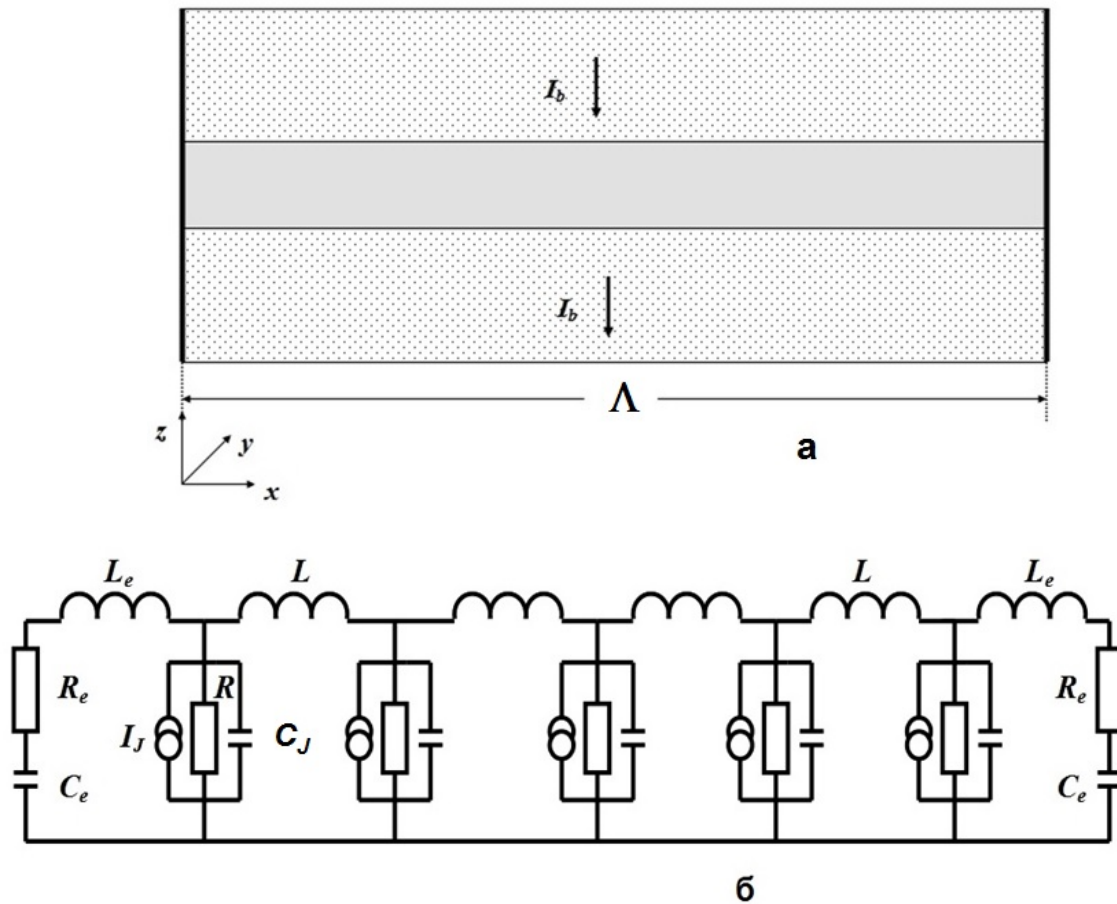


Рис. 4.22. (а) - довгий джозефсонівський контакт. Діелектричний бар'єр заштриховано. Чорні лінії на краях контакту символізують нормальні області на краях. (б) - електрична схема довгого контакту. Схема має 5 "елементарних" контактів. Показано також додаткові контури, які моделюють граничні умови. Кількість "елементарних" контактів у розрахунках була від 200 до 500.

двох надпровідних шарів. Згідно описаному вище процесу дифузії кисню з шарів назовні, кінці контакту збіднені киснем, так що ці кінці переходять у нормальний стан. Описати динаміку довгого контакту можна за допомогою стандартної моделі [58], згідно якої довгий контакт умовно складається з ряду "елементарних" контактів, які підключено паралельно один до одного через індуктивність, а кожен "елементарний" контакт може бути описаний у рамках резистивно-ємнісної моделі. Граничні умови, які передбачають нормальний стан надпровідних шарів на кінцях, можна описати як шунти, які

складаються з індуктивностей, конденсаторів певної ємності та електричних опорів. Далі у цьому підрозділі описана модель, створена для опису вольт-амперних характеристик таких контактів.

Геометрія системи показана на рис. 4.22 (а), а електрична схема - на рис. 4.22 (б). Контакт з критичним струмом I_{tot} розділений на K "елементарних" контактів, так що, критичний струм кожного з "елементарних" контактів є I_{tot} / K . Індуктивність частини довгого контакту між двома центрами "елементарних" контактів дорівнює L_k (k - номер "елементарного" контакту, $k = 1 \dots K$). Згідно резистивно - ємнісної моделі джозефсонівського контакту, кожен з "елементарних" контактів з номером k має електричний опір R_k , конденсатор з ємністю C_{Jk} та джерело джозефсонівського струму $I_{ck} \sin \varphi_k$ (див. рис. 4.22 (б)). У наступному розгляді будемо вважати, що довгий контакт однорідний ($L_k = L$, $C_{Jk} = C_J$, $R_k = R$ та $I_{ck} = I_c$). З рис. 4.22 (б) видно, що система є поділеною на частини довгою лінією, причому ємність цієї довгої лінії визначають ємності "елементарних" контактів. Тому до довгого контакту можна застосувати теорію електричних явищ у довгій лінії. Зокрема, довжина "елементарного" контакту ζ , його ємність та індуктивність L пов'язані відношенням $\zeta = \bar{c} \sqrt{LC_J}$ (див. підрозділ 4.3). Умови збереження струму через "елементарні" контактами разом з рівняннями для струмів, які циркулюють між цими контактами, виглядають так:

$$\frac{\Phi_0 C_J}{2\pi} \frac{d^2 \varphi_k}{dt^2} + \frac{\Phi_0}{2\pi R} \frac{d\varphi_k}{dt} + I_c \sin \varphi_k = I_b - I_k^R + I_{k+1}^R, \quad (4.27)$$

$$I_k^R = -\frac{\Phi_0}{2\pi L} [\varphi_{k-1} - \varphi_k], \quad k = 2 \dots K - 1. \quad (4.28)$$

Можна показати, що рівняння (4.27) та (4.28) представляють записане у кінцевих різницях основне рівняння електродинаміки джозефсонівського контакту [55]. Введемо параметри $\lambda_J = [\hbar / (2\mu_0 e J_{tot} d)]^{1/2}$ та $\beta = 1 / (RC_J)$, де λ_J - джозефсонівська глибина проникнення магнітного поля у контакт,

$d = l + \lambda_{L1} + \lambda_{L2}$, λ_{L1} та λ_{L2} - лондонівські глибини проникнення електромагнітного поля у перший та другий надпровідники, відповідно, l - товщина діелектричного бар'єру, μ_0 - магнітна проникність вакууму, J_{ctot} - густина критичного струму. Квадрат швидкості світла в контакті \bar{c}^2 можна переписати як $\bar{c}^2 = 1/(\mu_0 C_J^S d)$, де C_J^S - ємність довгого контакту на одиницю площини. З використанням цих параметрів при $\zeta \rightarrow 0$ отримуємо таке рівняння:

$$\frac{\partial^2 \varphi(x,t)}{\partial x^2} - \frac{1}{\bar{c}^2} \left[\frac{\partial^2 \varphi(x,t)}{\partial t^2} + \beta \frac{\partial \varphi(x,t)}{\partial t} \right] = \frac{1}{\lambda_J^2} \left[\sin \varphi(x,t) - \frac{I_b}{I_c} \right]. \quad (4.29)$$

Відоме рівняння "синус - Гордона" [55] можна отримати з рівняння (4.29), якщо члени з β та I_b/I_c дорівнюють нулю.

Оскільки рівняння (4.29) не має аналітичних рішень [55], було вирішено чисельно відповідну систему (4.27), (4.28). Для того, щоби сформулювати граничні умови, дві лінії змінного струму були добавлені до системи з боків, так що, разом з крайніми "елементарними" контактами з номерами $k = 1, K$, ці лінії утворювали контури. Кожен з цих контурів мав також конденсатор з ємністю C_{ek} , електричний опір R_{ek} та індуктивність L_{ek} .

Правила Кірхгофа для цих контурів такі:

$$L_{ek} \frac{d^2 q_k}{dt^2} + R_{ek} \frac{dq_k}{dt} + \frac{q_k}{C_{ek}} = \mp \frac{\Phi_0}{2\pi} \frac{d\varphi_{k\pm 1}}{dt}, \quad k = 1, n, \quad (4.30)$$

де верхні знаки у правій частині рівняння відносяться до $k = 1$ (лівий край довгого контакту), а нижні знаки - до $k = K$ (правий край довгого контакту).

Розрахунки проводилися наступним чином. Спочатку було визначена довжина контакту Λ та його фіктивна ширина W (нагадаємо, що розглядається квазіодномірний випадок), густина критичного струму J_{ctot} , критична напруга V_c , індуктивність довгого контакту на одиницю довжини L_{ul} та величина \bar{c} . Далі контакт був розділений на n "елементарних" контактів. Довжина кожного "елементарного" контакту була $\zeta = \Lambda / K$, а його параметри та індуктивність дорівнювали $I_c = J_c \cdot W \cdot \zeta$, $R = V_c / I_c$, $L = L_{ul} \cdot \zeta$ та

$C_J = \zeta^2 / (\bar{c}^2 L)$. Зауважимо, що параметр Мак-Камбера $\beta_C = (2\pi I_c R^2 C_J) / \Phi_0$ не залежить від ζ . Після цього система рівнянь (4.27), (4.28) вирішувалася методом Рунге-Кутта для різних значень струму зміщення. Були розраховані вольт-амперні характеристики контакту. Напруга на контакті була розрахована по формулі $V = \frac{\Phi_0}{2\pi n} \left\langle \sum_{k=1}^n \frac{d\varphi_k}{dt} \right\rangle$. Розрахунки були проведені при різних довжинах контакту від 50 до 650 мікрометрів. Інші параметри були такі: $W=300 \cdot 10^{-6}$ м, $J_{tot} = 10^5$ А/м², $L_{ul} = 1,25 \cdot 10^{-8}$ Гн/м, $V_c = 4,74$ мВ, $\bar{c} = 6,708 \cdot 10^7$ м/сек, $\beta_{CJ} = 40,34$, $K = 200-500$. Розраховані величини λ_J та d дорівнювали $2,97 \cdot 10^{-5}$ м та $2,98 \cdot 10^{-6}$ м, відповідно. Довжина хвилі першої гармоніки джозефсонівської генерації $\lambda = \bar{c} \Phi_0 / V_c$ дорівнювала $29,3 \cdot 10^{-6}$ м. Наведені параметри були вибрані тому, що вони близькі до відповідних параметрів високотемпературних надпровідників [251, 252]. В той же час, відомо, що резистивна модель не зовсім адекватно описує поведінку вольт-амперної характеристики джозефсонівських контактів [90, 91]. Крім того, зараз немає адекватної моделі, яка урахує періодичну структуру надпровідних шарів у високотемпературному надпровіднику. Тому параметри λ_J , β_C та d не відповідають параметрам високотемпературних надпровідників. Тому можна говорити, що задача вирішується для окремого джозефсонівського контакту з деякими параметрами, які є характерні для високотемпературних надпровідників. Для граничних умов (див. рівняння (4.29)) були вибрані значення параметрів $R_{ek} = 100$ Ом, $L_{ek} = 2 \cdot 10^{-13}$ Гн, $C_{ek} = 3 \cdot 10^{-12}$ Ф для обох границь. Ці граничні умови відповідають приблизно 2-3 мікрометрам нормального краю контакту. Резонансна частота резонансних контурів на краях контакту значно більша, ніж характеристична частота джозефсонівської генерації. Було перевірено, що вибір значення параметра n не впливає на результати розрахунків.

Розрахована вольт-амперна характеристика контакту довжиною 180 мікрометрів показана на рис. 4.23 кружками, які з'єднані між собою

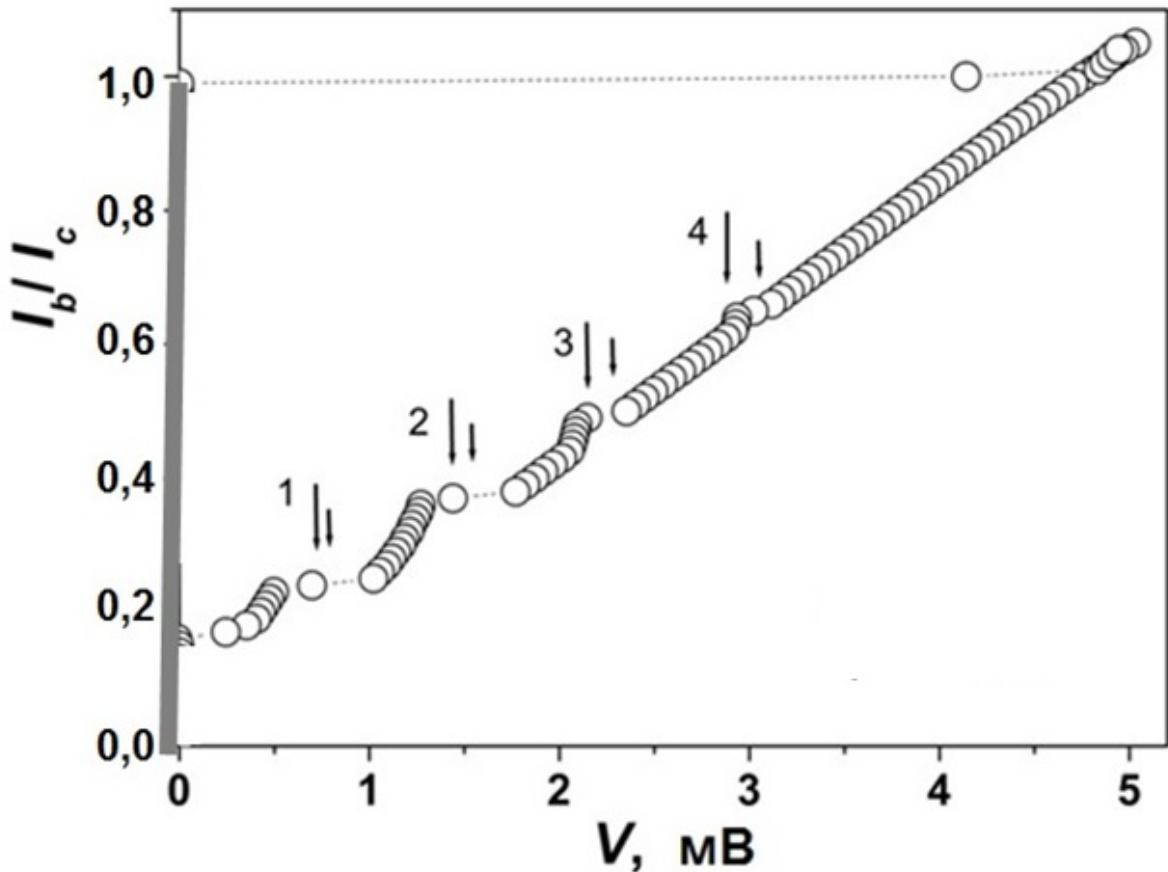


Рис. 4.23. Вольт-амперна характеристика (кружки) контакту довжиною 180 мікрометрів. Стрибок напруг при $I_b = I_c$ показаний пунктирною лінією. Сходинок пронумеровано від $m = 1$ до $m = 4$. Короткі стрілки показують позиції напруг $V_m = \Phi_0 \bar{c} m / \Lambda$, довгі стрілки показують рівні відстані між сходишками, знайдені на графіку.

пунктирною лінією. З рисунку видно, що на вольт-амперних характеристиці є сходинок. Ці сходинок пронумеровані від 1 до 4. Фізичний смисл появи цих сходинок такий. Рівняння (7.4) описують додаткові контури, через які електромагнітні збудження заходять у довгий контакт. Частота цих збуджень співпадає з частотою джозефсонівської генерації. Ці збудження розповсюджуються вздовж довгого контакту і відбиваються від його кінців. Резонансні напруги в цій моделі можуть бути описані таким виразом:

$$V_m = \frac{\Phi_0 \bar{c} m}{\Lambda}, \quad (4.31)$$

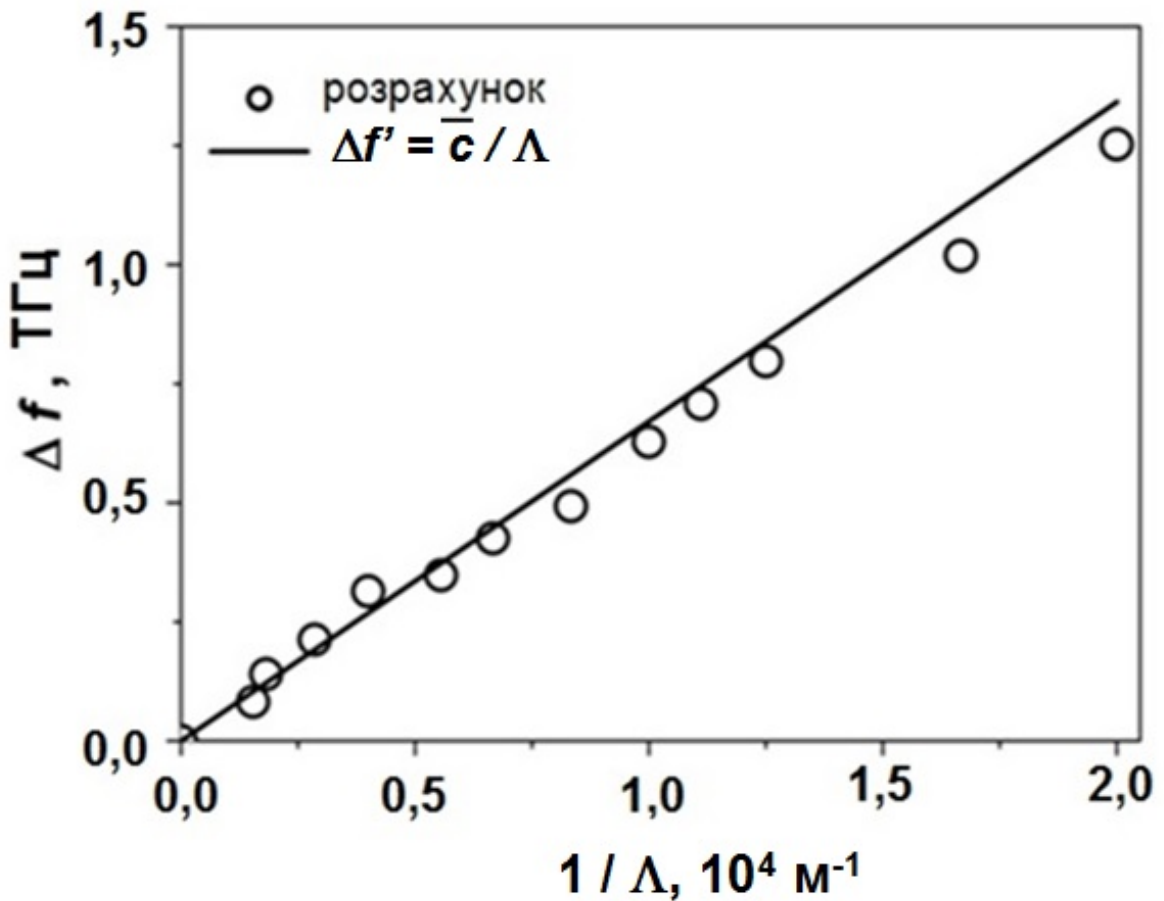


Рис. 4.24. Залежність Δf від оберненої довжини контакту $1/\Lambda$ (кружки). Лінією показана залежність $\Delta f' = \bar{c} / \Lambda$.

де $m=1,2,\dots$. Ці напруги відповідають парним сходинкам Фіске [55] $V_p = (\Phi_0 \bar{c} p) / (2\Lambda)$, де p - ціле число. Положення напруг V_m при $m=1\dots4$ показані на рис. 4.23 стрілками. Видно, що положення сходинок розрахованої вольт-амперної характеристики відхиляються від положень V_m . Причина цього відхилення в тому, що напруги V_m знаходяться в інтервалі стрибків на вольт - амперній характеристиці. Невизначеність величини V_m з вольт - амперних характеристик продемонстрована на рис. 4.23. Довгими стрілками показаний період, який відрізняється на 3% від періоду парних сходинок Фіске. Завдяки цій невизначеності знаходження, величина V_m може бути знайдена тільки при усередненні різниці між положеннями багатьох сходинок.

Для того, щоби довести, що відстань між сходинками пропорційна зворотній довжині контакту згідно формулі (4.31), усереднені періоди між сходинками $\Delta V = V_m - V_{m-1}$ були розраховані для різних довжин контактів. Залежність різності частот $\Delta f = \Delta V / \Phi_0$, яким відповідають ці усереднені періоди, показана як функція оберненої довжини контакту $1/\Lambda$ на рис. 4.24 (кружки). Для порівняння на цьому ж рисунку показана залежність $\Delta f' = \Delta V_m / \Phi_0 = \bar{c} / \Lambda$, яка отримана з формули (4.31). З рис. 4.24 видно, що дані чисельної моделі знаходяться у відповідності з формулою (4.31).

Знайдений ефект появи сходинки нульового поля у довгих контактах з нормальними берегами спостерігається при моделюванні в дуже широкому діапазоні параметрів R_e , C_e та L_e для граничних умов, описаних рівняннями (4.30) при умові, що $R_e \rightarrow \infty$. Ці параметри можуть змінюватися на багато порядків. Однак, зміни положення сходинки на вольт-амперній характеристиці або їх висоти при цьому малі. Цей результат доводить правильність зробленого раніше припущення про те, що електромагнітні збудження заходять у довгий контакт через додаткові контури, так що ці додаткові контури відіграють роль генераторів збуджень. Широкий діапазон параметрів цих контурів для збуджень робить ще більше вірогіднішим припущення про те, що нормальні береги контактів відіграють визначальну роль у появі сходинки нульового поля на вольт-амперних характеристиках високотемпературних надпровідників.

Коротко підсумуємо результати цього підрозділу. Було показано, що в довгому контакті Джозефсона з нормальними краями при частотах, які відповідають напругам на парних сходинках Фіске, утворюються стоячі хвилі, Ці хвилі взаємодіють з випромінюванням контактів, так що на вольт-амперних характеристиках контактів утворюються сходинки (так звані сходинки нульового поля). Резонансне походження сходинки нульового поля доведено розрахунком залежності частот, на яких утворюються ці сходинки, від довжини системи.

4.6 Резонансні моди в системі двох довгих контактів

Розглянемо пачку з двох довгих контактів Джозефсона (рис. 4.25 (а)) та її електричну високочастотну схему (рис. 4.25 (б)). Кожний з довгих контактів представлений як серія "елементарних контактів" так, як це було зроблено у попередньому підрозділі (див. рис. 4.22 (б)). Вважаємо, що кожен з довгих контактів з номерами $l=1,2$ поділено на однакову кількість "елементарних контактів", і припишемо другий індекс $k=1,\dots,K$ цим "елементарним контактам". Таким чином, критичний струм "елементарного контакту" можна записати як $I_{cl,k}$, а сам контакт є паралельне з'єднання елементів ємності C (вважаємо їх однаковими для всіх контактів), електричного опору $R_{l,k}$ та джерела струму Джозефсона $I_{cl,k} \sin \varphi_{i,k}$ (рис. 4.25 (б)). Як звичайно, прийmemo, що $I_{l,k} R_{l,k} = V_c$. Через кожний "елементарний контакт" тече струм зміщення I_b (не показано на рис. 4.25 (б)) так, що загальний струм зміщення дорівнює KI_b . "Елементарні контакти" з'єднані між собою індуктивностями L . Ємність "елементарного контакту" пов'язана з індуктивністю співвідношенням $\zeta = \bar{c} \sqrt{C_J L}$ (див. підрозділ 4.5). Кожна секція такого довгого контакту взаємодіє з аналогічною секцією другого довгого контакту за допомогою взаємної індукції (рис. 4.25 (б)). Граничні умови для обох довгих контактів моделюємо за допомогою фіктивних індуктивностей, ємностей та електричних опорів L_e , C_e та R_e (для спрощення задачі, вони прийняті однаковими для обох сторін обох довгих контактів). Тоді можна записати повну систему рівнянь, які описують систему:

$$\frac{\Phi_0 C_J}{2\pi} \frac{d^2 \varphi_{l,k}}{dt^2} + \frac{\Phi_0}{2\pi R} \frac{d\varphi_{l,k}}{dt} + I_{cl,k} \sin \varphi_{l,k} = I_b - I_{l,k-1,k}^R + I_{l,k,k+1}^R, \quad k = 2 \dots K-1, \quad (4.32)$$

$$LI_{1,k-1,k}^R - L_f I_{2,k-1,k}^R + \left[\Phi_e + \frac{\Phi_0}{2\pi} (\varphi_{1,k-1} - \varphi_{1,k}) \right] = 0, \quad l=1, \quad k=2 \dots K, \quad (4.33)$$

$$-L_f I_{1,k-1,k}^R + LI_{2,k-1,k}^R + \left[\Phi_e + \frac{\Phi_0}{2\pi} (\varphi_{2,k-1} - \varphi_{2,k}) \right] = 0, \quad l=2, \quad k=2 \dots K, \quad (4.34)$$

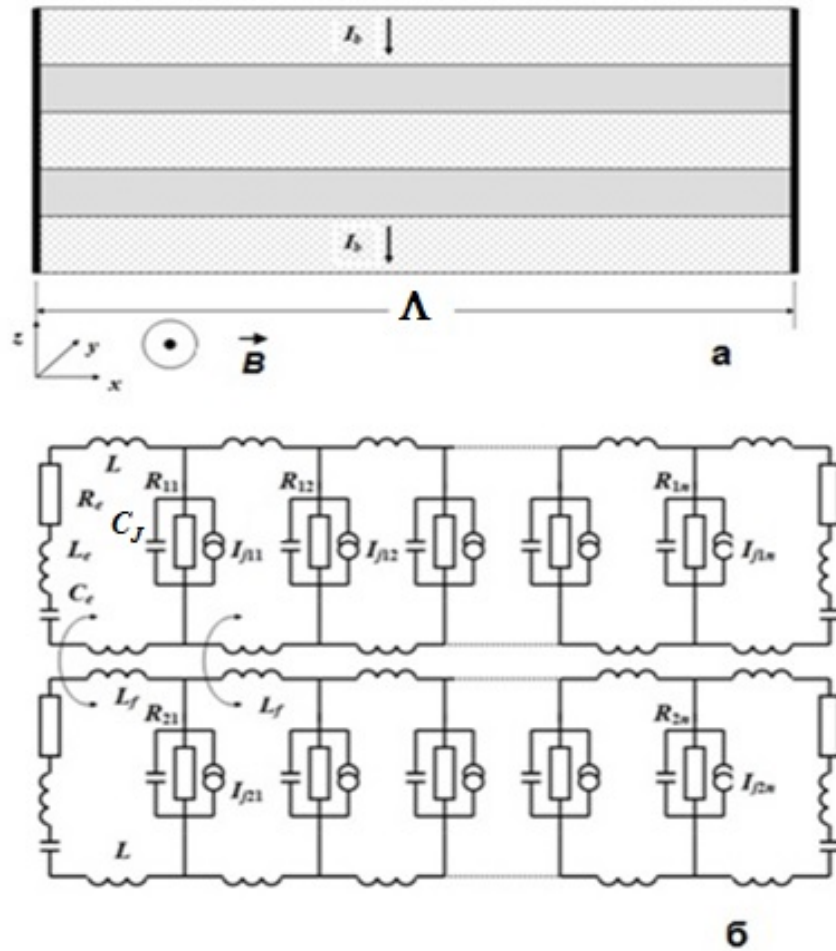


Рис. 4.25. (а) - пачка з двох довгих контактів Джозефсона. Чорні лінії по бокам пачки символізують нормальні краї системи; (б) - високочастотна схема системи двох довгих контактів, які взаємодіють завдяки взаємній індукції.

$$\frac{\Phi_0 C_J}{2\pi} \frac{d^2 \varphi_{l,1}}{dt^2} + \frac{\Phi_0}{2\pi R} \frac{d\varphi_{l,1}}{dt} + I_{cl,1} \sin \varphi_{l,1} = I_b + I_{l,1,2}^R - \frac{dq_{l,0}}{dt}, \quad l=1,2, \quad k=1, \quad (4.35)$$

$$\frac{\Phi_0 C_J}{2\pi} \frac{d^2 \varphi_{l,K}}{dt^2} + \frac{\Phi_0}{2\pi R} \frac{d\varphi_{l,K}}{dt} + I_{cl,K} \sin \varphi_{l,K} = I_b - I_{l,K-1,K}^R + \frac{dq_{l,K+1}}{dt}, \quad l=1,2, \quad k=K, \quad (4.36)$$

$$L_e \frac{d^2 q_{l,k}}{dt^2} + R_e \frac{dq_{l,k}}{dt} + \frac{q_{l,k}}{C_e} = \mp \frac{\Phi_0}{2\pi} \frac{d\varphi_{l,k\pm 1}}{dt}, \quad l=1,2, \quad k=0, K+1, \quad (4.37)$$

де $l=1,2$ в (4.32), $I_{l,k-1,k}^R$ - струм у контурі l - го довгого контакту між двома "елементарними контактами" з індексами k та $k-1$, L_f - коефіцієнт взаємної індукції, а знак "мінус" у правій частині виразу (4.37) відноситься до всіх

"елементарних контактів" з індексом $k=0$. Зауважимо, що додаткові контури, які моделюють граничні умови, мають індекси $k=0$ та $k=K+1$. Рівняння (4.32) є умовою збереження струму в контакті для всіх "елементарних контактів" з індексами $k=2\dots K-1$. Вирази (4.33) та (4.34) є рівняннями квантування магнітного потоку. Рівняння (4.35) та (4.36) є умовами збереження струму в «елементарних контактах» з індексами $k=1$ та $k=K$. Чотири рівняння (4.37) є правилами Кірхгофа для фіктивних контурів на краях системи, які провадять граничні умови задачі.

Процес рішення системи рівнянь (4.32) - (4.37) та знаходження вольт - амперних характеристик подібний процесу, описаному в підрозділі 4.5. Спочатку задавалися геометричні розміри системи (довжина Λ та фіктивна ширина W), густина струму Джозефсона J_{ctot} , критична напруга V_c , індуктивність на одиницю довжини L_{ul} та коефіцієнт взаємної індукції $L_f = \alpha L$, де α - коефіцієнт. Потім довгі контакти були поділені на K частин з довжиною $\chi = \Lambda / K$, і для даної довжини частини були розраховані всі параметри системи. Після цього рівняння (4.32) - (4.37) були вирішені методом Рунге - Кутта. Напруга на системі була знайдена згідно виразу:

$$V = \frac{\Phi_0}{2\pi} \frac{1}{2K} \left\langle \sum_{k=1}^K \left(\sum_{i=1}^2 \frac{d\varphi_{i,k}}{dt} \right) \right\rangle. \quad (4.38)$$

Параметри системи та контактів були такі: $\Lambda = 70 \cdot 10^{-6}$ м, $W = 300 \cdot 10^{-6}$ м, $J_{ctot} = 10^5$ А/м², $V_c = 4,74$ мВ, $L_{ul} = 7 \cdot 10^{-9}$ Гн/м, $\bar{c} = 6,708 \cdot 10^7$ м/с, $\beta_{CI} = 68,4$, $R_e = 600$ Ом, $L_e = 2,3 \cdot 10^{-12}$ Гн, $C_e = 1,1 \cdot 10^{-14}$ Ф, $K = 20$. Глибина проникнення магнітного поля у контакт дорівнює $36 \cdot 10^{-6}$ м.

Перш ніж почати вивчати особливості вольт - амперних характеристиках системи, необхідно прийняти домовленість про визначення положення самоіндукованих сходинок на них. Для цього повернемося знову до розгляду одиночного довгого контакту. Як уже відомо з підрозділу 4.5, вольт - амперні характеристики одиночних довгих контактів Джозефсона з нормальними краями мають сходинок при напругах V_m , визначених виразом

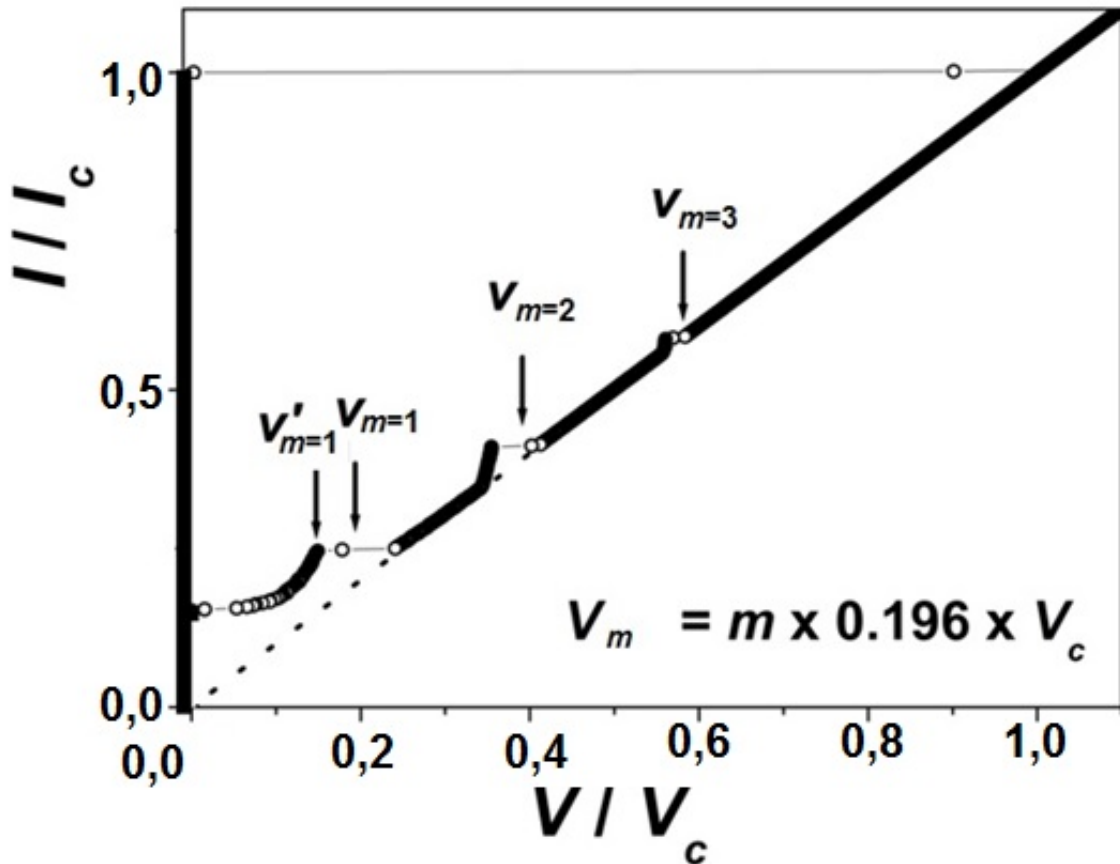


Рис. 4.26. Вольт - амперна характеристика одного довгого контакту, яка має самоіндуковані сходинки нульового поля. Інтервал між сходинками дорівнює $V_m = 0,199 \cdot V_c$. Напруги, які відповідають сходинкам, позначені стрілками. Штрихова лінія - закон Ома.

(4.31). Ці напруги відповідають парним сходинкам Фіске. Якщо розрахунки відбуваються при зменшенні струму зміщення, то визначити точно величини напруг V_m з вольт - амперних характеристик не вдається, оскільки при зменшенні струму зміщення в районі сходинки відбувається стрибок напруги до стабільних значень. На рис. 4.26 показана вольт - амперна характеристика одиночного довгого контакту при таких значеннях параметрів: $\Lambda = 150 \cdot 10^{-6}$ м, $\lambda_j = 36 \cdot 10^{-6}$ м, $W = 300 \cdot 10^{-6}$ м, $L_{ul} = 8 \cdot 10^{-9}$ Гн/м, $K=30$, $J_{tot} = 1 \cdot 10^5$ А/м², $V_c = 4,736$ мВ, $L_e = 3,7 \cdot 10^{-13}$ Гн, $R_e = 600$ Ом, $C_e = 1,5 \cdot 10^{-14}$ Ф. На цій характеристиці стрілками та літерами $V_{m=1}$, $V_{m=2}$, $V_{m=3}$ відмічено положення парних самоіндукованих сходинок Фіске, розрахованих згідно виразу (4.31).

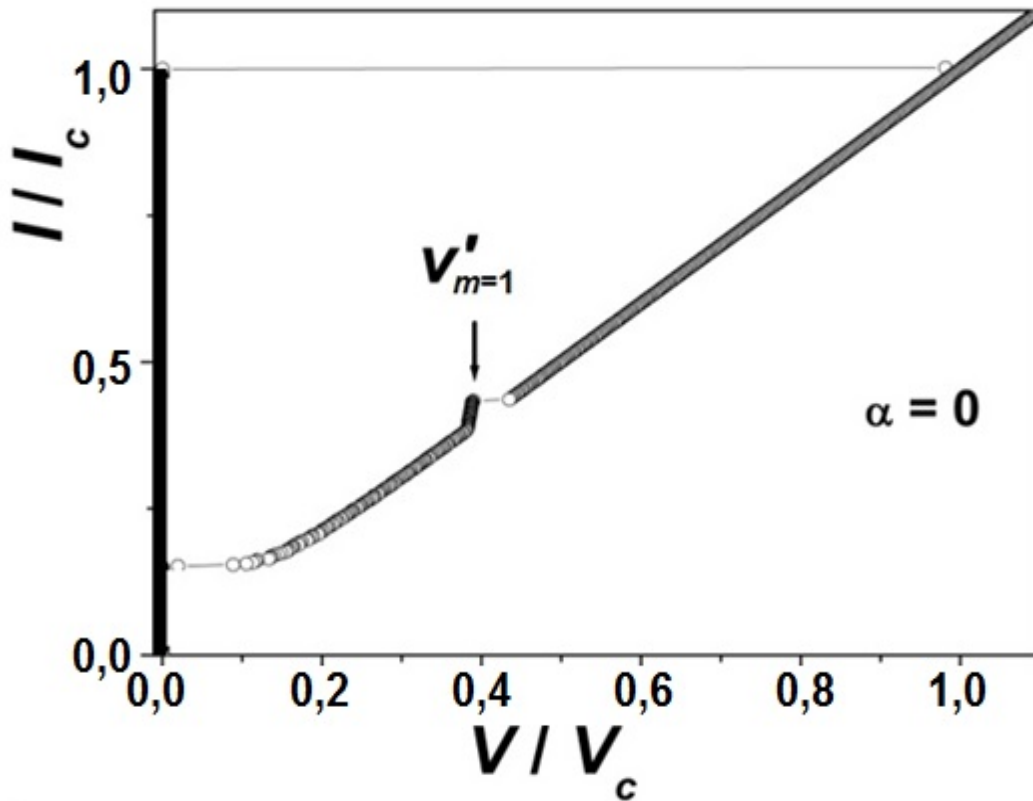


Рис. 4.27. Вольт - амперні характеристики пачки з двох довгих однакових контактів, які не взаємодіють один з одним ($\alpha = 0$).

Значення напруг V_m знаходяться всередині інтервалів стрибків напруги. Однак, для подальшого розгляду моделей треба мати визначені з вольт - амперних характеристик значення напруги V_m . Тому в цьому підрозділі будемо розглядати не точні значення напруг V_m , а напруги, які відповідають найбільшим значенням струму в районі стрибків V'_m (тобто, лівому краю інтервалу стрибка напруги). На рис. 4.26 положення $V'_{m=1}$ відмічено стрілкою. Це вносить помилку у визначення V_m , але ми будемо мати справу головним чином не з самою величиною V_m , а з її зміною у фізичних процесах.

Розглянемо тепер вольт - амперні характеристики пачки з двох довгих контактів. На рис. 4.27 зображена вольт - амперна характеристика при $\alpha = 0$ (тобто, довгі контакти не взаємодіють один з одним). Самоіндукована сходи́нка нульового поля знаходиться при напрузі $V'_{m=1} = 0,392V_c$. Однак, якщо $\alpha \neq 0$ (рис. 4.28), на вольт - амперній характеристиці виникають дві

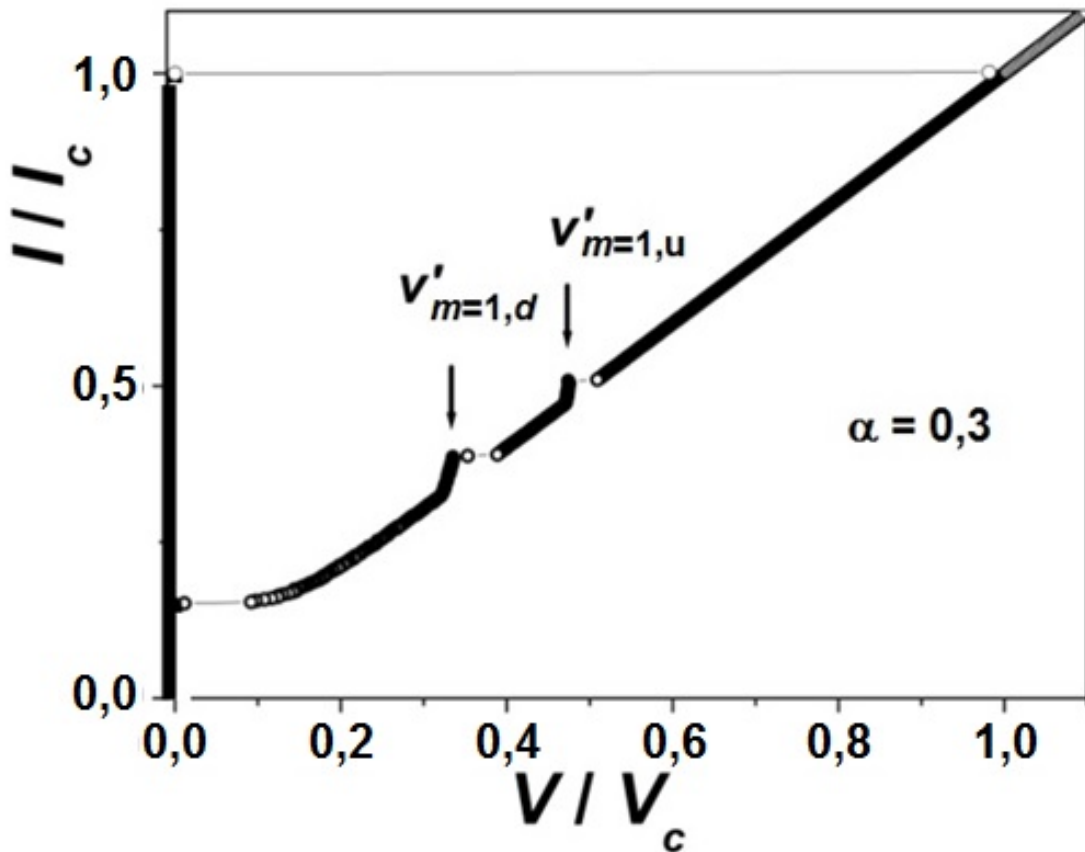


Рис. 4.28. Вольт - амперні характеристики пачки з двох довгих однакових контактів з індуктивною взаємодією ($\alpha = 0,3$).

самоіндуковані сходинок нульового поля. На рис. 4.28 ці сходинок показані для значення $\alpha = 0,3$ при напругах $V'_{m=1,d} = 0.335 \cdot V_c$ та $V'_{m=1,u} = 0.474 \cdot V_c$. Можна зробити висновок, що індукційний зв'язок приводить до розщеплення самоіндукованої сходинок нульового поля на дві сходинок. Змінюючи α , можна показати, що значення напруг $V'_{m=1,d}$ та $V'_{m=1,u}$ відбувається згідно таким співвідношенням:

$$V'_{m=1,d} = \frac{V'_{m=1}}{\sqrt{1+\alpha}}, \quad V'_{m=1,u} = \frac{V'_{m=1}}{\sqrt{1-\alpha}}. \quad (4.39)$$

На рис. 4.29 на прикладі системи, яка вивчається в цьому підрозділі, показана апроксимація розрахунків виразами (4.39). Така залежність характерна для частот коливань системи двох коливальних контурів, пов'язаних між собою за допомогою взаємної індукції. Слід зауважити, що особливості на вольт - амперній характеристиці при напругах (4.39) виникають тільки завдяки

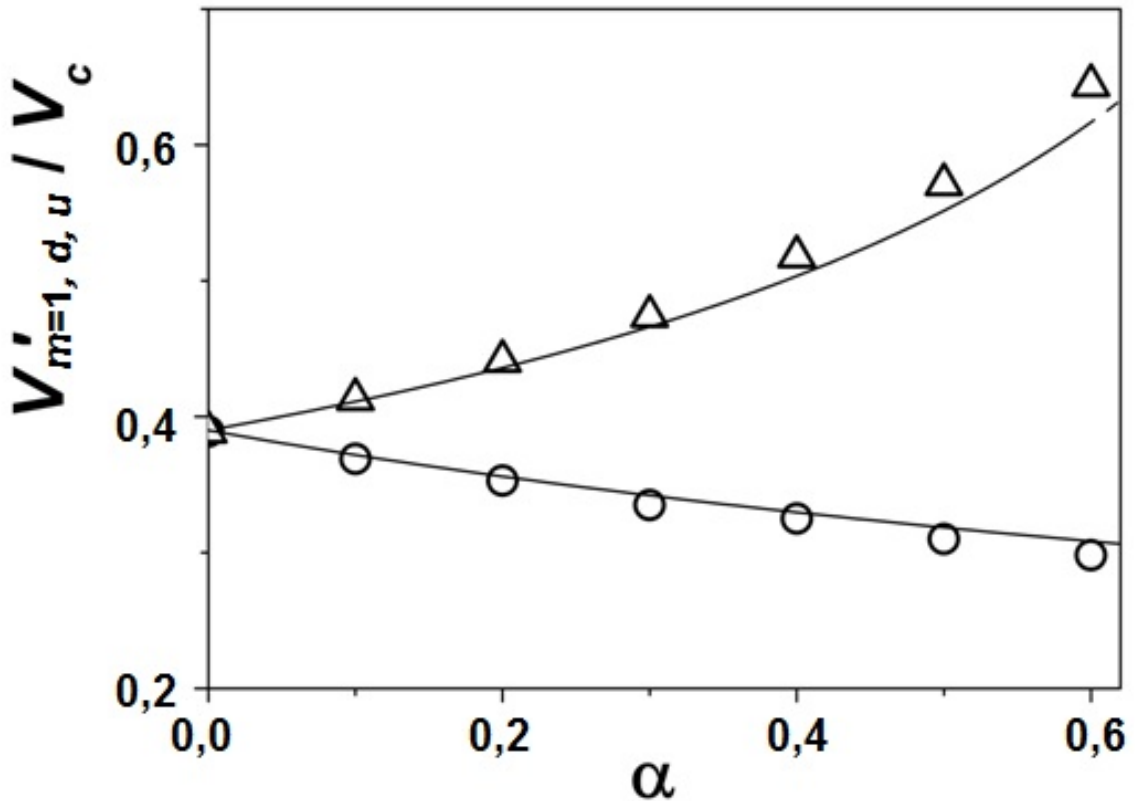


Рис. 4.29. Залежності $V'_{m=1,d}$ та $V'_{m=1,u}$ від коефіцієнту взаємодії α .

зв'язку між контурами. Виникнення таких напруг (або частот коливань) аналогічно виникненню нормальних коливань у системі взаємодіючих осциляторів. Слід очікувати, що у системі багатьох взаємодіючих між собою довгих контактів виникнуть інтервали напруг, які будуть включати в себе серії самоіндукованих сходенок нульового поля. Ці інтервали можуть перекриватися. Однак, для двох взаємодіючих довгих контактів Джозефсона в інтервалі $0 \leq \alpha \leq 0,6$ такого перекриття немає (рис. 4.29).

Розглянемо тепер вплив магнітного поля на вольт - амперні характеристики двох довгих контактів при наявності взаємодії. Вплив зовнішнього магнітного поля урахований в умовах квантування магнітного потоку (4.33), (4.34). В подальшому замість магнітного поля будемо вживати відношення $\phi = \Phi / \Phi_0$. Для контактів без взаємодії ($\alpha = 0$) під впливом зовнішнього магнітного поля на вольт - амперних характеристиках з'являються сходенки Фіске (рис. 4.30). На цьому рисунку відмічено

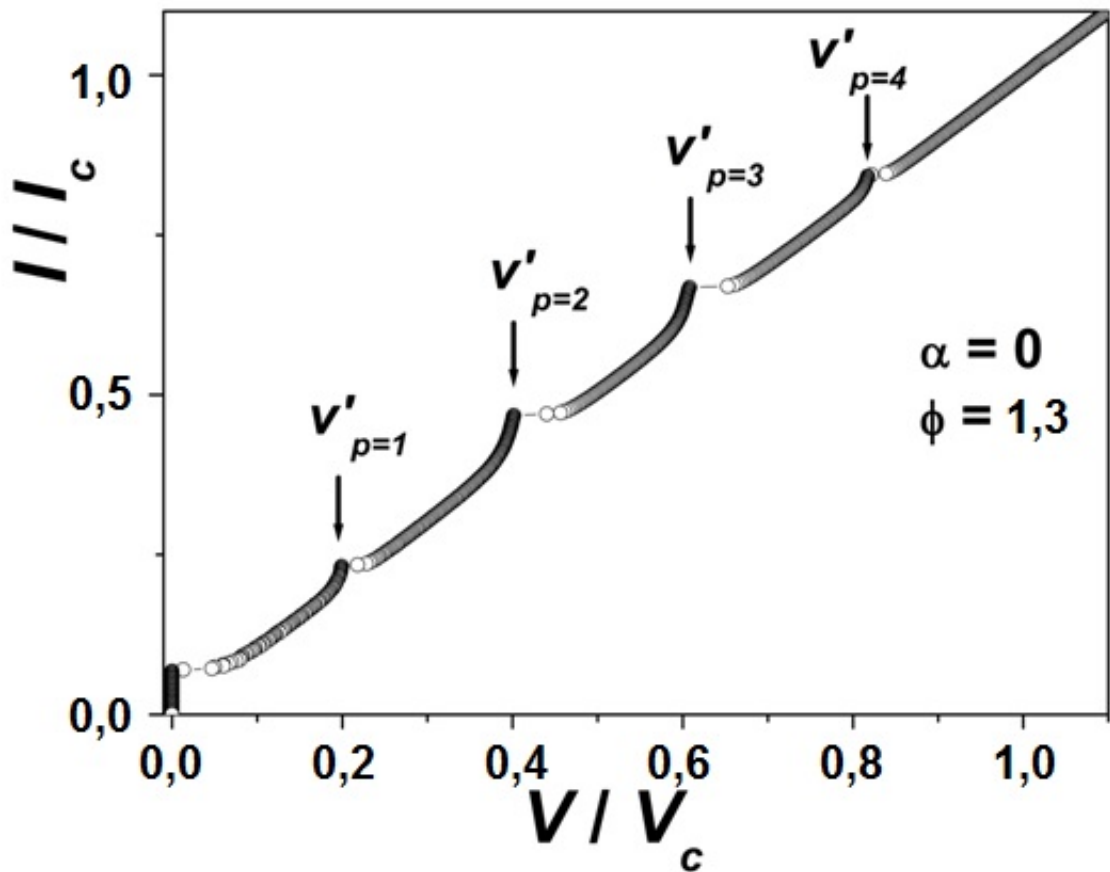


Рис. 4.30. Вольт - амперна характеристика пачки двох довгих контактів без взаємодії ($\alpha = 0$) при $\phi = 1,3$. Сходинок Фіске показані стрілками.

стрілками чотири сходинок Фіске при напругах $V'_p = p \cdot 0.199 \cdot V_c$. При наявності взаємодії між двома контактами кожна з цих сходинок розщеплюється на дві сходинок. На рис. 4.31 ці розщеплені сходинок Фіске показані стрілками. Можна зробити висновок, що індукційна взаємодія між двома довгими контактами приводить також і до розщеплення сходинок Фіске. В такому разі, виникає питання, чи підкоряється висота цих розщеплених сходинок відомим з теорії [55] співвідношенням між висотою сходинок та магнітним полем. Тому була розрахована залежність максимального критичного струму Джозефсона I_m та висот кожної з розщеплених сходинок Фіске від магнітного поля. Як було зазначено раніше в цьому підрозділі, повну висоту сходинок Фіске у даній моделі неможливо визначити. Тому ми, як і раніше, обмежимося розрахунком максимального

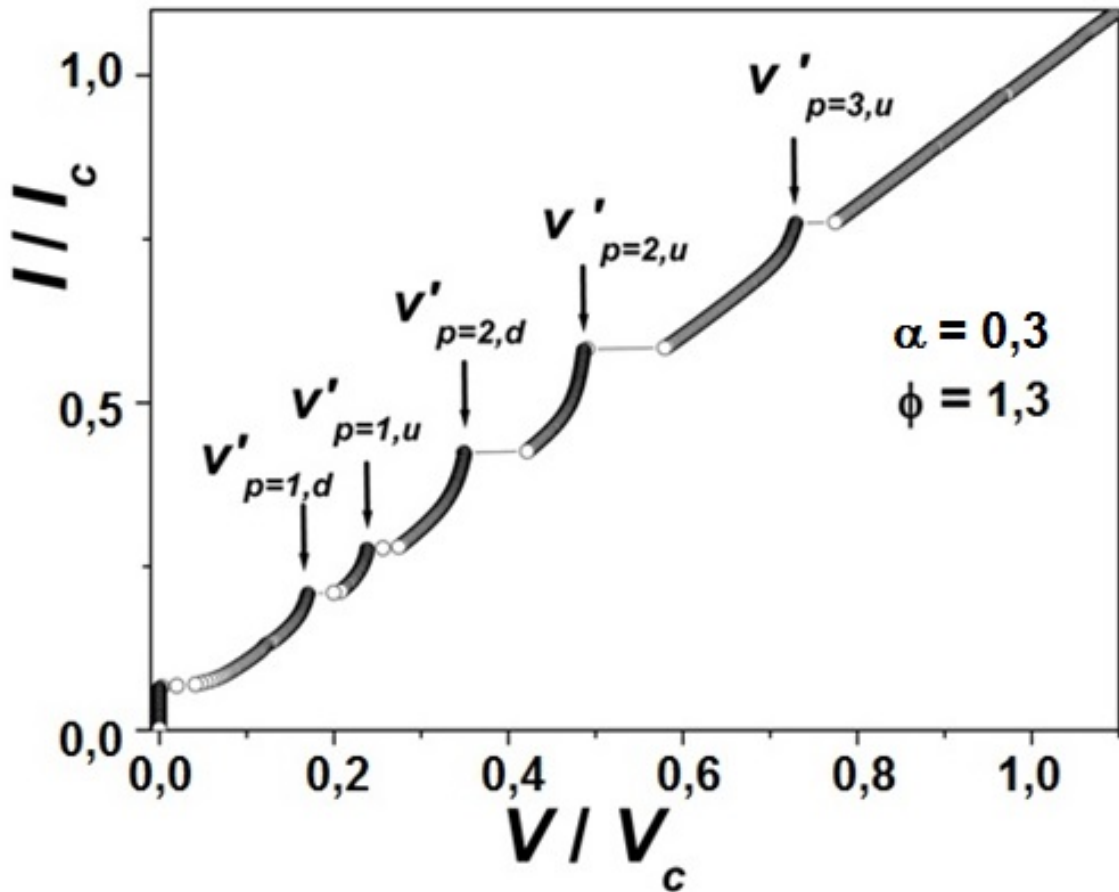


Рис. 4.31. Вольт - амперна характеристика пачки двох довгих контактів, які взаємодіють один з одним ($\alpha = 0,3$) при $\phi = 1,3$. Стрілками показані сходинки Фіске.

струму, який досягнуто на визначеній сходинці до втрати стабільності вольт - амперної характеристики (тобто, до стрибка напруги).

Залежність I_m/I_c від нормалізованого магнітного потоку Φ/Φ_0 показана на рис. 4.32 разом з залежністю, розрахованою згідно теорії [55]. Вона має звичайну форму Фраунгофера. З рис. 4.32 видно, що немає ніяких відхилень залежності $I_m/I_c = f(\phi)$ від залежності, отриманої в теорії, яка була розвинута для одиночних контактів. На рис. 4.33 представлені розрахунки залежностей нормалізованих висот сходинок $I_{d,u}^{F1}/I_c = f(\phi)$. Ці сходинки відповідають розщепленій першій сходинці Фіске. Крива I_u^{F1}/I_c (трикутники на рис. 4.33) не була досліджена у районі максимуму, оскільки вольт - амперна характеристика в цьому районі напруг стає нестабільною. Для

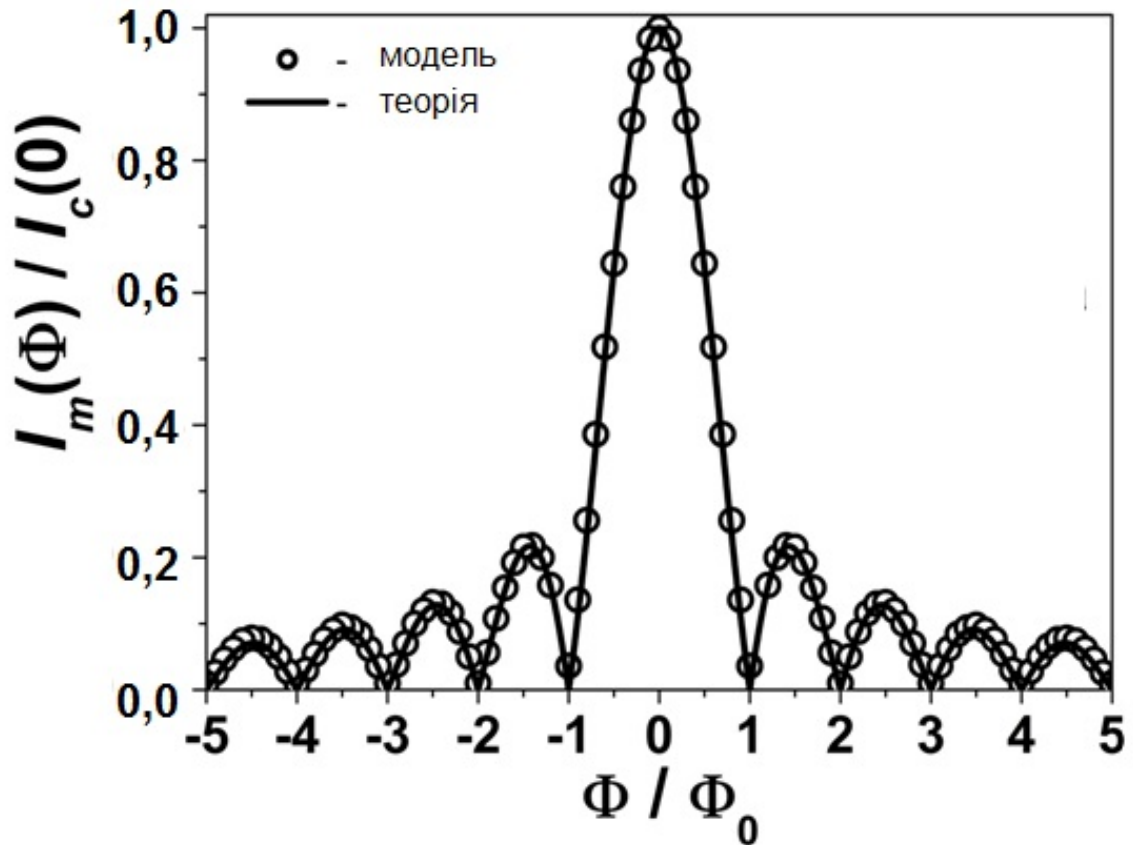


Рис. 4.32. Залежність I_m / I_c від нормалізованого магнітного потоку Φ / Φ_0 для пачки з двох довгих контактів Джозефсона (кружки). Лінією показана ця залежність згідно теорії [55].

кривої I_d^{F1} / I_c ця залежність порівняна з кривою, отриманої в теорії, яка була розвинута для сходенок Фіске в одиночних контактах [55]. Згідно цій теорії, залежність висоти сходинки від магнітного потоку визначається так:

$$I^{Fp}(\phi) = I_c J_0\left(\frac{a}{2}\right) J_1\left(\frac{a}{2}\right) F_p(\phi), \quad (4.40)$$

$$F_p(\phi) = \frac{2 \phi |\sin(\pi\phi - \pi(p/2))|}{\pi |\phi^2 - p^2/4|}, \quad (4.41)$$

де p - номер сходинки Фіске, $J_p(a/2)$ - функція Бесселя p - го порядку.

Величина a є коренем рівняння:

$$J_0\left(\frac{a}{2}\right) = \frac{a}{Z_p F_p(\phi)}, \quad (4.42)$$

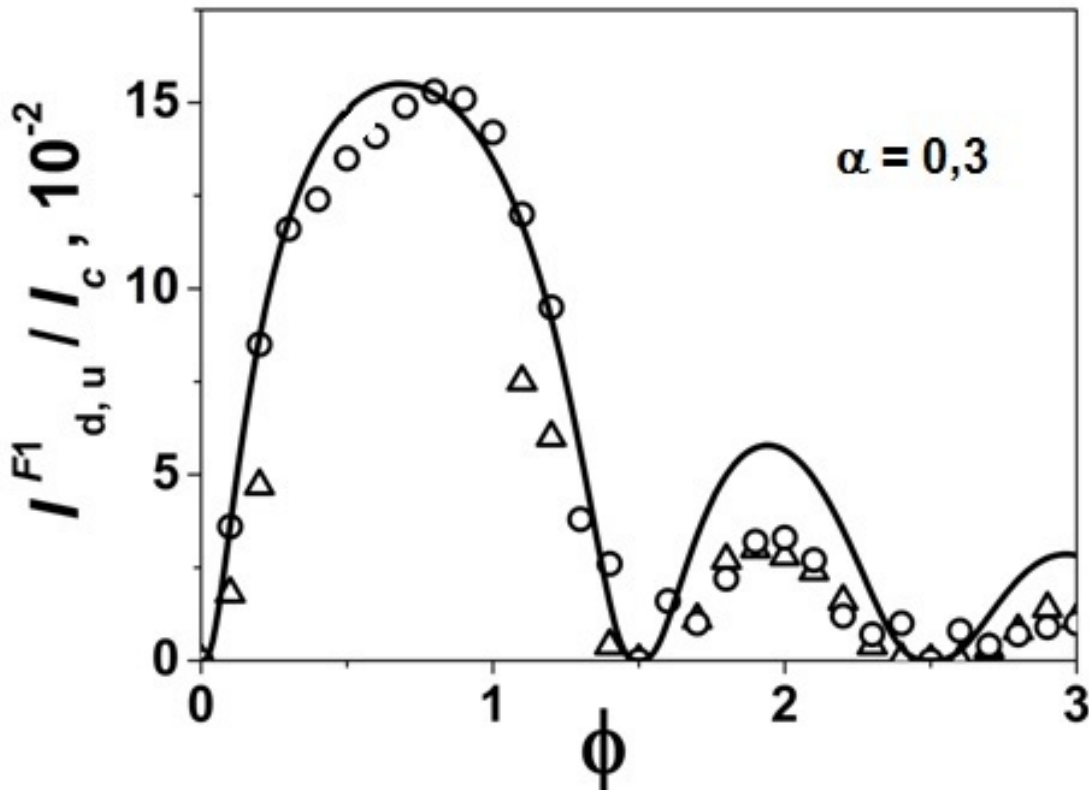


Рис. 4.33. Залежності $I_d^{F1}/I_c = f(\phi)$ (кружки) та $I_u^{F1}/I_c = f(\phi)$ (трикутники), розраховані для моделі при $\alpha = 0,3$. Лінією позначена апроксимація згідно виразам (4.40) - (4.42).

де $Z_p = \left(\frac{\Lambda}{\lambda_J}\right)^2 \frac{Q_p}{\pi^2 p^2}$, а Q_p - добротність для p - го резонансу. З рис. 4.33

видно, що залежності $I_d^{F1}/I_c = f(\phi)$ задовільно апроксимуються виразами (4.40) - (4.42), хоча повна висота сходинок Фіске не визначена і апроксимація може бути проведена тільки для частини сходинок. Величина добротності $Q_1 = 35$ була параметром апроксимації. Слід зауважити, що для другого та третього максимуму теоретична залежність дає завищені значення висоти сходинок. Залежності $I_d^{F2}/I_c = f(\phi)$ та $I_u^{F2}/I_c = f(\phi)$ для другої розщепленої сходинок Фіске разом з їх апроксимаціями згідно виразів (4.40)-(4.42) показані на рис. 4.34. Видно, що за виключенням початкового інтервалу $|\phi| \leq 0,5$, апроксимація задовільно описує результати моделювання для висот

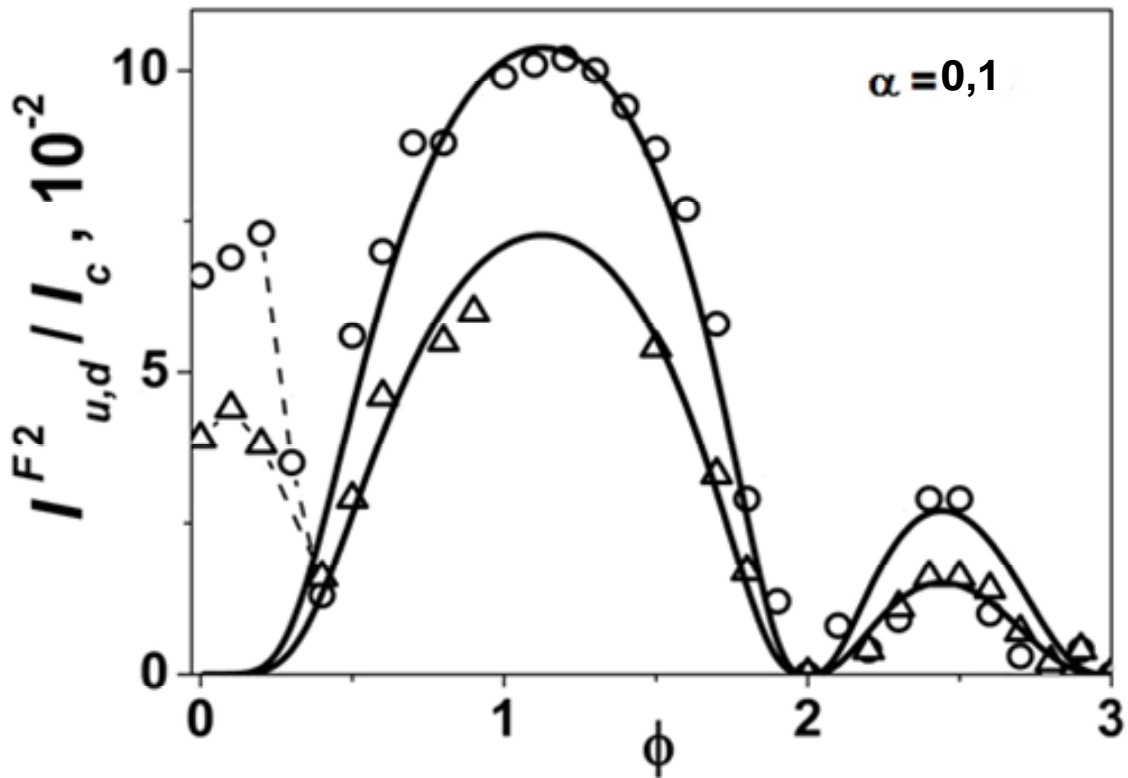


Рис. 4.34. Залежності $I_d^{F2}/I_c = f(\phi)$ (кружки) та $I_u^{F2}/I_c = f(\phi)$ (трикутники), розраховані для моделі при $\alpha = 0,1$. Лінією позначена апроксимація згідно виразам (4.40) - (4.42).

обох сходинок. Значення добротності дорівнювали 95 для залежності $I_d^{F2}/I_c = f(\phi)$ і 110 для залежності $I_u^{F2}/I_c = f(\phi)$.

Значення напруги $V_{p=2}$, при якій виникає друга сходинка Фіске в одиночному контакті, співпадає зі значенням напруги самоіндукованої сходинок нульового поля в довгому контакті (див. підрозділ 4.5). Тому при $|\phi| \leq 0,5$ ця сходинка існує. При взаємодії двох довгих контактів сходинка розщеплюється на дві (рис. 4.28), але продовжує існувати. Саме існування самоіндукованих сходинок у нульовому магнітному полі приводить до відхилення залежностей $I_{d,u}^{F2}/I_c = f(\phi)$ від теоретичних кривих на рис. 4.34. При збільшенні магнітного поля висота сходинок зменшується, а при $|\phi| > 0,5$ залежність висоти другої сходинок вже слідує теоретичним розрахункам для сходинок Фіске. Як існування самоіндукованих сходинок у нульовому

магнітному полі, так і знайдене на рис. 4.34 відхилення залежності висоти другої сходинки Фіске від теоретичних розрахунків спостерігалось в експериментах [55, 231].

4.7 Висновки до розділу 4

У цьому розділі проведено чисельні розрахунки вольт - амперних характеристик багатоконтактних систем, поєднаних з системою зворотного зв'язку, завдяки якій контакти взаємодіють один з одним. Якщо контакти Джозефсона розміщені у надпровідному резонаторі або довгій лінії, то ці системи зумовлюють зворотний зв'язок. Для індуктивно взаємодіючих багатоконтактних інтерферометрів зворотний зв'язок для окремого контакту зумовлений як впливом осциляцій напруги інших контактів в самому інтерферометрі, так і впливом струмів у другому інтерферометрі. Для довгих контактів Джозефсона на осциляції напруги кожної частини контакту впливають як інші частини, так і резонансні моди, зумовленими геометрією контакту. В останньому випадку сам довгий контакт і є системою зворотного зв'язку. Спільною рисою всіх наведених випадків є те, що система зворотного зв'язку може породжувати самоіндуковані резонансні сходинки на вольт - амперних характеристиках контактів. У наших дослідженнях отримано такі головні результати:

- Для ланцюга з 350 контактами Джозефсона у резонаторі показано, що, як і у випадку ланцюга з двох контактів, ємності контактів Джозефсона приймають участь у контурі зворотного зв'язку, що забезпечує синхронізацію випромінювання всіх контактів. На вольт - амперній характеристиці виникає сходинка при напрузі, яка відповідає резонансній частоті.
- Вперше знайдено, що в системах контактів Джозефсона в довгих лініях без резонансів існує поріг потужності когерентного випромінювання при збільшенні числа контактів, які знаходяться у резистивному стані.

- Доведено, що синхронізація випромінювання багатьох контактів, які знаходяться у резонансній довгій лінії, відбувається завдяки посиленню високочастотного синхронізуючого струму на резонансних сходинках вольт - амперної характеристики.
- Вперше показано, що контакти в системі двох чотирьохконтактних інтерферометрів можуть когерентно випромінювати при індуктивній взаємодії інтерферометрів. Знайдено, що при збільшенні параметра, який характеризує взаємну індукцію двох інтерферометрів, виникає поріг синхронізації, при якому індукований синхронізуючий високочастотний струм збільшується настільки, що забезпечує синхронізацію контактів в обох інтерферометрах.
- Знайдено самоіндуковані сходинки нульового поля на вольт - амперних характеристиках довгих контактів Джозефсона з нормальними краями. Доведено, що поява сходинок нульового поля пов'язана з взаємодією випромінювання контактів з стоячими хвилями в контакті, які виникають на частотах геометричних резонансів у довгій лінії, яку являє собою довгий контакт, так що сходинки нульового поля виникають при напругах, які відповідають парним сходинкам Фіске.
- Вперше встановлено, що в системі двох взаємодіючих індуктивно один з одним довгих контактів Джозефсона з нормальними краями, сходинки нульового поля розщеплюються на дві сходинки, положення яких на вольт - амперній характеристиці залежить від коефіцієнту взаємодії між контактами.
- Показано, що в системі двох взаємодіючих індуктивно один з одним довгих контактів Джозефсона з нормальними краями, залежність висоти другої сходинки Фіске від магнітного поля має відхилення від теоретичної залежності при малих значеннях полів. Це відхилення пов'язане з існуванням сходинки нульового поля. Висота сходинки при малих полях зменшується майже до нуля, а при подальшому збільшенні поля слідує теоретичній залежності висоти сходинки Фіске.

РОЗДІЛ 5

ВПЛИВ РЕЗИСТИВНОГО ПОКРИТТЯ НА ЕЛЕКТРИЧНІ ВЛАСТИВОСТІ ВНУТРІШНІХ КОНТАКТІВ ДЖОЗЕФСОНА

У цьому розділі наведено результати експериментальних та теоретичних досліджень електричних властивостей шунтованих містків плівок $Tl_2Ba_2CaCu_2O_8$, які було напилено епітаксіально на зміщених підкладках. Цей спосіб приготування містків дає можливість створити структури, в яких електричний струм протікає крізь невелику пачку внутрішніх контактів Джозефсона, причому на верхній край структури, який складається з торців внутрішніх контактів, може бути рівномірно напилено покриття, яке служить зворотним зв'язком для високочастотних струмів у системі. Постановка задачі синхронізації контактів Джозефсона у структурі з таким зворотним зв'язком обговорено у підрозділі 5.1 [21]. У підрозділі 5.2 проведений аналіз моделі контакту Джозефсона з $d_{x^2-y^2}$ -хвильовою симетрією потенціалу спарювання [31]. У підрозділі 5.3 побудовано модель вольт - амперних характеристик шунтованих контактів і багатоконтактних систем та розглянуто особливості цих характеристик [26]. Підрозділ 5.4 присвячено аналізу вимірних вольт - амперних характеристик шунтованих та нешунтованих внутрішніх контактів [34], а в підрозділі 5.5 вольт - амперні характеристики, отримані в моделі, порівнюються з результатами експерименту [33, 34].

5.1 Постановка задачі для експерименту

Для вивчення питань синхронізації осциляцій напруги на внутрішніх контактах Джозефсона звичайно користувалися технологією виготовлення стовпчиків внутрішніх контактів на поверхні плівки високотемпературного надпровідника $Tl_2Ba_2CaCu_2O_8$ [76]. Типові структури, отримані у результаті такого процесу, показані на рис. 5.1. Стовпчики з площею $3 \times 3 \text{ мкм}^2 - 10 \times 10 \text{ мкм}^2$ мають близько тисячі контактів. Згідно вимірних вольт - амперних

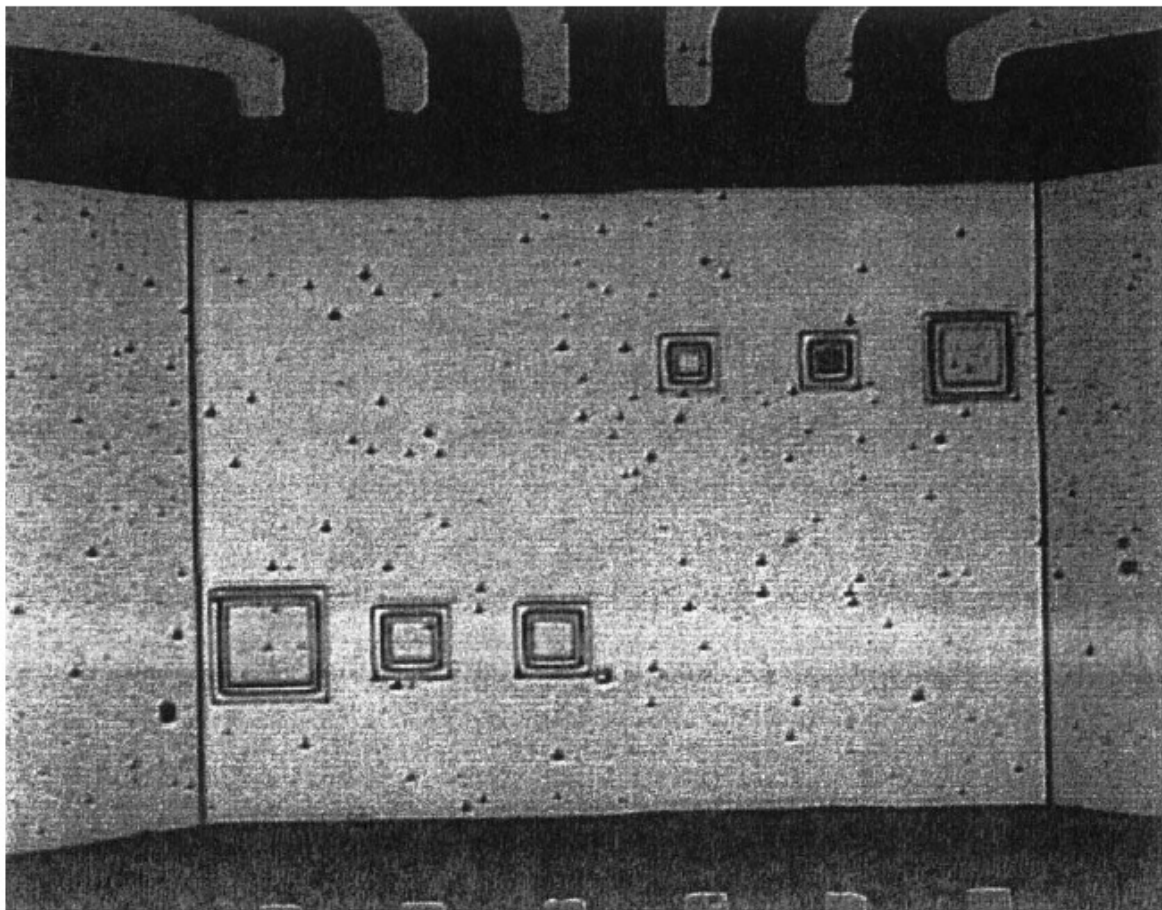


Рис. 5.1. Фотографії стовпчиків внутрішніх контактів Джозефсона плівки $Tl_2Ba_2CaCu_2O_8$ розмірами $10 \times 10 \text{ мкм}^2$, $7 \times 7 \text{ мкм}^2$, $3 \times 3 \text{ мкм}^2$ з боковими шунтами зі срібла, отримані за допомогою скануючого електронного мікроскопу. Верхівки стовпчиків покриті плівкою золота для зручності монтажу контактів на верхівках стовпчиків [21].

характеристик, критичні струми внутрішніх контактів в таких структурах звичайно мають досить великий розбіг [76]. Загальна вольт - амперна характеристика стовпчика складається з вольт - амперних характеристик окремих контактів. При багаторазовому циклічному збільшенні струму зміщення вище значень критичного струму і подальшому зменшенні його до нуля, можна отримати всі вольт-амперні характеристики окремих контактів. На рис. 5.2 показані такі криві для двох внутрішніх контактів з найменшими значеннями критичних струмів, виміряних для отриманих цим способом стовпчиків контактів. На цьому рисунку видно, що критичні струми

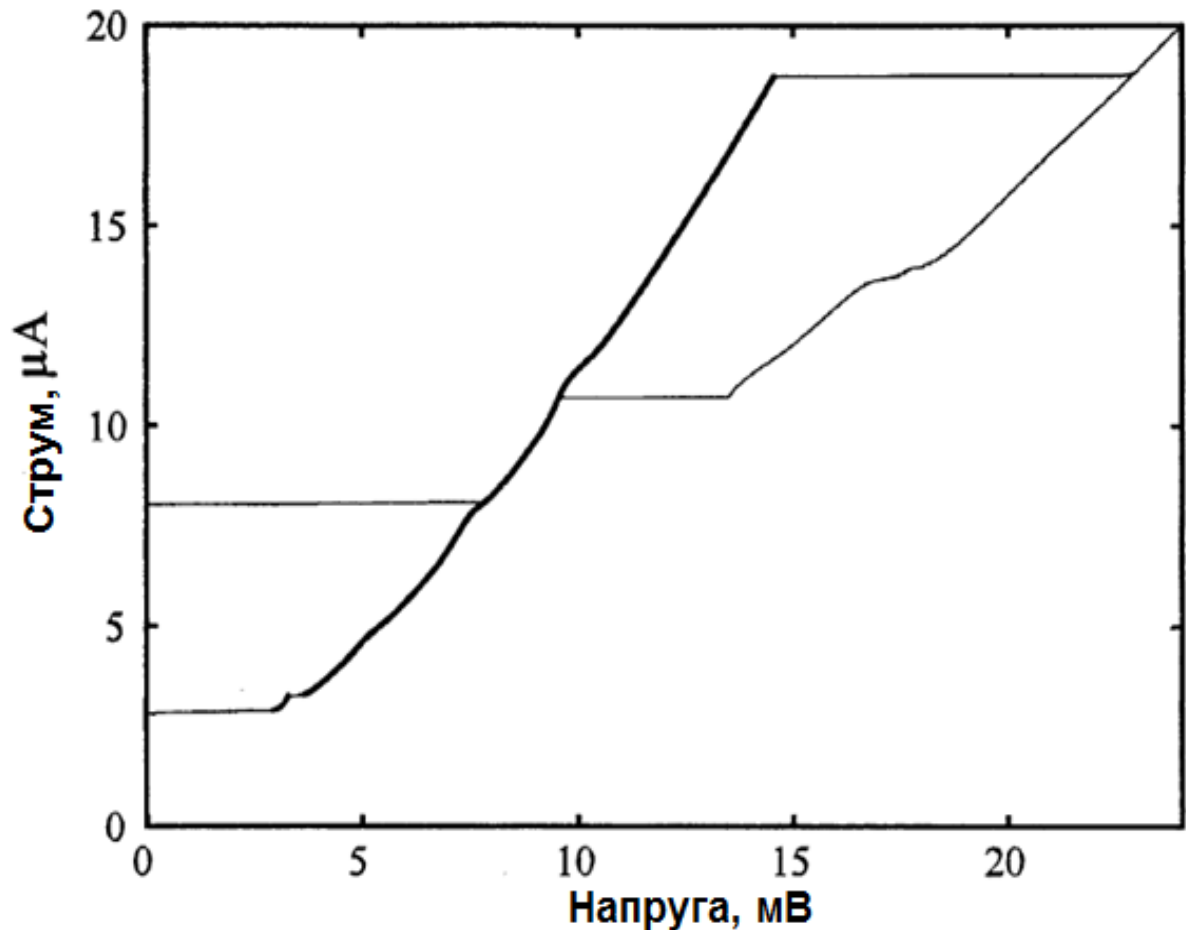


Рис. 5.2. Експериментально виміряна вольт - амперна характеристика двох внутрішніх контактів Джозефсона з найменшими критичними струмами зі стовпчика внутрішніх контактів $Tl_2Ba_2CaCu_2O_8$. Вимірювання проведено при $T = 6$ К.

контактів відрізняються більше, ніж удвічі (вони дорівнюють 8 мікроампер та 18 мікроампер). З гістерезису першого контакту можна зробити висновок, що параметр Мак-Камбера контакту приблизно дорівнює $\beta_{CJ} \approx 10-15$. Характеристична напруга контакту дорівнює приблизно 7,42 мВ, що відповідає частоті випромінювання 3,58 ТГц. На гістерезисних гілках вольт - амперних характеристик спостерігаються численні особливості, пов'язані з існуванням резонансних частот. Наприклад, на першій гістерезисній гілці видно особливості при напругах $m \times 2,3$ мВ, $m = 1 \dots 6$. Довжина хвилі, яка відповідає цій напрузі, приблизно дорівнює 64 ± 4 мікрометра. Похибка у 4 мікрометри з'являється тому, що значення діелектричної проникності у

високотемпературному надпровіднику не визначено точно. Значення відносної діелектричної проникності для плівок ТВССО у різних роботах оцінюється від 16 до 20 [7, 12]. Знайдена довжина хвилі близька до значення одного з характерних розмірів системи (рис. 5.2, ширина системи дорівнює 68 мікрометрів). Можна припустити, що електромагнітні хвилі, породжені осциляціями напруги на контактах у стовпчику внутрішніх контактів, можуть розповсюджуватися по всій довжині надпровідної плівки, на якій цей стовпчик знаходиться, відбиватися від країв плівки, і утворювати стоячі хвилі. В свою чергу, стоячі хвилі взаємодіють з осциляціями напруги на внутрішніх контактах і породжують особливості вольт - амперних характеристик контактів. Наведений приклад пояснює вплив характерних розмірів системи на вольт - амперні характеристики внутрішніх контактів Джозефсона.

Розглянемо можливості синхронізації осциляцій напруги на внутрішніх контактах Джозефсона. Вольт - амперні характеристики контактів, з'єднаних з довгою лінією з відкритими кінцями, докладно вивчалось у підрозділі 4.3. Було знайдено, що при деяких значеннях параметрів системи осциляції напруги можуть бути синхронізовані резонансними струмами в системі. Оскільки сила резонансних струмів може бути недостатня для синхронізації осциляцій напруги на внутрішніх контактах і дія резонансних струмів призведе тільки до появи особливостей на вольт - амперних характеристиках контактів (рис. 5.2), посилити вплив цих струмів на синхронізацію можна за допомогою резистивного шунта (рис. 5.3). Дія шунта проявиться в тому, що він знижує характерні частоти внутрішніх контактів і наблизить вольт - амперні характеристики контактів одна до одної. У підрозділі 5.4 буде описано експеримент, у якому система, зображена на рис. 4.1, відтворена в зміненому вигляді. Однак, спочатку треба докладно вивчити дію шунта на вольт - амперні характеристики контактів. Ці задачі вирішуються в підрозділі 5.3. У наступному підрозділі буде також обговорена одна з моделей для

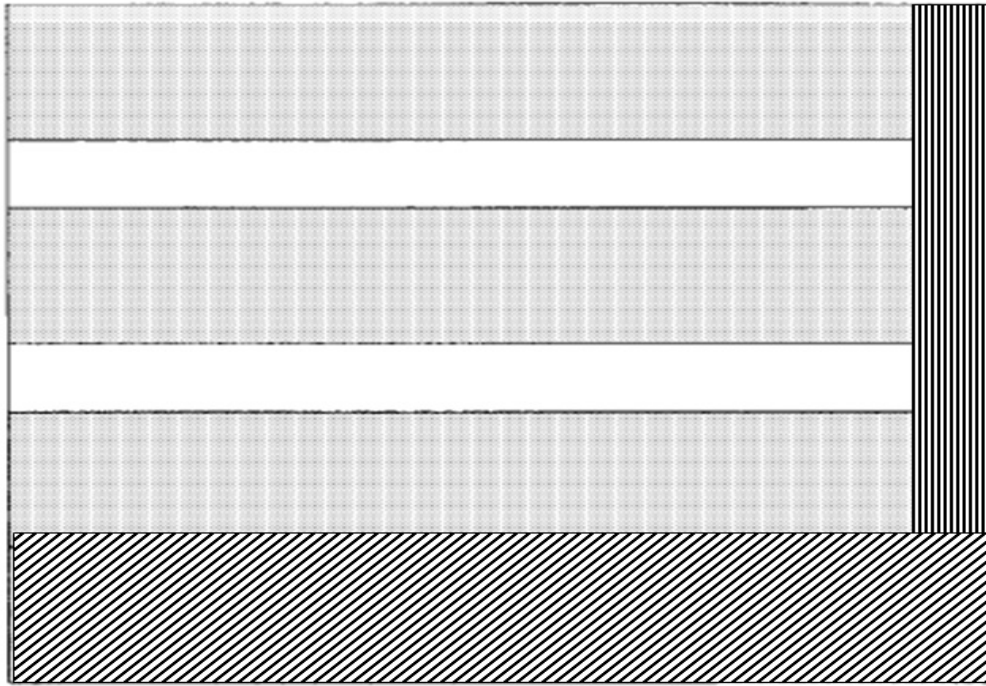


Рис. 5.3. Стовпчик з двох контактів Джозефсона (білим кольором позначений діелектрик, клітинками - надпровідник, косою штриховкою - підкладка) з боковим шунтом (позначений прямою штриховкою).

внутрішніх контактів Джозефсона.

5.2 Моделі внутрішніх контактів Джозефсона

Для пояснення особливостей вольт - амперних характеристик внутрішніх контактів Джозефсона була розроблена теорія ефекту Джозефсона у надпровідниках з $d_{x^2-y^2}$ - хвильовою симетрією потенціалу спарювання [90, 91]. В рамках розробленої теорії вольт-амперні характеристики порівнюються з залежністю тунельного струму квазічастинок від напруги [195]. Ця крива може бути вирахована згідно теорії [91]:

$$I_q(V) = \frac{1}{eR} \int_{-\infty}^{\infty} N_d(E) N_d(e + eV) [f(E) - f(E + eV)] dE, \quad (5.1)$$

$$N_d(E) = \text{Re} \int_0^{2\pi} \frac{1}{2\pi} \left\{ \frac{E - i\Gamma}{\sqrt{(E - i\Gamma)^2 - [\Delta \cos(2\vartheta)]^2}} \right\} d\vartheta, \quad (5.2)$$

де $I_q(V)$ - тунельний струм квазічастинок, e - заряд електрона, V - напруга на контакті, R - електричний опір у нормальному стані, E - енергія, відрахована від рівня Фермі, $N_d(E)$ - нормалізована густина станів у надпровіднику з $d_{x^2-y^2}$ - хвильовою симетрією, $f(E)$ - функція розподілу Фермі, Δ - енергетична щілина, ϑ - полярний кут у \vec{k} - просторі, Γ - затухання, зумовлене часом життя квазічастинок. Асимптотична поведінка вольт - амперної характеристики при великих напругах та температурі $T \rightarrow 0$ згідно цієї теорії лінійна з кутом нахилу R . Існують кілька теоретичних розрахунків величини R . Згідно розрахунку, проведеного в роботі [91], $R = \Delta/(eI_c)$, де I_c - критичний струм контакту (нагадаємо, що в теорії БКШ $R = \pi\Delta/(2eI_c)$ [86]). Однак, розрахунок, проведений у роботі [267] показує, що $RI_c = 0$. Експерименти [93, 195] показали, що вся вольт-амперна характеристика досить добре описується теорією при умові, що при $T \rightarrow 0$ електричний опір контакту у нормальному стані дорівнює $R = \Delta/(qeI_c)$, де число q дорівнює 8-12 при критичних струмах порядку 10^{-3} А і досягає 100 при критичних струмах порядку 10^{-8} А. Очевидно, потрібен більш адекватний розрахунок R в рамках даної моделі.

Як було вказано вище, для порівняння теорії з експериментом було використано тільки тунельний струм квазічастинок. Однак, треба урахувати також такі високочастотні компоненти струму, як струм, зумовлений ємністю контакту, та джозефсонівський струм $I_c \sin \varphi$, де φ - різниця фаз параметра порядку на контакті. Такий підхід дозволив свого часу чисельно описати фазову динаміку тунельних контактів у рамках наближення БКШ [60]. У подальших розрахунках прийнято до уваги експериментально знайдене співвідношення $R = \Delta/(qeI_c)$, де число q використовувалось як параметр.

Якщо до контакту прикладена напруга V , то в рамках резистивної моделі струм через контакт є сумою струму через конденсатор з ємністю C_J ,

струму квазічастинок I_q та джозефсонівського струму $I_c \sin \varphi$. Закон збереження струму через контакт має такий вигляд:

$$C_J \frac{dV}{dt} + I_q(V) + I_c \sin \varphi = I_b. \quad (5.3)$$

З використанням співвідношення Джозефсона $d\varphi/dt = (2\pi/\Phi_0)V$ та нормалізації Стюарта $t' = t\sqrt{(2\pi I_c)/(\Phi_0 C_J)}$ [59], рівняння (5.3) приводиться до вигляду:

$$\frac{d^2 \varphi}{dt'^2} + \frac{I_q \left(\frac{d\varphi}{dt'} \right)}{I_c} + \sin \varphi = \frac{I_b}{I_c}, \quad (5.4)$$

де напруга на контакті дорівнює $V = \frac{d\varphi}{dt'} \sqrt{(\Phi_0 I_c)/(2\pi C_J)}$. Рівняння (5.4)

вирішувалося чисельно. Для кожного значення величини $d\varphi/dt'$ при заданому часі t' розраховувалися величини V та $I_q(V)$ згідно виразам (5.1) - (5.3). Величина $I_q(d\varphi/dt') = I_q(V)$ є значенням миттєвого струму при даному значенні миттєвої напруги V в момент t' . Рівняння (5.4) з поточними значеннями $I_q(d\varphi/dt')$ вирішувалося методом Рунге - Кутта. Були розраховані вольт-амперні характеристики контакту $I_b(\langle V \rangle)$. На рис. 5.4 показаний приклад апроксимації результатів експерименту за допомогою цієї динамічної моделі. Були використані експериментальні дані, отримані для високотемпературного надпровідника $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ [195]. Енергетична щільність для цього надпровідника дорівнює $4 \cdot 10^{-21}$ Дж (25 меВ). У роботі [195] виміряна вольт-амперна характеристика одного з внутрішніх контактів Джозефсона (рис. 5.4, жирна лінія). На цьому ж малюнку наведені також результати апроксимації експерименту за допомогою нелінійно-резистивної моделі при $q=8,06$ (суцільна лінія) та струм $I_q(\langle V \rangle)$ (пунктирна лінія на рис. 5.4), який використовували для апроксимації в роботі [195]. При апроксимації було використане значення $I_c = 1,68 \cdot 10^{-3}$ А, знайдене в експерименті. Видно, що результати нелінійно-резистивної моделі краще

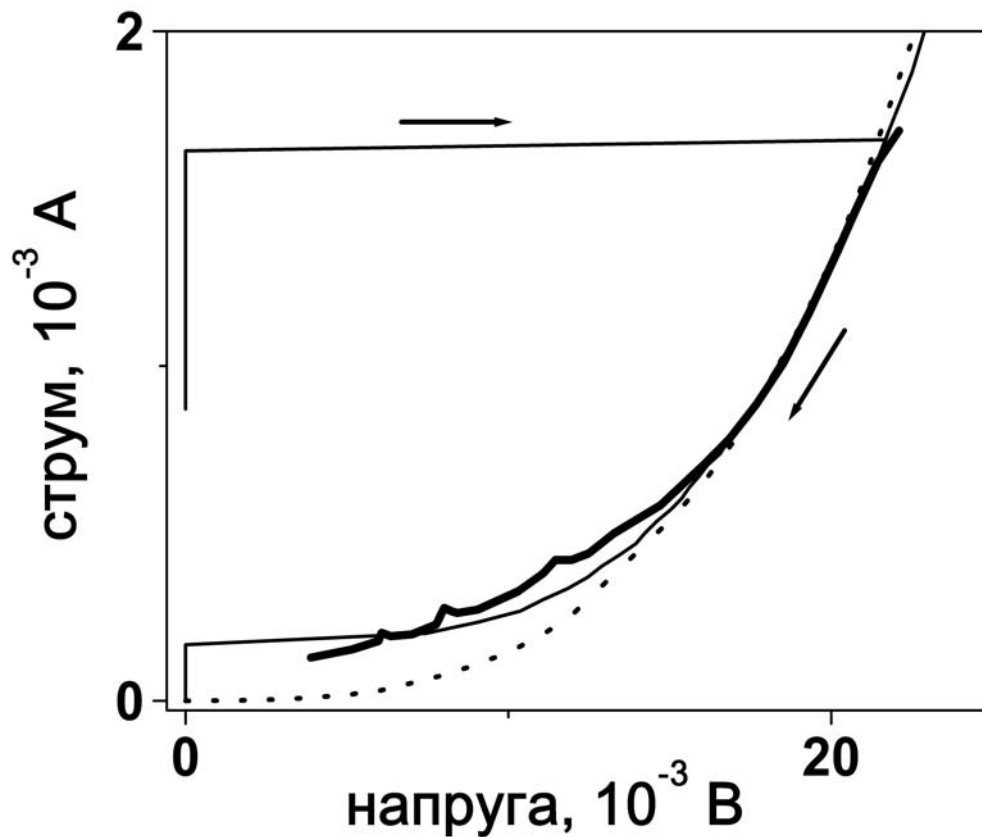


Рис. 5.4. Гістерезисна частина вольт-амперної характеристики одного внутрішнього джозефсонівського контакту високотемпературного надпровідника $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ [195] (жирна лінія), а також її апроксимація $I_b(\langle V \rangle)$ за допомогою нелінійно-резистивної моделі (суцільна лінія, напрям зміни струму позначений стрілками) та тунельного струму $I_q(\langle V \rangle)$ (пунктирна лінія). Параметри апроксимації: $I_c = 1,676 \cdot 10^{-3}$ А, $R = 1,85$ Ом, $C_J = 1 \cdot 10^{-14}$ Ф, $\Gamma = 1,6 \cdot 10^{-23}$ Дж (0.1 меВ), $T = 4,2$ К.

описують експериментальні результати, ніж крива $I_q(\langle V \rangle)$. Відмітимо також, що на експериментальній вольт - амперній характеристиці (рис. 5.4) видно три резонансних максимуми, які пов'язані із зчепленням частоти джозефсонівського випромінювання з резонансними модами системи. На рис. 5.5 показана повна вольт-амперна характеристика контакту. Оскільки система мала багато внутрішніх контактів з приблизно однаковими

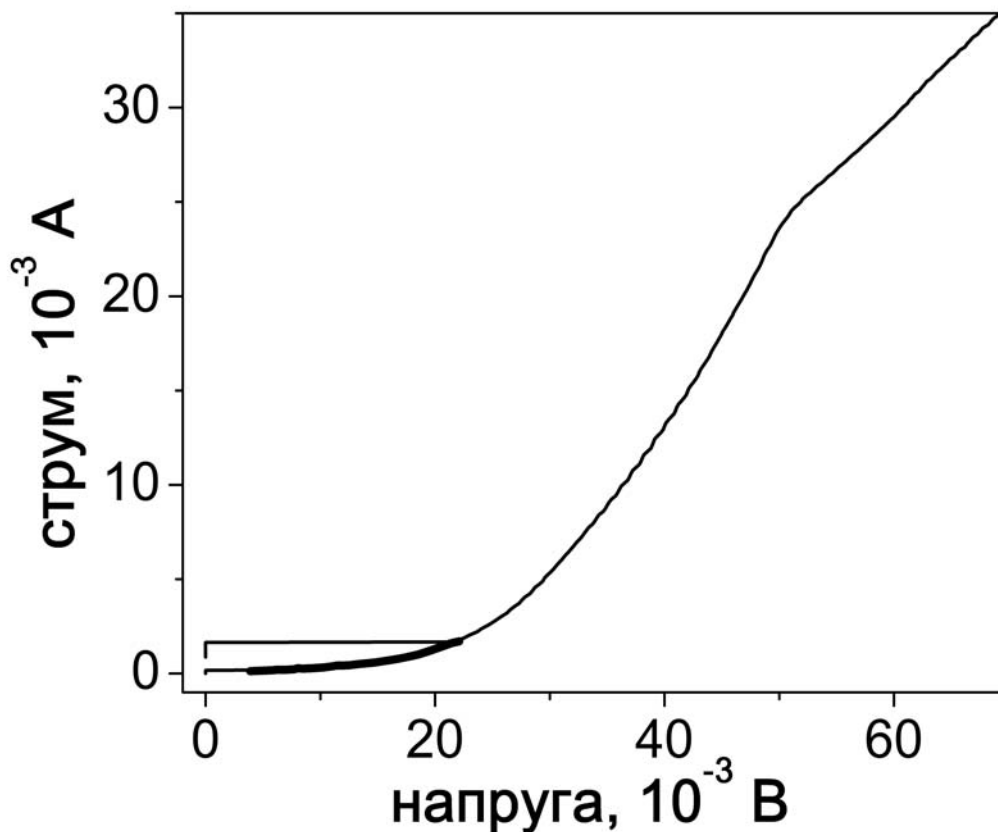


Рис. 5.5. Повна вольт-амперна характеристика $I_b(V_a)$ внутрішнього джозефсонівського контакту, розрахована за допомогою нелінійно-резистивної моделі. Експериментальні дані зображені жирною лінією.

критичними струмами, при збільшенні напруги відбувся стрибок вольт - амперних характеристик всіх контактів на резистивну гілку, так що зареєструвати подальший хід вольт - амперної характеристики для одного контакту було неможливо. Таким чином, побудовано нелінійно-резистивну модель динаміки фази параметра порядку, у якій тунельний струм при даній миттєвій напрузі розраховується згідно теорії ефекту Джозефсона у надпровідниках з $d_{x^2-y^2}$ - хвильовою симетрією потенціалу спарювання. Розглянемо придатність цієї моделі для опису синхронізованого стану осциляцій напруги на контактах. Знайдено, що модель добре апроксимує експериментальну вольт - амперну характеристику окремого контакту у гістерезисній області. Однак, модель має феноменологічний параметр q ,

який пов'язує критичний струм контакту з його електричним опором у нормальному стані. Як було зазначено вище, залежність q від цих параметрів не відома. Тому неможливо зазначити зміни R при розбігу критичних струмів. Приймаючи до уваги цю обставину, подальше моделювання буде проводитися в рамках звичайної резистивної моделі.

5.3 Вплив шунта на вольт - амперні характеристики контактів.

У цьому підрозділі розглянуто модель синхронізації осциляцій напруги на шунтованих контактах Джозефсона у резонаторі. Будуть вивчені особливості поведінки вольт - амперних характеристик шунтованих контактів, а для ланцюга з двох контактів будуть знайдені оптимальні умови синхронізації. У цьому підрозділі знову буде використано нормалізовані величини напруги, струму, часу та параметрів системи (див. підрозділ 1.2).

Електрична схема системи зображена на рис. 5.6 (підключення струму зміщення до контактів не показано). Стопку внутрішніх контактів Джозефсона представлено як ланцюг контактів, електричні опори R_1 представляють резистивний шунт (див. рис. 5.3), а електричні опори R_2 моделюють з'єднання шунта з надпровідними шарами. Індуктивність L_r та конденсатор C_r моделюють резонатор. Розглянемо K контактів у ланцюгу. Кожен контакт має критичний струм $I_{ck} = (1 + \delta_k)I_{ca}$, де δ_k - відхилення від усередненого критичного струму I_{ca} . Величини δ_k вибрані так, що $\sum_{k=1}^N \delta_k = 0$. Величини електричного опору контактів R_k знаходилися з рівняння $I_{ck}R_k = V_c = const$. Тоді динамічні рівняння для контактів разом з правилами Кірхгофа для системи виглядають так:

$$(1 + \delta_k) \left(\beta_{CJ} \frac{d^2 \varphi_k}{d\tau^2} + \frac{d\varphi_k}{d\tau} + \sin(\varphi_k) \right) = i_b - \frac{dq}{d\tau} - i_k(\tau) + i_f, \quad (5.5)$$

$$\beta_{Lr} \frac{d^2 q}{d\tau^2} + \frac{q}{\beta_{Cr}} = \sum_k \frac{d\varphi_k}{d\tau}, \quad k = 1, 2, \dots, K, \quad (5.6)$$

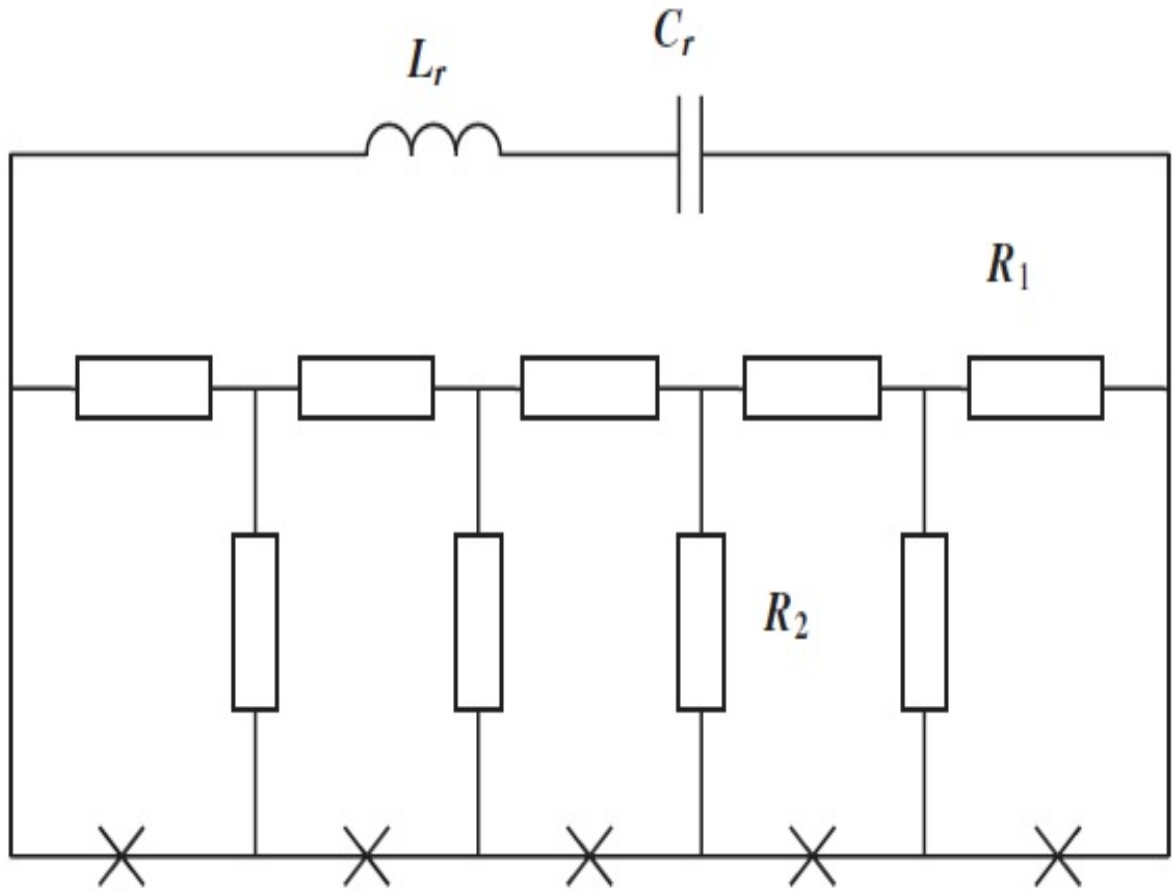


Рис. 5.6. Електрична схема система шунтованих контактів у резонаторі. Контакти Джозефсона позначені хрестиками.

$$\frac{d\varphi_k}{d\tau} = (r_1 + 2r_2)i_k - r_2i_{k-1} - r_2i_{k+1}, \quad k = 2, 3 \dots K-1, \quad (5.7)$$

$$\frac{d\varphi_1}{d\tau} = (r_1 + r_2)i_1 - r_2i_2, \quad k = 1, \quad (5.8)$$

$$\frac{d\varphi_K}{d\tau} = (r_1 + r_2)i_K - r_2i_{K-1}, \quad k = K, \quad (5.9)$$

де $\beta_{C_J} = (2\pi I_{ca} R_a^2 C_J) / \Phi_0$ - параметр Мак - Камбера для усередненого критичного струму I_{ca} та для усередненого електричного опору R_a , $\beta_{C_r} = (2\pi I_{ca} R_a^2 C_r) / \Phi_0$ - нормалізована ємність C_r , $\beta_{L_r} = (2\pi I_{ca} L_r) / \Phi_0$ - нормалізована індуктивність L_r , $r_1 = R_1 / R_a$, $r_2 = R_1 / R_a$, i_f - тепловий шум, $i_k(\tau)$ - струми, які течуть через шунти.

Розглянемо спочатку особливості впливу резистивних шунтів без

резонатора на вольт - амперні характеристики контактів з однаковими критичними струмами. У цьому випадку ємність C_r та індуктивність L_r у схемі відсутні. Головною особливістю впливу резистивних шунтів є поява багатогілкової структури вольт - амперних характеристик при струмах зміщення, які перевищують критичний струм контактів. На рис. 5.7 зображені вольт - амперні характеристики двох шунтованих контактів з однаковими критичними струмами (для першого контакту вольт - амперна характеристика позначена великими прозорими кружками, для другого - маленькими чорними кружками). З рис. 5.7 видно, що, хоча контакти мають однакові критичні струми, перехід одного з контактів у резистивний стан відбувається при $i_b \approx 1,6$, тоді як другий контакт переходить у резистивний стан при $i_b = 1$. Напряга на другому контакті збільшується до того значення струму зміщення, при якому перший контакт переходить у резистивний стан. При $i_b \approx 1,6$ напруга на другому контакті різко зменшується, і при подальшому збільшенні струму зміщення осциляції напруги на обох контактах синхронізовані. Якщо тепер змінити напрям струму зміщення, синхронізований стан осциляцій напруги на контактах зберігається до $i_b \approx 1,1$. При подальшому зменшенні i_b перший контакт переходить у надпровідний стан, тоді як другий контакт переходить у надпровідний стан лише при $i_b \approx 0,75$. Таким чином, при $1,1 \leq i_b \leq 1,6$ на вольт - амперній характеристиці існують одночасно три гілки напруги: надпровідна гілка першого контакту ($\langle v_1 \rangle = 0$), резистивна гілка другого контакту ($\langle v_2 \rangle = f_1(i_b)$), та гілка, яка відповідає синхронізованому стану осциляцій напруги ($\langle v_1 \rangle = \langle v_2 \rangle = f_2(i_b)$). Для пояснення цього ефекту спростимо задачу ще більше і розглянемо вольт - амперну характеристику одного шунтованого контакту. Якщо контакт знаходиться у резистивному (активному) стані при $i_b \geq 1$, то змінний струм i_{ad} , породжений його генерацією, протікає через нього у напрямі, протилежному струму зміщення. Загальний струм через контакт $\langle i \rangle = i_b - \langle i_{ad} \rangle$

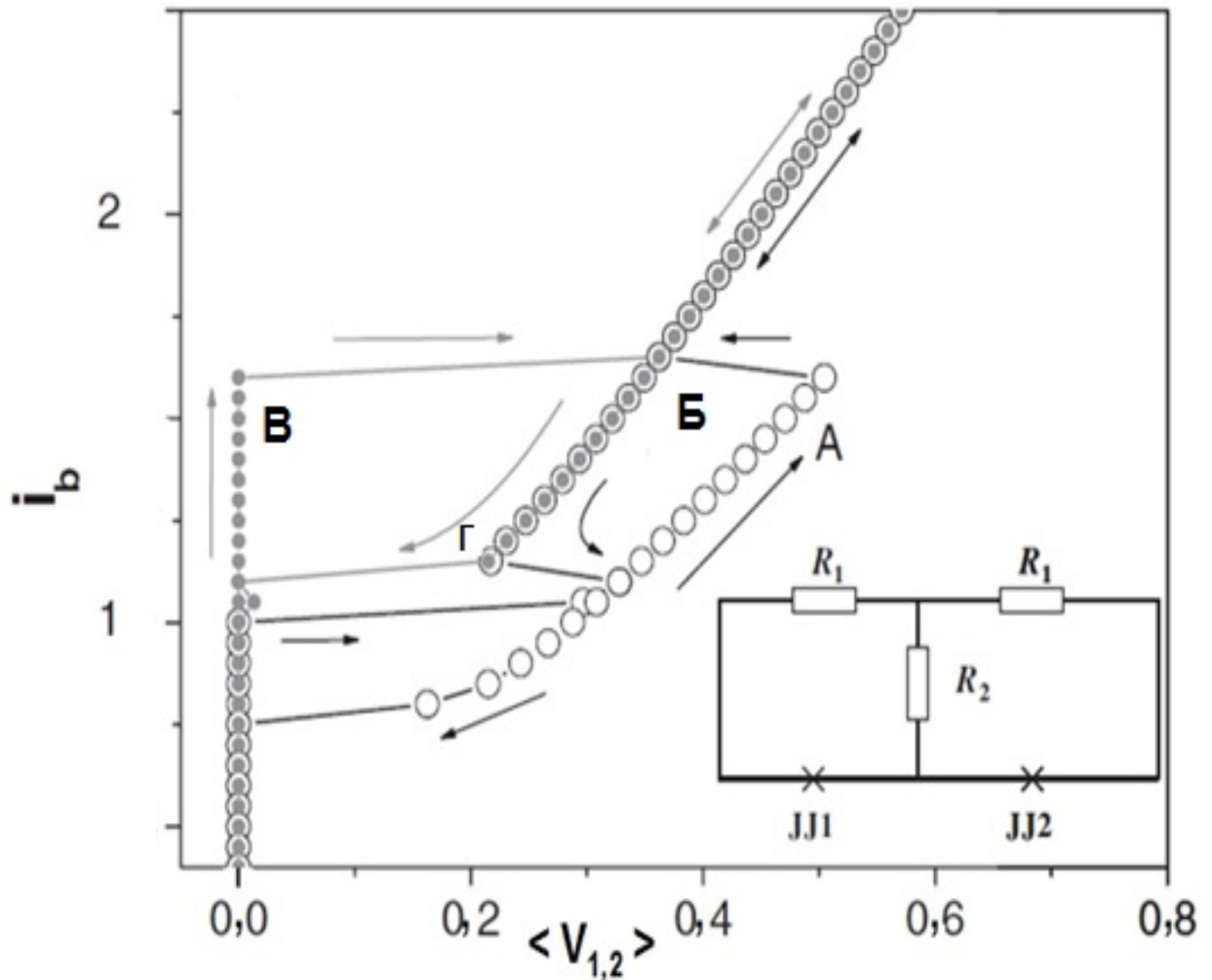


Рис. 5.7. Вольт - амперні характеристики двох шунтованих контактів з однаковим критичним струмом. Стрілки позначають напрям зміни струму зміщення. Точки А, Б, В, Г обговорюються в тексті. Параметри системи: $\beta_C = 20$, $r_1 = 0,3$, $r_2 = 0,4$, $\delta = 0$.

зменшується, його вольт - амперна характеристика $\langle v \rangle = f(\langle i \rangle)$ має від'ємний нахил і струм $\langle i \rangle$ може стати менше критичного струму. Від'ємний нахил вольт - амперної характеристики нестабільний, і при сильному збуренні напруги контакт може перейти до стану, при якому усереднена напруга дорівнює нулю (пасивного стану). Однак, для одного шунтованого контакту цей перехід не відбувається, оскільки значення збурення напруги повинно бути порядку самого значення напруги на контакті. Тому контакт не переходить до пасивного стану. Зауважимо, що описані процеси зменшення

струму $\langle i \rangle$ завдяки струму $\langle i_d \rangle$ не помітні на графіку $\langle v \rangle = f(i_b)$, який звичайно отримують в експериментах.

На основі наведеного аналізу вольт - амперної характеристики одного шунтованого контакту можна зробити висновки щодо процесів, які протікають у двох шунтованих контактах. Можна так само розрахувати струми $\langle i_{1,2} \rangle$ і побудувати вольт - амперні характеристики, враховуючи ці струми (рис. 5.8). Для спрощення, на рис. 5.8 показані тільки вольт - амперні характеристики при зменшенні струму зміщення і проаналізовано перехід, позначений літерою "Г" на рис. 5.7. Видно, що при зменшенні струму зміщення вольт - амперні характеристики, які відповідають синхронізованому стану (гілка "Б") стають нестабільними, оскільки починається їх від'ємний нахил (на рис. 5.7 ця нестабільність починається при $i_b \approx 1,1$ у точці "Г"). Вольт - амперні характеристики контактів розщеплюються, оскільки під впливом осциляцій напруги на другому контакті (його вольт - амперна характеристика позначена великими кружками), напруга на першому контакті зменшується до нуля. Осциляції напруги на другому контакті і є тим самим збуренням, яке може "переключити" перший контакт з активного у пасивний стан. Таким чином, замість одної гілки вольт - амперної характеристики з синхронізованими осциляціями напруги на контактах в точці "Г", виникають дві гілки, одна з яких є пасивним станом з $\langle v \rangle = 0$ для першого контакту, а друга є резистивною гілкою другого контакту. Розглянутий механізм утворення гілок на вольт - амперних характеристиках системи M шунтованих контактів приводить до "розщеплення" цих характеристик на M гілок при зменшенні струму зміщення від $i_b \gg 1$ до нуля. На рис. 5.9 зображені вольт - амперні характеристики системи з п'ятьма шунтованими контактами, отримані у результаті циклічного процесу збільшення струму зміщення від нуля до 2,5 і зменшення його знову до нуля. На рис. 5.9 видно п'ять резистивних гілок. Перша з них відповідає одному контакту у резистивному стані, друга - двом

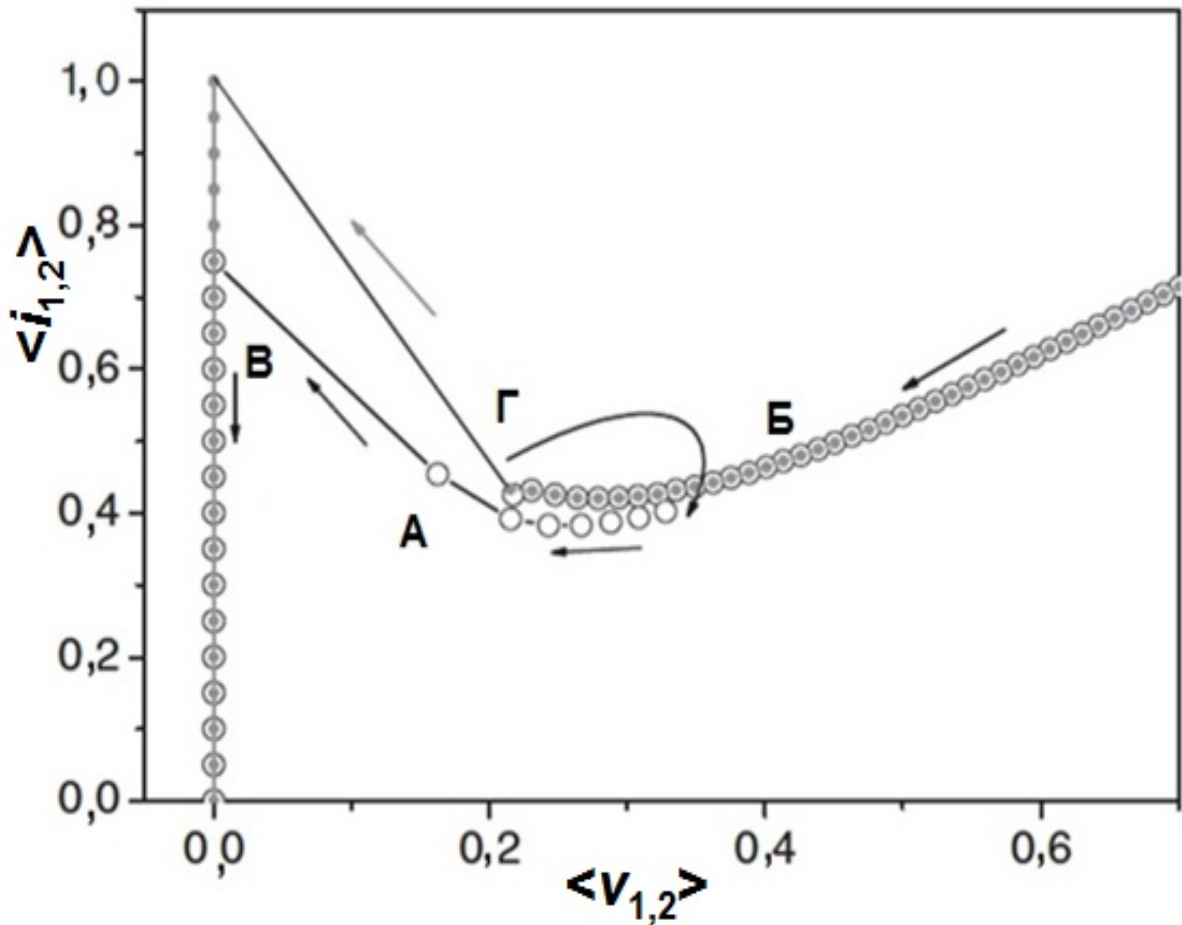


Рис. 5.8. Залежність струмів $\langle i_{1,2} \rangle$, які протікають через контакти, від усередненої напруги на контактах $\langle v_{1,2} \rangle$. Стрілки позначають напрям зміни струму зміщення. Параметри системи: $\beta_C = 20$, $r_1 = 0,3$, $r_2 = 0,4$, $\delta = 0$.

контактам у резистивному стані і т. д. Відстань між гілками зменшуються при збільшенні кількості контактів, які знаходяться у резистивному стані. Шум i_f у рівнянні (5.5) відповідав ефективній температурі 65 К. Наявність шуму допомагала отримувати "розщеплену" структуру, оскільки шум є додатковим збуренням.

Розглянута у цьому підрозділі поява багатогілкової структури при струмах зміщення вище критичного є головною особливістю вольт - амперних характеристик шунтованих контактів. З використанням всієї системи рівнянь (5.5) - (5.9) і шумового струму при ефективній температурі 20 К були розраховані вольт - амперні характеристики ланцюга з двох

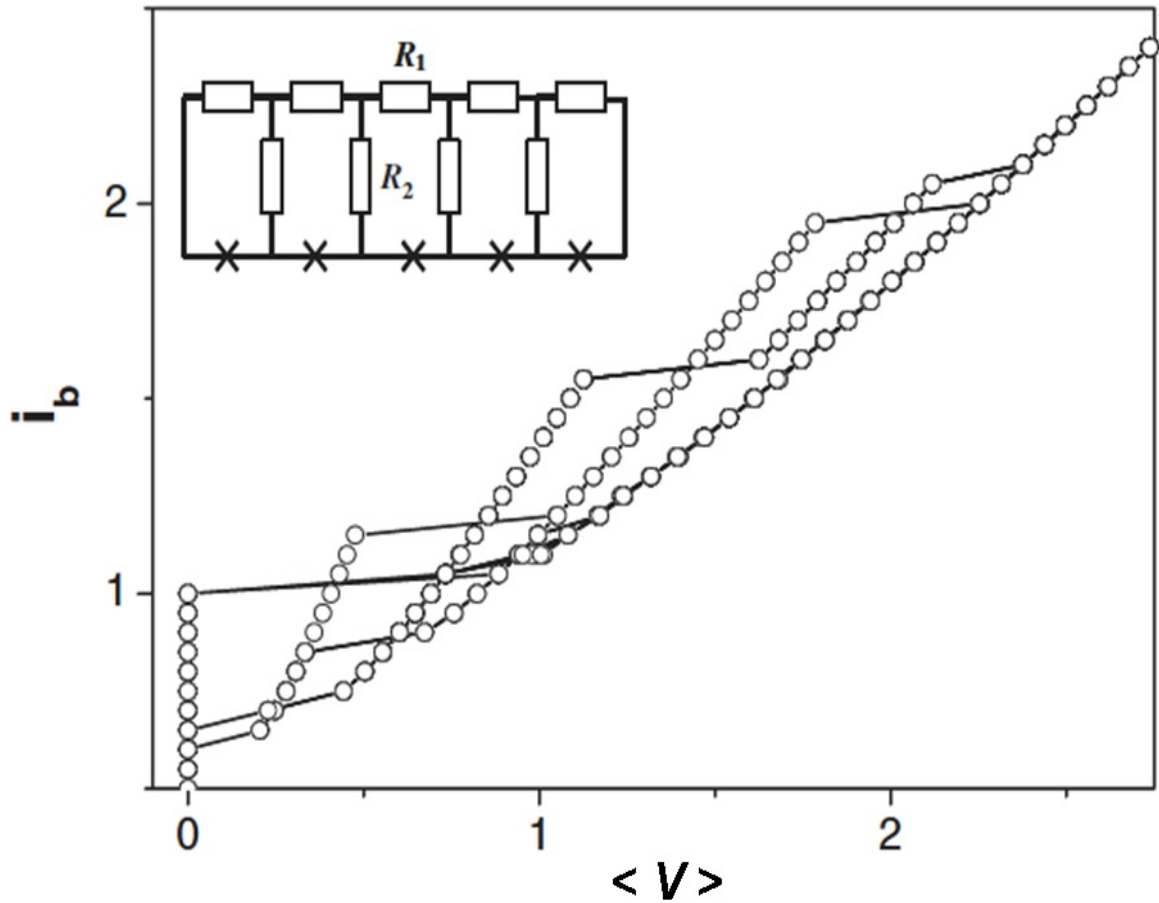


Рис. 5.9. Вольт - амперні характеристики ланцюга з п'яти шунтованих контактів з однаковими критичними струмами, отримані у результаті п'ятикратного циклічного збільшення та зменшення струму зміщення. На вставці зображена електрична схема системи. Параметри системи: $\beta_C = 20$, $r_1 = 0,3$, $r_2 = 0,4$, $\delta = 0$.

шунтованих контактів у резонаторі для різних значень розбігу критичних струмів δ . Були визначені максимальні значення цієї величини δ_{\max} для існування синхронних осциляцій напруги на контактах при різних значеннях параметрів β_{CJ} , r_1 , r_2 , та резонансної частоти резонатора ν_r . Деякі з цих залежностей показані на рис. 5.10. Найбільший розбіг критичних струмів може бути досягнутим, якщо значення параметра електричного опору з'єднання шунта з шарами надпровідника дуже малі ($\delta_{\max} \approx 0,27$ при $r_2 \rightarrow 0$ та $\delta_{\max} \approx 0,26$ при $r_2 = 0,01$). Частота резонансу при цьому повинна відповідати

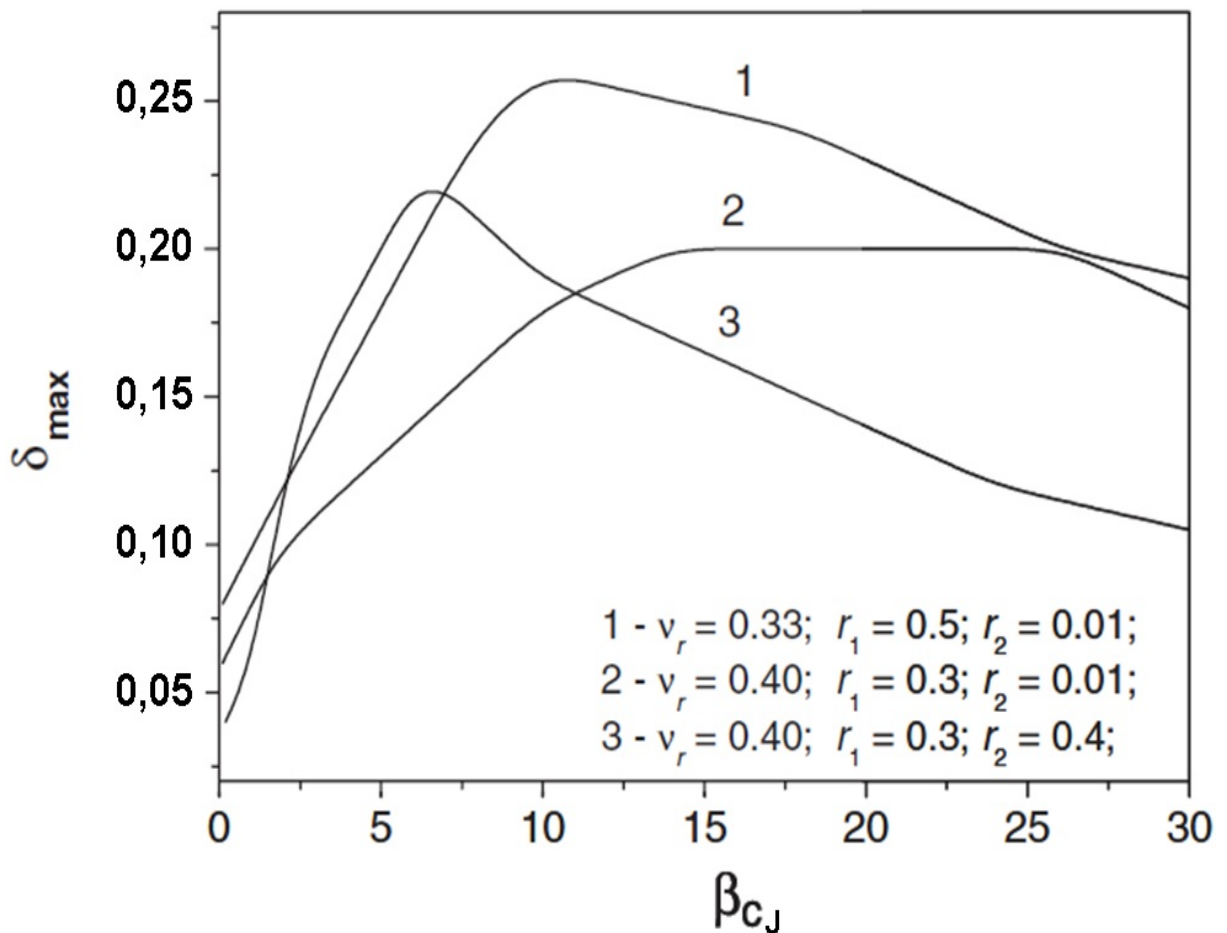


Рис. 5.10. Залежності $\delta_{\max} = f(\beta_{CJ})$ для двох шунтованих контактів у резонаторі.

напрузі, яка знаходиться трохи вище багатогілкової структури, оскільки гілки вольт - амперних характеристик при таких напругах знаходяться дуже близько одна до одної (при виборі таких параметрів, як на рис. 5.10, $v_r = 0,35$). Оптимальний електричний опір r_1 дорівнює приблизно 0,5.

5.4 Резонансна взаємодія внутрішніх контактів з стоячими хвилями

Викладені в попередніх підрозділах моделі можна застосувати для пояснення результатів експерименту, метою якого було вивчення електричних властивостей шунтованих внутрішніх контактів Джозефсона та резонансної структури їх вольт - амперних характеристик. Для експерименту були вибрані тонкі плівки високотемпературного надпровідника $Tl_2Ba_2CaCu_2O_8$ товщиною 150 нанометрів. Плівки були напилені на підкладці

LaAlO₃ епітаксіально з кутом нахилу 20°, а потім покриті тонким (до 10 нанометрів) шаром золота. З цієї структури були вирізані містки 2x2 мікрометра з довгими контактами шириною 15 мікрометрів та більше (докладно про приготування зразків та про експеримент див. підрозділ 2.2). Загальна довжина структури була 1.44 мм.

Опишемо коротко електричні властивості містків без шунта [79, 97]. Кількість внутрішніх контактів у містку при фіксованих розмірах системи та фіксованій товщині плівки змінювалася в залежності від кута нахилу Θ (див. підрозділ 2.2) і складала від 230 до 470 штук. Якщо прикладати до зразків напругу, їх вольт - амперні характеристики мають гілки у гістерезисній області. Кількість гілок дорівнює кількості внутрішніх контактів. Відстань між гілками дорівнює близько 7 мВ. Критична густина струму змінюється від $2 \cdot 10^7$ А/м² до $10 \cdot 10^7$ А/м². Критичний струм контактів звичайно змінюється від 18 мкА до 35 мкА.

На рис. 5.11 зображена вольт - амперна характеристика містка, з якого було видалено резистивне покриття шунта. Ця вольт - амперна характеристика отримана при шестикратному циклічному збільшенні струму зміщення до величини, яка перевищує критичні струми внутрішніх контактів та подальшому його зменшенні до нуля. На цьому рисунку видно, що розбіг критичних струмів був досить великий (переходи внутрішніх контактів з надпровідного стану у резистивний стан спостерігаються в інтервалі струму зміщення від 39 мкА до 46 мкА). Другою характерною рисою вольт - амперних характеристик містка на рис. 5.11 є те, що в інтервалі струму зміщення від 31 мкА до 33 мкА (тобто вище найменшого критичного струму 30 мкА) існує нестабільна область напруг, оскільки при цих струмах зміщення спостерігалися переходи контактів з резистивних гілок до надпровідного стану. Така особливість вольт - амперних характеристик досить схожа на поведінку шунтованих контактів, які були докладно вивчені в попередньому підрозділі. Можливо, на зразку в деяких місцях залишилося

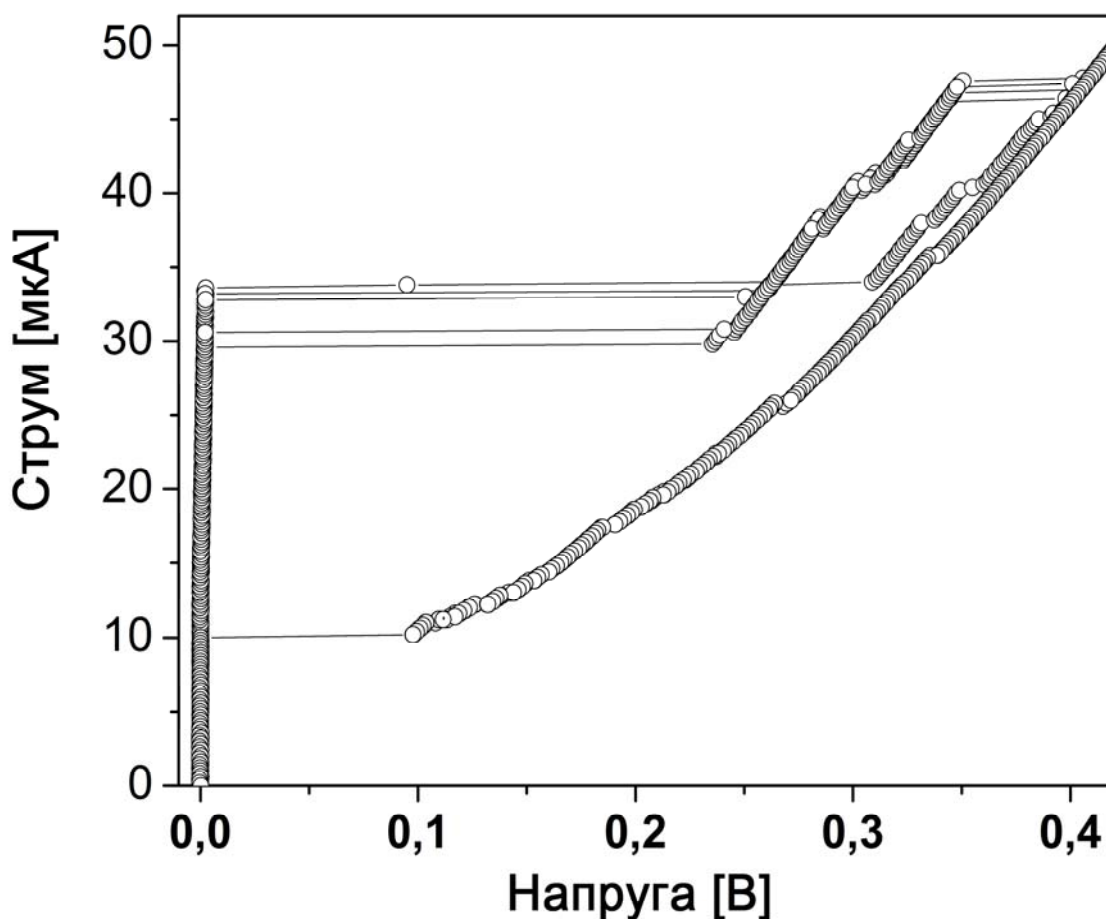


Рис. 5.11. Вольт - амперні характеристики містка $Tl_2Ba_2CaCu_2O_8$ з видаленим золотим покриттям, отримані у результаті циклічного шестикратного збільшення та зменшення струму зміщення.

покриття. Подібна поведінка вольт - амперних характеристик узгоджується також з даними роботи [97].

Розглянемо тепер електричні властивості містків з резистивним покриттям. Будуть проаналізовані вольт-амперні характеристики двох зразків (назвемо ці зразки зразками "А" та "Б"). Обидва зразки мають однакову довжину. Вольт - амперні характеристики зразка "А", виміряні через тривалі проміжки часу, показані на рис. 5.12. Вольт - амперні характеристики зразка з шунтом та зразка без шунта дуже відрізняються одна від одної. На рис. 5.12 повністю відсутній гістерезис та багатогілкова структура вольт - амперних характеристик, які присутні на зразку без шунта (див. рис. 5.11). Водночас, на рис. 5.12 надзвичайно сильно проявляється резонансна структура та присутні

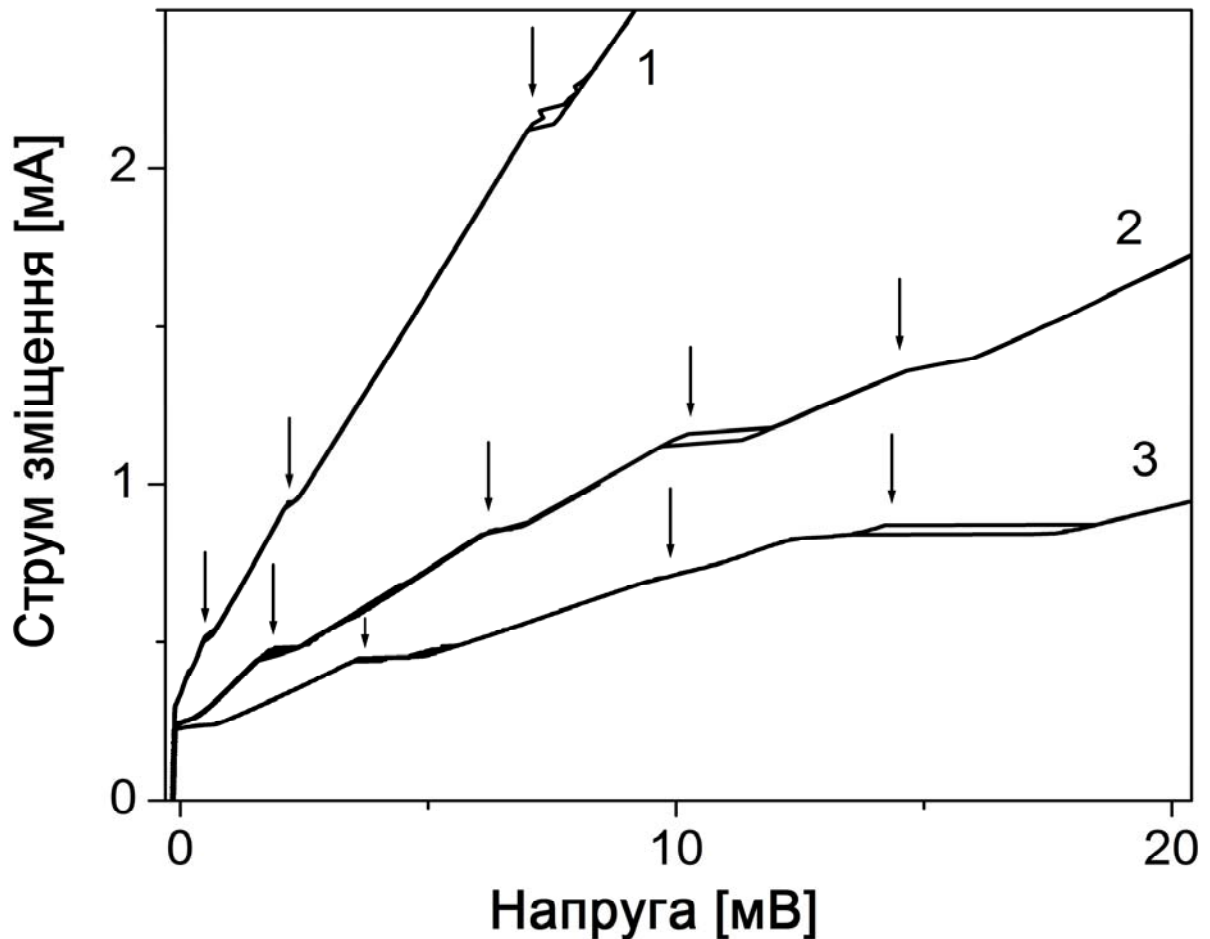


Рис. 5.12. Вольт - амперні характеристики зразка "А". Час між вимірами кривих 1 та 2 - 12 діб, а між вимірами кривих 2 та 3 - 22 доби. Стрілками позначені напруги, при яких відбуваються стрибки напруги на вольт - амперних характеристиках.

петлі гістерезису при напругах резонансів. В петлях гістерезису можна простежити багатогілкову структуру (рис. 5.13). Однак, відстань між гілками дорівнює приблизно 1,2-1,5 мВ замість 7 мВ у зразку без шунта. Таким чином, можна зробити висновок, що внаслідок впливу резистивного покриття відстань між гілками зменшилася. При напругах, більших за 5 мВ, стрибки напруги на різних вольт - амперних характеристиках відбуваються при однакових напругах (ці напруги відмічені стрілками на рис. 5.12). Вольт-амперні характеристики зразка, виміряні через тривалі проміжки часу, відрізняються одна від одної. На рис. 5.12 показано результати трьох таких вимірювань, зроблених з інтервалом у 12 діб та 22 доби. Електричний опір

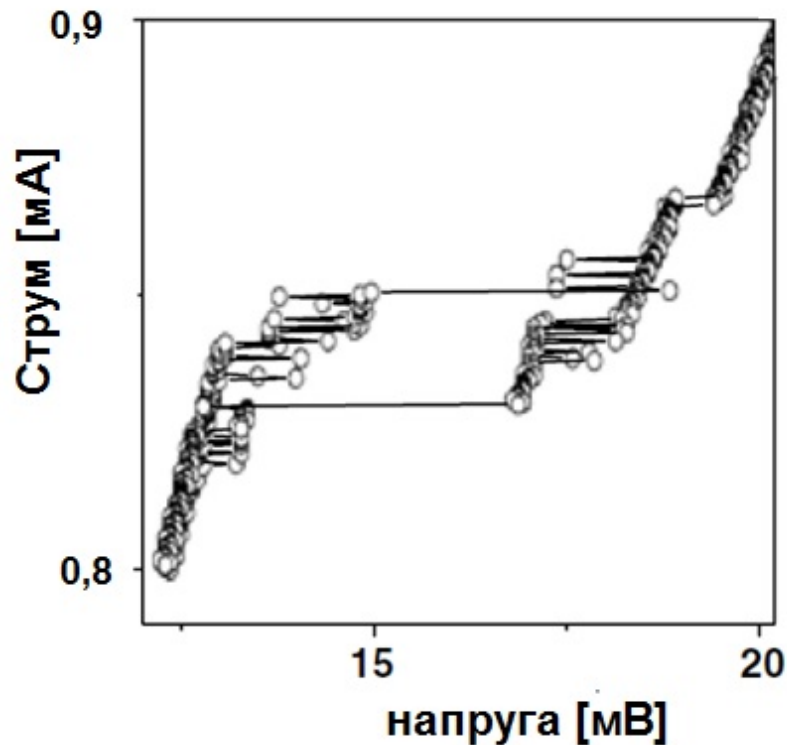


Рис. 5.13. Внутрішня структура гістерезисної петлі (зразок "А", крива 3 на рис. 5.12). Залежність отримана у процесі сканування струму зміщення протягом чотирьох разів.

системи, розрахований по даних кривої 1 при великих струмах зміщення, дорівнює 4 Ома, тоді як для кривих 2 та 3 електричний опір дорівнює 14,5 Ома та 18,5 Ома, відповідно. В той же час, температурні залежності електричного опору зразків не показували зміщення інтервалу температур, у якому електричний опір зменшувався до нуля. Це означає, що причиною змін у вольт - амперних характеристиках контактів не є зменшення кисню в зразках (старіння), яке могло б відбутися за названі інтервали часу. Можна зробити припущення, що причиною змін вольт - амперних характеристик з часом є руйнування покриття, яке відбувається при охолодженні зразка до температури 4,2 К для проведення чергового вимірювання вольт - амперної характеристики та нагріві зразка до кімнатної температури після проведення вимірювання. Хоча цей процес неконтрольований, в цьому випадку криві 1 - 3 на рис. 5.12 можна інтерпретувати як вольт - амперні характеристики, отримані при різних електричних опорах шунта у тому місці зразка, де

знаходяться контакти (тобто, при збільшенні електричного опору самих контактів).

Другою характерною рисою вольт - амперних характеристик на рис. 5.12 є, як було вказано, виражена резонансна структура на кривих 1 - 3. Резонанси проявляються як помітні стрибки напруги при характерних величинах напруги на зразку (на рис. 5.12 ці стрибки позначені стрілками). Досить помітна залежність величини стрибків напруги від електричного опору зразків. Стрибки напруги малі, коли електричний опір зразка невеликий (крива 1 на рис. 5.12). Стрибки, відмічені двома першими стрілками на цій кривій, досить слабкі, і вид кривої 1 в місцях стрибків схожий на перегин. Однак, при збільшенні електричного опору зразків, стрибки напруги стають великими і виразними (рис. 5.12, криві 2, 3). Таким чином, пояснення появи стрибків на вольт-амперних характеристиках повинно включати також пояснення збільшення величини стрибків при збільшенні електричного опору шунта.

Вольт - амперна характеристика кривої 3 з рис. 5.12 зображена на рис. 5.14 при більших струмах зміщення. Стрибки на вольт-амперній характеристиці утворюють структури. Головна структура стрибків має період 17 мВ (ці стрибки показані великими стрілками на рис. 5.14). Однак, на вольт-амперній характеристиці присутня також субгармонійна структура, тобто стрибки при напругах, кратних половині і чверті цього періоду (стрілки малого розміру на рис. 5.14). Задля більшої наочності, вісь абсцис для цієї вольт - амперної характеристики можна відкласти в масштабі періоду головної структури стрибків 17 мВ (рис. 5.15). На цьому рисунку добре видна як головна, так і субгармонійна резонансна структура. Напруга, яка відповідає кожній точці вольт - амперних характеристик, зображених на рис. 5.12 - 5.14, є сумою напруг на внутрішніх контактах. Як було зазначено вище у цьому підрозділі, у містку є близько 360 внутрішніх контактів. Тому для порівняння результатів експерименту з результатами моделювання системи, у подальшому розгляді вісь напруг вольт - амперних характеристик буде

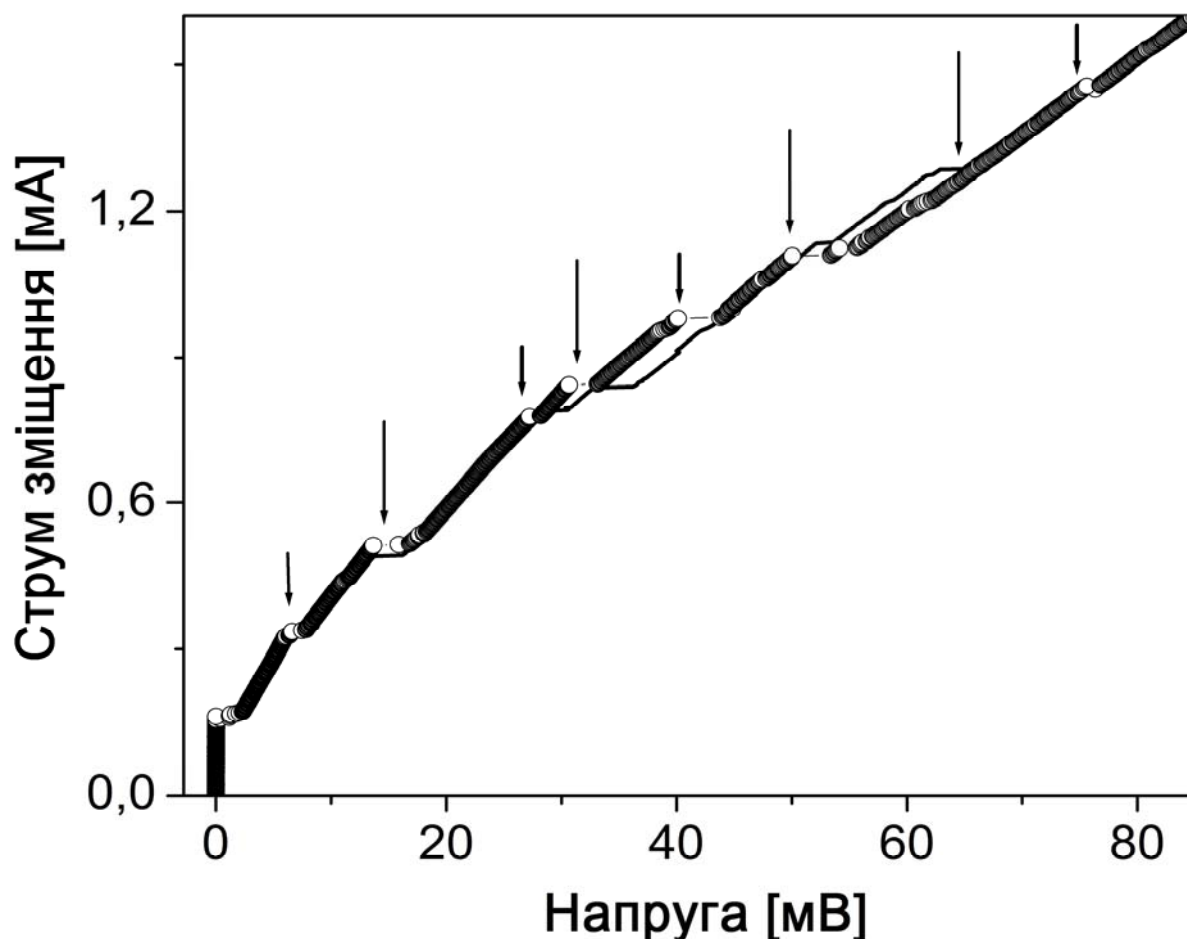


Рис. 5.14. Вольт - амперна характеристика системи при збільшенні струму зміщення (кружки), та при зменшенні струму зміщення (суцільна лінія).

розраховуватися для одного контакту (тобто, повна напруга на системі буде поділена на 360 контактів). Наявність знайдених стрибків та їх положення на вольт - амперних характеристиках відтворюється на різних зразках. На рис. 5.16 показані вольт-амперні характеристики двох різних зразків "А" та "Б". Хоча зразки мають різні критичні струми і їх вольт - амперні характеристики різні, на них спостерігаються стрибки при тих самих значеннях напруг. На рис. 5.16 ці стрибки позначені стрілками. Зауважимо, що зразки "А" та "Б" мають однакові геометричні розміри. Періодичність стрибків напруги на вольт - амперних характеристиках свідчить про те, що поява цих стрибків не пов'язана з переходом груп внутрішніх джозефсонівських контактів у резистивний стан. Така періодичність неможлива, якщо контакти мають критичні струми, розподілені навколо середньої величини. Так що, існує

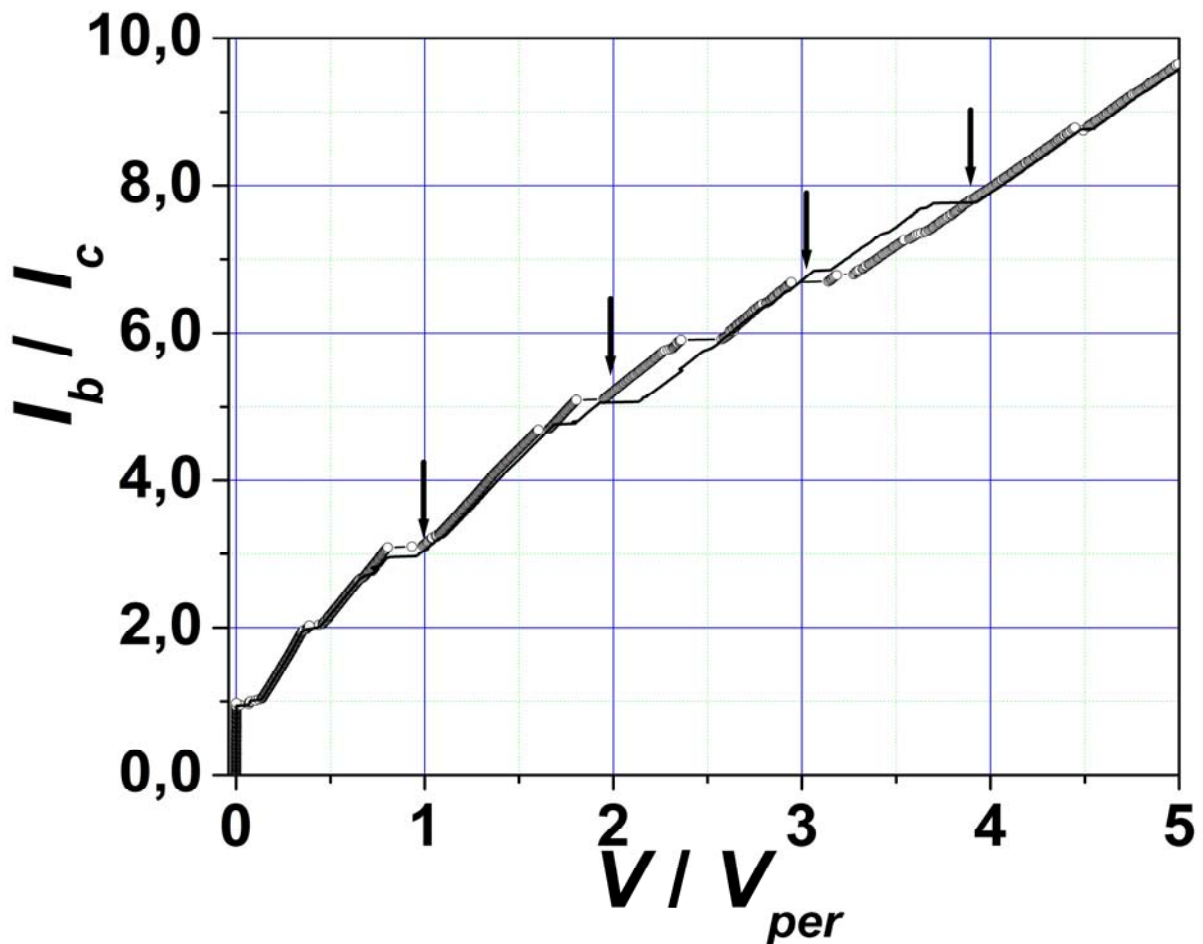


Рис. 5.15. Нормалізована вольт - амперна характеристика з рис. 5.14. Параметри нормалізації: $I_c = 0,166$ мА, $V_{per} = 17$ мВ.

внутрішній механізм появи періодично повторюваних стрибків напруги. У підрозділі 4.3 показано, що такі стрибки можуть з'явитися завдяки серії резонансів геометричного походження, які пов'язані з розмірами системи. Відомо, що резонанси виникають при відбитті електромагнітної хвилі від країв системи, якщо у лінійному розмірі системи вміщується ціле число половин довжин хвилі. Припущення про резонанси геометричного походження може бути справедливим для досліджуваної системи, оскільки зразки "А" та "Б", які мають однакові відмічені особливості вольт-амперних характеристик, мають також однакові геометричні розміри (наприклад, однакову довжину 1.44 мм). Тому треба розрахувати довжину хвилі і порівняти її з розмірами системи. Тоді з величини періоду стрибків напруги отримуємо для одного контакту період 0.047 мВ. Частота джозефсонівського

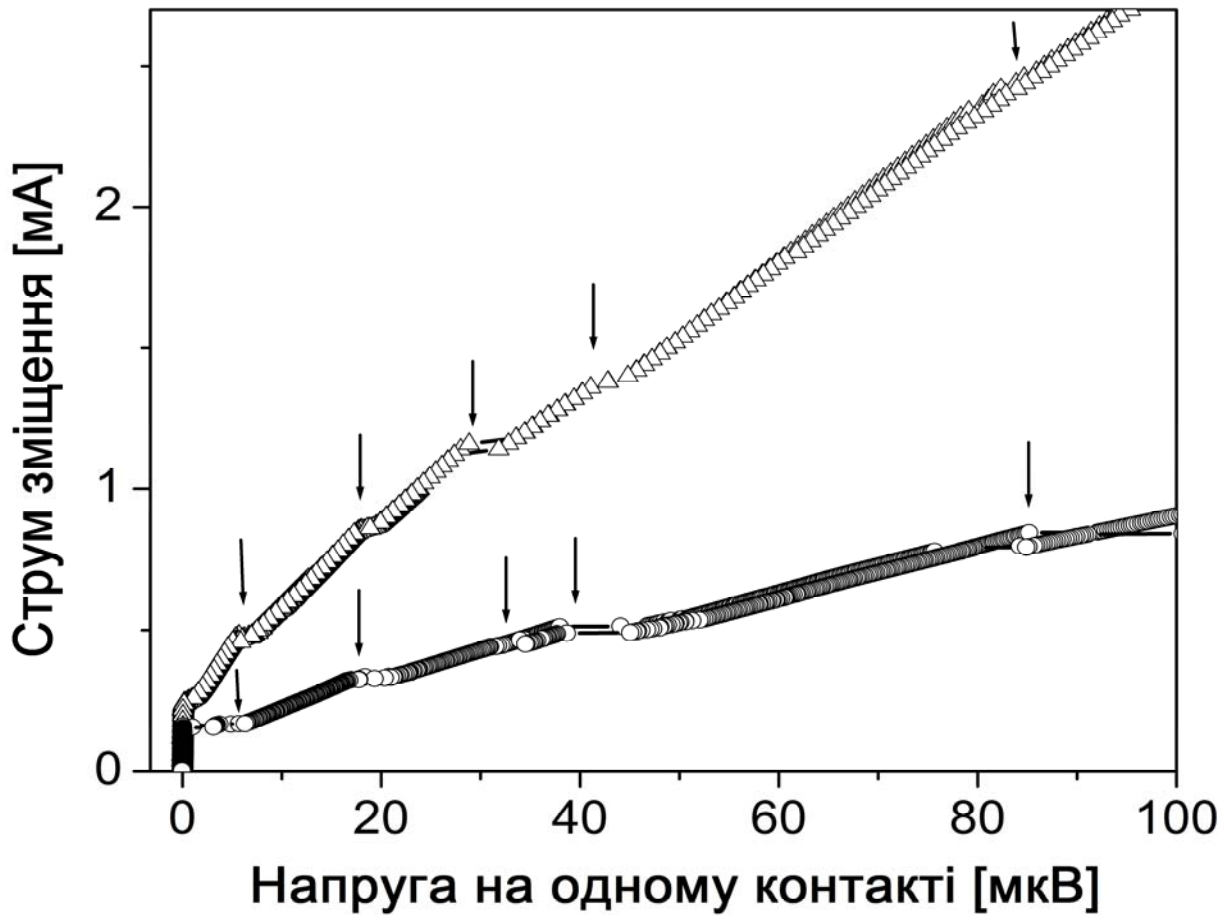


Рис. 5.16. Вольт - амперні характеристики зразка "А" (кружки) та зразка "Б" (трикутники).

випромінювання, яка відповідає цьому періоду, дорівнює $f = 22.68$ ГГц. Довжина хвилі λ дорівнює $c_0 / (f \sqrt{\sigma}) = 2.96$ мм (тут c_0 - швидкість світла у вакуумі, $\sigma \approx 20$ - діелектрична проникність ТВССО). Значення половини довжини хвилі 1,48 мм близьке до довжини системи 1.44 мм. При визначенні довжини хвилі крім зазначеної раніше похибки у десять відсотків завдяки невизначеного значення діелектричної проникності, можлива також похибка в один - два відсотки, яка з'являється за рахунок неточного визначення кількості внутрішніх контактів. Знайдене значення довжини хвилі 1,48 мм на три відсотки відрізняється від величини довжини системи. Тому можна припустити, що стрибки напруги на вольт-амперній характеристиці виникають при утворенні стоячої хвилі у всій системі. Ця стояча хвиля

взаємодіє з генерацією Джоузефсона і призводить до стрибків на їх вольт-амперних характеристиках.

5.5 Порівняння результатів експерименту з розрахунками

Для опису резонансної взаємодії стоячих хвиль з осциляціями напруги на контактах в системі, яка вивчалась в експерименті, можна застосувати змінену модель, яка була розглянута в підрозділі 4.3. Для цього треба вставити K контактів Джоузефсона в одну секцію p (див. підрозділ 4.3), а критичний струм всіх контактів в інших секціях довгої лінії повинен бути значно більшим, ніж критичний струм контактів у секції p . Така модель досить адекватно відтворює умови експерименту, оскільки вся система є ланцюгом внутрішніх контактів Джоузефсона з великими значеннями критичних струмів (оскільки ширина кожного контакту дорівнює ширині системи), і тільки у містку поперечний розмір системи настільки малий, що контакти можуть перейти у резистивний стан при невеликому значенні струму зміщення. Розраховані вольт-амперні характеристики показані на рис. 5.17. Вони мають ті ж самі особливості, що й криві, виміряні в експерименті, тобто, стрибки при напругах, кратних 0,047 мВ. На рис. 5.17 криві, отримані при значеннях електричного опору контактів 0,1 Ом, 0,2 Ом та 0,3 Ом, розташовуються нижче одна одної, і значення струмів зміщення при напругах, які відповідають стрибкам, зменшуються при збільшенні електричного опору контакту. Ця особливість також знайдена в експерименті (рис. 5.12).

Порівняння результатів експерименту з розрахунками проведено на рис. 5.18. Кружками показана частина експериментальної вольт - амперної характеристики, яка отримана при збільшенні струму зміщення. Так само, як на рис. 5.17, по осі абсцис на цьому рисунку відкладена напруга на системі, поділена на кількість внутрішніх контактів та на головний період резонансної структури 47 мкВ. По осі ординат відкладений струм зміщення, нормалізований на критичний струм контакту 167 мкА. Суцільною лінією

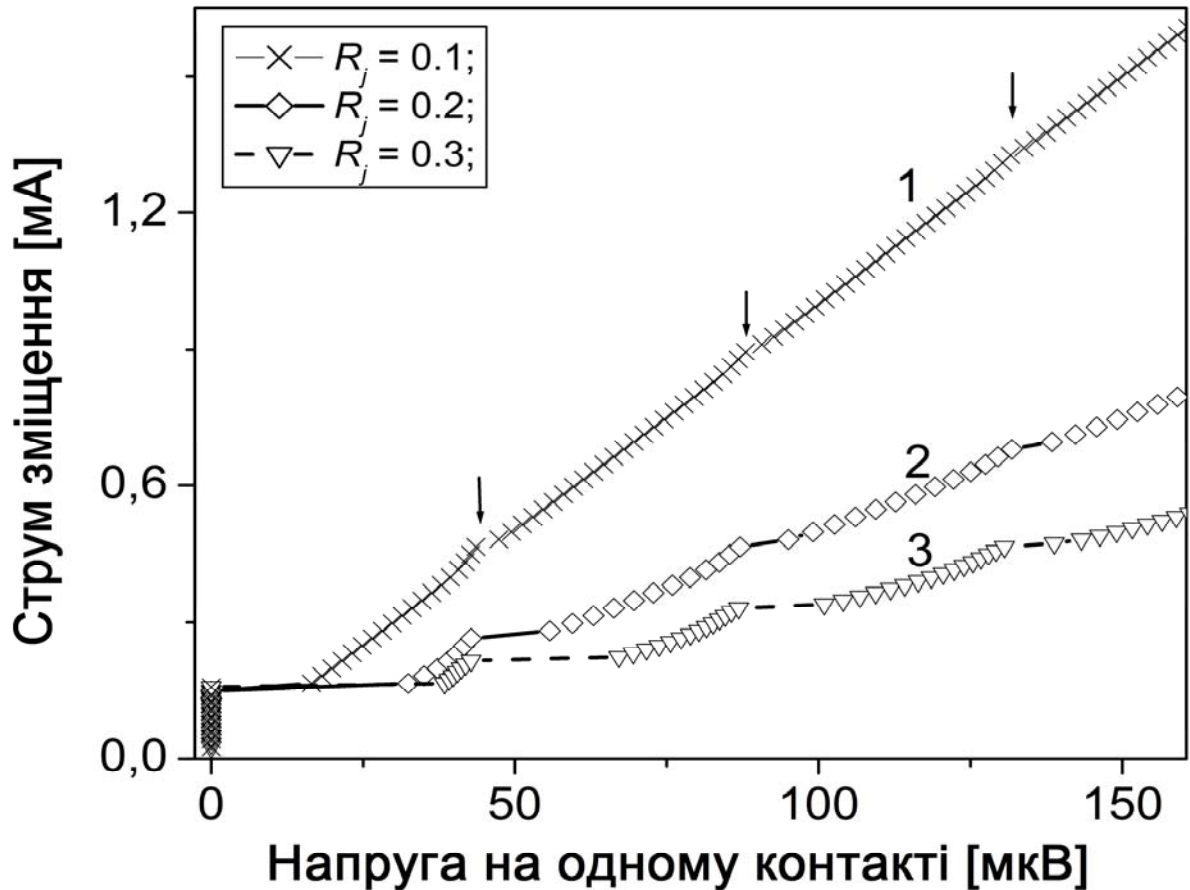


Рис. 5.17. Розраховані вольт - амперні характеристики системи, яка складається з двох контактів, що знаходяться у секції довгої лінії при опорі контакту $R_k = 0,1$ Ом (крива 1, хрестики), $R_k = 0,2$ Ом (крива 2, ромби) та $R_k = 0,3$ Ом (крива 3, трикутники). Стрілками позначені стрибки напруги на кривій 1.

показана розрахована усереднена вольт - амперна характеристика системи з двох контактів Джозефсона з однаковими критичними струмами, які знаходяться в частині p довгої лінії (див. підрозділ 4.3). Параметри системи, прийняті в розрахунку: довжина системи $1,44 \cdot 10^{-3}$ м, $N = 10$, $P = 1$, $p = 2$, $C_J = 1,64 \cdot 10^{-10}$ Ф, $C = 2,34 \cdot 10^{-11}$ Ф, $L = 1,97 \cdot 10^{-13}$ Гн, $\zeta = 1,44 \cdot 10^{-4}$ м, $I_c = 1,67 \cdot 10^{-4}$ А, $V_c = 2 \cdot 10^{-4}$ В, $R = 1 \cdot 10^{-5}$ Ом. Видно, що модель адекватно відтворює головний період резонансної структури вольт - амперної характеристики, хоча узгодження експериментальної та розрахункової кривої

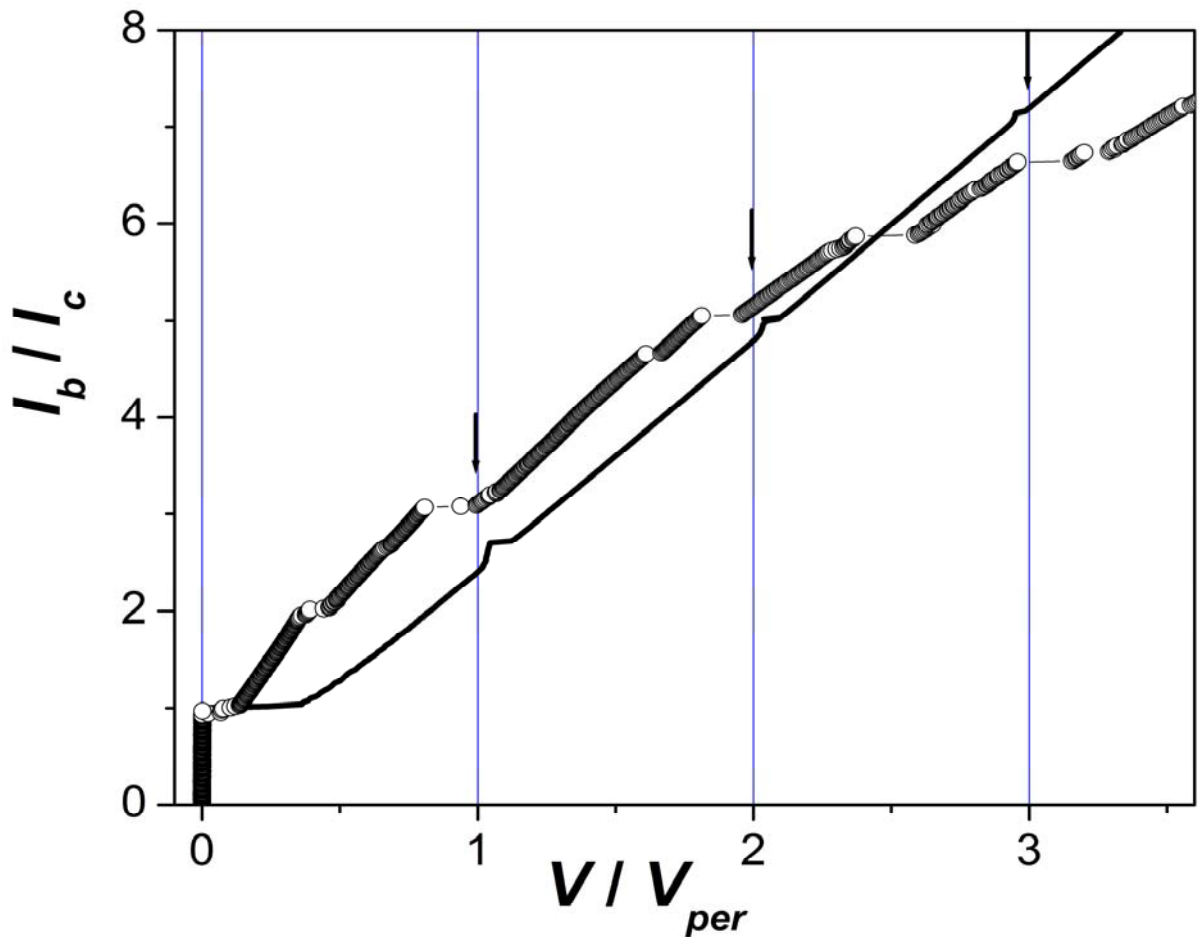


Рис. 5.18. Вольт-амперні характеристики внутрішніх джозефсонівських контактів (кружки-експеримент, суцільна лінія - модель), нормалізовані на $I_c = 167 \text{ мкА}$ та $V_{per} = 47 \text{ мкВ}$.

тільки якісне. Розрахована вольт - амперна характеристика обернена опуклістю вниз, тоді як експериментальна крива обернена опуклістю вгору. Відмітимо також, що застосування альтернативної теорії проковзування фази [12] дає нефізичну величину лінійного розміру центру проковзування фази 260 мікрометрів і тому не може бути застосована для пояснення цього експерименту.

Як було зазначено вище, при розрахунку вольт - амперних характеристик критичні струми контактів вважалися однаковими. Проведемо тепер розрахунки для більш вірогідного випадку $\delta \neq 0$. На рис. 5.19 показані розраховані вольт - амперні характеристики двох контактів (одна з них - штриховою лінією, друга - суцільною лінією), які розраховані для тих самих

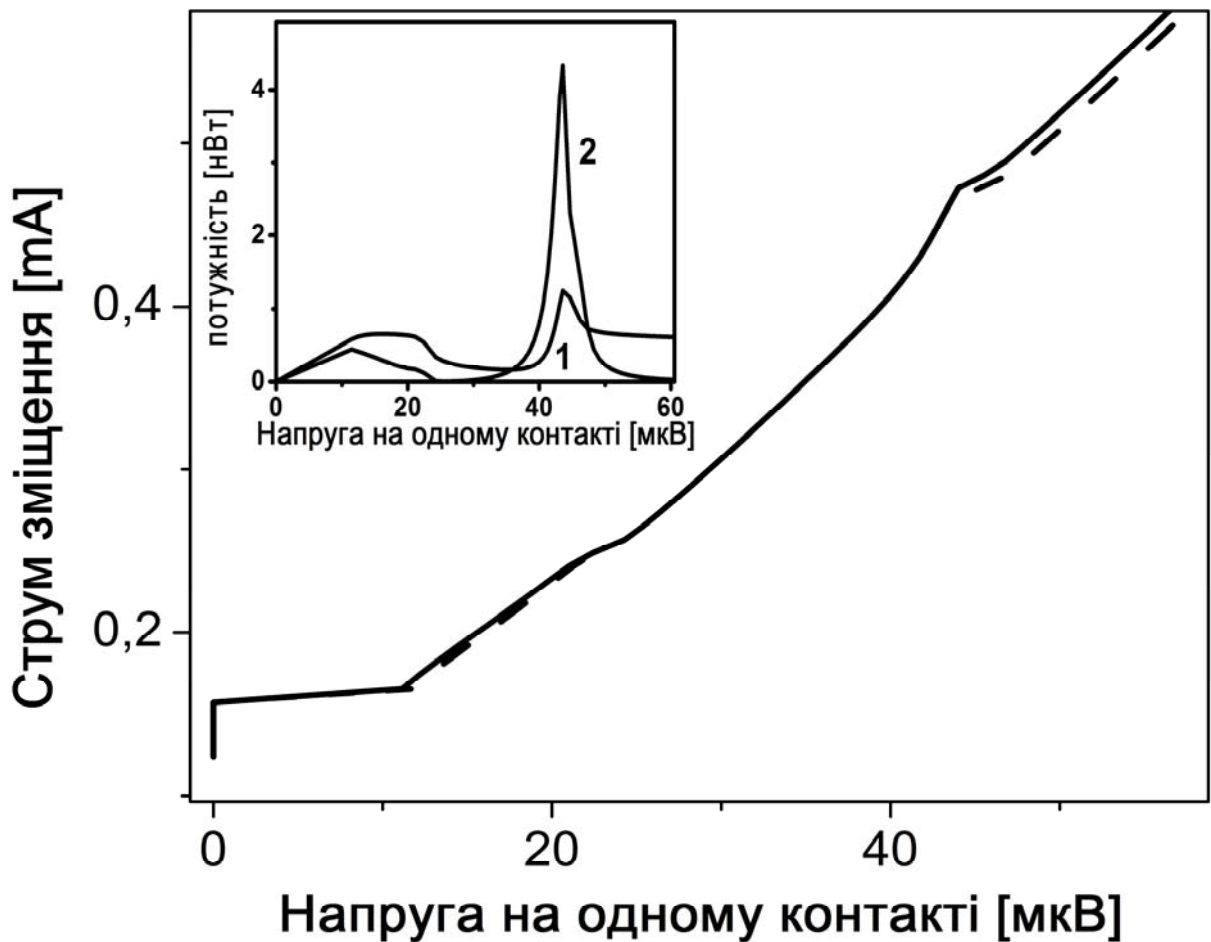


Рис. 5.19. Розрахункові вольт - амперні характеристики двох контактів з різними критичними струмами ($\delta = 0,015$). Решта параметрів системи та ж сама, як і на рис. 5.18. На вставці - потужність змінного струму для одного (крива 1) і для двох (крива 2) контактів у системі.

значень параметрів системи, що і на рис. 5.18, при $\delta = 0,015$. У досить широкому інтервалі від 25 мкВ до 45 мкВ вольт - амперні характеристики контактів співпадають. Це означає, що в цьому інтервалі осциляції напруг на контактах синхронізовані. На вставці до цього рисунку показані залежності потужності змінного струму, який протікає в одному контакті у системі з тими самими параметрами (крива 1) і в кожному контакті в системі з двома контактами (крива 2). Хоча визначений з вольт - амперних характеристик інтервал синхронізації широкий, повна синфазна синхронізація досягнута лише поблизу резонансної особливості. Пояснити цю особливість можна на основі результатів, викладених у підрозділі 3.4. Вольт - амперні

характеристики ланцюга контактів з підключеною до кінців довгою лінією мають області синфазної та протифазної синхронізації, які чергуються. На вставці до рис. 5.19 видно, що в проміжку між 0,25 мкВ та 0,30 мкВ потужність зменшується до нуля. Це означає наявність протифазної синхронізації у цьому проміжку напруг. Таким чином, в інтервалі від 0,25 мкВ до 0,30 мкВ у системі є протифазна синхронізація, а поблизу резонансної особливості - синфазна синхронізація.

Розрахунки вольт - амперних характеристик у цьому підрозділі були проведені тільки для двох контактів у довгій лінії. Наведемо оціночний розрахунок потужності для ланцюга з 360 контактами у системі при синфазній синхронізації. Згідно теорії [55], потужність випромінювання контактів у простір дорівнює $P_d \approx K^2 P_1$, де $P_1 = 4 \cdot 10^{-4} V_c I_{ca}$ - коефіцієнт узгодження імпедансу довгої лінії з імпедансом простору. Для системи, яка має 360 контактів, отримуємо $P_d \approx 0,2$ мкВт, тоді як повна потужність у системі дорівнює $P_{tot} \approx K^2 V_c I_{ca} = 0,35$ мВт. Наведені оцінки узгоджуються з даними, отриманими в експериментах [7].

5.6 Висновки до розділу 5

У цьому розділі представлені результати експериментального та теоретичного вивчення електричних властивостей шунтованих містків плівок $Tl_2Ba_2CaCu_2O_8$, які було напилено епітаксіально на зміщених підкладках. Основні результати цього дослідження наступні:

- створено систему, у якій завдяки колу зворотного зв'язку (резистивному шунту) внутрішні джозефсонівські контакти високотемпературних надпровідників мають однакові вольт - амперні характеристики, що створює умови для когерентного випромінювання.
- Вплив шунта приводить до зникнення багатогілкової структури вольт - амперної характеристики та до появи на ній самоіндукованих резонансних сходинок. Багатогілкова структура помічена тільки у

гістерезисних петлях вольт - амперної характеристики при напругах резонансів.

- Відстань між гілками багатогілкової структури у резонансних петлях дорівнює 1,2-1,5 мВ, що менше, ніж відстань між гілками у нешунтованих зразках (7 мВ). Це підтверджує наявність шунтування внутрішніх контактів Джозефсона у системі.
- Напруги, на яких спостерігалися самоіндуковані резонансні сходинки на вольт - амперній характеристиці, кратні величині 17 мВ, що відповідає 0,047 мВ на один внутрішній контакт. Ця величина відповідає довжині хвилі випромінювання 2,96 мм. Половина довжини цієї хвилі (1.48 мм) майже точно співпадає з довжиною системи (1,44 мм). Тому зроблено висновок, що особливості вольт - амперних характеристик зразків зумовлені взаємодією випромінювання внутрішніх контактів Джозефсона з стоячими хвилями в системі.
- Розрахунки фазової динаміки системи з визначеними експериментально параметрами, проведені в межах резистивної моделі для системи контактів у резонансній довгій лінії, підтвердили висновок, що самоіндуковані резонансні сходинки на вольт - амперній характеристиці системи породжені резонансною взаємодією випромінювання шунтованих контактів та стоячою хвилею в системі.
- Розрахунки підтвердили гіпотезу про те, що зміни вольт - амперних характеристик системи з часом пов'язані з руйнуванням покриття і збільшенні електричних опорів внутрішніх контактів, яке відбувається при циклічних охолодженнях та нагрівах системи. Зміни розрахованих вольт - амперних характеристик при збільшенні електричних опорів контактів аналогічні тим, які знайшли в експерименті.
- Розрахунки моделі системи контактів у резонансній довгій лінії показали, що контакти можуть бути синхронізовані при напругах, які відповідають резонансним сходинкам на вольт - амперній характеристиці.

РОЗДІЛ 6.

КОГЕРЕНТНА ДИНАМІКА КОНТАКТІВ, ЯКІ ЗНАХОДЯТЬСЯ ПРИ РІЗНИХ ТЕМПЕРАТУРАХ

У цьому розділі розглянуто вплив температури на можливість утворення когерентного випромінювання в системах контактів Джозефсона. У підрозділі 6.1 проблема аналізується за допомогою методу амплітуд, які повільно змінюються, при розігріві контактів теплом Джоуля [28]. Приймається до уваги те, що контакти з різними значеннями електричного опору можуть розігріватися до різних температур. Аналізується когерентне випромінювання двох контактів у ланцюгу, приєднаного до кінців послідовного резонансного контуру з резистивними втратами. У підрозділі 6.2 розглядається можливість синхронізації випромінювання для системи двох контактів, які знаходяться при постійних, але різних температурах, які підтримуються з зовнішніх джерел [35]. У підрозділах 6.3 та 6.4 розглядається система контактів Джозефсона (пачка контактів), яка знаходиться у довгій лінії [29, 30]. Проведено розрахунки вольт - амперних характеристик системи, а також розподілу потужності когерентного випромінювання та потужності втрат Джоуля вздовж системи. З результатів розрахунків слідує, що втрати Джоуля вздовж системи різко нерівномірні. Згідно оцінкам розподілу температур, в одних місцях система має температуру криостату, а в інших - сильно розігрівается. Такий розподіл температур пояснює появу "гарячих плям" на зразках пачок внутрішніх контактів Джозефсона у високотемпературних надпровідниках, які неодноразово спостерігалися в експериментах [206].

6.1 Синхронізація контактів при розігріві теплом втрат Джоуля

Хоча електричний опір окремого внутрішнього контакту не дуже великий (порядку кількох десятих ома), великий електричний опір системи внутрішніх контактів Джозефсона утворюється за рахунок великої кількості контактів. Перебуваючи у резистивному стані, така система інтенсивно

нагрівається за рахунок тепла Джоуля, яке виділяється при протіканні струму зміщення. Якщо умови тепловідводу не забезпечують достатнього охолодження контакту, його температура підвищується, тобто, відбувається розігрів контакту. Вплив розігріву окремого автономного контакту на його вольт - амперну характеристику детально описаний в рамках методу амплітуд, які повільно змінюються (див. підрозділ 1.2). Зараз метод амплітуд, які повільно змінюються, буде застосований для оцінки впливу розігріву на синхронізацію осциляцій напруги на контактах. Для знаходження вольт - амперних характеристик контактів запишемо рівняння методу амплітуд, які повільно змінюються, для напруг на контактах $\hat{v}_k(\gamma_k)$ (див. підрозділ 1.3):

$$\hat{v}_k(\gamma_k) \equiv \frac{d\theta_k(\gamma)}{d\tau} = \langle v_k^A(\gamma_k) \rangle + \frac{a_1}{2} [\operatorname{Re}(y_{kk}) + \operatorname{Re}(y_{kk'}) \cos \psi \mp \operatorname{Im}(y_{kk'}) \sin \psi], \quad (6.1)$$

де $k, k' = 1, 2$, $\langle v_k^A(\gamma_k) \rangle$ - усереднена по великому проміжку часу напруга на контакті з індексом k , $a_1 = 2 / (i_b + \langle v^A \rangle)$, $\langle v^A \rangle$ - усереднена напруга на контакті з середнім критичним струмом і середнім електричним опором, $\psi = \theta_1 - \theta_2$. Вольт - амперна характеристика контакту може бути розрахована з виразу (6.1). Для того, щоб урахувати зміни вольт - амперних характеристик, пов'язані з розігрівом контактів, проводимо розрахунки по схемі, яка запропонована в [58, 62] для автономних контактів (див. підрозділ 1.2). Для спрощення задачі приймемо, що контакти мають однакові параметри. Крім того, будемо вважати, що кожен контакт має тепловідвід, незалежний від другого контакту. Тоді по аналогії з (1.19) можна написати:

$$\langle v_k^A(\gamma_k) \rangle = \left\{ i_b^2 - \left[1 - \frac{p_k(\gamma_k)}{i_t} \right]^2 \right\}^{1/2}, \quad (6.2)$$

$$p_k(\gamma_k) = \frac{\hat{v}_k^2(\gamma_k)}{z_k}, \quad (6.3)$$

$$\gamma_k = 1 + \varepsilon p_k(\gamma_k), \quad (6.4)$$

де $k = 1, 2$, z_k - електричний опір контакту у нормалізованих позначеннях. Якщо розбіг електричних опорів контактів дорівнює $R_{1,2} = V_c / (1 \mp \delta)$, то

$z_k = 1/(1 \mp \delta)$, $k = 1, 2$, відповідно. З рівнянь (6.1) - (6.4) видно, що при розігріві контакту приймається до уваги також синхронізуючий струм кола зворотного зв'язку. Рішення системи рівнянь (6.1) - (6.3) повинно бути самоузгодженим, тому ця система вирішувалася методом ітерацій. При першій ітерації для $\gamma_1 = \gamma_2 = 1$ знаходилося $p_k(\gamma_k) = 0$, $\langle v_k^A(\gamma_k) \rangle$ та $\hat{v}_k(\gamma_k)$. При другій ітерації знаходяться нові значення $p_k(\gamma_k)$, γ_k , $\langle v_k^A(\gamma_k) \rangle$ та $\hat{v}_k(\gamma_k)$ і т. д. Вольт - амперні характеристики контактів розраховувалися з виразу (6.1). Потрібно приблизно 7-8 ітерацій для того, щоби вольт - амперна характеристика перестала суттєво змінюватися.

Застосуємо наведену вище схему розрахунків для отримання вольт - амперних характеристик контактів у ланцюзі з двох контактів, кінці якого приєднано до послідовного LC - резонатора з втратами, які моделюються за допомогою електричного опору R_{sh} , приєднаного до контуру послідовно. Як і раніше, будемо вважати ємності контактів однаковими, однак критичні струми контактів з індексами $k = 1$ та $k = 2$ при температурі кріостату T_0 різні: $I_{ck}(T_{Cr}) = (1 \mp \delta) I_{c0}(T_{Cr})$, де $I_{c0}(T_{Cr})$ - середній критичний струм. Електричні опори контактів розраховуються з рівнянь $R_k = V_c / I_{ck}$, де V_c - критична напруга.

Для того, щоби перевірити розрахунок вольт - амперних характеристик за допомогою рівняння (6.1), розрахунки методом амплітуд, які повільно змінюються, при температурі кріостату було порівняно з рішеннями системи рівнянь динаміки фаз та правил Кірхгофа для системи (рис. 6.1). Як відомо (див. підрозділ 1.2), при розігріві контакту теплом втрат Джоуля на вольт - амперній характеристиці виникає гістерезис. Зараз ми не будемо цікавитися величиною цього гістерезису і будемо проводити розрахунки в області вольт - амперної характеристики, де гістерезис відсутній (тобто, при $\langle v \rangle \geq 1$). Система ланцюга з двома контактами, приєднаного до послідовного резонансного контуру без втрат, була докладно вивчена в підрозділі 3.3 (див. рівняння (3.21), (3.22)). Тепер ці рівняння були вирішені

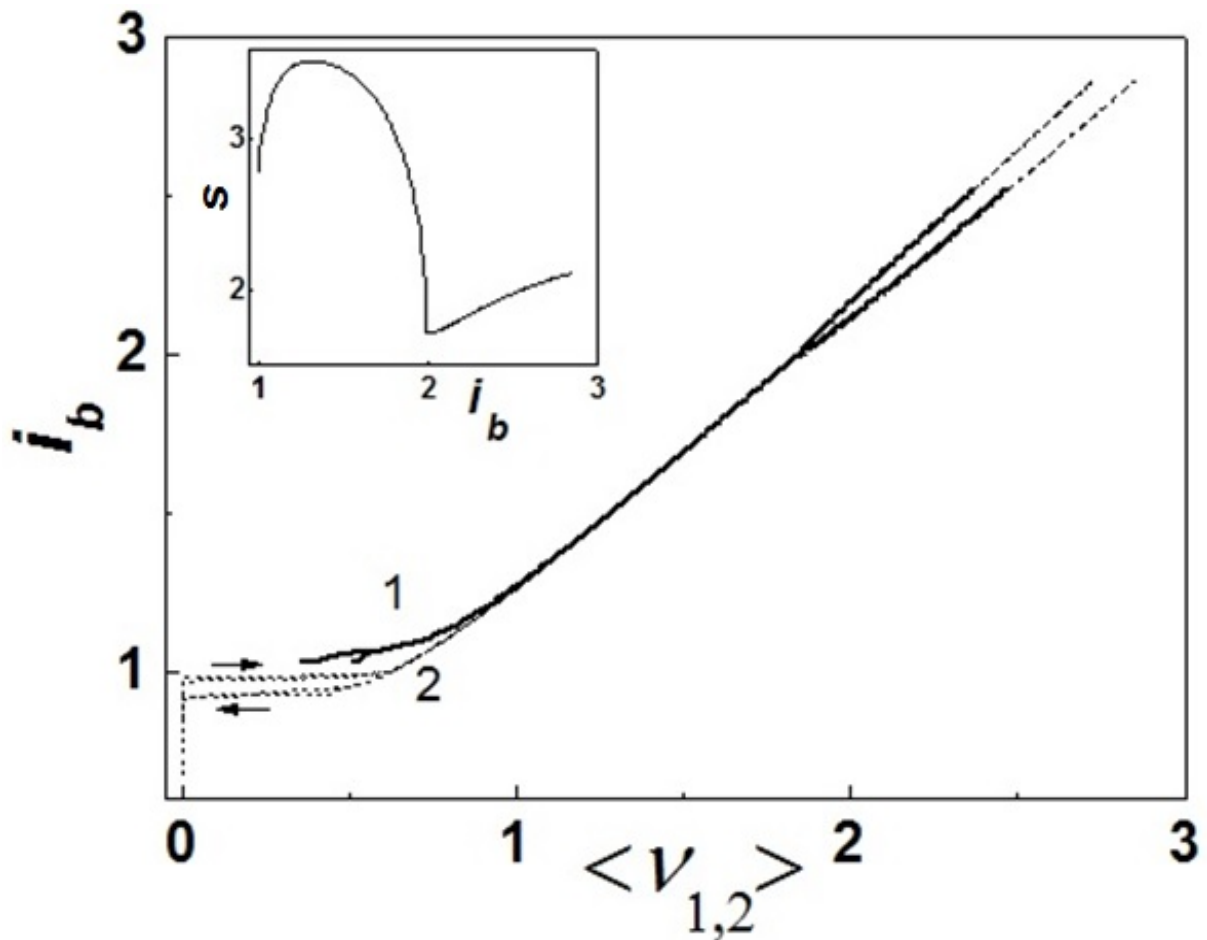


Рис. 6.1. Вольт-амперні характеристики контактів у системі при температурі кріостату: (1, суцільна лінія)- розрахунок методом амплітуд, які повільно змінюються, (2, пунктирні лінії) - рішення рівнянь динаміки фаз. Напрямок зміни струму при гістерезисі показаний стрілками. На вставці показана залежність нормалізованої потужності випромінювання від постійного струму зворотного зв'язку.

при $r_{sh}=1$. Інші параметри системи дорівнювали $R=1\text{Ом}$, $I_c=10^{-3}\text{А}$, $\delta=0.02$, $\beta_{CJ}=0.5$, $\beta_{C1}=2\cdot 10^{-3}$, $\beta_L=5$. При таких параметрах отримано найбільший інтервал струмів, у якому контакти синхронізовані за допомогою резистивного та індуктивного шунта [20] (див. підрозділ 3.2). Величина β_{C1} вибиралася так, щоби резонансна частота послідовного контуру була далека від характеристичної частоти генерації Джозефсона. При такому виборі параметрів вплив резонансів на вольт - амперні характеристики контактів малий. На рис. 6.1 видно, що розрахунок методом амплітуд, які повільно

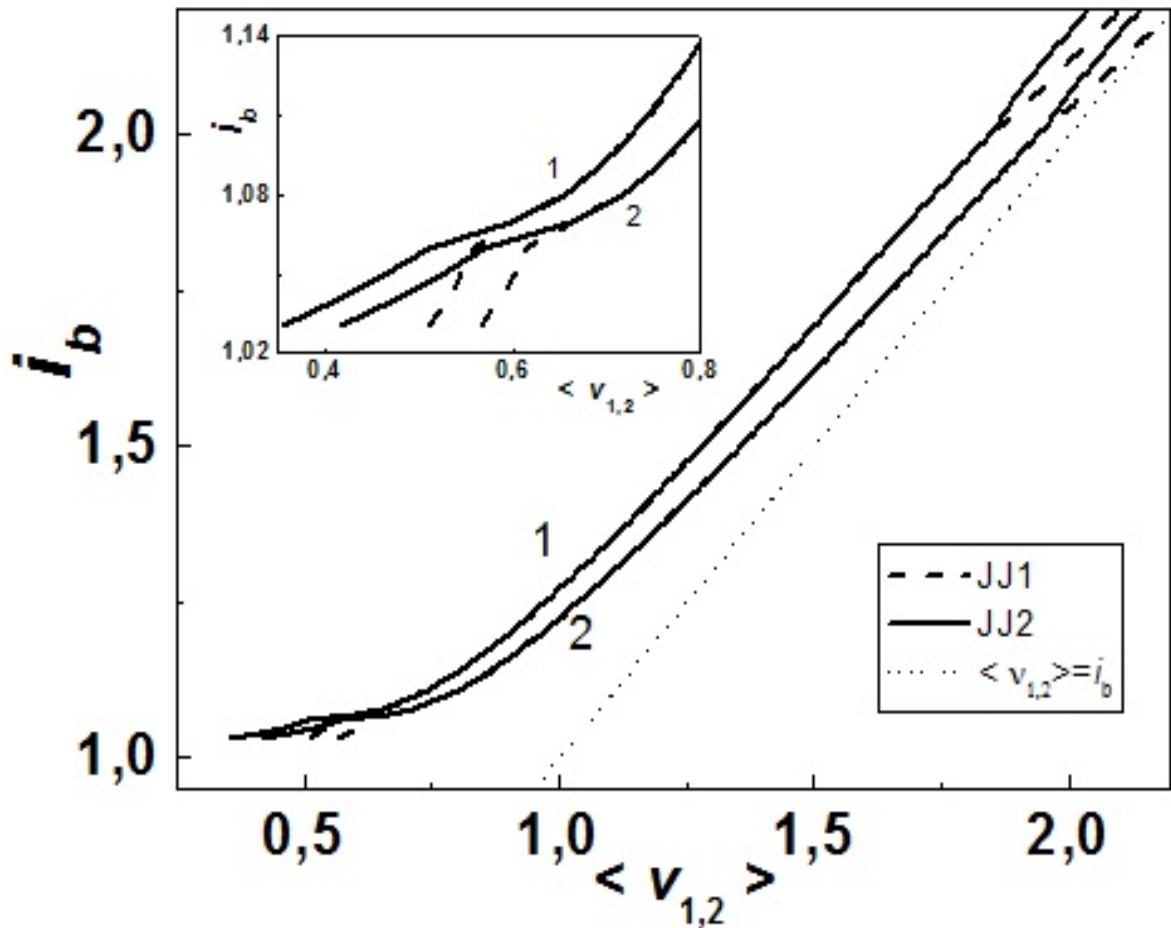


Рис. 6.2. Вольт-амперні характеристики контактів при температурі кріостату (лінії 1), та саморозігрітих контактів (лінії 2). Вольт - амперна характеристика контакту з меншим критичним струмом показана пунктиром. Крапками позначена залежність $\langle v^A \rangle = i_b$. На вставці показана збільшена частина вольт - амперних характеристик при малих струмах.

змінюються, співпадає з рішенням динамічних рівнянь за виключенням початкової частини при малих струмах зміщення ($i_b \leq 1,2$). Цей результат узгоджується з одним з головних обмежень методу амплітуд, які повільно змінюються, ($\langle v^A \rangle \geq 1$), оскільки $\langle v^A \rangle \approx 1$ тільки при $i_b \approx 1,25$ (див. рис. 6.1). В інтервалі струмів, де вольт-амперні характеристики окремих контактів співпадають, контакти випромінюють когерентно. Залежність нормалізованої потужності випромінювання s від постійного струму через контакти показана на вставці до рис. 6.1. Нагадаємо, що для синфазно синхронізованих

контактів з нульовим зміщенням фаз величина s дорівнює чотирьом. Видно, що, хоча контакти синхронізовано на всьому інтервалі постійних струмів, де їхні вольт-амперні характеристики співпадають, синфазна синхронізація з нульовим зміщенням фаз не досягається.

Розглянемо тепер вплив саморозігріву на синхронізацію осциляцій напруги на контактах (рис. 6.2). Параметри для визначення струму i_t (див. (6.2), (1.17)) були вибрані для точкових контактів з ніобію [62]: $|dV_c(T)/dT| = 6,41 \cdot 10^{-4} \text{ В/К}$, $\varepsilon' \approx 1/(\pi \cdot \Delta l \cdot \lambda)$, де $\Delta l \approx 5 \cdot 10^{-7} \text{ м}$ - характерний поперечний розмір контакту, $\rho \approx 7 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$. Вираз для ε' отриманий у припущенні, що контакт є циліндром з висотою Δl та площею $\pi \Delta l^2$. Хоча ця оцінка є дуже грубою, вона дозволяє отримати порядок величин ефекту саморозігріву. При такому виборі параметрів $I_T \approx 17,2 \text{ мА}$, $i_t \approx 17,2$. Нагадаємо, що при $i_t \geq 1$ саморозігрів контактів незначний. Однак, ми вибрали саме такі параметри тому, що вони дають можливість продемонструвати зміни у широкому інтервалі напруг (щодо обмежень інтервалу напруг при $i_t < 1$ див. підрозділ 1.2). Вольт - амперні характеристики контактів при температурі кріостату показані на рис. 6.2 (лінії 1) разом з характеристиками саморозігрітих контактів (лінії 2). Лінії 2 зміщені до прямої $\langle v^A \rangle = i_b$, що характерно для всіх саморозігрітих контактів [58]. Однак, зміщення сильніше при великих струмах тому, що при цих струмах розігрів більший. При цьому відбувається також зсув інтервалу синхронізації та дуже невелике (до $0,04 \cdot V_c(T_0)$) його збільшення. Цікаво розрахувати збільшення температури контактів за рахунок струму зворотного зв'язку відносно збільшення температури за рахунок нагріву струмом зміщення. Згідно розрахункам, збільшення температури контактів у системі зі зворотним зв'язком трохи більше, ніж збільшення температури автономних контактів (тобто, самих контактів без зворотного зв'язку) і складає приблизно $0,06 \text{ К}$ при напругах $\langle v_{1,2} \rangle \approx 1,2$.

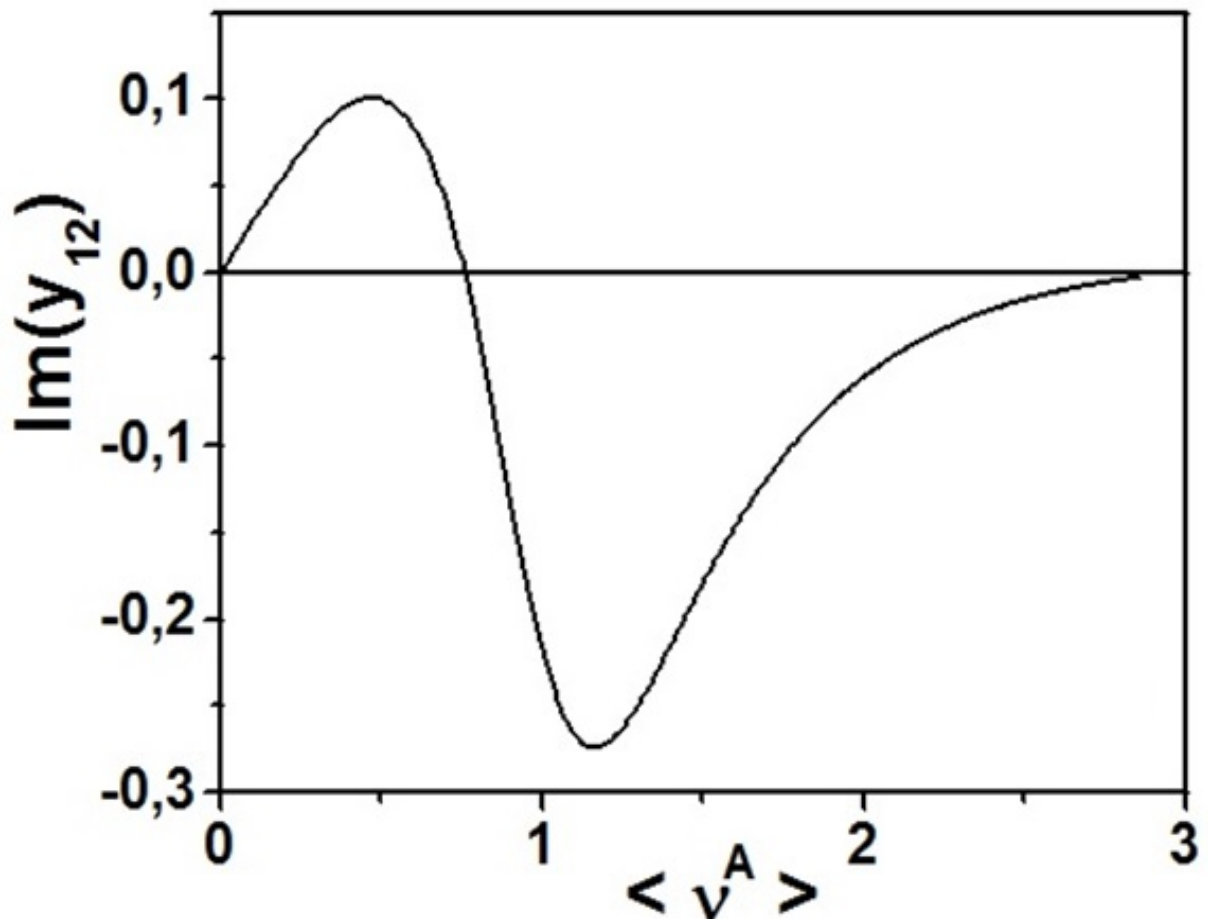


Рис. 6.3. Залежність уявної частини коефіцієнта зв'язку від усередненої напруги $\langle v^A \rangle$.

Розглянемо тепер методом амплітуд, які повільно змінюються, синхронізацію осциляцій напруги на контактах при саморозігріві контактів у системі, в якій резонансна частота знаходиться поблизу характерної частоти генерації Джозефсона $\langle \nu \rangle = 1$ [45]. У цьому випадку треба розрізнити ефекти, які зумовлені дією резонансного струму на вольт - амперні характеристики контактів і зміни вольт - амперних характеристик, зумовлені дією саморозігріву завдяки цьому струму. Тому спочатку розглянемо саморозігрів контактів з однаковими параметрами: $\beta_{CJ} = 0,4$, $I_c(T_{Cr}) = 10^{-3}$ А, $R = 1$ Ом, $\delta = 0$. Розглянемо дію резонатора на вольт - амперні характеристики контактів, які знаходяться при температурі кріостата без саморозігріву. Залежність уявної частини коефіцієнту зв'язку $\text{Im}(y_{12})$ від усередненої

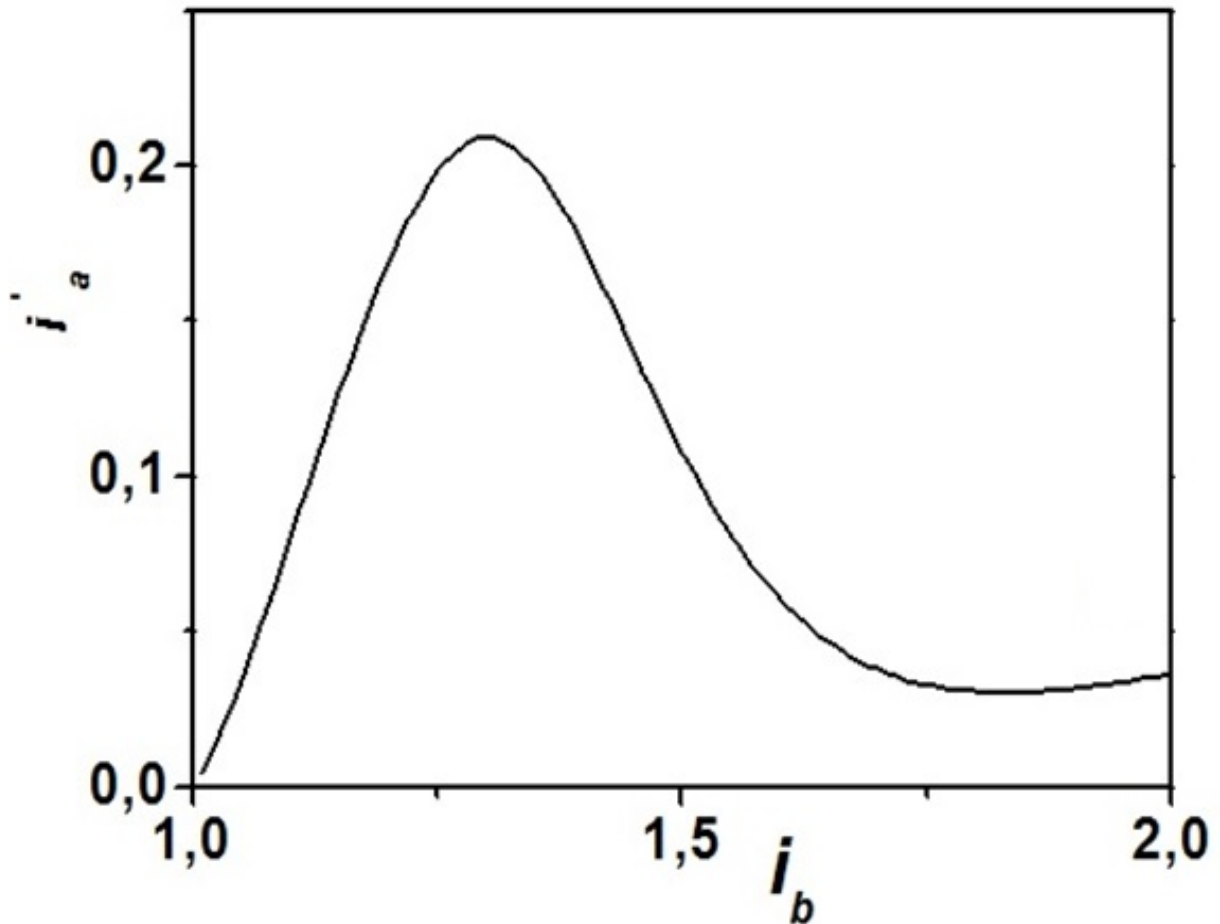


Рис. 6.4. Залежність i'_a від струму зміщення i_b , розрахована згідно методу амплітуд, які повільно змінюються .

напруги $\langle v^A \rangle$ показана на рис. 6.3. Параметри системи $\beta_{C1} = 0,3$, $\beta_L = 4$, $r_{sh} = 1$ забезпечують максимальну синфазну синхронізацію при $\langle v_{1,2} \rangle \approx 1,2$. На цьому рисунку видно, що при напругах $\langle v \rangle \geq 0,6$ значення $\text{Im}(y_{12})$ стають від'ємними і найменші значення функція $\text{Im}(y_{12}) = f(\langle v^A \rangle)$ при $\langle v^A \rangle \approx 1,2$. Згідно методу амплітуд, які повільно змінюються, при від'ємних значеннях $\text{Im}(y_{12})$ можлива синфазна синхронізація. Середньоквадратичне значення амплітуди змінного струму i'_a досягає максимуму у резонансі при струмі зміщення $i_b \approx 1,3$ (див. рис. 6.4). Зауважимо, що амплітуда змінного низькочастотного струму була розрахована також методом амплітуд, які повільно змінюються. Вольт - амперні характеристики контактів мають характерний вигин при напругах, які відповідають резонансній частоті (рис. 6.5, штрихова крива). Розглянемо

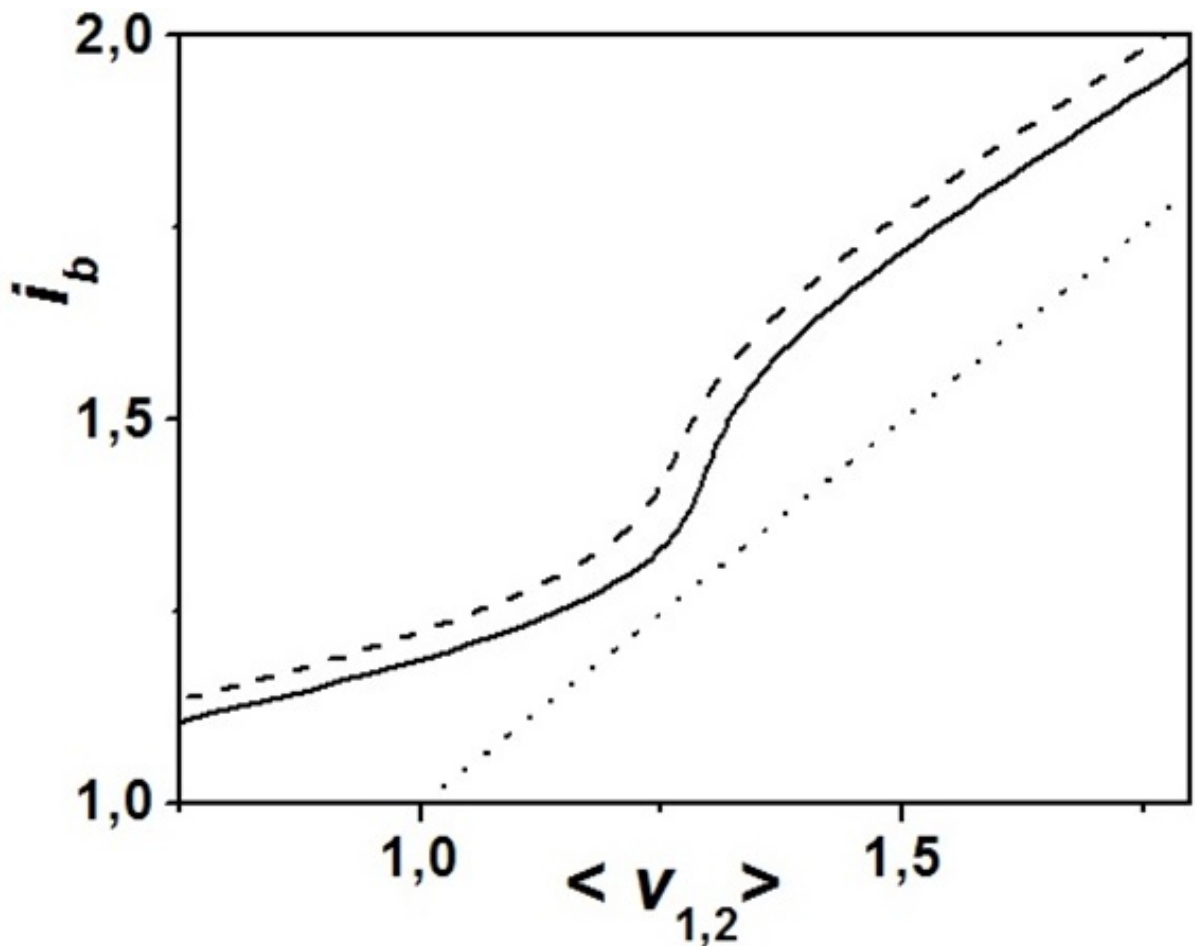


Рис. 6.5. Вольт - амперні характеристики контактів з $\delta = 0$ без саморозігріву (штрихова лінія) та з саморозігрівом (суцільна лінія); Залежність $\langle v \rangle = i_b$ позначена пунктиром.

тепер зміни вольт - амперних характеристик, які відбуваються при саморозігріві контактів. Параметри, які характеризують тепловідвід, були такі: $|dV_c(T)/dT| = 6,41 \cdot 10^{-4} \text{ В/К}$, $\varepsilon' \approx 1/(\pi \cdot \Delta l \cdot \lambda)$, де $\Delta l \approx 1 \cdot 10^{-6} \text{ м}$ - характерний поперечний розмір контакту,

$\lambda \approx 8 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$, $I_T = 35,2 \text{ мА}$. Значення I_T є вдвічі більшим, ніж те значення, яке було використано раніше для розгляду вольт - амперних характеристик у нерезонансній системі з саморозігрівом, тобто, зараз розрахунки проводяться для системи з вдвічі кращим тепловідводом. Незважаючи на це, нагрів контактів сильний за рахунок досить великого змінного струму i'_a (див. рис. 6.4). Струм i'_a було розраховано з рівнянь (6.1) методом Рунге - Кутта. При

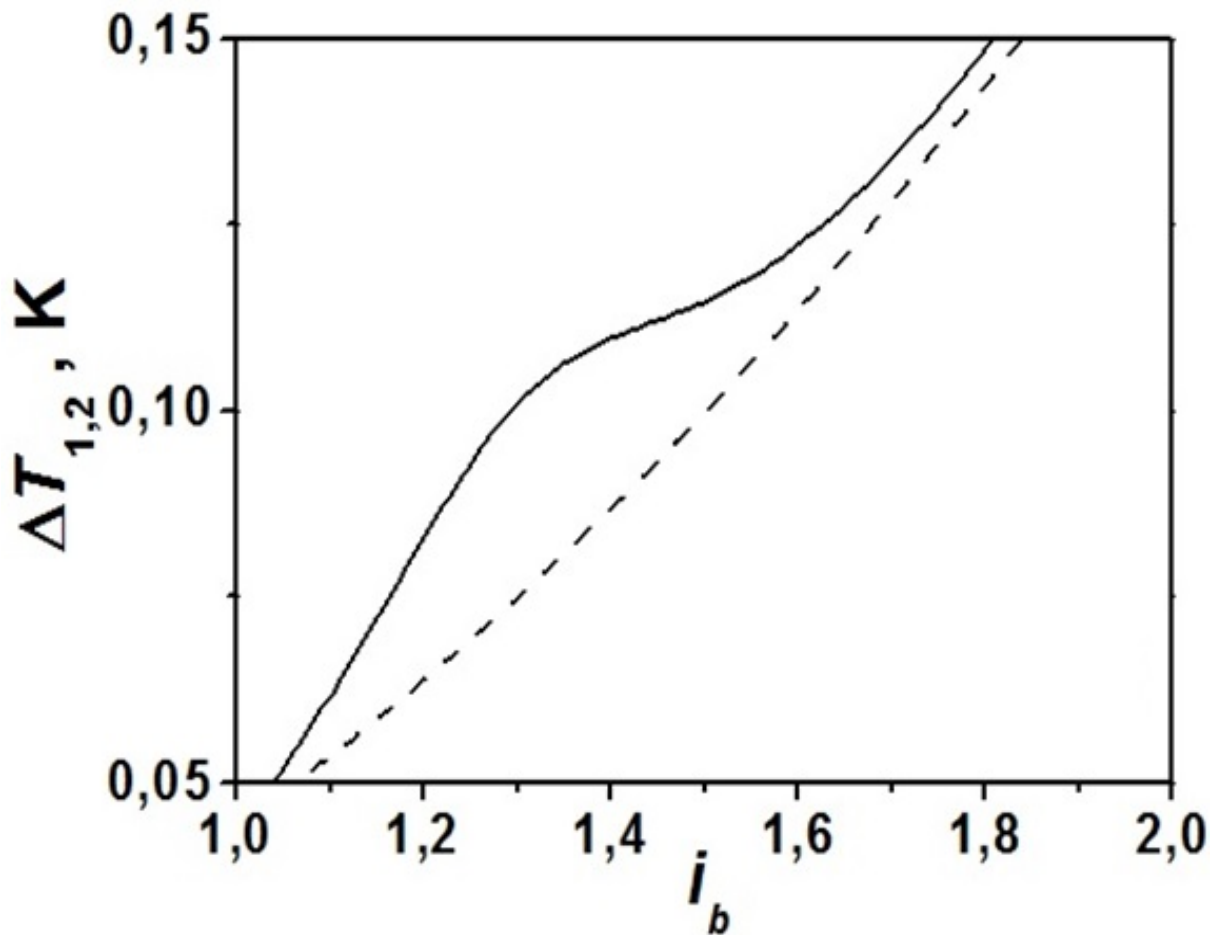


Рис. 6.6. Залежності величини перегріву контактів $\Delta T_{1,2}$ від нормалізованого струму зміщення i_b . Зміни температури при нагріві постійним струмом зміщення показані штриховою лінією.

напругах, які відповідають резонансним частотам, величина перегріву контактів $\Delta T_{1,2}$ значно перевищує величину перегріву за рахунок струму зміщення (рис. 6.6). Саме в цьому проявляється дія резонансного струму на температуру перегріву. При напругах, далеких від резонансу, струм i'_a зменшується (рис. 6.4), і перегрів контакту знову визначається величиною струму зміщення (рис. 6.6). На рис. 6.5 видно, що вольт - амперні характеристики контактів сильно зсуваються до прямої $\langle v \rangle = i_b$ при напругах, які відповідають резонансним частотам. При збільшенні напруги цей зсув трохи зменшується, а при великих напругах знову збільшується, оскільки контакт розігрівається сильним струмом зміщення. З наведеного розгляду

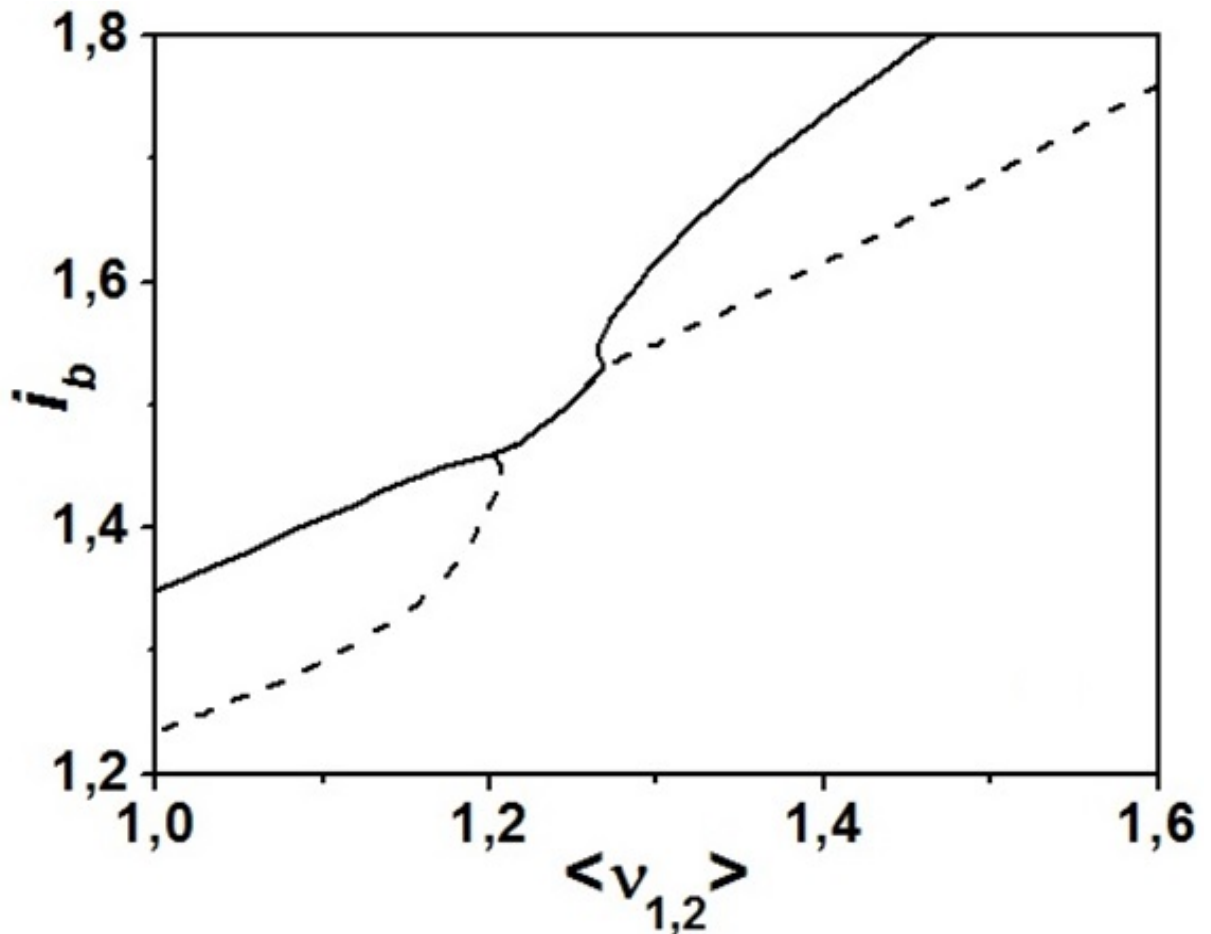


Рис. 6.7. Вольт - амперні характеристики двох контактів з $\delta = 0,05$ в резонаторі без саморозігріву.

вольт - амперних характеристик саморозігрітих контактів впливає, що у районі резонансної частоти розігрів контакту найбільший. Відповідно, найбільшою є і деформація вольт - амперних характеристик поблизу резонансної частоти.

Розглянемо тепер зміни вольт - амперних характеристик, які відбуваються при саморозігріві контактів з різними критичними струмами ($\delta > 0$). Для спрощення задачі, вважаємо, що тепловідвід від обох контактів однаковий ($\varepsilon'_1 = \varepsilon'_2 = \varepsilon'$). Параметри контактів, системи та тепловідводу мають такі самі значення, як і в попередньому прикладі, окрім значення $\delta = 0,05$, яке ми виберемо замість $\delta = 0$. На рис. 6.7 показані розраховані вольт - амперні характеристики контактів без урахування саморозігріву. Синхронізація осциляцій напруги відбувається в інтервалі струмів зміщення $\Delta i \approx 0,07$. На

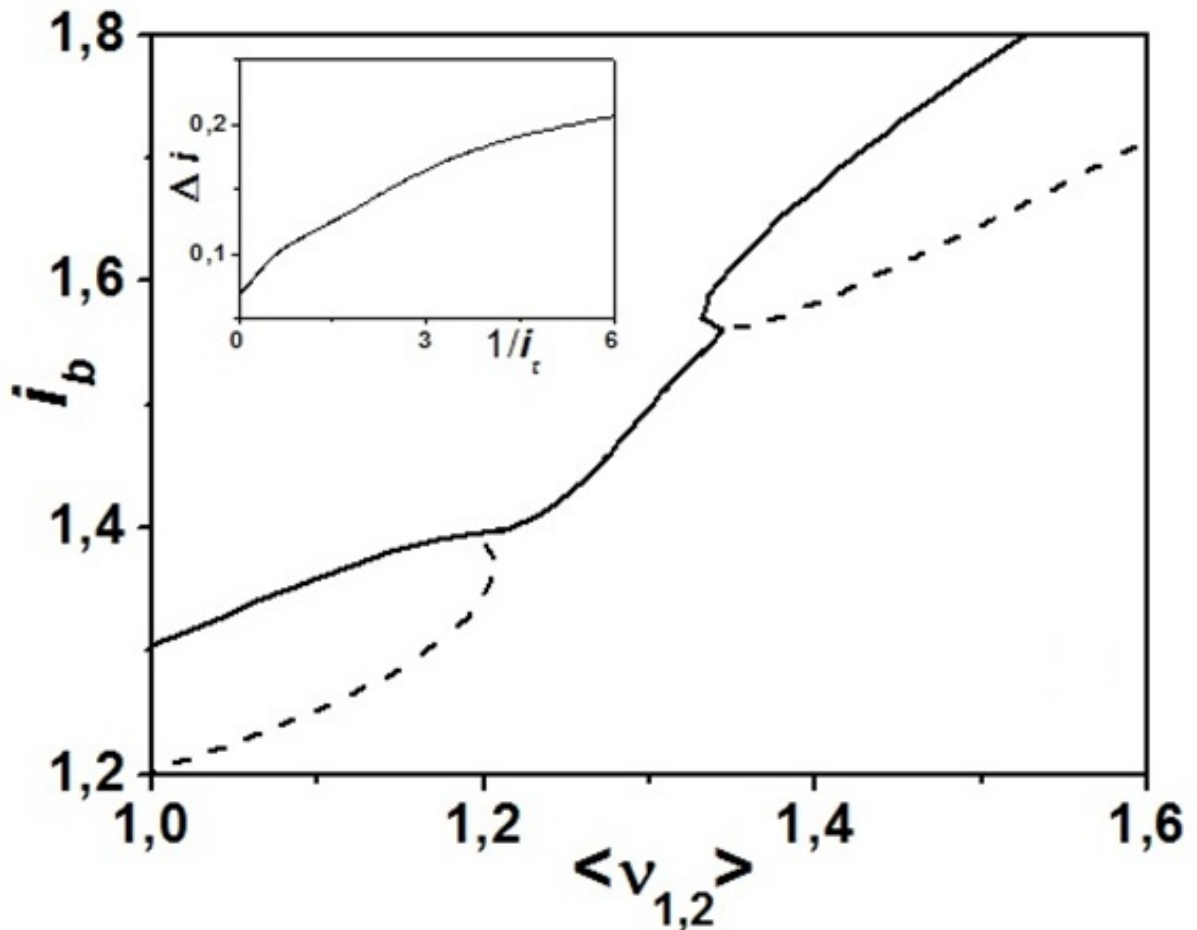


Рис. 6.8. Вольт - амперні характеристики контактів з $\delta = 0,05$ з саморозігрівом. На вставці - залежність $\Delta i = f(1/i_c)$.

рис. 6.8 показані вольт - амперні характеристики саморозігрітих контактів. Видно, що вигин кривих при напругах, які відповідають резонансній частоті, значно більший, ніж на рис. 6.7. Інтервал синхронізації також значно збільшується до величини $\Delta i \approx 0,16$. Можна зробити висновок, що при самонагріві контактів інтервал синхронізації збільшується. На вставці рис. 6.8 показано збільшення інтервалу синхронізації при збільшенні параметра $1/i_c$, що відповідає збільшенню самонагріву. Розглянемо детально причини збільшення інтервалу синхронізації при збільшенні самонагріву. Контакт з меншим критичним струмом першим переходить у резистивний стан. Вольт - амперна характеристика цього контакту показана на рис. 6.8 штриховою лінією. Змінний струм, який утворюють осциляції напруги на цьому контакті, визначає напругу на другому контакті з більшим критичним струмом і діє на

нього так, як зовнішній високочастотний струм. В той же час, осциляції напруги на другому контакті діють на перший контакт досить слабо, і його вольт - амперна характеристика змінюється мало під впливом другого контакту. Під впливом першого контакту, напруга на другому контакті збільшується, і його температура підвищується. Його критичний струм зменшується, і вольт - амперна характеристика другого контакту "підтягується" до першого, так що виникають сприятливі умови до взаємної синхронізації осциляцій напруги на контактах. Саме цей механізм синхронізації перегрітих контактів є відповідальним за збільшення інтервалу синхронізації при саморозігріві контактів.

6.2 Синхронізація при роздільному нагріві контактів

У попередньому підрозділі було показано, що синхронізований стан контактів Джозефсона може виникати навіть у тих випадках, коли контакти розігріті теплом, яке виділяється при проходженні по них струму. Виникає запитання, чи можуть бути синхронізовані осциляції напруги на контактах, які знаходяться при різних температурах. У цьому підрозділі побудовано таку модель для двох контактів, які мають постійну, але різну температуру. Ланцюг з контактами приєднано до системи зворотного зв'язку, яка складається з електричного опору та індуктивності (рис. 3.33). Оскільки ми будемо розглядати випадок, коли температури контактів різні, але незмінні, припустимо для спрощення, що приплив тепла від одного контакту до другого по системі зворотного зв'язку постійний або він не відбувається взагалі. Описана вище система моделює вплив так званої "гарячої плями" на електричні властивості високотемпературного надпровідника, через який пропущено постійний електричний струм у напрямі, перпендикулярному надпровідним площинам [208, 209]. Було помічено, що температура вдовж зразка високотемпературного надпровідника змінювалася, так що виникали так звані "гарячі плями", тобто, місця на зразку, де температура була вищою за температуру надпровідника [208]. Теоретичні дослідження показали, що в

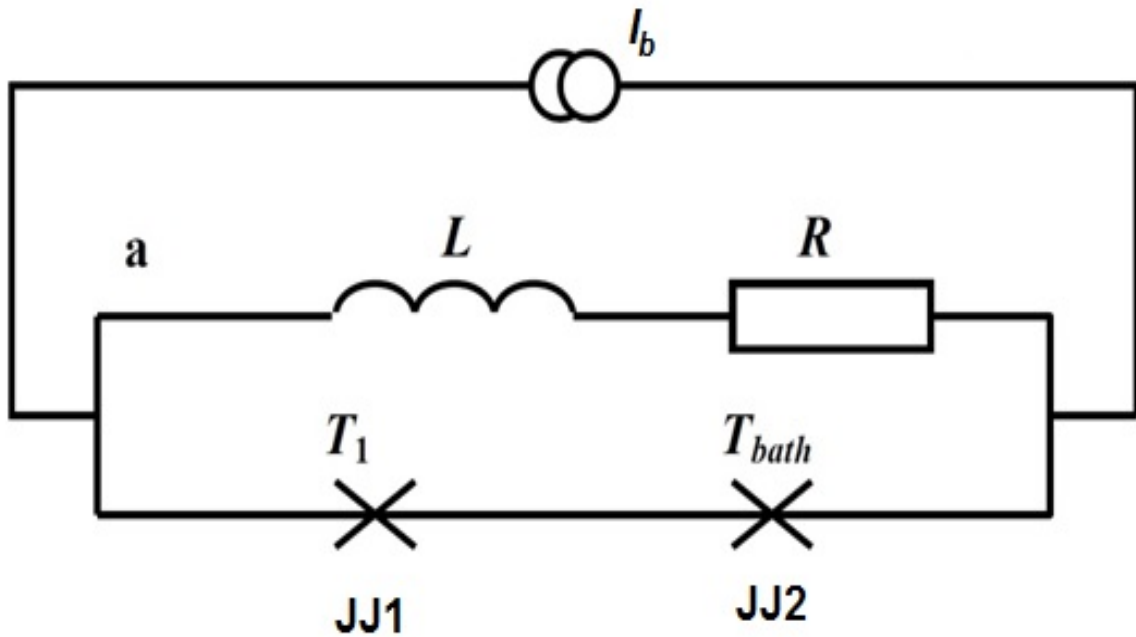


Рис. 6.9. Електрична схема двох джозефсонівських контактів JJ1 та JJ2 (позначені хрестиками), шунтованих електричним опором та індуктивністю. Другий контакт завжди знаходиться при температурі кріостату T_{Cr} , тоді як $T_1 > T_{Cr}$.

зразку одночасно виникали як "гарячі плями", так і когерентне випромінювання. Електричний опір, який виникає у місці "гарячої плями", може зашунтувати внутрішні контакти уздовж висоти структури і утворити резистивно-індуктивний зворотний зв'язок, необхідний для синхронізації. Внутрішні контакти біля місця, де з'явилась "гаряча пляма", мають різну температуру вздовж висоти зразка. Контакти біля поверхні структури мають температуру, яка близька до температури кріостату, в той час як температура контактів, які розташовані всередині структури, близька до температури "гарячої плями". Сама "гаряча пляма" забезпечує електричний зв'язок між контактами, тобто, є шунтом з електричним опором R_{sh} та індуктивністю L .

Розглянемо задачу синхронізації у наведеній вище структурі. Як і в попередньому розгляді, будемо вважати критичні напруги контактів однаковими при температурі кріостату ($V_{ck}(T_{Cr}) = V_c(T_{Cr})$, $k = 1, 2$), а критичні

струми та електричні опори контактів різні: $I_{c1,2}(T_{Cr}) = I_{ca}(T_{Cr})(1 \pm \delta)$, $I_{ca}(T_{Cr}) = (I_{c1}(T_{Cr}) + I_{c2}(T_{Cr}))/2$, $R_{1,2}(T_{Cr}) = V_c(T_{Cr})/I_{c1,2}$. Визначимо для ясності, що $I_{c1}(T_{Cr}) > I_{c2}(T_{Cr})$ при температурі контактів $T_k = T_{Cr}$, $k = 1, 2$. Знаходження вольт - амперних характеристик можливе з використанням системи рівнянь (3.18), (3.19).

Опишемо зараз зміни параметрів контактів зі зміною температури. Будемо вважати, що температура другого контакту завжди дорівнює температурі кріостату ($T_2 = T_{Cr}$), тоді як температура першого контакту відрізняється від температури кріостату на величину $\Delta T_1 = T_1 - T_{Cr}$. Для знаходження I_{c1} можна використати експериментальні залежності критичного струму контактів від температури $I_{cj}(T)$. Можна використати також лінійну апроксимацію залежності $V_c(T_{Cr})$ поблизу критичної температури T_c [58] (див. розділ 1.2). В такому разі знаходимо:

$$I_{c1}(T) = \frac{V_c(T)}{R_1}, \quad (6.5)$$

$$V_{c1}(T_1) = V_{c1}(T_{Cr}) + \frac{dV_c}{dT}(T_1 - T_{Cr}). \quad (6.6)$$

де $dV_{ci}/dT \approx -6.35 \cdot 10^{-4} \text{ В} \cdot \text{К}^{-1}$ для низькотемпературних надпровідників з домішками [62], або $dV_{ci}/dT \approx -3.89 \cdot 10^{-4} \text{ В} \cdot \text{К}^{-1}$ для високотемпературних надпровідників [3]. Такий самий підхід був використаний при розрахунку критичного струму контактів при саморозігріві (див. підрозділ 6.1). Якщо задати різницю між температурою першого контакту та температурою кріостату $\Delta T_1 = T_1 - T_{Cr}$, то нове значення I_{c1} розраховується з рівнянь (6.5), (6.6), і з рівнянь (3.18), (3.19) знаходяться вольт - амперні характеристики контактів.

Для розрахунків були вибрані такі параметри контактів: $I_{c1}(T_{Cr}) = 1.35 \text{ мА}$, $I_{c2}(T_{Cr}) = 1 \text{ мА}$, $V_c(T_{Cr}) = 1 \text{ мВ}$, $R_1 = 0.741 \text{ Ом}$, $R_2 = 1 \text{ Ом}$, $C_{J1} = C_{J2} = 1.3 \cdot 10^{-13} \text{ Ф}$. Задане значення $\delta = 0.175$ при T_{Cr} значно більше, ніж

максимальний розбіг $\delta_{\max} \approx 0,08$, при якому зберігається синхронізація для даного типу зворотного зв'язку (див. підрозділ 3.2). Параметри шунта були $R = 1,74$ Ом та $L = 1,3 \cdot 10^{-12}$ Гн. Значення параметра L приблизно дорівнює індуктивності відрізка довжини порядку 0,1 - 0,5 мікрометра. Це значення відповідає висоті структури з шарів внутрішніх джозефсонівських контактів у високотемпературних надпровідниках. Електричний опір шунта відповідає опору кількох внутрішніх контактів. Треба також прийняти до уваги, що шунтування ланцюга контактів може викликати нестабільність вольт-амперної характеристики у деякому діапазоні струмів зміщення.

Розглянемо утворення синхронізованого стану при зміні температури контактів докладно. Для початку, розглянемо зміну вольт-амперних характеристик контактів у ланцюзі контактів без шунта (тобто, контакти взагалі не взаємодіють один з одним). На рис. 6.10 показані вольт - амперні характеристики контактів при $\Delta T_1 = \Delta T_2 = 0$. Осциляції напруги на контактах не синхронізовані, оскільки напруги на контактах різні. На рис. 6.11 показані вольт - амперні характеристики контактів для температури $T_1 = T_{Cr} + 0,8$ К. Видно, що критичний струм першого контакту зменшується до величини, яка менше критичного струму другого контакту. На рис. 6.11 вольт-амперні характеристики контактів перетинаються при $V/V_{c2} \approx 0,44$. Однак, осциляції напруг на контактах не синхронізовані у точці перетину, тому що контакти не взаємодіють один з одним і не мають спільної частини своїх вольт-амперних характеристик. Малі відхилення струмів через контакти ведуть до змін напруг на них вздовж їх власних вольт-амперних характеристик. Однак, якщо існує зворотний зв'язок між контактами, струм у ньому може синхронізувати осциляції напруги на обох контактах. На рис. 6.12 показані вольт - амперні характеристики контактів при тих самих температурах ($T_1 = T_{Cr} + 0,8$ К, $T_2 = T_{Cr}$) для ланцюга з шунтом. Видно, що існує досить велика спільна частина вольт - амперних характеристик контактів. Центр цієї спільної частини при $V/V_{c2} \approx 0,44$ відповідає точці перетину кривих на рис.

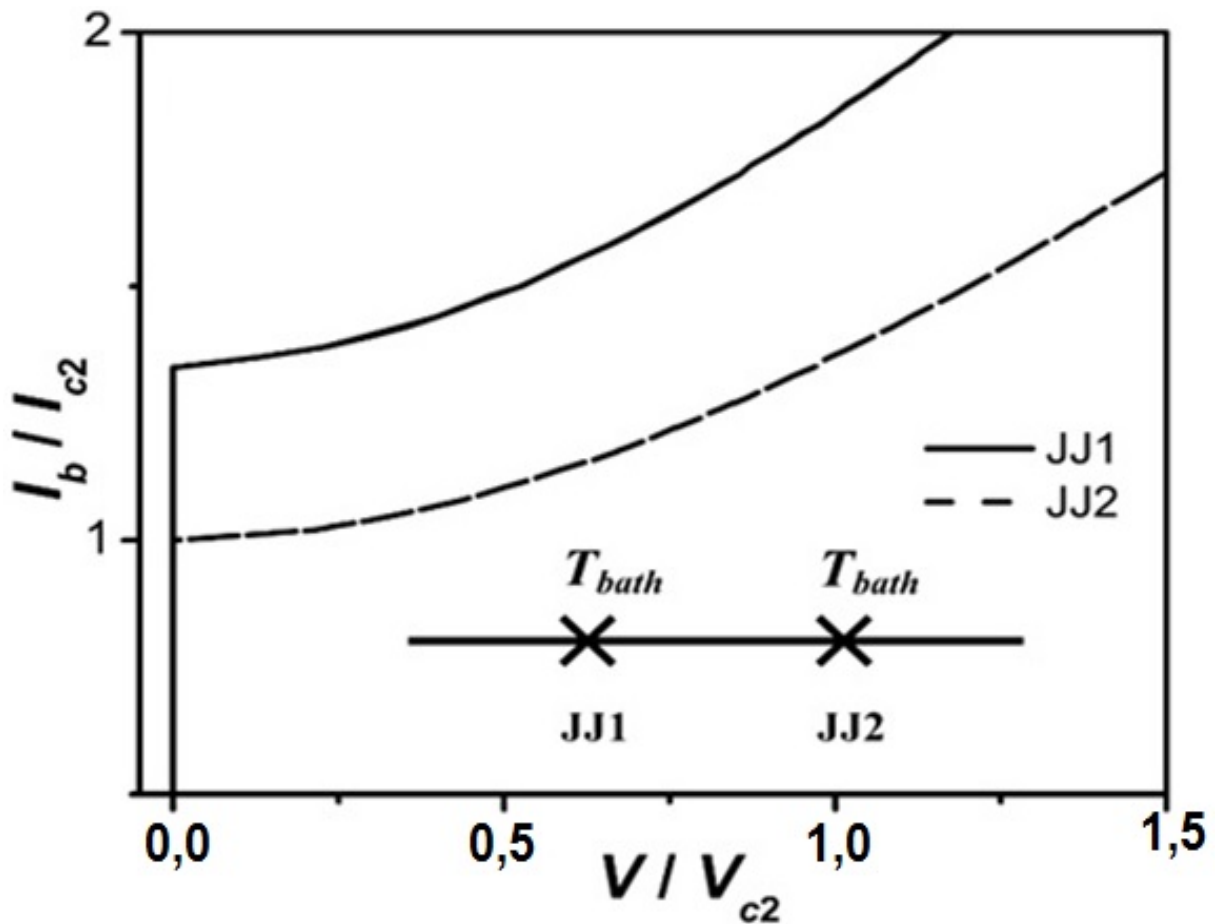


Рис. 6.10. Вольт-амперні характеристики двох контактів з різними критичними струмами ($I_{c1} = 1,35 \text{ мА}$, $I_{c2} = 1 \text{ мА}$) у ланцюгу без шунта (контакти незалежні один від одного). Температура обох контактів $T_1 = T_2 = T_{bath}$.

6.11 для контактів, які не взаємодіють один з одним. Для того, щоби довести, що осциляції напруги на контактах мають один і той самий період на спільній частині вольт - амперних характеристик, була розрахована величина нормалізованої потужності випромінювання s . Залежність величини s від струму зміщення у системі шунтованих контактів показана на вставці до рис. 6.12. Видно, що величина s досягає максимуму $s \approx 3,96$ при $I_b / I_c \approx 1,46$. Цей струм зміщення відповідає значенню $V / V_{c2} \approx 0,44$ на вольт - амперній характеристиці.

З наведених вище результатів розрахунків можна зробити висновки

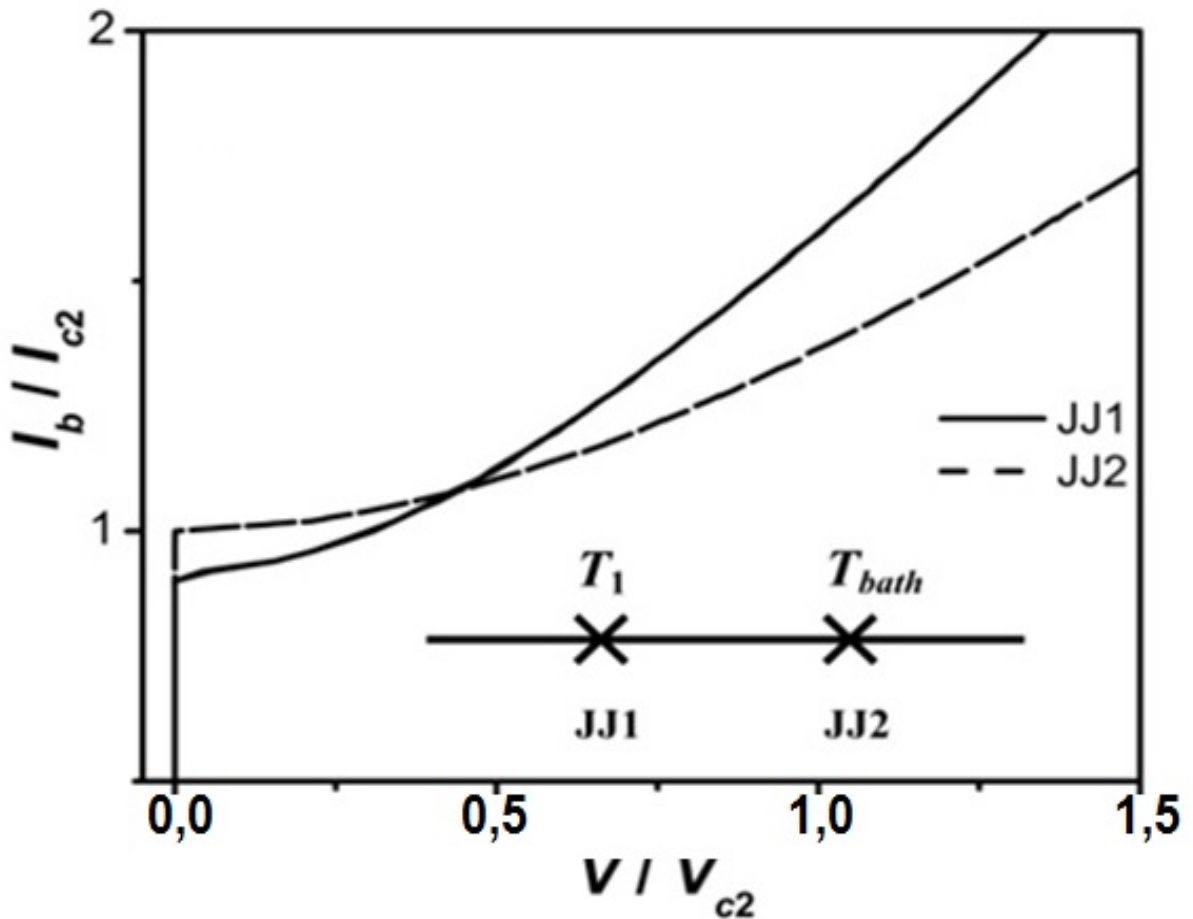


Рис. 6.11. Вольт-амперні характеристики двох контактів при $T_1 = T_{bath} + 0,8$ К.

щодо стимульованого температурою механізму синхронізації контактів. Якщо контакт з більшим критичним струмом нагріти, його критичний струм знизиться і може стати меншим, ніж критичний струм другого контакту. Вольт - амперні характеристики контактів зближуються і можуть перехрещуватися. Тоді змінний струм легко синхронізує осциляції напруги на контактах. Нагрів першого контакту приводить у такій системі до синхронізації навіть тоді, коли критичні струми контактів при температурі кріостату сильно відрізняються. Максимальний розбіг критичних струмів при цьому механізмі синхронізації може значно перевищувати максимальний розбіг $\delta_{\max} \approx 0,008$, характерний для цього типу зворотного зв'язку, і дорівнювати 0,15-0,20. Такий розбіг характерний для найсильнішого зворотного зв'язку, який можуть забезпечувати резонатор або довга лінія (див. розділ 3.3). У даному розділі показано, що того ж самого ефекту можна

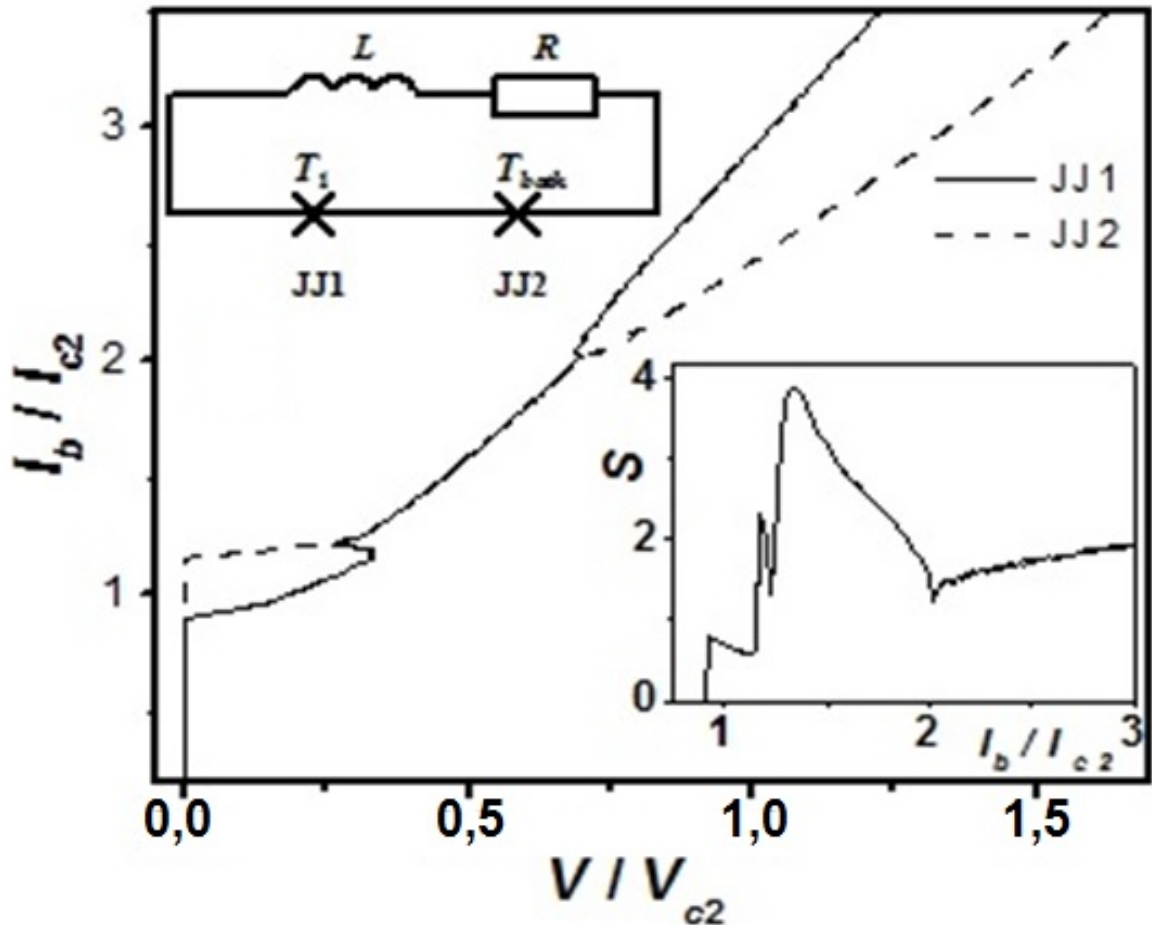


Рис. 6.12. Вольт-амперні характеристики контактів з різними критичними струмами ($I_{c1} = 1,35 \text{ мА}$, $I_{c2} = 1 \text{ мА}$) у ланцюгу з шунтом. Температура першого контакту $T_1 = T_{bath} + 0,8 \text{ К}$. На вставці зверху показана електрична схема контакту. На вставці знизу показана залежність нормалізованої потужності випромінювання від відносного постійного струму зміщення $s = f(I_b / I_{c2})$.

досягти з резистивним та індуктивним зворотнім зв'язком при зовнішньому роздільному нагріві контактів. Як було зазначено в цьому розділі раніше, описаний механізм синхронізації може відігравати важливу роль у формуванні когерентного випромінювання від внутрішніх джозефсонівських контактів у високотемпературних надпровідниках. Досі було показано, що ефект має місце для контактів з малими значеннями параметра Мак-Камбера. Саме при малих значеннях цього параметра найсильніше проявлені такі головні передумови ефекту, як зближення вольт-амперних характеристик контактів та їх перетинання при нагріві одного з контактів. Однак, можна

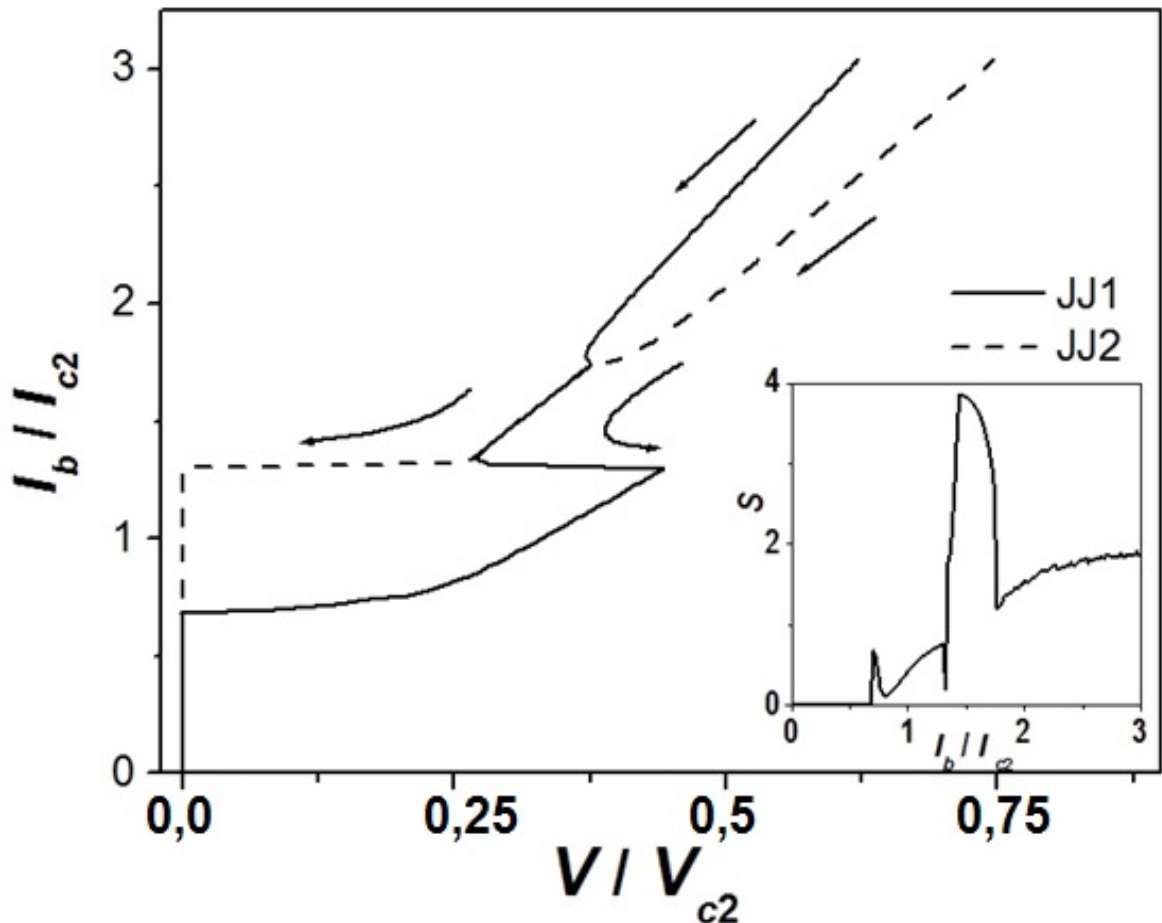


Рис. 6.13. Вольт-амперні характеристики контактів з параметрами $\beta_{c1} = \beta_{c2} = 15$ з резистивним та індуктивним шунтом та $\delta = 0,1$ при $T_1 = T_2 + 1$ К. Стрілки позначають напрям зміни струму зміщення (він зменшується). На вставці показана залежність $s = f(I_b / I_{c2})$.

показати, що ефект зберігається також при великих значеннях параметра Мак-Камбера, які характерні для внутрішніх джозефсонівських контактів. Приклад виникнення ефекту для контактів з великим значенням параметра Мак-Камбера ($\beta_{c1} = \beta_{c2} = 15$) показаний на рис. 6.13. Температура першого контакту більша за температуру другого на 1 К. Видно, що на вольт-амперній характеристиці також виникає інтервал синхронізації, у якому контакти випромінюють синфазно. Таким чином, у структурах внутрішніх джозефсонівських контактів, які зроблені з високотемпературних надпровідників, деяка частина контактів може бути синхронізована поблизу "гарячих" місць зразка, тобто, в тих місцях, у яких є сильний градієнт

температури. Хоча головний ефект синхронізації виникає на самоіндукованих сходинках вольт - амперної характеристики, яка виникає завдяки взаємодії генерації контактів зі стоячою хвилею (див. розділ 4). Розглянутий тут механізм відіграє додаткову роль і допомагає синхронізувати контакти на границях "гарячих" місць. Наявність розглянутого механізму синхронізації може бути також перевірена прямо у системі з двох контактів, з'єднаних резистивним та індуктивним шунтом. У цьому випадку, роздільний нагрів контактів можна отримати за допомогою резистивного нагрівача або лазерного променя, який може бути підведений до окремого контакту за допомогою оптоволоконних ліній. При таких експериментах збільшення температури обох контактів повинно бути якнайменшим для того, щоби виділити ефекти, зумовлені різницею температур контактів. При спільному розігріві контактів слід також взяти до уваги можливе зміщення точки перетину вольт - амперних характеристик.

Слід зробити також ще одне зауваження відносно розглянутого механізму синхронізації. Був розглянутий випадок, коли той контакт Джозефсона, який нагрівається, має більший критичний струм, ніж другий контакт. Якщо нагрівати контакт з меншим критичним струмом (тобто, контакт номер два у наших позначеннях), навіть у синхронізованій до нагріву системі цей синхронізований стан зникне після нагріву, тому що вольт - амперні характеристики будуть розходитися, а не збігатися. Цей ефект не розглядається тут. У реальній системі внутрішніх контактів нагрів контактів з малим та великим критичним струмом відбувається з однаковою ймовірністю. Однак, можна припустити, що у шунтованому ланцюгу контактів з гаусовим розподілом критичних струмів наслідком появи синхронізованого стану при нагріві контактів з більшим критичним струмом буде сильний синхронізуючий струм, так що, протилежний ефект може не проявлятися.

6.3 Вплив стоячих хвиль на синхронізацію та розігрів контактів

Високочастотна схема системи зображена на рис. 6.14. Довга лінія поділена на N частин. Кожна частина має довжину ζ , яка співпадає з лінійним розміром "елементарного контакту" в моделі. Координатна вісь x направлена вздовж довгої лінії. Перша частина з лівого краю має індекс $n=1$. Величина $\zeta(n-1/2)$ тоді є відстанню вздовж довгої лінії. Центри "елементарних контактів" співпадають у моделі з розташуванням високочастотних ліній струму. Вісь z орієнтована вздовж цих ліній, а вісь y перпендикулярна площині рисунка. Розмір довгої лінії у напрямі y не обмежений. Розмір вздовж напрямку z є сумою товщини двох надпровідних шарів та двох шарів діелектрика. Кожна частина довгої лінії має ємність C , індуктивність L та електричний опір R . Двовірний масив контактів пронумеровано індексами $k=1, \dots, K$ (у цьому підрозділі $K=2$) та $l=1, 2, \dots, N-1$, причому індексом k пронумеровано верхній ($k=1$) та нижній ($k=2$) контакти у високочастотній лінії струму, а індекс l – це порядковий номер цієї лінії. Два контакти у високочастотній лінії формують стовпчик контактів. Кожен стовпчик має джерело постійного струму. Всі джерела постійних струмів для всіх стовпчиків дають струми однієї величини I_b . У стовпчику струм тече у напрямі від нижнього контакту до верхнього. Всі контакти з індексом $k=1$ формують перший (верхній) шар діелектрика, який розділяє надпровідні шари у високотемпературному надпровіднику, а всі контакти з індексом $k=2$ формують другий (нижній) шар діелектрика. Граничні умови задачі задавалися за допомогою індуктивностей L_1 , конденсаторів з ємністю C_1 та електричних опорів R_1 на обох кінцях довгої лінії. Система диференціальних рівнянь, яка описує динаміку фаз $k=1, 2$ контактів в рамках резистивної моделі джозефсонівського контакту, виглядає так:

$$\frac{\Phi_0 C_{Jk,l}}{2\pi} \frac{d^2 \varphi_{k,l}}{dt^2} + \frac{\Phi_0}{2\pi R_{k,l}} \frac{d\varphi_{k,l}}{dt} + I_{ck,l} \sin \varphi_{k,l} = I_b - \frac{dq_n}{dt} + \frac{dq_{n+1}}{dt}, l=1 \dots N-1, n=l, \quad (6.7)$$

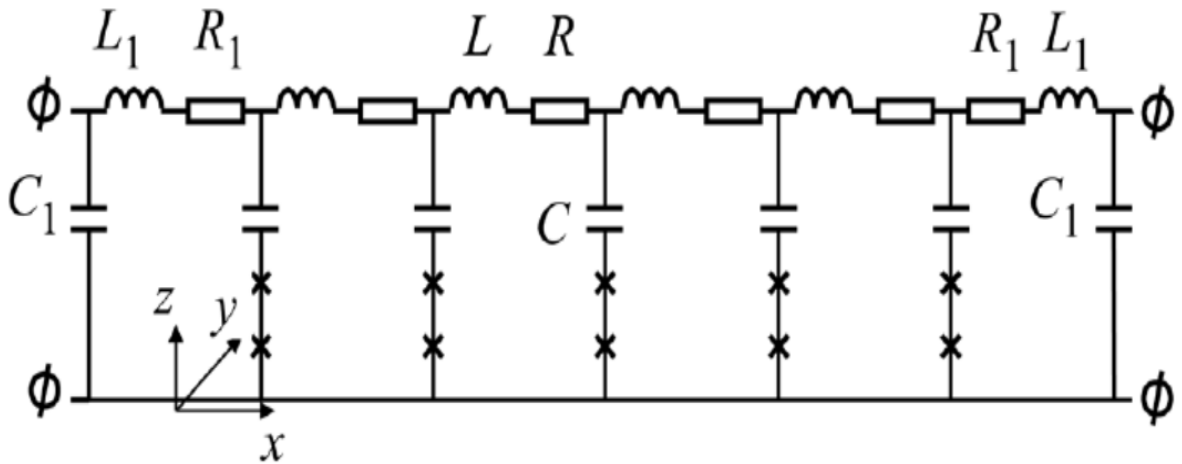


Рис. 6.14. Високочастотна схема довгої лінії, у якої 6 частин та 5 стовпчиків контактів (джозефсонівські контакти позначено хрестиками). Довга лінія, яка розглядається у цьому розділі, має 60 частин та 59 стовпчиків.

$$L \frac{d^2 q_n}{dt^2} + R \frac{dq_n}{dt} + \frac{2q_n}{C} = \frac{\Phi_0}{2\pi} \left[\sum_{k=1}^K \frac{d\varphi_{k,l-1}}{dt} - \sum_{k=1}^K \frac{d\varphi_{k,l}}{dt} \right], \quad n = 2 \dots N-1, \quad l = n, \quad (6.8)$$

$$L_1 \frac{d^2 q_1}{dt^2} + R_1 \frac{dq_1}{dt} + \frac{q_1}{C_1} = -\frac{\Phi_0}{2\pi} \sum_{i=1}^K \frac{d\varphi_{k,1}}{dt}, \quad n = l = 1, \quad (6.9)$$

$$L_1 \frac{d^2 q_N}{dt^2} + R_1 \frac{dq_N}{dt} + \frac{q_N}{C_1} = -\frac{\Phi_0}{2\pi} \sum_{i=1}^K \frac{d\varphi_{i,N-1}}{dt}, \quad l = N-1, \quad (6.10)$$

де q_n - заряд, який проходить через індуктивність у n - тій частині, $C_{j,l}$, $I_{ci,l}$ та $R_{i,l}$ - ємність конденсатора, критичний струм та електричний опір контакту з індексами i, l , відповідно. В моделі критичні напруги всіх контактів однакові і дорівнюють $V_{ci,l} = I_{ci,l} R_{i,l} = V_c$.

У розрахунках були використані типові дані критичних параметрів внутрішніх джозефсонівських контактів високотемпературних надпровідників: $I_c = 15$ мА, $V_c = 2$ мВ. Для вивчення синхронізації був розглянутий найпростіший випадок, у якому однаковий малий розбіг критичних струмів контактів у стовпчику $\delta = 0,02$ існує для всіх стовпчиків, так що всі контакти у верхньому шарі мають критичний струм $I_c(1-\delta)$, а всі контакти у нижньому шарі мають критичний струм $I_c(1+\delta)$. Значення

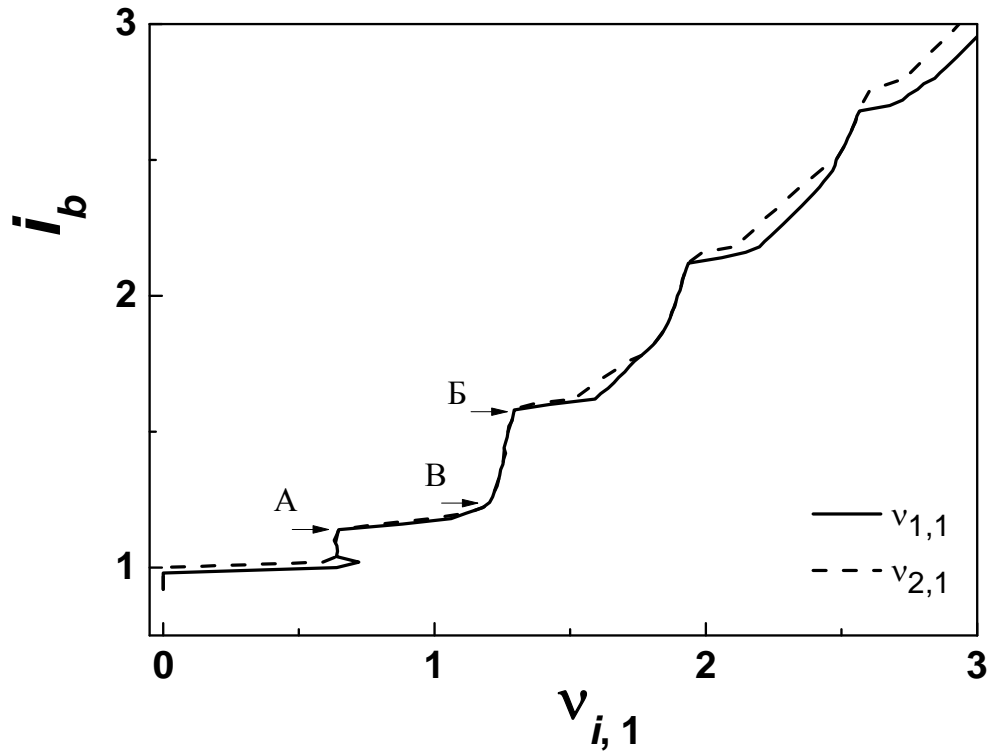


Рис. 6.15. Нормалізовані вольт-амперні характеристики двох контактів у першому зліва стовпчику довгої лінії (показані залежності для зростаючого струму I_b).

індуктивностей $L = 1,62 \cdot 10^{-15}$ Гн та ємностей конденсаторів $C = 1,2 \cdot 10^{-13}$ Ф у довгій лінії були знайдені з урахуванням швидкості світла у високотемпературному надпровіднику при $\zeta = 1 \cdot 10^{-6}$ м. Для граничних умов були взяті такі параметри: $L_1 = L$, $C_1 = C$, $R_1 = 0$. Були також ураховані невеликі джоулеві втрати на опорі $R = 10^{-4}$ Ом. Для того, щоб продемонструвати головні результати моделі, були використані невеликі значення параметра Мак-Камбера контактів $\beta_{CJ} = 1$. Ці значення менші, ніж типові значення параметра Мак-Камбера внутрішніх джозефсонівських контактів ($\beta_{CJ} \geq 10$). Однак, було перевірено, що головні результати моделювання зберігаються також і для більших значень параметра Мак-Камбера. Було проведено розрахунки для системи, яка має 58 стовпчиків. Отримані вольт-амперні характеристики для першого стовпчика зліва

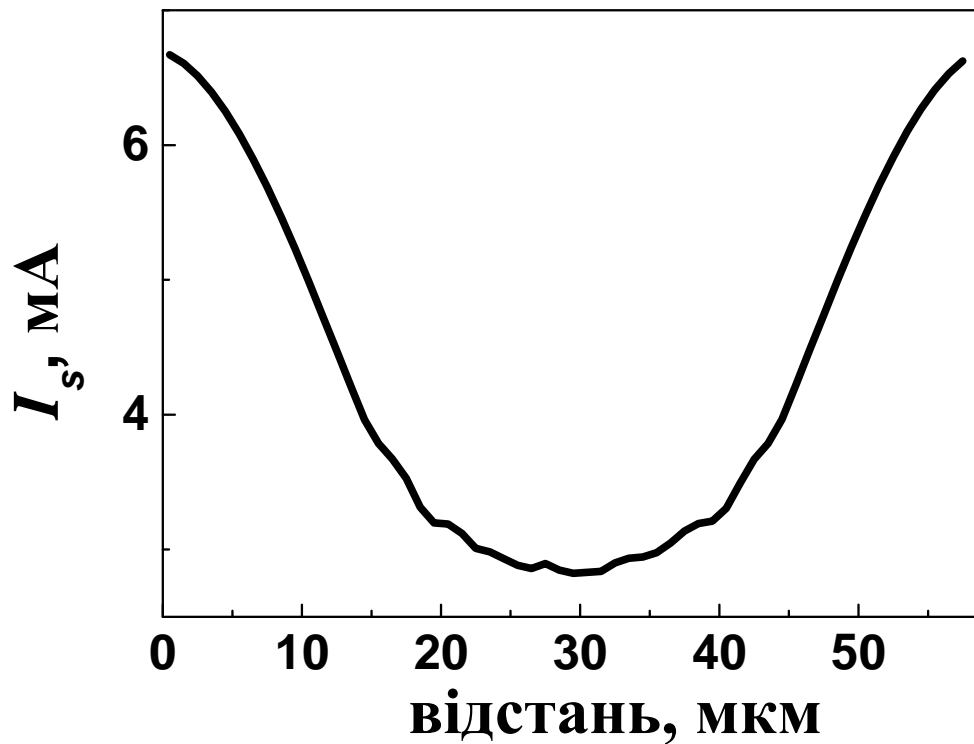


Рис. 6.16. Розподіл середньоквадратичної амплітуди змінного струму I_s вздовж довжини довгої лінії з джозефсонівськими контактами.

представлені на рис. 6.15. Ці характеристики мають резонансні сходинки. Ці сходинки самоіндуковані, тобто, вони з'являються при відсутності зовнішнього випромінювання тільки як результат електромагнітної взаємодії контактів всередині довгої лінії. Напруги, при яких з'являються ці сходинки, кратні напругам, які відповідають резонансам довгої лінії. При цих резонансах у лінії виникають стоячі хвилі. Необхідно зауважити, що взаємодія випромінювання контактів зі стоячою хвилею залежить від положення контакту всередині довгої лінії, і тому вольт-амперні характеристики стовпчиків відрізняються одна від одної. Наприклад, вольт-амперна характеристика стовпчика контактів посередині довгої лінії має сходинки, які кратні тільки парним цілим числам. Контакти випромінюють когерентно на резонансних сходинках. На рис. 6.16 показаний розподіл середньоквадратичної величини змінного струму I_s , який протікає через

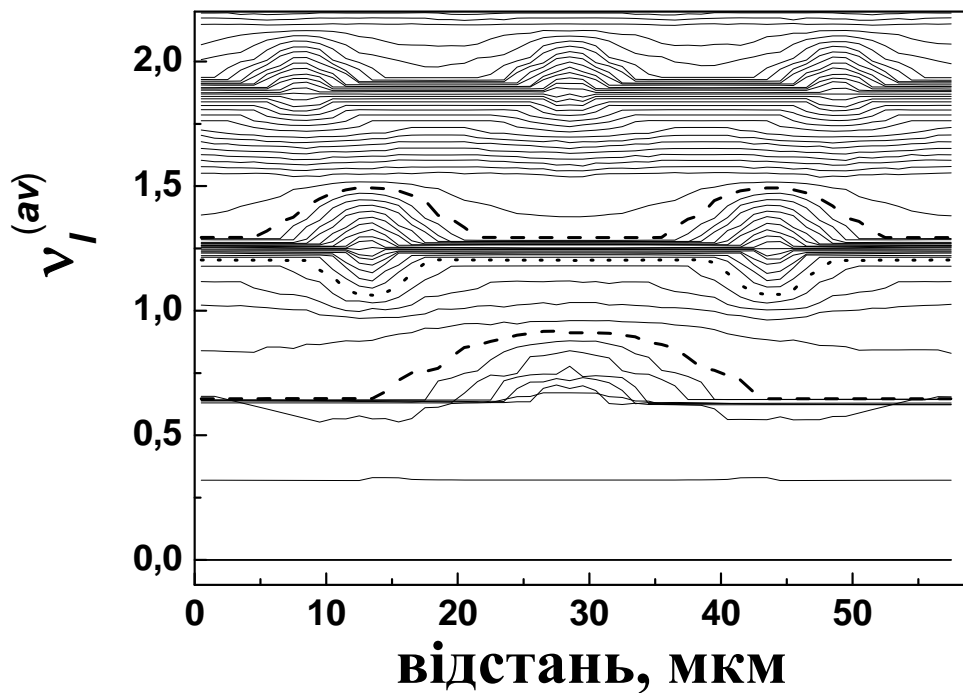


Рис. 6.17. Розподіл усередненої напруги на стовпчику $v_l^{(av)}$ вздовж довгої лінії при збільшенні струму I_b з інтервалом $0,02I_c$. Розподіли, які відповідають струмам А та Б (див. рис. 6.15), показані штриховою лінією. Розподіл, який відповідає струму В на рис. 6.15, показаний пунктиром.

систему при $I_b / I_c = 1,14$ (точка А на рис. 6.15). Видно, що струм I_s досягає максимальних значень на краях системи. На рис. 6.15 показано, що контакти у стовпчику мають однакову усереднену напругу біля верхнього краю сходинок. Ця поведінка усередненої напруги указує на синхронізацію випромінювання контактів. Наявність синхронізації було перевірено чисельно. Було виявлено, що з кожного краю системи синхронізовано осцилюють по 14 стовпчиків контактів. Їх синхронізує струм I_s . Для вивчення розподілу напруг вздовж довгої лінії була розрахована нормалізована усереднена величина напруги на контакті в стовпчику $v_l^{(av)}$:

$$v_l^{(av)} = \frac{1}{2} \frac{(\langle V_{1,l} \rangle + \langle V_{2,l} \rangle)}{V_c}. \quad (6.11)$$

Розподілення напруг в стовпчиках вздовж довгої лінії показано на рис. 6.17 для різних значень струму I_b з інтервалом $0.02I_c$. Видно, що при напругах, які відповідають головному резонансу, існує один великий горб посередині довгої лінії, два горба з'являються поблизу другого резонансу і т. д. Ці горби вказують на присутність стоячих хвиль, які виникають при різних значеннях постійного струму зміщення. У подальшому розгляді ми проаналізуємо значення усередненої по часу потужності у стовпчику l :

$$P_l = \left\langle \frac{\Phi_0}{2\pi} \sum_{k=1}^K \frac{d\varphi_{k,l}}{dt} \left(I_b - \frac{dq_l}{dt} + \frac{dq_{l+1}}{dt} \right) \right\rangle, \quad k=l. \quad (6.12)$$

Ця величина пропорційна теплу Джоуля, яке виділяється у даному стовпчику контактів. Розглянемо також величину

$$S_l = \left\langle \left(\sum_{k=1}^K \left(\frac{\Phi_0}{2\pi} \frac{d\varphi_{k,l}}{dt} - \langle V_{k,l} \rangle \right) \right)^2 \right\rangle, \quad (6.13)$$

яка є усередненим квадратом змінної напруги на l -му стовпчику. Значення S_l пропорційне квадрату змінної напруги на l -му стовпчику. Якщо контакти в стовпчику випромінюють когерентно з нульовою різницею фаз, то величина S_l збільшується до $4S_{k,l}$, де величина $S_{k,l}$ - це усереднений квадрат змінної напруги на окремому контакті в стовпчику:

$$S_{k,l} = \left\langle \left(\frac{\Phi_0}{2\pi} \frac{d\varphi_{k,l}}{dt} - \langle V_{k,l} \rangle \right)^2 \right\rangle. \quad (6.14)$$

Якщо контакти випромінюють з різницею фаз π , то $S_l = 0$, а якщо різниця фаз довільна, то $S_l = 2S_{k,l}$. На рис. 6.18 (а) та рис. 6.19 (а) показані розподіли P_l вздовж довгої лінії для струмів I_b , які відповідають верхнім краям сходинок. Положення цих струмів показано стрілками А та В на вольтамперній характеристиці першого зліва стовпчика на рис. 6.15, а відповідні розподіли напруги вздовж довгої лінії показані штриховими лініями на рис. 6.17. На рис. 6.18 видно, що в тих стовпчиках довгої лінії, де P_l збільшується до максимальних значень, величина S_l зменшується, і навпаки, там, де S_l

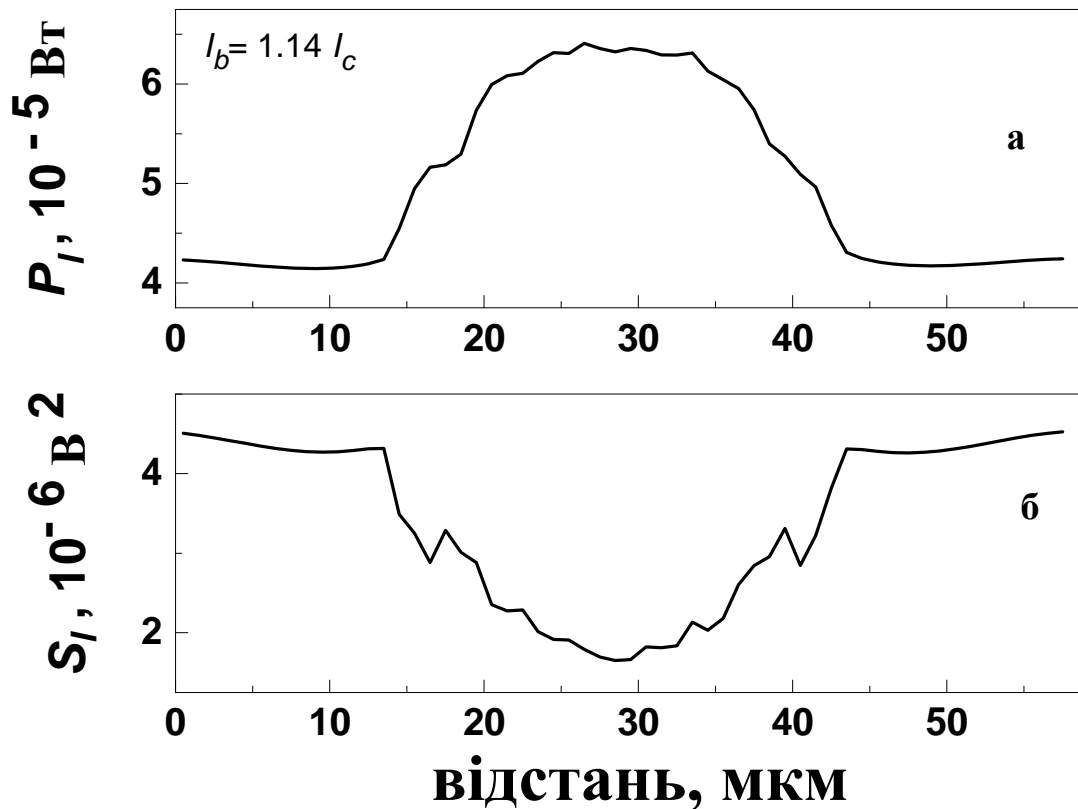


Рис. 6.18. Розподіли величин P_l та S_l вздовж довгої лінії для струму $I_b = 1,14I_c$, позначеного стрілкою А на рис. 6.15.

має максимум, величина P_l мала. Фізичний смисл цього ефекту такий. Потужність синхронізованого випромінювання контактів у системі максимальна на самоіндукованих резонансних сходинках (точніше, на верхніх краях цих сходинок). В той же час, стояча хвиля формується при постійних струмах, які відповідають цим сходинкам, і виникають горби розподілу напруги (рис. 6.17). Контакти не можуть випромінювати когерентно у місцях, де стояча хвиля приводить до великих змін напруги, оскільки усереднена напруга на контактах сильно змінюється вздовж цих місць. Тому ті частини, де контакти випромінюють когерентно і ті частини, де стояча хвиля сильно змінює напругу на контактах, повинні знаходитися в різних місцях резонансної довгої лінії. На рис. 6.18 видно, що завдяки утворенню стоячої хвилі, величина потужності виділення тепла Джоуля P_l збільшується майже в півтора рази в деяких місцях довгої лінії. Це означає,

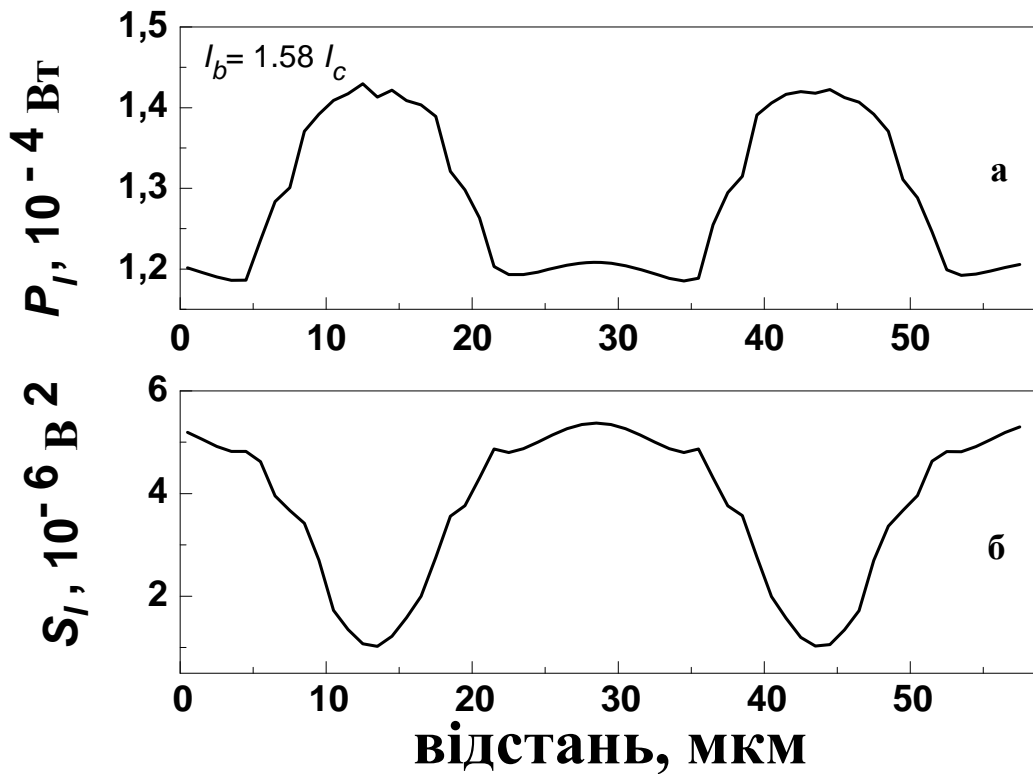


Рис. 6.19. Розподіли величин P_l та S_l вздовж довгої лінії для струму $I_b = 1,58I_c$, позначеного стрілкою Б на рис. 6.15.

що температура в цих місцях збільшується. Дуже приблизну оцінку збільшення температури можна зробити в одномірному випадку [58]. Згідно закону Фур'є, зміна температури ΔT_l пропорційна потужності нагрівача P_l :

$$\Delta T_l = \gamma_l P_l, \quad (6.15)$$

де коефіцієнт $\gamma_l = \Delta Z / \rho A$, ΔZ - характерна відстань (впродовж напрямку z), на якій змінюється температура, ρ - коефіцієнт теплопровідності, A - площа перетину контакту. Згідно цьому виразу, для двох контактів в одній з частин довгої лінії, розташованих на відстані $\Delta Z = 0,1$ мкм один від одного, при $A = 10^{-12}$ м², $\rho = 8$ Вт/(м·К) і з використанням величин P_l з рис. 6.18 отримуємо $\Delta T_{l=30} = 0,79$ К для частини, яка знаходиться у центрі довгої лінії, та $\Delta T_{l=30} = 0,52$ К для частини, яка знаходиться поблизу лівого краю довгої лінії. Зауважимо, що при розрахунку теплові потоки від контактів додаються один до одного. У системі, кожна частина якої нараховує кілька сотень внутрішніх

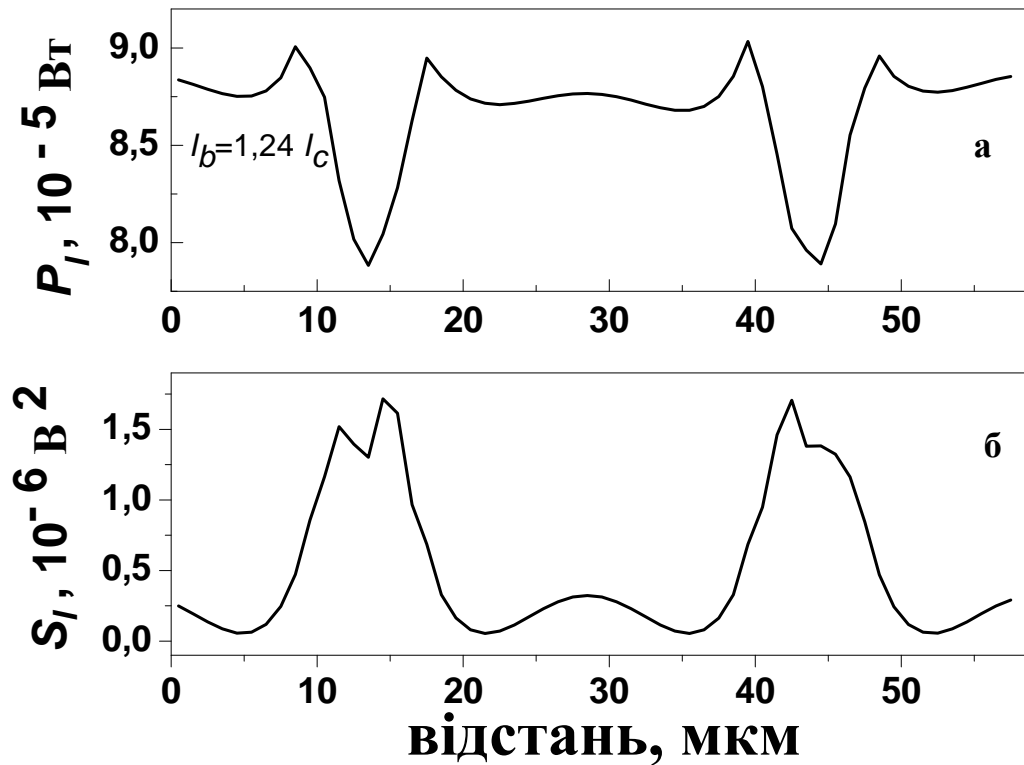


Рис. 6.20. Розподіли величин P_l та S_l вздовж довгої лінії для струму $I_b = 1,24I_c$, позначеного стрілкою В на рис. 6.15.

джозефсонівських контактів, такий сильний перегрів центральної частини довгої лінії може легко викликати розігрів цієї частини до температур, вищих за критичну температуру надпровідника (тобто, появу "гарячих плям"). Більш детальні розрахунки температури треба проводити чисельно з використанням двомірної моделі переносу тепла. Поблизу другої та вищих гармонік резонансу є такі розподіли напруги вздовж довжини зразка, при яких напруга посередині зразка не збільшується, а зменшується (штрихова лінія на рис. 6.17 відповідає точці В на рис. 6.15). Розподіли S_l та P_l для цього випадку зображені на рис. 6.20. Як і раніше, у цьому розподілі також зменшенням тепла Джоуля відповідають максимумами усередненого квадрату змінної напруги. Однак, значення цього усередненого квадрату напруги значно менші, ніж значення, отримані на верхніх краях сходинок, так що інтенсивність когерентного випромінювання в цьому випадку мала.

6.4 Когерентне випромінювання джозефсонівських контактів у резонансній довгій лінії

Викладена у попередньому підрозділі модель двох шарів точкових контактів Джозефсона, які складають довгу лінію, може бути розширена до випадку багатьох шарів і застосована для опису когерентного випромінювання у багатошаровій системі. У цьому підрозділі буде розроблено модель системи з 667 шарів. Ця кількість шарів відповідає одному мікрометру висоти пачки внутрішніх контактів Джозефсона у високотемпературному надпровіднику при умові, що відстань між шарами дорівнює півтора нанометра. Буде досліджена залежність когерентного випромінювання від напруги на контактах, а також буде отримана і порівняна з результатами експерименту залежність частоти когерентного випромінювання від довжини системи.

Високочастотна схема системи показана на рис. 6.21. Для розрахунків вольт - амперних характеристик можна використати вирази (6.7)-(6.10), якщо покласти в них $K = 667$. Нагадаємо, що K - це кількість шарів діелектрика в одному стовпчику контактів, так що для всієї системи треба взяти NK "елементарних контактів", де N - кількість стовпчиків у системі. Параметри "елементарних контактів" було вибрано згідно результатів експерименту [7]: $V_c = 2$ мВ, усереднений критичний струм $I_c = 10$ мА та усереднений електричний опір контакту $R_0 = V_c / I_c = 0,2$ Ом. Ємність контакту $C_{0i,l} = 2,47 \cdot 10^{-11}$ Ф вважалася однаковою для всіх контактів. Вона була вирахована з величини параметра Мак-Камбера $\beta_{C_{0k,l}} = 30$, характерного для внутрішніх контактів [3]. Критичні струми $I_{ci,l}$ були випадковими числами з гаусовим розподілом навколо I_c та дисперсією $0,04 \cdot I_c$. Ці випадкові величини визначали також електричні опори контактів $R_{0i,l} = V_c / I_{ci,l}$. Параметри $C = 4,1 \cdot 10^{-11}$ Ф, $\zeta \approx 1,46 \cdot 10^{-5}$ м та $L \approx 1,2 \cdot 10^{-12}$ Гн було вибрано з умови розповсюдження електромагнітних хвиль у довгій лінії з урахуванням експериментальних даних [7]. Параметри L_e , R_e та C_e було підібрано для

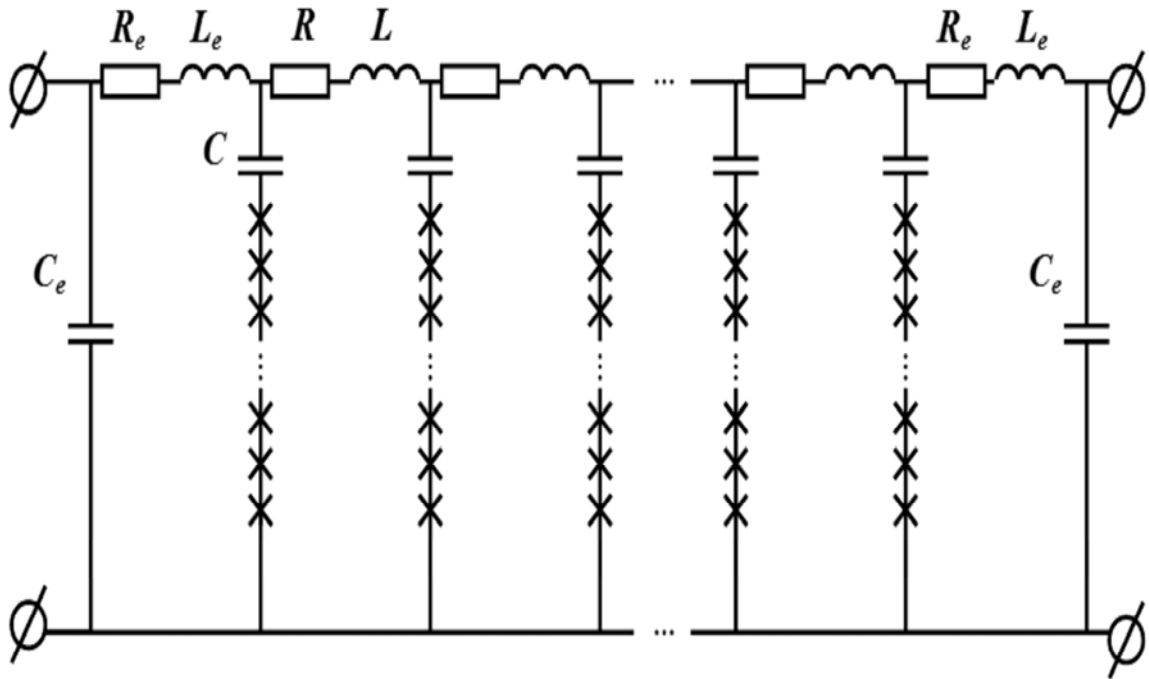


Рис. 6.21. Високочастотна схема довгої лінії з контактами. Контакти позначені хрестиками.

задоволення вимоги відбиття струмів від кінців довгої лінії. Параметр R дорівнював нулю в усіх розрахунках. Розрахунки вольт-амперної характеристики разом з розрахунками потужності випромінювання для кожної системи заданої довжини займало від однієї до двох годин з використанням процесорів Intel Core i5. Окрім розрахунків вольт - амперної характеристики та величин, які розглядалися в попередньому підрозділі, була розрахована також усереднена величина частоти генерації Джозефсона, яка приходить на один контакт стовпчика:

$$f_l = \frac{1}{2\pi K} \sum_{k=1}^K \frac{d\varphi_{k,l}}{dt}. \quad (6.16)$$

Залежність $f_2(I_b/I_c)$ для другого зліва стовпця контактів ($l=2$) у системі довжиною $1,48 \cdot 10^{-4}$ м представлена на рис. 6.22 (а). Для спрощення рисунка показана тільки гістерезисна гілка (тобто, вольт - амперна характеристика нижче критичного струму). Оскільки частота f_2 на цьому рисунку може бути перерахована в напругу згідно виразу $f = \langle V_{l=2} \rangle / \Phi_0$, рис.

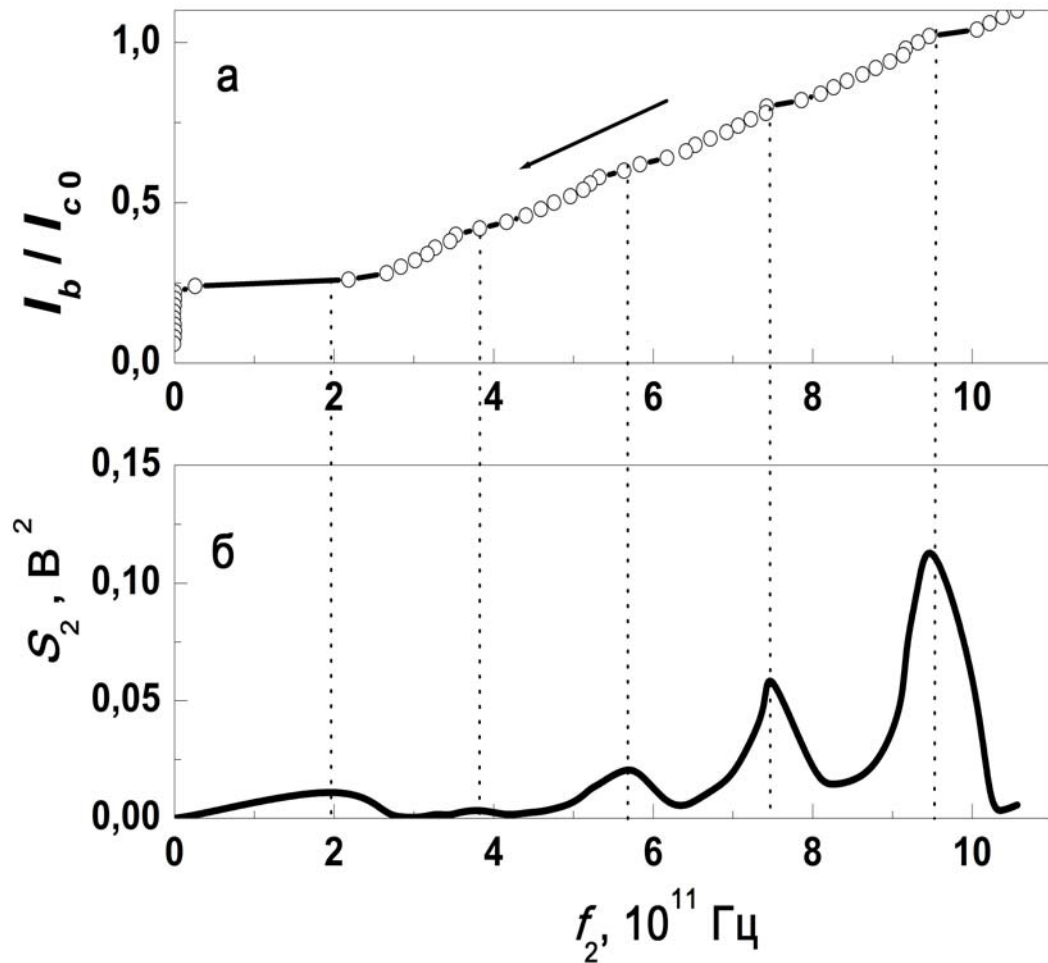


Рис. 6.22. (а) - залежність нормалізованого постійного струму від частоти випромінювання f_2 від нормалізованого постійного струму (напрямок зміни струму показаний стрілкою); (б) - залежність величини усередненого квадрата високочастотної напруги на другому стовпчику ($l=2$) $S_2 = f(f_2)$ від частоти випромінювання f_2 . Пунктирними лініями показана відповідність максимумів $S_2(f_2)$ особливостям залежності $f_2(I_b/I_c)$.

6.22 (а) є, по суті, вольт - амперною характеристикою стовпчика. З цього рисунка видно, що на вольт-амперній характеристиці системи виникають резонансні особливості (а саме, стрибки напруги), якщо частота джозефсонівського випромінювання контактів співпадає з резонансною частотою довгої лінії. На рис. 6.22 (а) показані п'ять таких особливостей. Резонансні частоти обернено пропорційні лінійному розміру довгої лінії L :

$$f_{res} = \frac{\bar{c}m}{2\Lambda}, \quad (6.17)$$

де m - ціле число (порядок резонансу).

Згідно виразу (6.13) була розрахована також величина S_2 , яка є усередненим квадратом високочастотної напруги на другому стовпчику ($l=2$) і характеризує інтенсивність когерентного випромінювання. Властивості величини S_l описані у попередньому розділі. На рис. 6.22 (б) зображена залежність величини S_2 від частоти. Видно, що кожний максимум величини S_2 відповідає стрибку напруги на вольт - амперній характеристиці. Саме такий збіг було знайдено в експериментах [7]. Таким чином, когерентне випромінювання і стрибки напруги пов'язані одне з одним.

Опишемо тепер механізм утворення когерентного випромінювання. При напругах, які відповідають резонансним особливостям, в деяких частинах системи починають текти змінні струми великої сили, які визначають падіння напруги на контактах та синхронізують коливання напруги. Цей процес нагадує синхронізацію контакту зовнішнім струмом змінної частоти. Однак, у даному випадку, частота і сила струму залежать від параметрів контактів та їх взаємодії. Аналогічно процесу зовнішньої синхронізації, на вольт-амперних характеристиках контактів виникають характерні особливості - стрибки напруги (рис. 6.22 (а)), а потужність випромінювання має максимуми поблизу стрибків завдяки когерентності випромінювання (рис. 6.22 (б)).

Перевіркою дієздатності розробленої моделі є перевірка виразу (6.17) і порівняння результатів моделі з експериментом, у якому визначалися зміни частоти, яка відповідає максимуму когерентному випромінювання, при зміні довжини зразку Λ при $m=1$. Для моделювання цього експерименту розраховувалася величина S_l , яка є сумою усереднених квадратів змінної напруги на всіх стовпчиках контактів і характеризує когерентну частину випромінювання усієї системи:

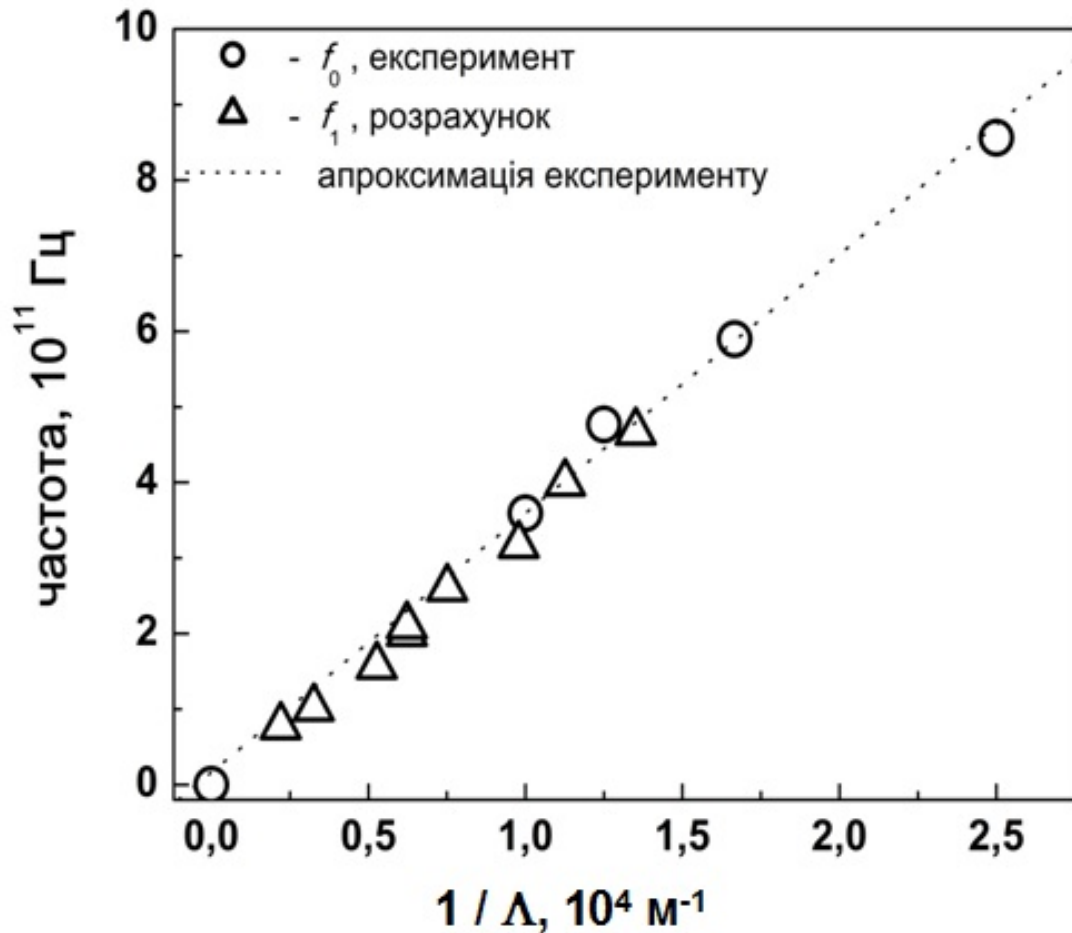


Рис. 6.23. Залежності частоти f_0 (кружки, експеримент) та частоти f'_0 (трикутники, модель) від оберненої ширини системи $1/\Lambda$. Пунктирна лінія - апроксимація даних експерименту.

$$S_t = \sum_{l=1}^{N-1} \left\langle \left(\sum_{k=1}^K \left(\frac{\Phi_0}{2\pi} \frac{d\dot{\phi}_{k,l}}{dt} - \langle V_{k,l} \rangle \right) \right)^2 \right\rangle. \quad (6.18)$$

Ця величина розраховувалася для систем з різною довжиною Λ . Була знайдена частота f'_0 , яка відповідає першому максимуму величини S_t (головної моди резонансу), або різниця частот кратних резонансів $(m+1)f'_0 - mf'_0$, якщо максимум, який відповідає головній моді, був нечітко виражений. На рис. 6.23 трикутниками зображені розраховані в нашій моделі частоти f'_0 , а кружками - залежність частоти f_0 ліній когерентної емісії [7]. Модель добре описує результати експерименту для великих (більше 75

мікрометрів) величин того характерного розміру, який визначає резонансну частоту. Цей розмір є найменшим розміром системи, який розрахований у моделі. Подальше зменшення розміру системи приводить до порушення умов відбиття струмів від кінців довгої лінії, тому розрахунки стають неможливими.

У роботі [47] аналогічні розрахунки були проведені для моделі з $d_{x^2-y^2}$ -хвильовою симетрією потенціалу спарювання. За винятком несуттєвих деталей, вони підтвердили зроблені у цьому підрозділі розрахунки. У цій роботі застосовувалися граничні умови для довгої лінії з відкритими кінцями. У результаті розрахунків отримано, що максимальне виділення тепла Джоуля відбувається на краях довгої лінії, а когерентне випромінювання - у центральній частині .

Когерентне випромінювання перестає існувати при величині дисперсії гаусового розподілу критичних струмів контактів більше 5% від середнього критичного струму. Цей результат визначає межу різниці критичних струмів, допустиму для отримання когерентного випромінювання і підтверджує висновки, які були зроблені в підрозділі 3.5 про оптимальні параметри системи. Зауважимо, що результати цього підрозділу були отримані на основі моделі, яка була викладена в підрозділі 6.3, але без урахування зміни температур вздовж зразка, тому отриманими результатами можна користуватися в тому випадку, якщо зміни температур несуттєві і не приводять до сильних змін вольт - амперних характеристик внутрішніх контактів Джозефсона. Це обмеження добре виконується в експериментальній роботі [7], де когерентне випромінювання та резонансні сходи були отримані на тих частинах вольт - амперної характеристики системи, де розігрів зразка малий. В деяких експериментальних роботах [205] зауважено, що утворення когерентного випромінювання від внутрішніх контактів Джозефсона може бути отримано як при наявності "гарячих плям" у зразку на S - образній частині вольт - амперної характеристики при великих напругах, так і при малих напругах. Описаний у цьому підрозділі механізм

утворення когерентного випромінювання відноситься до другого випадку, коли напруги на зразку малі.

Згідно нашій моделі, "гарячі плями" на зразку високотемпературного утворюються при появі в зразку стоячих хвиль на резонансних частотах (див. підрозділ 6.3). Ці результати узгоджуються з даними експерименту [206]. Сильне когерентне випромінювання від внутрішніх контактів Джоузефсона було передбачено в роботі [250] і знайдено в експериментах [7, 197] на самоіндукованих сходинках вольт - амперної характеристики. Запропоновано кілька пояснень цього ефекту. Згідно поясненню, яке дано в роботі [7], поява самоіндукованих сходинок зумовлена неоднорідним розподілом критичних струмів у системі. Показано [229], що симетричний розподіл критичних струмів вздовж довгого контакту Джоузефсона приводить до появи самоіндукованих сходинок при напругах, які відповідають парним сходинкам Фіске. У роботі [238] показано, що при несиметричному розподілі критичних струмів виникають самоіндуковані сходинки, які відповідають непарним сходинкам Фіске. На них внутрішні контакти випромінюють когерентно. Існує також пояснення ефекту, згідно якому в системі шарів контактів з великою ємністю виникають плазмові коливання, які приводять до появи стоячих хвиль і до самоіндукованих сходинок [241]. Обидва пояснення припускають, що поява самоіндукованих сходинок пов'язана з утворенням стоячих хвиль завдяки деякому збудженню у резонансній довгій лінії і взаємодією цих стоячих хвиль з випромінюванням контактів. У нашій моделі так само вплив резонансної довгої лінії визначає появу самоіндукованих сходинок, когерентного випромінювання контактів і утворення "гарячих плям" у зразку. Наша модель може бути вжита до сильно неоднорідних по довжині зразків, у яких шари внутрішніх контактів Джоузефсона можна представити скоріше як набір окремих контактів, ніж як суцільні шари. Таким чином, наша модель узгоджена з іншими моделями в тому розумінні, що всі наведені вище ефекти пов'язані з дією резонансної довгої лінії на випромінювання контактів. Згідно теоретичним та чисельним дослідженням,

проведені в попередніх розділах, вольт - амперні характеристики системи контактів у резонансній довгій лінії мають самоіндуковані сходинки (сходинки нульового поля), які виникають у результаті взаємодії між випромінюванням контактів у системі та стоячими хвилями, які утворюються у довгій лінії при резонансах. В залежності від граничних умов, сходинки нульового поля можуть виникати на парних, непарних або на всіх частотах геометричних резонансів. Більша частина наведених вище висновків зберігаються також в тому випадку, коли система являє собою не набір відокремлених контактів, які утворюють середовище для розповсюдження електромагнітних хвиль, а пачку суцільних довгих контактів. У роботі [229] показано, що в цьому випадку висота сходинки нульового поля для n -го резонансу пропорційна квадрату n - компоненти Фур'є функції розподілу критичного струму вздовж довгого контакту, а утворення сходинки нульового поля так само полягає в тому, що збудження електромагнітного поля розповсюджується вздовж контакту і утворює стоячу хвилю, яка взаємодіє з випромінюванням. У літературі відсутні відомості про ступінь дефектності зразків, які використовували в експериментах. Тому зараз не можна достовірно установити механізм збудження, який приводить до утворення стоячої хвилі. Побудова адекватної моделі процесу пов'язана з детальним порівнянням з експериментом ефектів, які виникають при дії описаних вище механізмів збудження стоячих хвиль.

6.5 Висновки до розділу 6

Підсумуємо результати цього розділу. Чисельними методами розглянуто синхронізацію випромінювання контактів Джозефсона, з'єднаних з системою, яка забезпечує зворотний зв'язок і які можуть бути розігріті теплом втрат Джоуля або знаходяться при різних температурах. Отримано такі висновки:

- Знайдено, що в ланцюгу контактів Джозефсона у резонаторі при випромінюванні на резонансних частотах температура контактів може

змінюватися завдяки збільшенню теплових втрат. При цьому контакти можуть перебувати у синхронізованому стані.

- Показано, що у ланцюгу з двох контактів, з'єднаних послідовно з нормальним шунтом та індуктивністю, можлива синхронізація випромінювання в тому випадку, коли контакти з різним критичним струмом знаходяться при різних температурах. Максимальний розбіг критичних струмів контактів при такій синхронізації сильно підвищується, якщо контакт з більшим критичним струмом розігріти до температури, яка більша за температуру другого контакту. Критичний струм нагрітого контакту зменшується, розбіг критичних струмів контактів стає малим, і тому створюються умови для синхронізації.
- Для двомірної системи точкових контактів Джозефсона у резонансній довгій лінії знайдено, що поява самоіндукованих резонансних сходинок на вольт - амперній характеристиці, сильне когерентне випромінювання контактів та поява "гарячих плям", мають спільне походження, а саме – взаємодія випромінювання контактів Джозефсона з резонансними модами системи. У цій моделі наочно показано, що механізмом синхронізації при взаємодії резонансних мод з випромінюванням є струм, який посилюється у тих місцях системи, які когерентно випромінюють. На частоті першого резонансу (головної моди системи) "гаряча пляма" виникає посередині довгої лінії, тоді як на краях лінії знайдено когерентне випромінювання.
- При збільшенні кількості шарів внутрішніх контактів Джозефсона частота першого резонансного максимуму обернено пропорційна довжині системи. Отримана в результаті розрахунків залежність частоти випромінювання від довжини системи узгоджується з залежністю, отриманою в експерименті.

РОЗДІЛ 7

ЕФЕКТ ДЖОЗЕФСОНА У ФРАКТАЛЬНИХ СИСТЕМАХ

У цьому розділі чисельними методами досліджується ефект випрямлення напруги у системах контактів Джозефсона. Оскільки ефект випрямлення напруги сильно виражений у структурах з багатьма асиметричними контурами струму, виникає питання, чи можна використати дані цього ефекту для отримання величин, які характеризують саму систему контурів. Ця проблема вирішується в наступних підрозділах. У підрозділі 7.1 розглянуто суть ефекту та його моделювання в двохконтактному інтерферометрі з неоднаковими критичними струмами контактів (асиметричному інтерферометрі) [32]. У підрозділі 7.2. знайдено залежності максимального струму Джозефсона від магнітного поля для багатоконтактного інтерферометра, відстані між контактами у якому визначені згідно множин відрізків Кантора [17, 18]. Ця модель використовується у підрозділі 7.3, де розглянуто ефект випрямлення напруги в цій системі при зміні магнітного поля [32]. У підрозділі 7.4 розглянута синхронізація випромінювання фрактальної системи контактів у резонансній довгій лінії [33]. У підрозділі 7.5 розглянуто застосування ефекту випрямленої напруги для пояснення асиметрії вольт - амперних характеристик гібридних контактів Джозефсона на основі пніктидів [36]. Підрозділ 7.6 містить висновки.

7.1 Ефект випрямлення напруги в асиметричному інтерферометрі

У цьому підрозділі у рамках резистивної моделі контакту Джозефсона побудована проста модель випрямленої напруги у двохконтактному інтерферометрі та вивчені особливості її залежності від зовнішнього магнітного поля.

Інтерферометр з двома джозефсонівськими контактами зображено на рис. 7.1 (а). Критичні струми контактів дорівнюють $I_{ck} = (1 \pm \delta)I_{ca}$, де k - номер контакту ($k = 1, 2$), $I_{ca} = 1/2(I_{c1} + I_{c2})$, δ - безрозмірний параметр, який

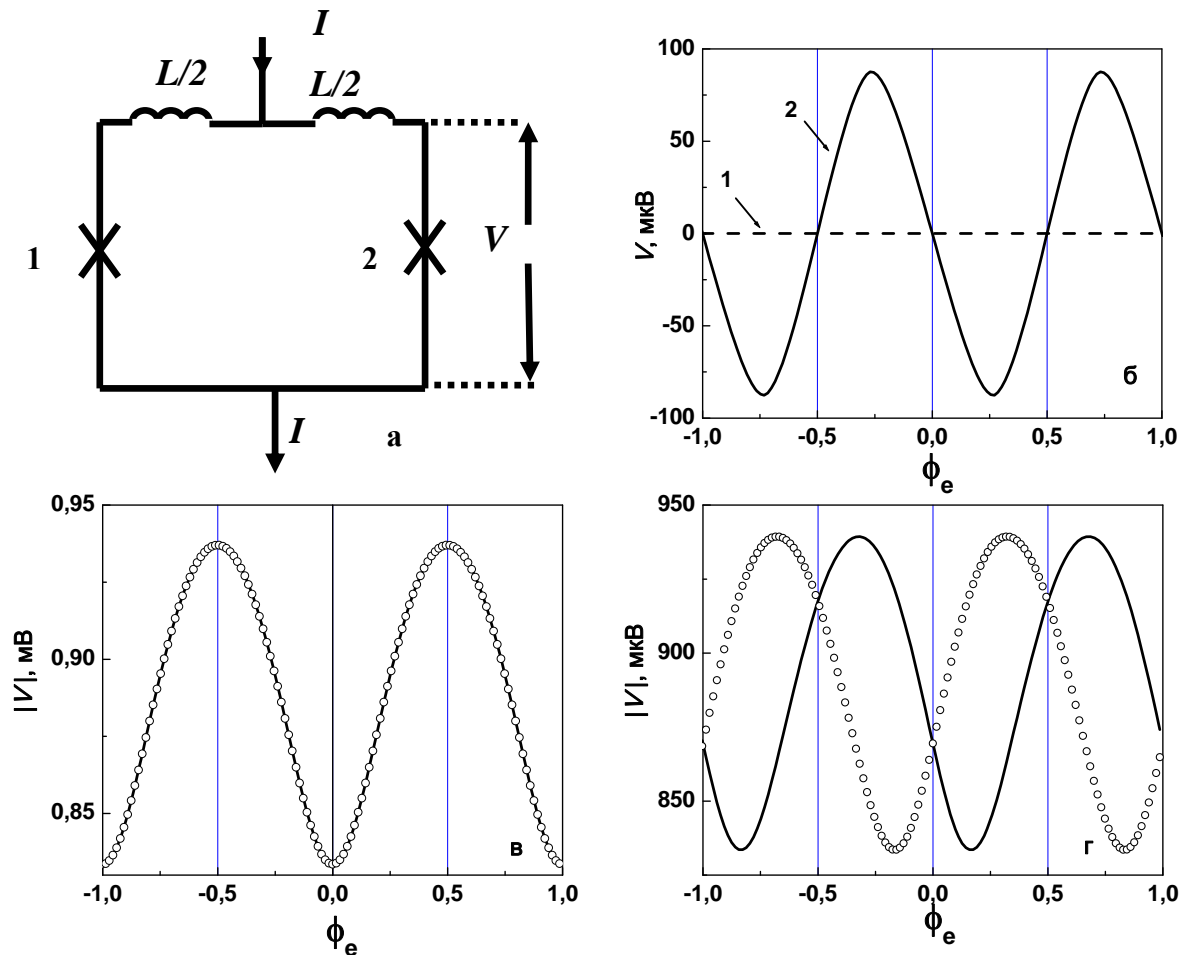


Рис 7.1. (а) – електрична схема двохконтактного інтерферометра. Джозефсонівські контакти позначено хрестиками; (б) - залежність $|V| = f(\varphi_e)$ для симетричного інтерферометра ($\delta=0$, крива 1) та асиметричного інтерферометра ($\delta=0,2$, крива 2) при проходженні змінного струму низької частоти; (в) - залежності $|V| = f(\varphi_e)$ для симетричного інтерферометра ($\delta=0$) при додатному (суцільна лінія) та від'ємному (кружки) напрямках постійного струму (див. текст); (г) - залежності $|V| = f(\varphi_e)$ для асиметричного інтерферометра ($\delta=0,2$) при додатному (суцільна лінія) та від'ємному (кружки) напрямках постійного струму.

характеризує розбіг критичних струмів. Критичні напруги контактів V_{ck} вважаються однаковими ($V_{c1} = V_{c2} = V_c$), так що для електричного опору контактів R_k отримуємо $R_k = V_c / I_{ck}$. Інтерферометр знаходиться в постійному магнітному полі \vec{B} , яке перпендикулярне до площини, в якій розташовані

контакти. Прийемо, що додатний знак має магнітне поле, яке направлено з площини контуру на читача. На контакти подається змінний струм $2I_a \cdot \sin(\omega t)$, де $\omega = 2\pi f$, причому частота f значно менша за характерну частоту контакту $f_J = V_c / \Phi_0$ ($f \ll f_J$). Тоді динамічні рівняння для різниці фази параметра порядку φ_k на k -му контакті разом з рівняннями квантування магнітного потоку в інтерферометрі мають для $B > 0$ такий вигляд:

$$\frac{\Phi_0 C_J}{2\pi} \frac{d^2 \varphi_k}{dt^2} + \frac{\Phi_0}{2\pi R_k} \frac{d\varphi_k}{dt} + I_{ck} \sin \varphi_k = I_a \sin(\omega t) \pm I^R, \quad k=1,2, \quad (7.1)$$

$$I^R = -\frac{I_{ca}}{\beta_L} [2\pi\phi_e + (\varphi_1 - \varphi_2)], \quad (7.2)$$

де верхній знак перед циркулюючим у контурі струмом I^R у рівнянні (7.1) відноситься до контакту з номером $k = 1$, C_k - ємність k -го контакту (будемо вважати ємності контактів однаковими), $\beta_L = (2\pi I_{ca} L) / \Phi_0$ - нормалізована індуктивність, L - індуктивність контуру інтерферометра, t - час, $\phi_e = \Phi_e / \Phi_0$ - нормалізований магнітний потік зовнішнього магнітного поля, $\Phi_e = BS_{1,2}$, $S_{1,2}$ - площа контуру інтерферометра. При $B < 0$ знаки перед струмом I^R у рівняннях (7.1) та (7.2) та знак перед ϕ_e в (7.2) змінюються на протилежні. Рішення системи рівнянь (7.1), (7.2) відносно фаз φ_k та їх похідних дозволяє отримати вольт - амперні характеристики контактів при заданому значенні магнітного поля. Випрямлена напруга на інтерферометрі дорівнює

$$V = \frac{1}{2} \frac{\Phi_0}{2\pi} \left\langle \frac{d\varphi_2}{dt} + \frac{d\varphi_1}{dt} \right\rangle. \quad (7.3)$$

Система рівнянь (7.1), (7.2) вирішувалася методом Рунге - Кутта. Параметри системи були такі: $I_{ca} = 1$ мА, $R_a = 1$ Ом, $C_1 = C_2 = 3,3 \cdot 10^{-14}$ Ф, $I_a = 1,3$ мА, $I_b = 1,3$ мА, $\beta_L = (2\pi I_{ca} L) / \Phi_0 = 4$, $f = 4,3$ МГц, $f_J = 430$ ГГц.

Якщо інтерферометр симетричний, тобто критичні струми та індуктивності плечей однакові, то постійної напруги на контактах не виникає (рис. 7.1 (б), крива 1). Однак, на контактах асиметричного інтерферометра існує постійна напруга (рис. 7.1 (б), крива 2).

Для пояснення ефекту розглянемо інтерферометр, на який подається постійний струм з абсолютним значенням $|2I_b|$, який перевищує критичні струми контактів [253, 254]. На рис. 7.1 (в) показані залежності абсолютної величини напруги на симетричному інтерферометрі від магнітного поля, розраховані при протилежних знаках струму через інтерферометр. Ці залежності співпадають. Якщо тепер повільно циклічно змінювати струм через інтерферометр від додатного значення до від'ємного та назад від від'ємного до додатного (саме це відбувається при пропусканні струму низької частоти), середнє значення напруги на інтерферометрі буде дорівнювати нулю (рис. 7.1 (б), крива 1), оскільки напруги на контактах рівні по модулю та мають протилежні знаки.

Розглянемо тепер процеси в асиметричному інтерферометрі. Якщо на асиметричний інтерферометр подавати постійний струм з абсолютним значенням $|2I_b|$, завдяки асиметрії параметрів у ньому виникає циркулюючий "струм асиметрії" $1/2(I_{c1} - I_{c2})$. Цей струм породжує власне магнітне "поле асиметрії" $B_{as} = L(I_{c1} - I_{c2})/2S_{1,2}$. Важливо те, що при незмінному напрямі зовнішнього магнітного поля "струм асиметрії" змінює напрям на протилежний при зміні знака постійного струму через інтерферометр. Таким чином, при незмінному напрямі зовнішнього магнітного поля залежно від напрямку постійного струму величина "струму асиметрії" додається або віднімається від циркулюючого струму, який забезпечує відсутність магнітного поля у товщі надпровідника. Тому при зміні напрямку постійного струму величини напруги на контактах не співпадають (див. рис. 7.1 (в)) і при повільній циклічній зміні постійного струму від додатної до від'ємної величини середнє значення постійної напруги на інтерферометрі за період не дорівнює нулю (рис. 7.1 (г), крива 2). Таким чином, асиметрія інтерферометра породжує явище випрямлення напруги. Відмітимо, що залежність $V(\phi_e)$ антисиметрична, тобто $V(-\phi_e) = -V(\phi_e)$. Ця особливість спостерігалася в експериментах [255].

7.2 Критичний струм одомірної фрактальної системи контактів

Інтерференція надпровідних струмів може відбуватися на контурах з широким розподілом розмірів, які характерні для фрактальної структури, якою є, наприклад, перколяційна система [255 - 257]. Перколяційна система контурів досить складна для вивчення інтерференції надструмів у фрактальних структурах з джозефсонівськими контактами, оскільки шлях протікання струмів у ній досить заплутаний, контури мають неправильну форму, а положення контактів не визначені явно. Тому для отримання головних закономірностей інтерференції надструмів у фрактальних системах з джозефсонівськими контактами необхідно розглянути простішу систему. Однією з найпростіших фрактальних систем є тріадна множина відрізків Кантора [258]. У подальшому розгляді будемо використовувати модифікацію цієї моделі для формування структури з фрактальним розподілом контурів. Розглянемо стадії формування нашої модифікованої системи. Конструктивний елемент системи показаний на рис. 7.2 (а) (стадія $n=1$, де n - номер стадії формування, так званий порядок фрактала). Контакт Джозефсона між двома надпровідниками повторено тричі і середня третина зроблена непроникною для джозефсонівського струму. При практичній реалізації структури у середній третині достатньо трохи збільшити відстань між надпровідниками так, щоби джозефсонівський струм зник. На кожній стадії формування ($n = 2,3,..$) вся отримана на попередній стадії структура повторюється тричі, а середня третина отриманої структури робиться непроникною для джозефсонівського струму (рис. 7.2 (а)). Набір довжин джозефсонівських контактів утворює фрактальну структуру множини відрізків Кантора. Кількість джозефсонівських контактів $N = 2^n$ у системі з розміром Λ вздовж вісі x збільшується згідно залежності [258]:

$$N = \Lambda^D, \quad (7.4)$$

де $D = \ln 2 / \ln 3 \approx 0.631$ - фрактальна розмірність множини Кантора. Утворену систему помістимо у постійне магнітне поле \vec{B} (рис. 7.2 (а)). Система, яку ми розглядаємо, є фрактальним інтерферометром. Зазначимо, що такий розподіл

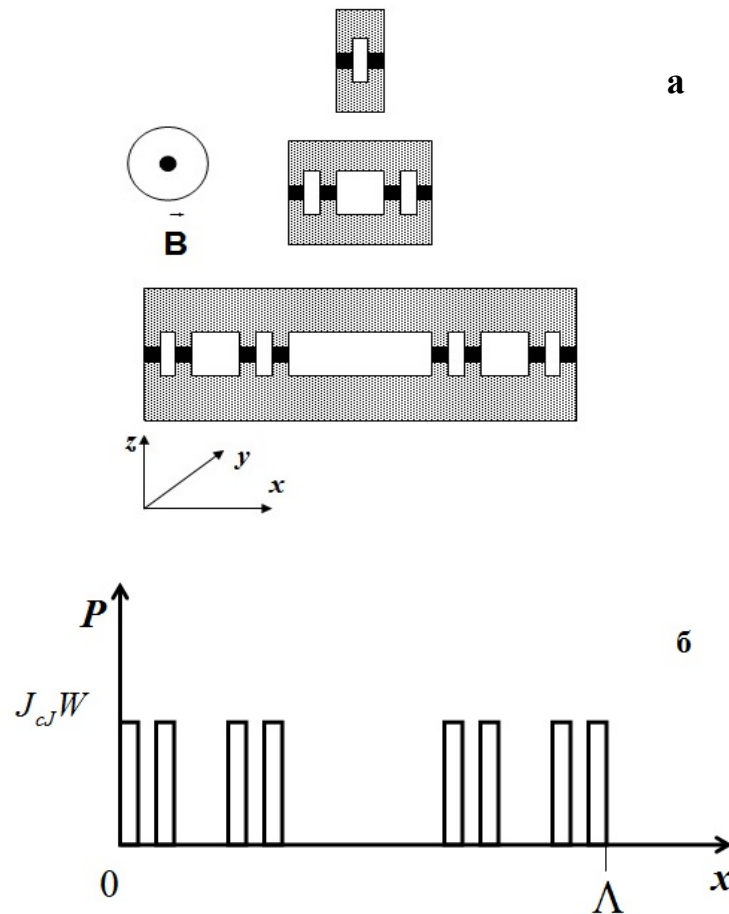


Рис. 7.2. (а) - стадії формування фрактальної системи джозефсонівських контактів. Вид спереду. Надпровідник позначено сірим кольором, контакти - чорним кольором; (б) - розподіл $P(x)$ для множини Кантора третього порядку.

контактів можна також уявити не як спеціально приготовлену макроскопічну фрактальну систему, а як фрактальне розподілення струмів впродовж одного довгого неоднорідного по товщині контакту.

Будемо вважати всі параметри джозефсонівських контактів (в тому числі і максимальні джозефсонівські струми) однаковими. Для розрахунку залежності максимального джозефсонівського струму всього інтерферометра від магнітного поля застосуємо метод перетворення Фур'є [55]. Важливою особливістю цього методу є те, що індуктивність контурів струму між контактами не враховується, тобто, параметри індуктивності контурів $\beta_{L_{k,k+1}} = (2\pi I_c L_{k,k+1}) / \Phi_0$ (тут $k = 1, 2, \dots, N-1$, $L_{k,k+1}$ - індуктивність контуру між

контактами з індексами k та $k+1$) повинні дорівнювати нулю ($\beta_{Lk,k+1} = 0$). Це означає, що для практичних реалізацій повинна виконуватися нерівність $\beta_{Lk,k+1} \ll 1$. Згідно цій нерівності, для максимальних джозефсонівських струмів порядку 0,1 мА індуктивність будь-якого контуру в системі не повинна перевищувати приблизно 10^{-13} Гн.

Згідно методу перетворення Фур'є, залежність максимального джозефсонівського струму системи від магнітного поля $I_c(B)$ визначається перетворенням Фур'є розподілу густини максимального джозефсонівського струму $P(x)$ (рис. 7.2 (б)) вздовж довжини x [55]:

$$I_c(q) = \left| \int_{-\infty}^{\infty} P(x) e^{jqx} dx \right|, \quad (7.5)$$

де

$$P(x) = \int_{-W/2}^{W/2} J_c(x, y) dy, \quad (7.6)$$

$J_c(x, y)$ - густина критичного струму на одиницю площі контакту, W - ширина контакту впродовж осі y , $q = Bd / \Phi_0$, d - сума товщини бар'єру джозефсонівського контакту та лондонівських глибин проникнення магнітного поля надпровідників, j - уявна одиниця. Таким чином, розмірністю величини $P(x)$ є сила струму на одиницю довжини.

Згідно методу Фур'є розрахунку максимального джозефсонівського струму, спочатку задаємо розподіл $P(x)$ вздовж системи. Розподіл густини струму $P(x)$ окремого k -го контакту ($k = 1, 2, \dots, N$) має прямокутний вигляд і дорівнює

$$P_k(x) = J_{cj} W p_{g/2, P_{g/2}} = \begin{cases} 1, & |x - x_k| \leq g/2, \\ 0, & |x - x_k| > g/2, \end{cases} \quad (7.7)$$

де $g = \Lambda / 3^N$ - довжина одного контакту у напрямі x , Λ - довжина системи у напрямі x , W - ширина системи у напрямі y , J_{cj} - критична густина струму через один контакт, x_k - положення центра контакту згідно фрактального

розподілу. Функція $P(x)$ системи має вигляд фрактального розподілення прямокутників $P_k(x)$ вздовж довжини Λ :

$$P(x) = \sum_{k=0}^N P_k(x). \quad (7.8)$$

Застосувавши перетворення Фур'є (7.5) до розподілу джоєфсонівських контактів у системі, знаходимо залежність максимального джоєфсонівського струму від q :

$$I_c(q) = J_{cJ} g W 2^N \left| \frac{\sin(\pi q g)}{\pi q g} \prod_{k=0}^{N-1} \cos(2\pi 3^k q g) \right|. \quad (7.9)$$

Квадрат виразу (7.9) має наочний фізичний смисл. Для його пояснення використаємо аналогію з дифракцією монохроматичного світла на ґратках з розподілом щілин згідно множині Кантора [268]. Квадрат виразу (7.9) можна представити у вигляді добутків трьох множників:

$$I_c^2(q) = I_c^2(0) F(q) S_f(q), \quad (7.10)$$

де

$$I_c^2(0) = J_{cJ}^2 g^2 W^2 2^{2N}, \quad (7.11)$$

$$F(q) = \left| \frac{\sin(\pi q g)}{\pi q g} \right|^2, \quad (7.12)$$

$$S_f(q) = \left| \prod_{k=0}^{N-1} \cos(2\pi 3^k q g) \right|^2. \quad (7.13)$$

Такий самий вигляд добутку трьох множників має вираз, отриманий для інтенсивності розсіяного світла в експериментах [268]. За допомогою безпосередньої підстановки координат x_k центрів фрактального розподілу $P(x_k)$ максимального джоєфсонівського струму можна впевнитися, що величина S_f , визначена виразом (7.13), співпадає з величиною структурного фактору, визначеного виразом:

$$S_f(q) = \frac{1}{N^2} \sum_{k=1}^N \sum_{m=1}^N e^{jq(x_k - x_m)}. \quad (7.14)$$

У виразі (7.10) величина $I_c^2(q)$ аналогічна інтенсивності світла, а величина q аналогічна хвильовому вектору. Якщо урахувати ці аналогії, вирази для $F(q)$ та для $S_f(q)$ тотожні відповідним виразам для форм - фактора та структурного фактора в експериментах по дифракції. Тут є аналогія між інтерференцією світла та інтерференцією джозефсонівських струмів [55]. Форм - фактор $F(q)$ описує інтерференцію джозефсонівських струмів на окремому контакті, а структурний фактор $S_f(q)$ описує інтерференцію струмів, зумовлену розподілом контактів. Величина $I_c^2(0)$ у виразі (7.11) має смисл квадрата струму через всю систему при відсутності прикладеного зовнішнього магнітного поля. Ця величина є аналогом інтенсивності світла при нульовому значенні хвильового вектора.

Оскільки всі особливості фрактального розподілу джозефсонівських контактів ураховано тільки в структурному факторі $S_f(q)$, у подальшому будемо вважати $F(q) \approx 1$ і розглядати величину

$$I_c^2(q) = I_c^2(0) \left| \prod_{k=0}^{N-1} \cos(2\pi 3^k qg) \right|^2. \quad (7.15)$$

Таке наближення має місце при $qg \leq 1/\pi$.

Покажемо зараз, що з виразу (7.15) можна отримати фрактальну розмірність системи. Згідно (7.5), величина $I_c^2(q)$ пропорційна перетворенню Фур'є кореляційної функції густини струму $u(x)$, причому для $u(x)$ можна написати:

$$u(x) \propto \int_{-\infty}^{\infty} P(x)P(x+x')dx'. \quad (7.16)$$

Для фрактальної одновимірної системи справедлива пропорційність [258]:

$$u(x) \propto x^{D-1}. \quad (7.17)$$

Це відношення виконується не тільки для тріадної множини Кантора відрізків, але й для множин відрізків Кантора довільної розмірності. Далі, оскільки перетворення Фур'є кореляційної функції (7.17) пропорційно q^{-D}

[258], для нормалізованого середнього квадрата максимального джоуфсонівського струму отримуємо:

$$\langle I_c^2(q) \rangle = \frac{1}{q} \int_0^q I_c^2(q') dq' \propto q^{-D}. \quad (7.18)$$

Таким чином, усереднений квадрат критичного струму системи зменшується при збільшенні q по ступеневому закону. Зауважимо, що обернена ступенева залежність q від фрактальної розмірності у виразі (7.18) справедлива не тільки для одномірної системи, яка була розглянута вище. Ця залежність зберігається також при будь-якому фрактальному розподілу струмів у двохвимірному та трьохвимірному просторі, оскільки кореляційна функція фрактального об'єкта пропорційна [258]:

$$u(r) \propto r^{-\alpha}, \quad \alpha = E - D, \quad (7.19)$$

де r - координата у просторі з розмірністю E , а для перетворення Фур'є $U(q)$ від цієї функції має місце така пропорційність:

$$U(q) \propto q^{\alpha-E} = q^{-D}. \quad (7.20)$$

Вирази (7.19) та (7.20) використовуються також у рентгеноструктурному аналізі для визначення фрактальної розмірності об'єктів [258]. В цьому випадку $U(q)$ є інтенсивністю розсіяного світла, а q - хвильовий вектор рентгенівського випромінювання.

Величина q пропорційна величині магнітного поля B , так що можна по аналогії написати:

$$\langle I_c^2(B) \rangle = \frac{1}{B} \int_0^B I_c^2(B') dB' \propto B^{-D}. \quad (7.21)$$

Отримана ступенева залежність пов'язана тільки з ступеневою залежністю кореляційної функції, і тому ця залежність виконується для множин відрізків Кантора довільної розмірності.

Розглянемо тепер приклад визначення фрактальної розмірності з залежностей $I_c^2(q)/I_c^2(0)$. Для цього побудуємо ці залежності з використанням (7.15) та визначимо фрактальну розмірність згідно виразу (7.18) або (7.21).

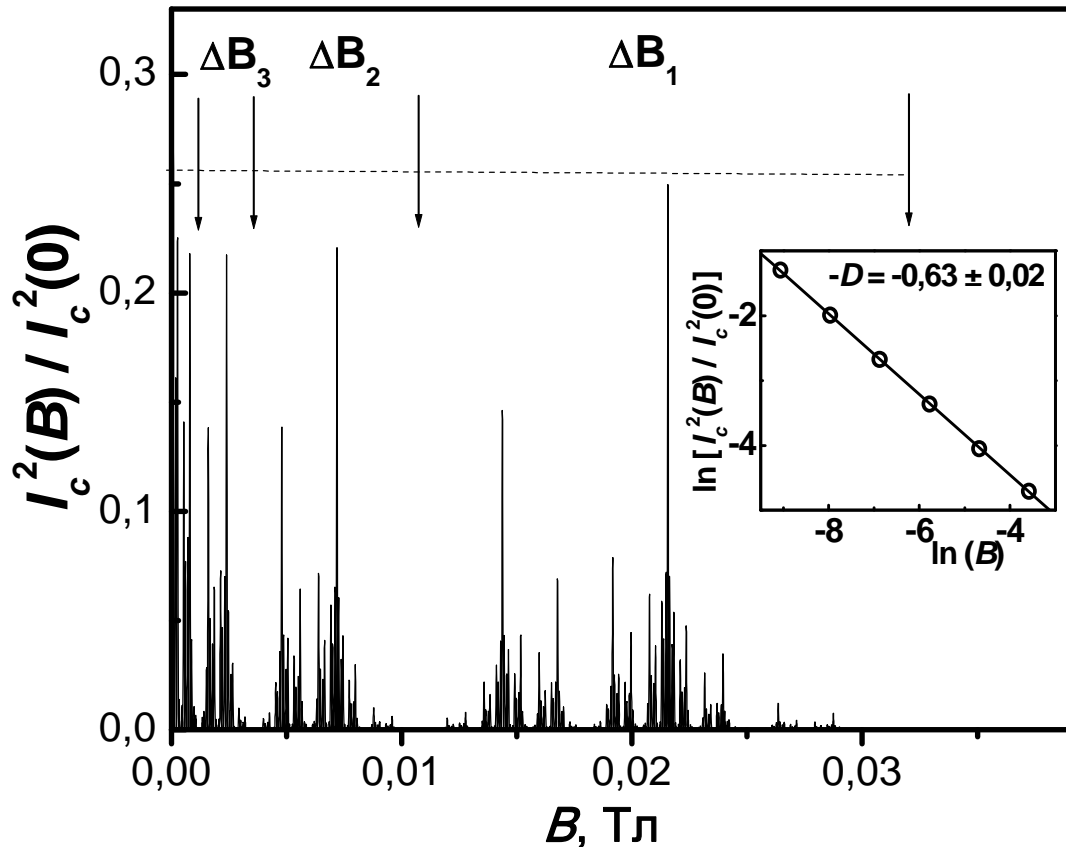


Рис. 7.3. Залежність $I_c^2(B)/I_c^2(0)$ для $n = 7$. Стрілками показані границі трьох з шести "смуг". "Смуги" позначені як ΔB_1 , ΔB_2 , ΔB_3 (див. текст). На вставці зображена залежність $\ln\langle I_c^2(B)/I_c^2(0)\rangle = f(\ln B)$. Нахил прямої дорівнює $-D = -0,63 \pm 0,02$. Точне значення коефіцієнта D дорівнює $D = \ln(2)/\ln(3) = 0,631$.

Для побудови залежностей $I_c^2(q)/I_c^2(0)$ у вираз (7.15) було підставлено значення $q = Bd/\Phi_0$. Параметри розрахунку були такі: $g = 0,3$ мікрметра, $d = 8 \cdot 10^{-8}$ м, $N = 7$. Залежність $I_c^2(B)/I_c^2(0)$ має характерну для фрактальних кривих "смугасту" структуру (рис. 7.3), яка є масштабно-інваріантною відносно розтягування осі магнітного поля з деяким коефіцієнтом. Ця масштабна інваріантність пов'язана з автотомельною побудовою фрактальної множини канторівських відрізків [268]. Оскільки структурний фактор (7.13) є

квадратом перетворення Фур'є функції розподілу фрактальної тріадної множини відрізків Кантора, функція $I_c^2(B)/I_c^2(0)$ сама має властивості, характерні для регулярного фракталу [268]. На малюнку виділені три з шести "смуг" (B_1, B_2, B_3), які існують для фрактала сьомого порядку, причому кожна смуга втричі вужча за попередню. Положення границь "смуги" визначається нулями квадрата критичного струму. При усередненні залежності $I_c^2(B)/I_c^2(0)$ згідно виразу (7.21) отримана ступенева функція. Інтеграл $\langle I_c^2(B)/I_c^2(0) \rangle$ брався від нуля до правих границь "смуг". Цей спосіб інтегрування близький до того, який був указаний в роботі [268]. Залежність логарифму усередненого квадрату критичного струму від логарифму магнітного поля показано на вставці до рис. 7.3. Нахил прямої на вставці дорівнює $-D = -0,630 \pm 0.002$. Знайдена величина D з точністю до третього знака співпадає з величиною фрактальної розмірності системи ($\ln 2 / \ln 3 \approx 0,631$). Таким чином, фрактальна розмірність системи визначена з нормалізованого квадрата залежності її критичного струму від магнітного поля. Нагадаємо, що цей результат є прямим наслідком формул (7.16) - (7.20), згідно яким перетворення Фур'є ступеневої функції також має ступеневу залежність. Вирази (7.17), (7.18), (7.21) є вирішенням поставленої задачі про визначення фрактальної розмірності системи з залежностей квадратів максимального струму Джозефсона від магнітного поля.

Існує інший спосіб визначення фрактальної розмірності системи. Розглянемо зв'язок між фрактальною розмірністю системи D та фрактальною розмірністю по покриттю D_c графіків залежностей $I_c^2(B)/I_c^2(0)$. Згідно методики розрахунків D_c , графік залежності $I_c^2(B)/I_c^2(0)$ покривається клітинками $b \cdot \chi$ вздовж абсциси та $b \cdot \eta$ вздовж ординати так, що розмір найменшої клітини, яка покриває графік, дорівнює $\chi \cdot \eta$ [1]. Фрактальна розмірність по покриттю D_c визначається тоді з залежності числа клітин N_b від масштабу b :

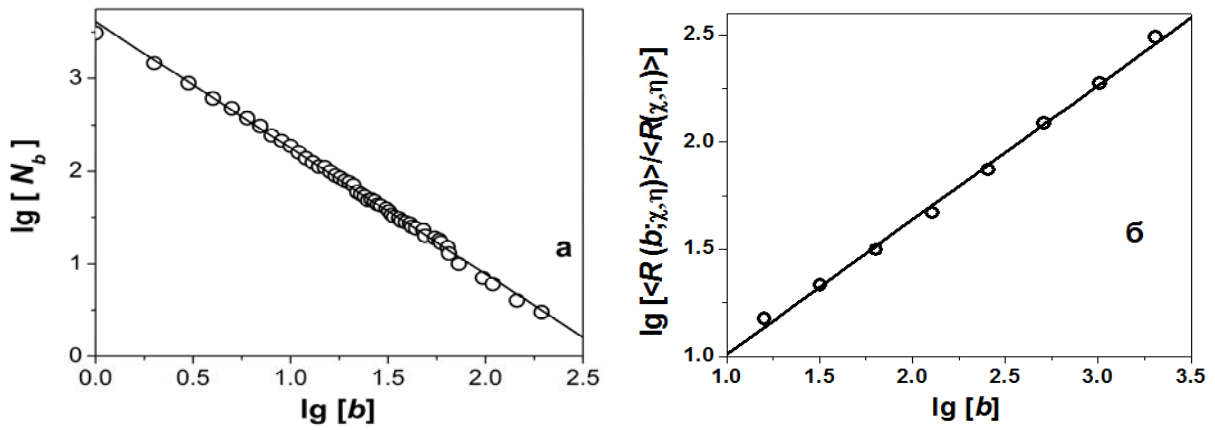


Рис. 7.4. (а) - залежність $\lg(N_b(b; \chi, \eta)) = f(\lg(b))$ для кривої $I_c^2(q)/I_c^2(0)$ тріадної множини відрізків Кантора ($N = 7$). Нахил прямої дорівнює $-D_c = -1,36 \pm 0,01$; (б) залежність $\lg[\langle R(b; \chi, \eta) \rangle / \langle R(\chi, \eta) \rangle] = f(\lg[b])$ для кривої $I_c^2(q)/I_c^2(0)$. Нахил прямої дорівнює $\mu = 0,63 \pm 0,02$.

$$D_c = \frac{d \lg(N_b(b; \chi, \eta))}{d \lg(b)}. \quad (7.22)$$

Приклад отримання розмірності по покриттю наведено на рис. 7.4. Найменший розмір b вибирається так, що у клітині є одна або дві точки функції. Розмір b зростає до тих пір, поки в одній клітині не опиниться весь графік функції. Залежність $\lg(N_b(b; \chi, \eta)) = f(\lg(b))$ у деякому інтервалі значень $\lg(b)$ є прямою з нахилом $-D_c = -1,37 \pm 0,03$ (рис. 7.4). У роботі [18] припущено, що розмірність по покриттю пов'язана з фрактальною розмірністю D множини відрізків Кантора співвідношенням

$$D_c \approx 2 - D. \quad (7.23)$$

Для перевірки цього припущення було розраховано залежності $I_c^2(q)/I_c^2(0)$ і отримані величини D_c для множин відрізків Кантора різної розмірності. Наприклад, для того, щоб отримати множину відрізків Кантора з розмірністю $D = 0,5$, на стадії $N=1$ слід утворити джозефсонівські контакти у двох крайніх чвертях системи. На наступній стадії формування система повторюється чотири рази, і дві середніх чверті робляться непроникними для

джозефсонівського струму. Максимальний джозефсонівський струм у такій системі дорівнює (при умові нехтування фактора $|\sin(\pi qg)/(\pi qg)|$):

$$\frac{I_c(q)}{I_c(0)} = \left| \prod_{k=0}^{N-1} \cos(3\pi 4^k qg) \right|. \quad (7.24)$$

Описаним способом знайдено залежності $I_c^2(q)/I_c^2(0)$ для різних множини відрізків Кантора при $n = 7$. Для всіх залежностей розраховувалася клітинна розмірність D_c . Дані розрахунків підсумовано в таблиці 7.1. У першому стовпчику цієї таблиці наведено фрактальну розмірність системи D , у другому - величину $2 - D$ згідно (7.23), а в третьому - величину D_c .

Таблиця 7.1.

Фрактальна розмірність системи відрізків Кантора D , величина $2 - D$, та фрактальні показники D_c та μ графіків $I_c^2(q)/I_c^2(0)$ систем при $N = 7$.

D	$2 - D$	D_c	μ
0,63	1,37	1,37±0,03	0,63±0,02
0,50	1,50	1,49±0,02	0,51±0,02
0,43	1,57	1,54±0,04	0,44±0,01
0,39	1,61	1,62±0,01	0,39±0,01
0,36	1,64	1,67±0,04	0,36±0,01

Видно, що величини D_c співпадають з величинами $2 - D$ у межах кількох відсотків.

Розглянемо залежність середнього розмаху $\langle R(\Delta q) \rangle$ величини $I_c^2(q)/I_c^2(0)$ від інтервалу Δq , на якому цей розмах розраховується:

$$\langle R(\Delta q) \rangle = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \left(\frac{I_{c\max m}^2(q)}{I_c^2(0)} - \frac{I_{c\min m}^2(q)}{I_c^2(0)} \right), q \in \Delta q, \quad (7.25)$$

де M - кількість інтервалів Δq_m по осі q , усереднення проводиться по всім можливим інтервалам з визначеними значеннями Δq (всі Δq_m мають однакову

довжину Δq), а $I_{c_{\max m}}^2(q)/I_c^2(0)$ та $I_{c_{\min m}}^2(q)/I_c^2(0)$ - максимальні та мінімальні значення функції $I_c^2(q)/I_c^2(0)$ на інтервалі Δq_m . За допомогою безпосередніх розрахунків можна впевнитися (див. рис. 7.4 (б)), що

$$\langle R(b\chi) \rangle \propto b^\mu \langle R(\chi) \rangle, \quad (7.26)$$

де $\chi = \Delta q_{\min}$ - мінімальне значення інтервалу Δq . Показники μ були розраховані для розмаху функцій $I_c^2(q)/I_c^2(0)$ множин Кантора різної фрактальної розмірності (див. таблицю 7.1, четвертий стовпчик). В усіх випадках значення показника μ дуже близьке до значення фрактальної розмірності системи D (таблиця 7.1, перший стовпчик).

Якщо q змінюється від нуля до q_{\max} і весь інтервал поділений на відрізки довжиною $b \cdot \chi$, то кількість цих відрізків дорівнює $k_{\max}/(b\chi)$. У межах кожного відрізка діапазон змін функції (7.15) має порядок величини $\langle R(b\chi) \rangle \propto b^\mu$. Для того, щоби покрити цей розмах, необхідно взяти $\langle R(b\chi) \rangle / (b\eta)$ відрізків (нагадаємо, що χ та η - найменші розміри відрізків по осях абсцис та ординат, відповідно, а b - масштаб). Тоді для покриття всієї кривої необхідно взяти кількість клітин N_b порядку

$$N_b(b, \chi, \eta) = \frac{b^\mu \langle R(\eta) \rangle}{b\eta} \frac{q_{\max}}{b\tau} \propto b^{\mu-2} = b^{-D_c}, \quad D_c = 2 - \mu \approx 2 - D. \quad (7.27)$$

В останньому співвідношенні використана приблизна рівність $\mu \approx D$. Таким чином, ми отримали підтвердження справедливості формули (7.23).

Наприкінці цього підрозділу нагадаємо головні отримані результати та обмеження, які були прийняті при їх отриманні. Досліджувалися залежності максимального струму Джозефсона від магнітного поля $I_c(B)$ у системі контактів, яка побудована на основі множини відрізків Кантора. Поле прикладене перпендикулярно площині, у якій утворюються контури протікання струму Джозефсона. Завданням було знайти фрактальну розмірність системи. Знайдено, що залежність квадрата нормалізованого максимального струму Джозефсона $I_c^2(B)/I_c^2(0)$ від величини B при певних

умовах відтворює залежність "структурного фактору" системи від B . "Структурний фактор" характеризує розподіл контактів у просторі. Фрактальна розмірність розраховується з нахилу спадання усередненої величини $I_c^2(B)/I_c^2(0)$ при зміні B . Фрактальну розмірність можна отримати також з розрахунку клітинної розмірності графіків $I_c^2(B)/I_c^2(0) = f(B)$.

З наведеного резюме випливає, що головною умовою для розрахунку фрактальної розмірності є відтворення структурного фактору системи у залежностях $I_c^2(B)/I_c^2(0) = f(B)$. Для цього необхідно, щоби "форм - фактор" системи (7.9) не переважав у залежності $I_c^2(B)/I_c^2(0) = f(B)$, тобто, повинна виконуватися умова

$$\frac{Bgd}{\Phi_0} \leq \frac{1}{\pi}. \quad (7.28)$$

Друга умова пов'язана з негативним впливом індуктивності контурів у системі. Умова, при якій індуктивності між контактами з індексами k та $k+1$ не впливають на "структурний фактор", виглядає так:

$$\beta_{Lk,k+1} \equiv \frac{2\pi I_c L_{k,k+1}}{\Phi_0} \ll 1, \quad k = 1, 2, \dots, N-1. \quad (7.29)$$

Третє обмеження пов'язано з тим, що для опису інтерферометра як системи точкових контактів повинна бути забезпечена умова

$$g \ll \lambda_J, \quad (7.30)$$

де λ_J - джозефсонівська глибина проникнення магнітного поля (у наших розрахунках це величина порядку 0,1 мм).

Перші два обмеження дуже жорсткі і тому в реальних системах слід очікувати тільки прояву відтворення "структурного фактора" системи у деякому інтервалі полів.

7.3 Випрямлення напруги у фрактальному інтерферометрі

У цьому підрозділі представлено створену нами модель формування випрямленої напруги у реальній фрактальній структурі. Головна відмінність цієї моделі від моделі, представленої у попередньому розділі, полягає в тому,

що приймаються до уваги індуктивності контурів, по яким тече струм Джозефсона. Розглянемо "класичний" варіант побудови множини відрізків Кантора, який полягає у тому, що початковий довгий контакт Джозефсона ($n=1$, рис. 7.5 (а)) ділиться на три частини і середня третина робиться непроникною для струму ($n=2$, рис. 7.5 (а)). Потім кожна з крайніх частин знову ділиться на три частини, і середні третини робляться непроникними для струму ($n=3$, рис. 7.5 (а)). При формуванні множин більш високих порядків цей процес повторюється знову і знову. Електрична схема інтерферометра другого порядку ($n=2$) показана на рис. 7.5 (б). Відстані між лініями струму відповідають відстаням між центрами контактів Джозефсона. З розгляду цієї схеми зрозуміло, як будуються схеми більш високих порядків фракталу. У подальшому розгляді будемо вивчати властивості схеми сьомого порядку фракталу.

В моделі вважається, що на контакти подається не постійний струм зміщення, а тільки змінний струм з амплітудою NI_a та частотою $\omega = 2\pi f$, причому частота f значно менша за середню характерну частоту контактів $f_J = V_c / \Phi_0$, де V_c - середня критична напруга контактів. Рівняння динаміки інтерферометра з N контактами при проходженні змінного струму такі:

$$\frac{\Phi_0 C_J}{2\pi} \frac{d^2 \varphi_k}{dt^2} + \frac{\Phi_0}{2\pi R_k} \frac{d\varphi_k}{dt} + I_{ck} \sin \varphi_k = I_a \sin(\omega t) + I_{k,k+1}^R - I_{k-1,k}^R, \quad (7.31)$$

$$I_{k,k+1}^R = -\frac{I_{ca}}{\beta_{Lk,k+1}} [2\pi\phi_{ek,k+1} + (\varphi_k - \varphi_{k+1})], \quad (7.32)$$

де $k = 2 \dots N-1$. Для крайніх контактів (тобто, контактів з індексами $k=1$ та $k=N$):

$$\frac{\Phi_0 C_1}{2\pi} \frac{d^2 \varphi_1}{dt^2} + \frac{\Phi_0}{2\pi R_1} \frac{d\varphi_1}{dt} + I_{c1} \sin \varphi_1 = I_a \sin(\omega t) + I_{1,2}^R, \quad (7.33)$$

$$I_{1,2}^R = -\frac{I_{ca}}{\beta_{L1,2}} [2\pi\phi_{e1,2} + (\varphi_1 - \varphi_2)], \quad (7.34)$$

$$\frac{\Phi_0 C_N}{2\pi} \frac{d^2 \varphi_N}{dt^2} + \frac{\Phi_0}{2\pi R_N} \frac{d\varphi_N}{dt} + I_{cN} \sin \varphi_N = I_a \sin(\omega t) - I_{N-1,N}^R, \quad (7.35)$$

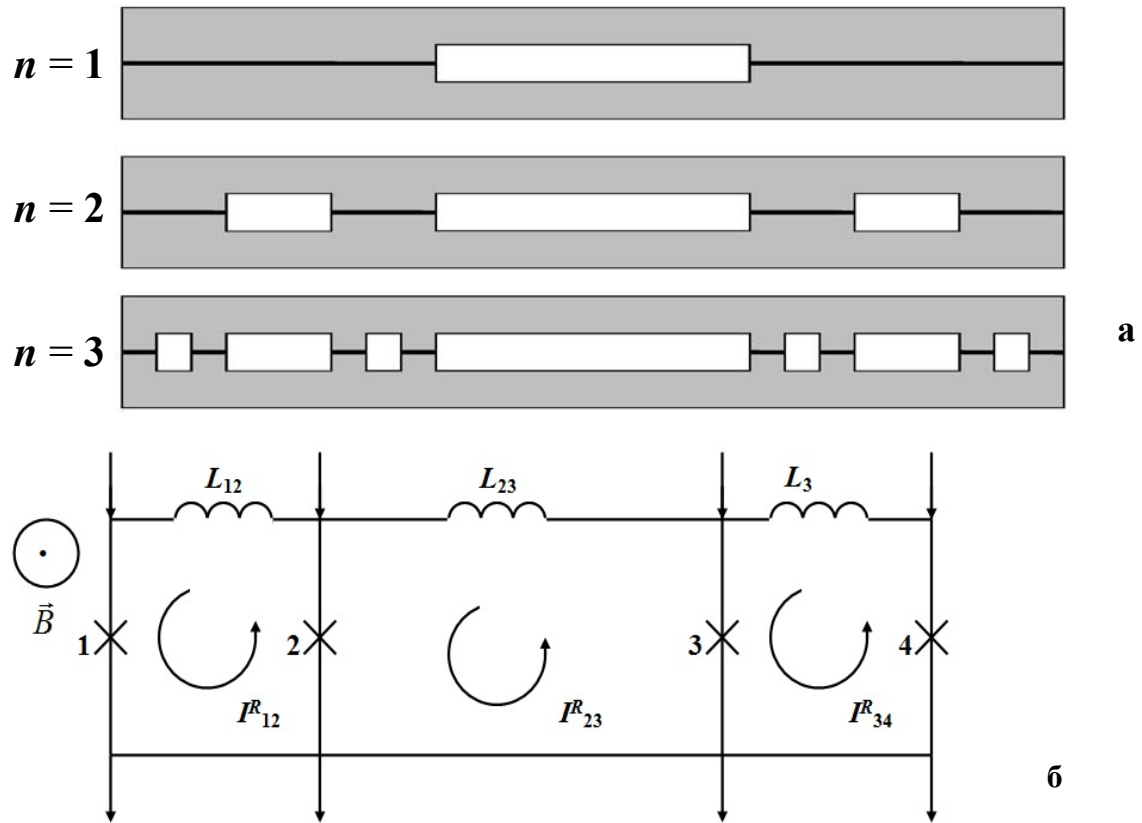


Рис. 7.5. (а)- етапи формування фрактального інтерферометра (з першого по третій). Контакти позначено чорним кольором, надпровідник - сірим, відсутність будь-якого матеріалу - білим. На кожному етапі формування середня третина кожного контакту видаляється; (б) - електрична схема інтерферометра другого порядку. Стрілками позначені напрями циркулюючого струму при заданому напрямі магнітного поля.

$$I_{N-1,N}^R = -\frac{I_{ca}}{\beta_{LN-1,N}} [2\pi\phi_{eN-1,N} + (\varphi_{N-1} - \varphi_N)], \quad (7.36)$$

де $I_{k,k+1}^R$ - струми у контурі між контактами з індексами k та $k+1$ (див. рис. 7.2 (б)), $\phi_{ek,k+1} = \Phi_{ek,k+1}/\Phi_0$, $\Phi_{ek,k+1} = H \cdot S_{k,k+1}$ - магнітний потік, зумовлений зовнішнім прикладеним магнітним полем у контурі інтерферометра між контактами з індексами k та $k+1$, $S_{k,k+1}$ - площа контура, $\beta_{Lk,k+1} = (2\pi I_{ca} L_{k,k+1})/\Phi_0$, $L_{k,k+1}$ - індуктивність контуру інтерферометра між контактами з індексами k та $k+1$, I_{ca} - критичний струм, усереднений по

всім контактам. Система рівнянь (7.31) - (7.36) написана для умовного додатного напрямку магнітного поля (поле направлено на читача). При зміні знака магнітного поля знаки перед усіма циркулюючими струмами та перед магнітними потоками змінюються на протилежні.

Розглянемо тепер ефект випрямлення напруги у цій системі. У системі контактів, яку ми розглядаємо, існують набори контурів струму з однаковими площинами. Оскільки ефект випрямлення напруги має місце тільки в асиметричних контурах, слід задати відхилення параметрів контурів від середнього значення. Ми будемо моделювати тільки відхилення критичних струмів та електричних опорів, хоча в реальних перколяційних системах не існує ні однакових критичних струмів контактів, ні однакових площин контурів. Критичні струми дорівнювали $I_{cl} = I_{ca}(1 + \delta_l)$, де безрозмірні величини δ_l вибиралися випадково з гаусовим законом розподілу, нульовим середнім значенням та дисперсією 0,04. Величина $I_{cl}R_l \equiv V_c = const.$ зберігалась для всіх контактів. Індуктивності контурів розраховувалися згідно стандартного виразу для індуктивностей прямокутних петель [10].

Залежність випрямленої напруги V_{dc} від магнітного поля B для фрактального інтерферометра сьомого порядку показана на рис. 7.6 (а). Ця залежність має період, який дорівнює $\Delta B_{max} = \Phi_0 / S_{min}$, де S_{min} - площа найменшого контуру (рис. 7.6 (б)). В експериментах отримані дані як про повторення залежностей $V_{dc}(B)$ з періодом, характерним для контурів найменшої площі [3], так і про відсутність періодичності [3, 4]. Однак, завжди помічається, що найбільший внесок в залежність $V_{dc}(B)$ вносять контури з найменшою площею. Наші розрахунки підтвердили цей висновок. Кількість контурів з найменшою площею у фрактальному інтерферометрі порядку n дорівнює 2^{n-1} , тобто контурів з найменшою площею найбільше. Тому внесок цих контурів у залежності $V_{dc}(B)$ також найбільший.

У залежності $V_{dc}(B)$ є риси, характерні для експериментальних даних для випрямленої напруги у перколяційних системах [3, 4]. Перш за все, це

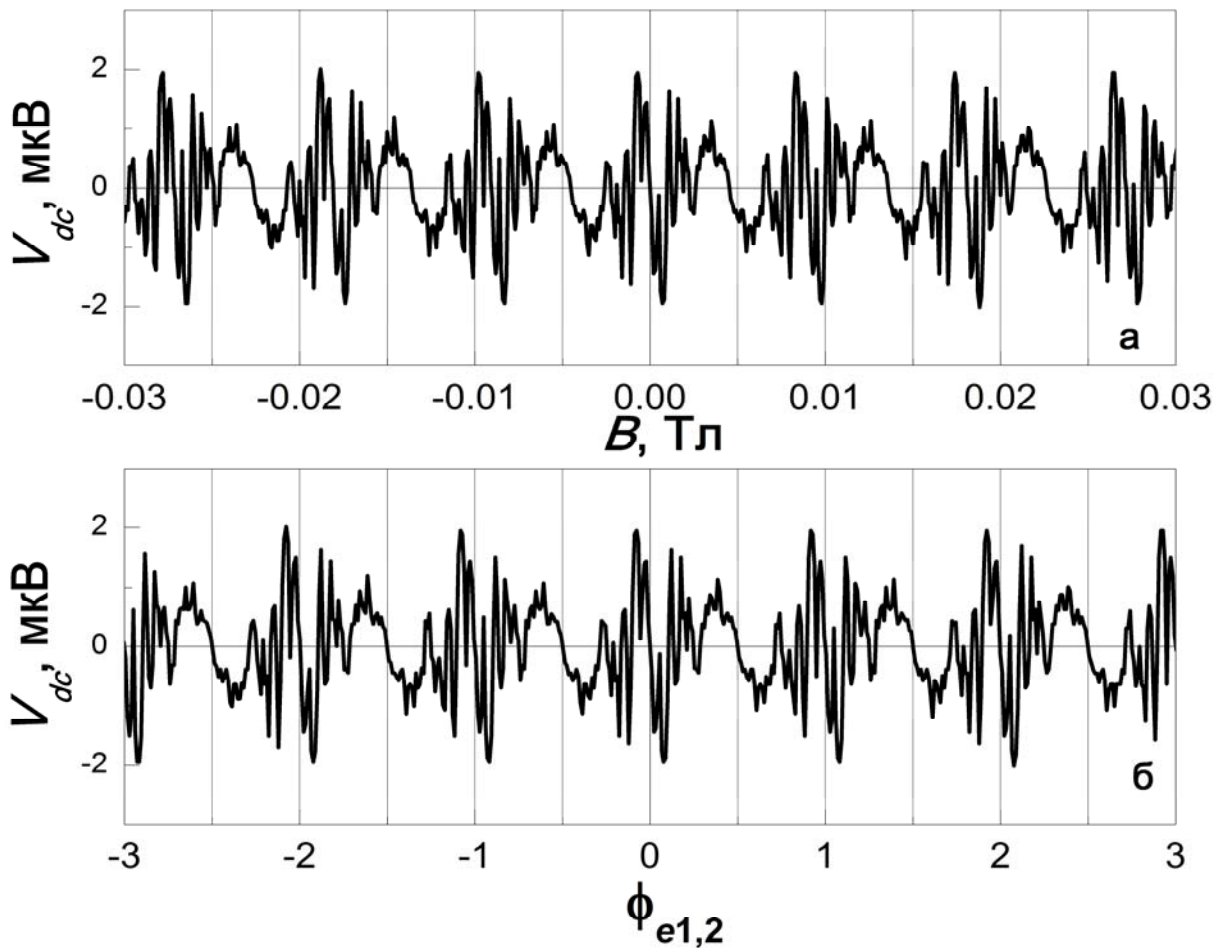


Рис. 7.6. Залежність випрямленої напруги на фрактальному інтерферометрі від магнітного поля (а) та від магнітного потоку через найменший контур (б).

наявність гострих вузьких максимумів V_{dc} (рис. 7.6 (а)). Другою рисою, яка присутня на тому ж малюнку, є згущення максимумів близько нуля, тобто наявність в системі квантуючих контурів великих розмірів. Таким чином, залежності $V_{dc}(B)$ фрактального інтерферометра відтворюють якісно основні особливості експериментальних залежностей: антисиметрію, великий внесок від контурів найменшої площини, гострі максимуми, згущення максимумів близько нуля.

Розглянемо фрактальні властивості залежностей $V_{dc}(B)$. У попередньому підрозділі була вивчена залежність квадрата критичного струму I_c^2 від магнітного поля для фрактального інтерферометра при умові відсутності індуктивності контурів $\beta_{Lk,k+1} = 0$. Було знайдено, що криві $I_c^2(B)$ мають

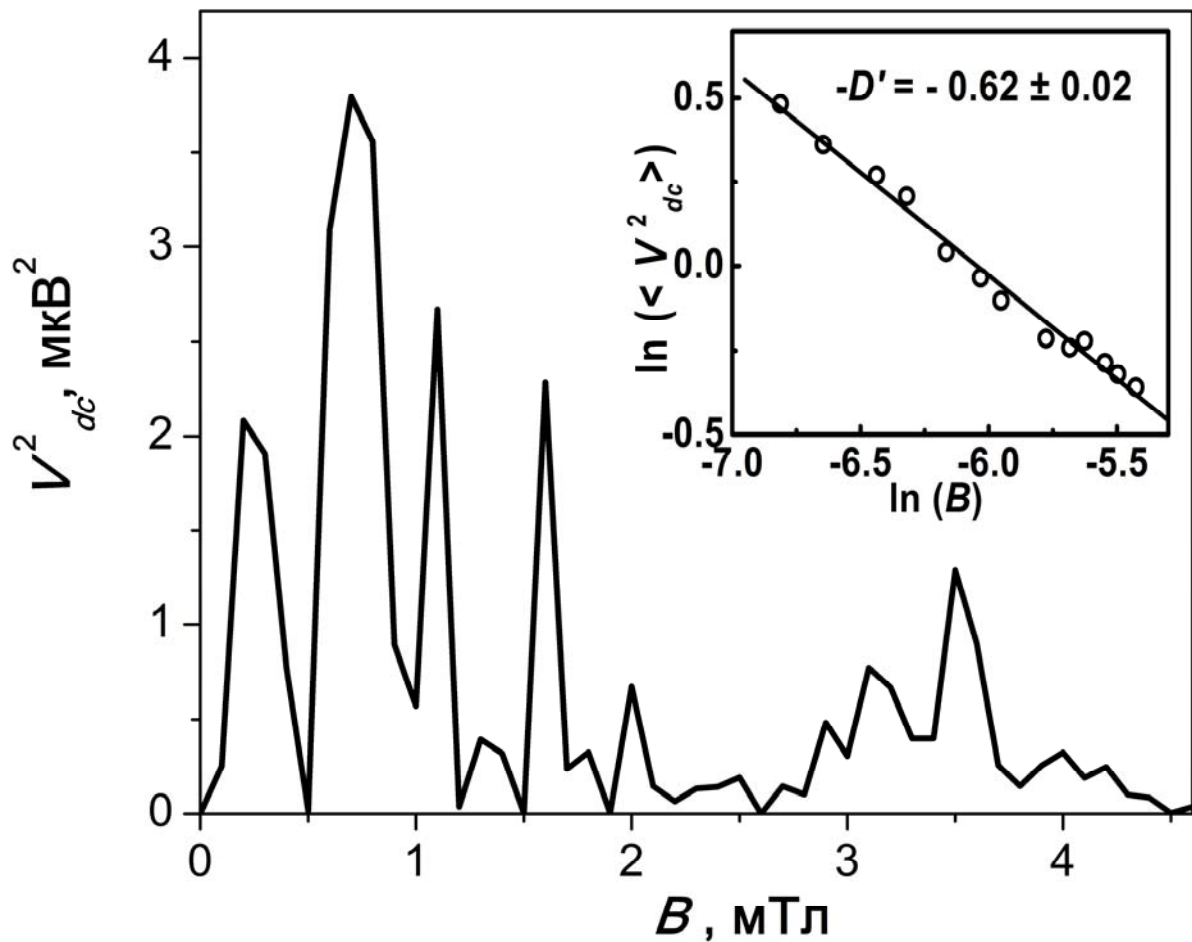


Рис. 7.7. Залежність квадрату випрямленої напруги від магнітного поля для множини відрізків Кантора, $n=7$. На вставці - залежність логарифму інтегральної величини $\langle V_{dc}^2 \rangle$ від логарифму магнітного поля. Нахил прямої дорівнює $-0,62 \pm 0,02$.

фрактальну структуру, а фрактальна розмірність розраховується з нахилу усередненої залежності $\langle I_c^2(B) \rangle$. Така залежність $\langle I_c^2(B) \rangle$ має місце тому, що квадрат критичного струму є квадратом перетворення Фур'є функції розподілу струму Джозефсона, а перетворення Фур'є фрактальної функції має також фрактальні властивості. Зміна напруги на інтерферометрі з магнітним полем (рис. 7.7) при напругах поблизу критичної напруги V_c зумовлена, головним чином, зміною $I_c(B)$. Тоді можна по аналогії з (7.21) побудувати залежності $V_{dc}^2(B)$ та розрахувати залежність усередненої напругу від поля:

$$\langle V_{dc}^2 \rangle = \frac{\alpha}{B} \int_0^B V_{dc}^2(B') dB', \quad (7.37)$$

де α - коефіцієнт. Однак, згідно моделі (7.31) - (7.36), яка описана у цьому підрозділі, струми через контакти Джозефсона визначаються з умов квантування магнітних потоків, а в магнітні потоки роблять внески індуктивності контурів струму. Таким чином, залежності $I_c^2(B)$ та $\langle I^2(B) \rangle$ уже не визначаються повністю перетворенням Фур'є функції розподілення просторових координат фрактальної системи. Ці залежності показані на рис. 7.7 для фрактального інтерферометра сьомого порядку. Розрахунки проводилися в інтервалі полів від 0 до 4,6 мТл, які відповідають інтервалу магнітного потоку від нуля до $\phi_{e1,2}/2$. Оскільки залежність $V_{dc}^2(B)$ отримана за допомогою процедури, у якій проводилися операції з випадковими числами (критичними струмами контактів), не можна очікувати на отримання повністю регулярної "смугастої" структури $V_{dc}^2(B)$. Однак, деякий натяк на "смуги" ми вбачаємо в інтервалах полів від 4,6 мТл до $4,6 / 3 = 1,53$ мТл та від 1,53 мТл до $1,53/3 = 0,51$ мТл (рис. 7.7). Залежність $V_{dc}^2(B)$ має нулі саме в цих точках. Інтегральна залежність $\langle V_{dc}^2(B) \rangle$ стає пропорційною залежності $B^{-D'}$ з величиною $D' = 0,62 \pm 0,02$ (див. вставку на рис. 7.7) починаючи з поля приблизно 0,7 Тл. Величина фрактальної розмірності інтерферометра $\lg(2)/\lg(3) = 0,63$ знаходиться в межах помилки величини D' . Таким чином, ми показали, що залежність квадрата випрямленої напруги від магнітного поля фрактальна, а величина її фрактальної розмірності співпадає з фрактальною розмірністю інтерферометра.

7.4 Одномірна фрактальна система контактів у довгій лінії

У цьому підрозділі вивчається синхронізація випромінювання контактів всередині резонансної довгої лінії з малими втратами при умові фрактального розподілу контактів по довжині лінії. Було розраховано вольт-амперні характеристики у такій системі з фрактальним канторівським

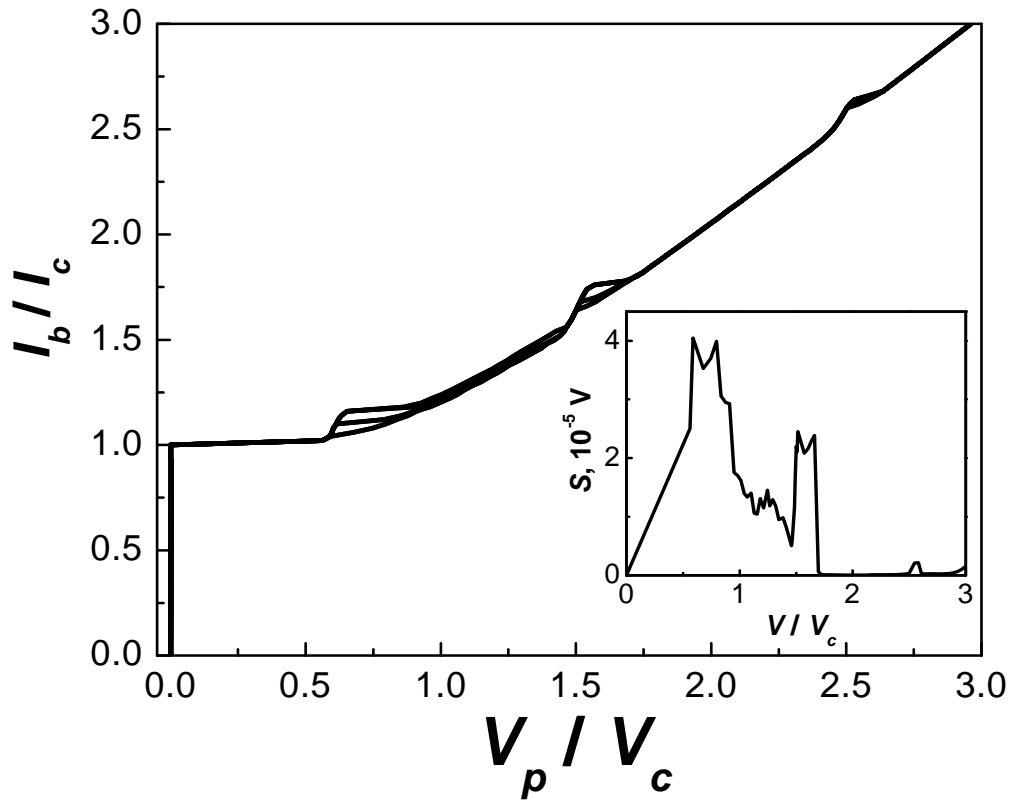


Рис. 7.8. Нормалізовані вольт-амперні характеристики всіх восьми контактів у довгій лінії з фрактальним розподілом контактів по секціях ($p = 2, 4, 8, 10, 20, 22, 26, 28$). На вставці - залежність величини S від нормалізованої напруги. Параметри системи: довжина $1,5 \cdot 10^{-4}$ м, $N = 60$, $P = 1$, $p = 30$, $C_J = 8,24 \cdot 10^{-13}$ Ф, $C = 4,22 \cdot 10^{-14}$ Ф, $L = 3,29 \cdot 10^{-14}$ Г, $\chi = 2,5 \cdot 10^{-6}$ м, $I_c = 10^{-2}$ А, $V_c = 2 \cdot 10^{-3}$ В, $R = 5 \cdot 10^{-4}$ Ом. Граничні умови: $L_0 = L_{N+1} = L$, $R_0 = R_{N+1} = 10^2$ Ом.

розподілом контактів третього порядку. Для розрахунків була використана модель контактів у довгій лінії, яка описана в підрозділі 4.3. Система мала 29 секцій, активні контакти розподілені по одному ($k=1$, див. підрозділ 4.3) у секціях з номерами $p = 2, 4, 8, 10, 20, 22, 26, 28$. В інших секціях контакти були пасивні. Всі контакти мали однакові критичні струми (10 мА). Граничні умови (див. підпис до рис. 7.8) відтворювали довгу лінію з розімкнутими кінцями. Вольт-амперні характеристики всіх контактів показані на рис. 7.8. Видно, що, хоча критичні струми всіх контактів однакові, вольт-амперні

характеристики контактів відрізняються одна від одної. Ця різниця досягається завдяки впливові стоячої хвилі на напруги на контактах. Однак, на першій сходинці досягається сильна синхронізація контактів (див. вставку на рис. 7.8, де показана залежність величини $S = \sum_n S_n$ від усередненої напруги на контактах).

7.5 Асиметрія вольт - амперних характеристик гібридних контактів

У цьому підрозділі чисельними методами досліджуються вольт - амперні характеристики резистивного асиметричного інтерферометра у магнітному полі. Це дослідження проводиться у зв'язку з вивченням властивостей гібридних контактів, один електрод яких виготовлявся з пніктиду $\text{BaFe}_{2-x}\text{Co}_x\text{As}_2$ ($x \approx 0,2$), а другий електрод – з свинцю та покриття зі сплаву індію та свинцю (PbIn). Пніктид міг бути у вигляді тонкої плівки або монокристала. Для планарних контактів бар'єри виготовлялися з оксиду титану: $\text{BaFe}_{2-x}\text{Co}_x\text{As}_2/\text{TiO}_x/\text{PbIn}$ [81, 83]. Крім того, досліджувалися містки надпровідника $\text{BaFe}_{2-x}\text{Co}_x\text{As}_2$ [85]. Вольт-амперні характеристики контактів різко асиметричні. Це означає, що критичні струми, виміряні при додатному та від'ємному напрямках постійного струму зміщення через контакт, сильно відрізняються один від одного, причому від'ємна частина вольт-амперної характеристики навіть може сильно відрізнятись від додатної [83]. Залежності критичних струмів від магнітного поля сильно відрізняються від залежності Фраунгофера, що дає підстави вважати, що в контакті може бути присутнім магнітне поле. В роботі [82] висловлено припущення, що неоднорідність бар'єра може приводити до формування інтерференції надпровідних струмів. Струм через неоднорідний по товщині бар'єр контакту можна змоделювати як струм в системі послідовно з'єднаних асиметричних двохконтактних інтерферометрів [82]. Розглянемо найпростіший випадок, при якому в товстому непроникному для тунелювання куперівських пар бар'єрі є тільки два місця, які утворюють контакти Джозефсона з

індуктивністю L та критичними струмами контактів $I_{c1}=(1-\delta)I_{ca}$ та $I_{c2}=(1+\delta)I_{ca}$, де $I_{ca}=(I_{c1}+I_{c2})/2$ – середній критичний струм. Будемо вважати ці два контакти однорідними по товщині, так що їх критичні напруги $V_{ck}=I_{ck}R_k$ однакові. Будемо вважати також, що електричні ємності контактів також відрізняються одна від одної: $C_1=C_0(1-\delta)$, $C_2=C_0(1+\delta)$, де $C_0=(C_1+C_2)/2$. Тоді параметри Мак-Камбера контактів однакові: $\beta_{c1}=\beta_{c2}=\beta_c$. Інтерферометр знаходиться у постійному магнітному полі \vec{B} , яке перпендикулярне площині інтерферометра. Система рівнянь, які описують інтерферометр, подібна системі (7.1), (7.2), за винятком того, що замість змінного струму у правій частині рівняння (7.1) на інтерферометр подається постійний струм зміщення I_b :

$$\frac{\Phi_0 C_k}{2\pi} \frac{d^2 \varphi_k}{dt^2} + \frac{\Phi_0}{2\pi R_k} \frac{d\varphi_k}{dt} + I_{ck} \sin \varphi_k = \frac{I_b}{2} \pm I_R, \quad k=1, 2, \quad (7.38)$$

$$I_R = -\frac{I_{ca}}{\beta_L} [2\pi\phi_e + (\varphi_1 - \varphi_2)], \quad (7.39)$$

Напруга на інтерферометрі дорівнює $\langle V \rangle = \frac{1}{2} \frac{\Phi_0}{2\pi} \left\langle \sum_{k=1}^2 \frac{d\varphi_k}{dt} \right\rangle$. У подальших розрахунках будемо використовувати нормалізовану величину $\langle v \rangle = \langle V \rangle / V_c$, де $V_c = I_{ca} R_a$.

Якщо $\delta = 0$, то інтерферометр симетричний. Однак, якщо $\delta \neq 0$, то його вольт-амперна характеристика перестає бути симетричною. На рис. 7.9 показані вольт-амперні характеристики інтерферометра з $\delta = 0$ (штрихова лінія) та при $\delta = 0,4$ (суцільна лінія) в магнітному полі $\phi_e = 0,3$. При $\delta = 0,4$ величина критичного струму при додатному постійному струмі значно більша, ніж при від'ємному. Причиною такої поведінки вольт-амперної характеристики є "струм асиметрії", який виникає в асиметричному інтерферометрі і докладно описаний у підрозділі 7.1. На рис. 7.10 показані модулі гілок вольт - амперної характеристики, відкладені як функції від модуля напруги при додатному та від'ємному струму зміщення. Видно, що гілки відрізняються одна від одної, хоча відмінність між гілками проявлена, головним чином, у різних

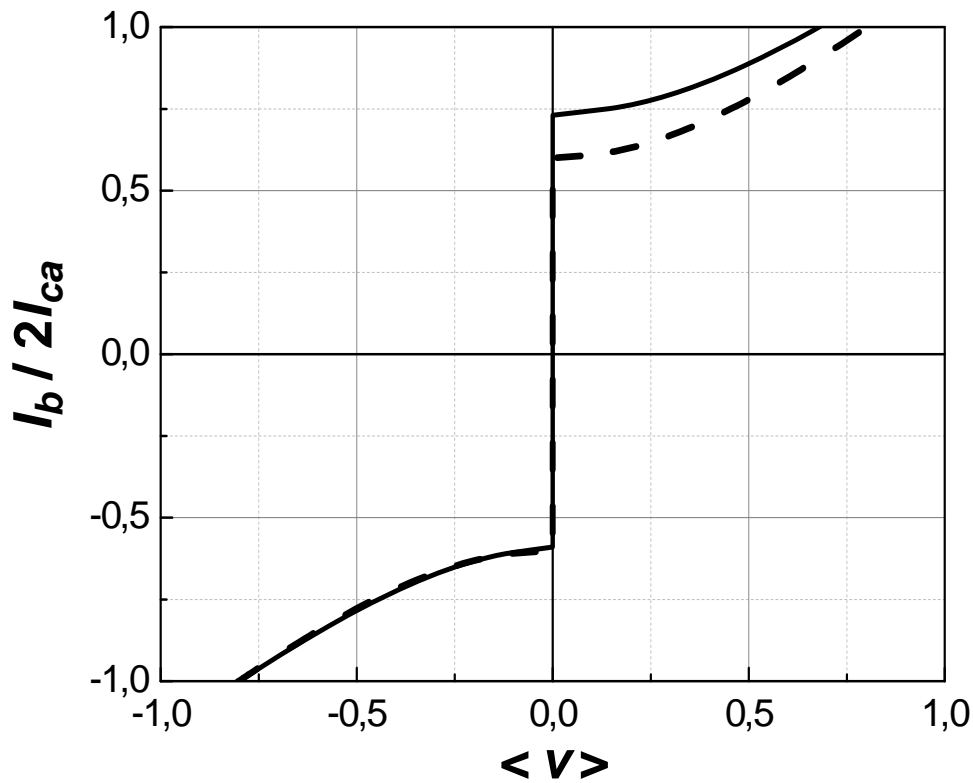


Рис. 7.9. Вольт-амперна характеристика інтерферометра при $\delta = 0$ (штрихова лінія) та при $\delta = 0,4$ (суцільна лінія) у магнітному полі з $\phi_e = 0,3$. Параметри розрахунку: $\beta_L = 0,4$, $\beta_C = 0,2$, $I_{ca} = 1\text{mA}$, $V_c = 1\text{mV}$.

критичних струмах при додатному та від'ємному напрямі струму зміщення. Сильніше різниця між додатною та від'ємною гілками вольт - амперної характеристики спостерігається, якщо поблизу критичної частоти контакту $f_c = (I_{ca} R_a) / \Phi_0$ знаходиться частота резонансу струмів у контурі, який утворений конденсаторами обох контактів та індуктивністю інтерферометра. На гілках вольт - амперної характеристики з'являється максимум, зумовлений резонансом струмів. Якщо інтерферометр симетричний, максимум є на обох гілках (рис. 7.11, штрихова лінія), але при $\delta = 0,4$ максимум спостерігається тільки на одній з гілок (рис. 7.11, суцільна лінія). При великих напругах відмінності в гілках стають дуже малими. На рис. 7.12 показані модулі

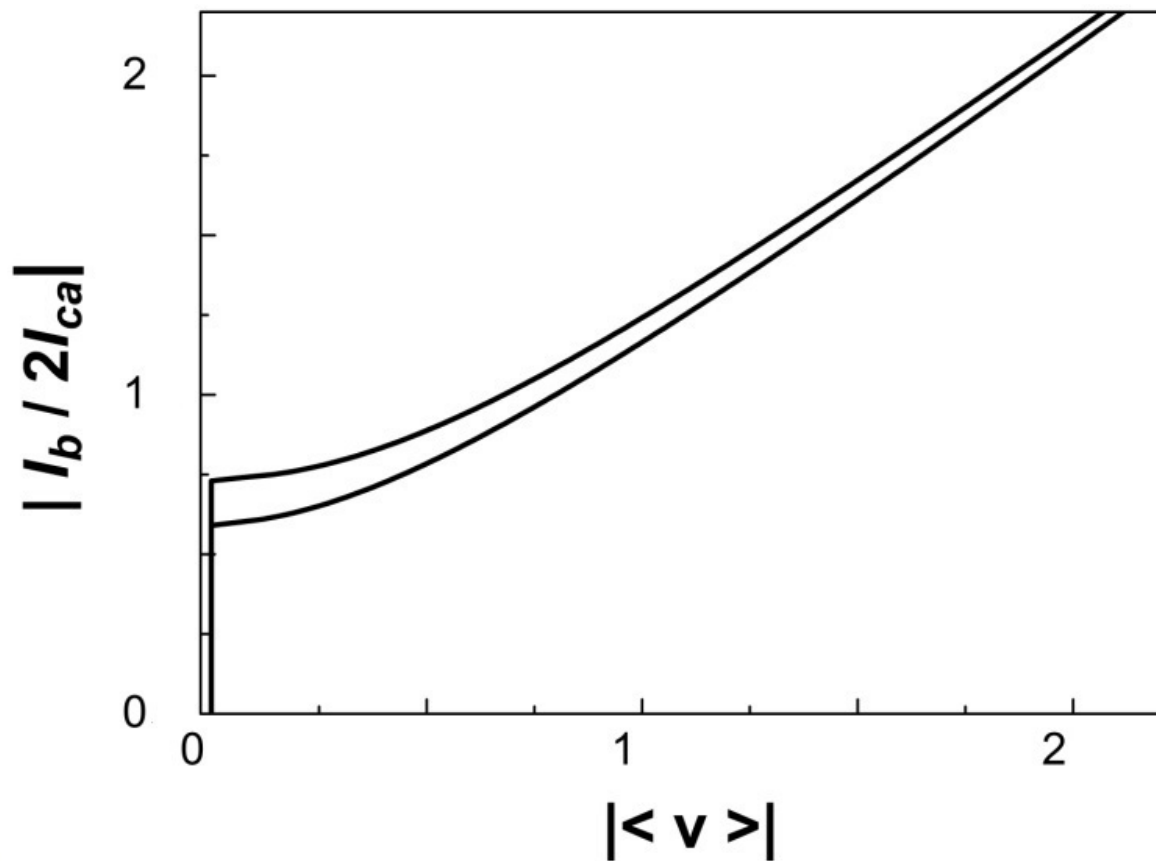


Рис. 7.10. Модулі додатної (верхня крива) та від'ємної (нижня крива) гілок вольт - амперної характеристики, відкладені як функції від модуля напруги при додатному та від'ємному струму зміщення у магнітному полі з $\phi_e = 0,3$. Параметри розрахунку: $\beta_L = 0,4$, $\beta_C = 0,2$, $I_{ca} = 1\text{мА}$, $V_c = 1\text{ мВ}$.

додатної (пунктирна лінія) та від'ємної (суцільна лінія) гілок вольт - амперної характеристики, відкладені як функції від модуля напруги при додатному та від'ємному струму зміщення у магнітному полі з $\phi_e = 0,3$. Видно, що на додатній гілці вольт - амперної характеристики відсутній максимум, зумовлений резонансом.

Асиметрія вольт - амперних характеристик, яка була розглянута вище, може проявлятися в експериментах. На рис. 7.13 кружками показана апроксимація отриманої в експерименті [85] вольт-амперної характеристики (суцільна лінія) містку надпровідника $\text{BaFe}_{2-x}\text{Co}_x\text{As}_2$, виготовленого на бікристалічній границі основи SrTiO_3 зі зміщенням 30° . Роль неоднорідного

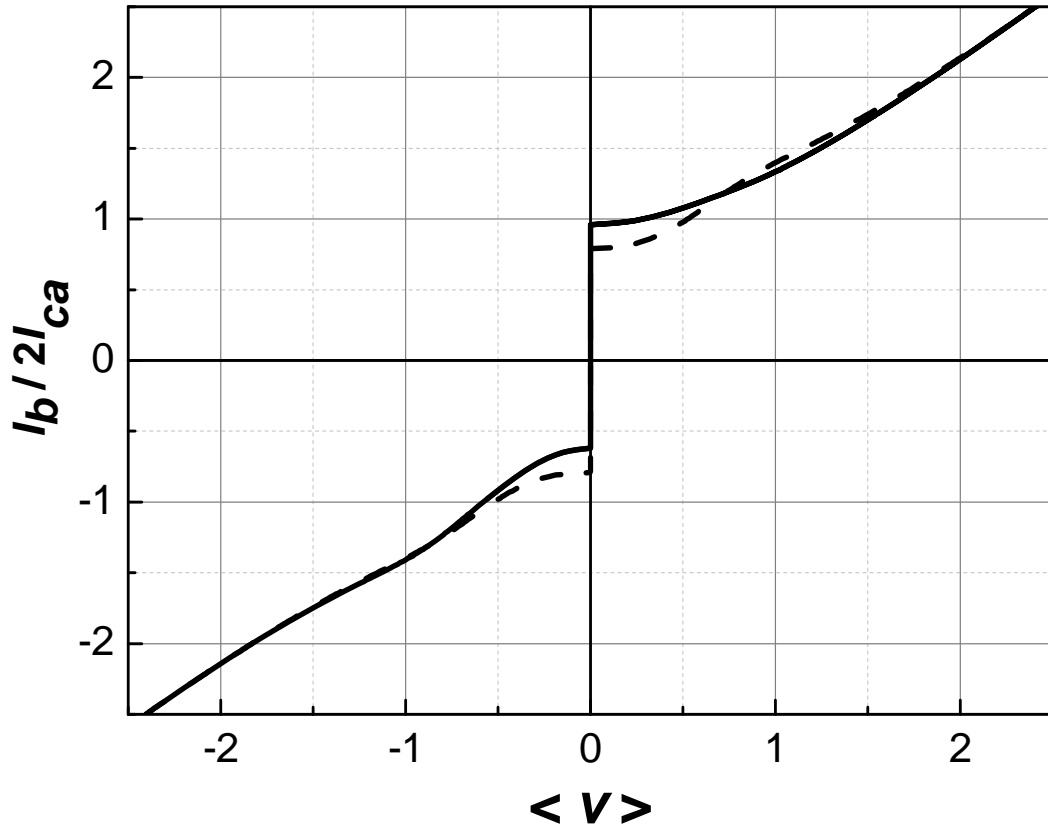


Рис. 7.11. Вольт-амперна характеристика інтерферометра при $\delta = 0$ (штрихова лінія) та при $\delta = 0.3$ (суцільна лінія) у магнітному полі з $\phi_e = 0,3$ для параметрів $\beta_L = 4$, $\beta_C = 0,5$, $I_{ca} = 1 \text{ мА}$, $V_c = 1 \text{ мВ}$.

бар'єра тут виконує неоднорідна ширина містка (7 мікрометрів). Знову прийемо, що слабкий зв'язок може бути тільки у двох місцях містка, причому ширина цих двох місць різна. Тоді представлену тут модель двоконтактного інтерферометра можна використовувати для опису вольт - амперних характеристик. Для кращої апроксимації експерименту рівняння (1а) додавався білий шум з нульовим середнім значенням та середньоквадратичною амплітудою $0,2I_c$. З рис.7.13 видно, що модель добре описує асиметрію критичних струмів. Однак, модель не повністю відтворює вольт - амперні характеристики при великих струмах зміщення. Можливо, розподіл струмів у бар'єрі більш складне, ніж його одномірна апроксимація у

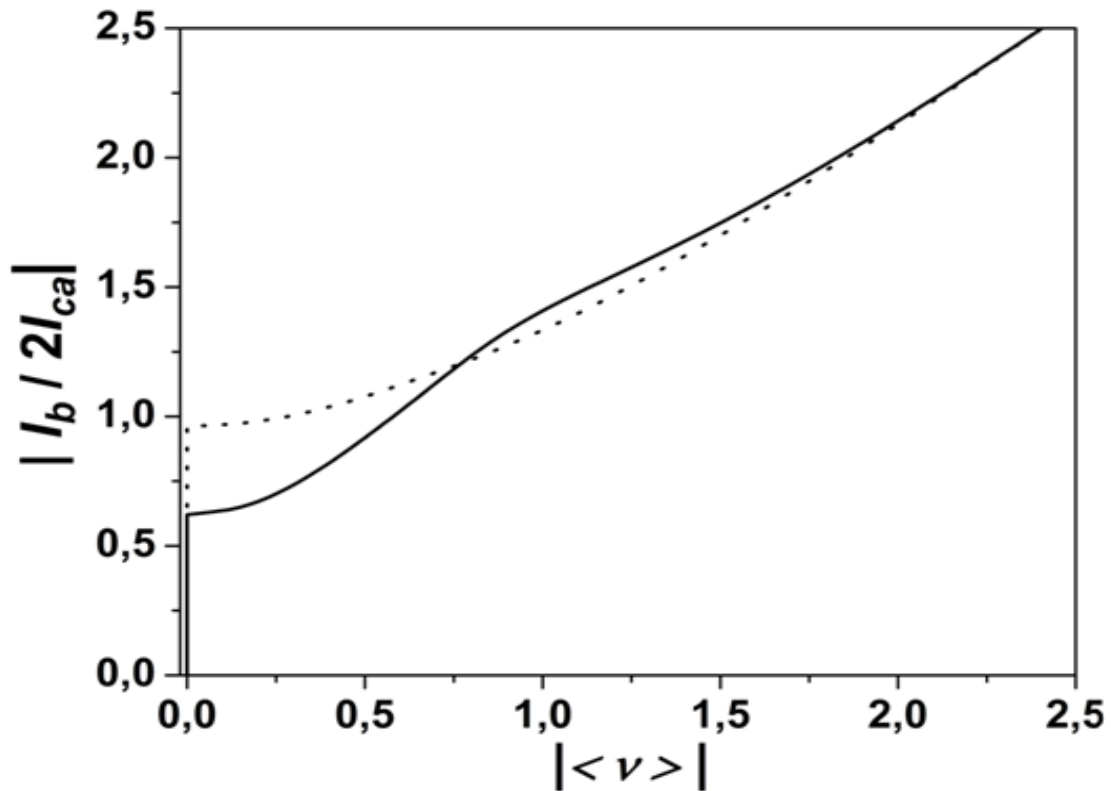


Рис. 7.12. Модулі додатної (пунктирна лінія) та від'ємної (суцільна лінія) гілок вольт - амперної характеристики, відкладені як функції від модуля напруги при додатному та від'ємному струму зміщення у магнітному полі з $\phi_e = 0,3$. Параметри розрахунку: $\beta_L = 4$, $\beta_C = 0,5$, $I_{ca} = 1\text{mA}$, $V_c = 1\text{ мВ}$.

вигляді двохконтактного інтерферометра.

Асиметрія вольт - амперних характеристик залежить від величини струму асиметрії", який стає сильним при $\beta_L \geq 1$. При критичному струмі порядку $0,5\text{ mA}$ ця умова виконується при індуктивності порядку $7 \cdot 10^{-13}\text{ Гн}$. Ця величина може задовольнятися в контактах високотемпературних надпровідників та пніктидах, у яких завдяки великій лондонівській глибині проникнення магнітного поля [269, 270] величина кінетичної індуктивності може бути від $7 \cdot 10^{-13}\text{ Гн}$ до $3 \cdot 10^{-12}\text{ Гн}$ в залежності від напрямку струму відносно площини ab . Таким чином, ефект асиметрії може давати внесок у вольт - амперні характеристики пніктидів. Виникає питання про джерело магнітного поля в контактi. З даних моделі, магнітне поле, у якому

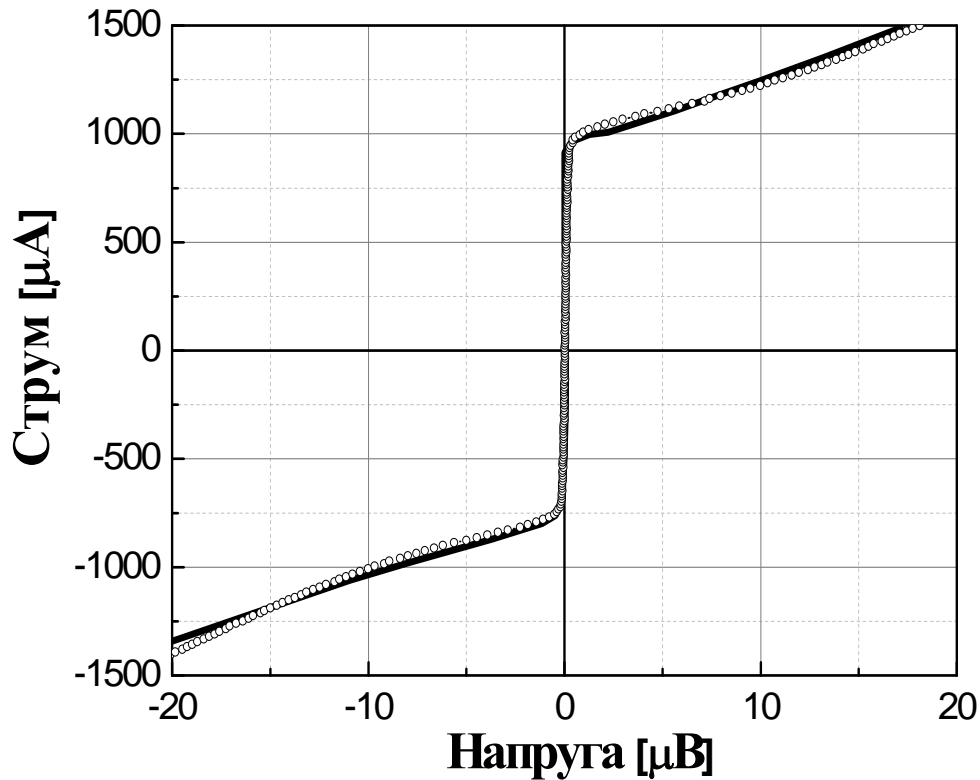


Рис. 7.13. Вольт-амперна характеристика містка $\text{BaFe}_{2-x}\text{Co}_x\text{As}_2$, зробленого на бікристалічній границі основи SrTiO_3 зі зміщенням 30° [85] (суцільна лінія). Товщина буферного шару заліза 20 нм. Кружки – апроксимація згідно моделі, представленої у даній роботі. Параметри розрахунку: $\beta_L = 1$, $\beta_C = 0,2$, $I_{ca} = 0,55$ мА, $R_a = 33$ мОм, $\delta = 0,7$, $\phi_e = 0,3$.

знаходиться місток, розглянутий на рис. 7.13, близько $1 \cdot 10^{-3}$ Тл. Ця величина є того ж порядку, що і зовнішнє магнітне поле, яке необхідне для модуляції критичного струму в експериментах з контактами пніктидів [75]. Таким чином, розрахунок дає правильний порядок величини магнітного поля. При виготовленні тонкої плівки пніктиду $\text{BaFe}_{2-x}\text{Co}_x\text{As}_2$, на основу наносився шар заліза товщиною до 20 нанометрів, так що гібридний контакт міг бути у магнітному полі, наведеному розташованими поблизу магнітними доменами заліза. Можливий також вплив магнітного поля, яке сформовано точковими дефектами, які складаються з атомів заліза, що входять у структуру пніктиду.

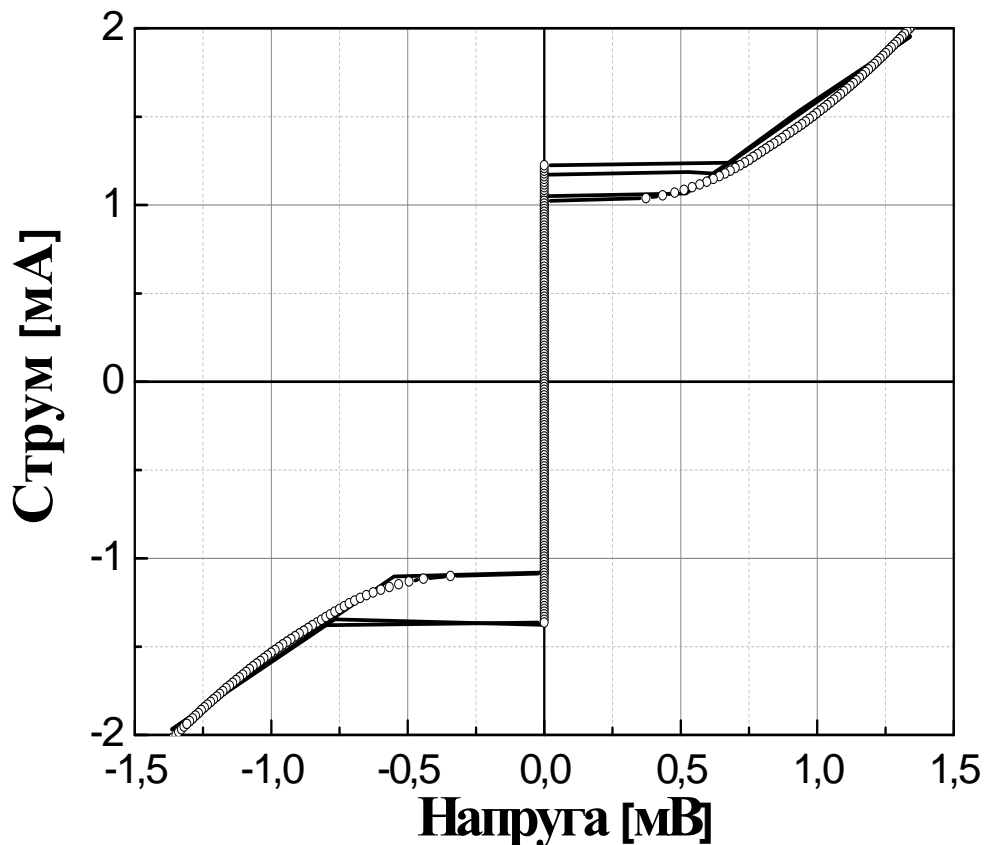


Рис. 7.14. Вольт-амперна характеристика контакту $\text{BaFe}_{2-x}\text{Co}_x\text{As}_2/\text{TiO}_x/\text{PbIn}$, зробленого на основі монокристалу $\text{BaFe}_{2-x}\text{Co}_x\text{As}_2$ [83] (суцільна лінія) та її апроксимація згідно моделі (суцільна лінія з кружками). Параметри розрахунку: $\beta_L = 0,4$, $\beta_C = 2,1$, $I_{ca} = 0,775$ мА, $R_a = 1,42$ Ом, $\delta = 0,45$, $\phi_e = -0,2$.

В зв'язку з цим велике значення набувають експерименти на монокристалах пніктидів, де буферного шару заліза немає. На основі монокристала $\text{BaFe}_{2-x}\text{Co}_x\text{As}_2$ були виготовлені гібридні контакти $\text{BaFe}_{2-x}\text{Co}_x\text{As}_2/\text{TiO}_x/\text{Pb}$ [83]. Вольт-амперна характеристика цього контакту також сильно асиметрична, хоча буферного шару заліза у складі системи немає (рис. 7.14, суцільна лінія). Апроксимація вольт - амперної характеристики цього контакту у рамках розробленої моделі показана на рис. 7.14 кружками. Видно, що модель добре описує асиметрію вольт - амперної характеристики і може апроксимувати навіть гістерезис. Однак, апроксимація знову не відтворює

задовільно нахил гілок вольт - амперної характеристики при великих струмах зміщення. Можливим джерелом магнітного поля можуть бути точкові дефекти - атоми заліза. Подальший розгляд питання про походження магнітного поля у контактах пніктидів потребує систематичних досліджень у контактах, зроблених на основі монокристалів.

Підсумуємо результати цього підрозділу. Ефект асиметрії критичних струмів пояснюється нами на основі розгляду екранування наявного магнітного поля при протіканні струму через два контакта Джозефсона, які можуть утворитися у неоднорідному по товщині бар'єрі. Ефект посилюється, якщо критичні струми цих контактів сильно відрізняються один від одного. Тоді всю систему можна змодельовати як двохконтактний інтерферометр з різними критичними струмами контактів (асиметричний інтерферометр). такий підхід дозволяє зробити задовільну апроксимацію критичних струмів при (умовно) додатному та від'ємному напрямі струму зміщення. Однак, модель не дає адекватного опису гілок вольт - амперної характеристики.

7.6 Висновки до розділу 7

У цьому розділі побудована чисельна модель ефекту випрямлення напруги у фрактальних резистивних інтерферометрах у магнітному полі при протіканні через них змінного низькочастотного струму.

- На прикладі двохконтактного інтерферометра докладно описана причина ефекту, отримані залежності випрямленої напруги від магнітного поля та з'ясовано їх особливості.
- Аналітично знайдено вираз для залежності критичного струму від магнітного поля для одномірної структури контактів Джозефсона, які розподілені вздовж лінії згідно правила утворення фрактальної множини відрізків Кантора. Така структура, по суті, утворює інтерферометр з багатьма контактами, які включені паралельно один одному.
- Показано, що існує аналогія між інтерференцією струмів та

інтерференцією світла у названій фрактальній структурі, причому залежність максимального (критичного) струму Джозефсона від магнітного поля аналогічна залежності інтенсивності розсіяного світла від хвильового числа.

- Розраховані залежності випрямленої напруги від магнітного поля у фрактальному (сьомого порядку) резистивному інтерферометрі з контактами, які розподілені згідно правила утворення фрактальної множини відрізків Кантора. Ці залежності мають риси, які характерні для експериментальних кривих, отриманих при вимірюваннях перколяційних та гранульованих плівок, а саме: антисиметрія відносно знаку магнітного поля, згущення максимумів поблизу нуля магнітного поля, наявність в залежностях основного внеску квантуючих контурів найменшої площини.
- Показано, що фрактальна розмірність множин відрізків Кантора може бути розрахована при аналізі залежностей квадрата критичного струму фрактального інтерферометра або квадрата випрямленої напруги від магнітного поля. Ці залежності також мають фрактальні властивості.
- Показано, що когерентне випромінювання може бути отримано при фрактальному розподілі контактів Джозефсона в резонансній довгій лінії.
- Досліджена асиметрія критичних струмів, яка спостерігається в гібридних джозефсонівських контактах на основі пніктиду $\text{BaFe}_{2-x}\text{Co}_x\text{As}_2$. Неоднорідний по товщині контакт наближено представлений як двохконтактний інтерферометр з різними критичними струмами. Апроксимовані експериментальні вольт-амперні характеристики містка $\text{BaFe}_{2-x}\text{Co}_x\text{As}_2$, зробленого на бікристалічній границі основи SrTiO_3 зі зміщенням 30° , та гібридного контакту $\text{BaFe}_{2-x}\text{Co}_x\text{As}_2/\text{TiO}_x/\text{PbIn}$, зробленого на основі монокристалу $\text{BaFe}_{2-x}\text{Co}_x\text{As}_2$. Модель добре описує асиметрію критичних струмів, але не відтворює вольт - амперні характеристики при великих струмах зміщення.

ВИСНОВКИ

В дисертації отримані принципово нові, науково обґрунтовані результати, які стосуються когерентного випромінювання систем контактів Джозефсона. Наукова новизна отриманих результатів полягає у такому:

1. Теорію синхронізованого стану контактів Джозефсона в рамках методу амплітуд, які повільно змінюються, розширено для контактів з кінцевим значенням ємності та резонансного зворотного зв'язку. В рамках цієї теорії виявлено, що синфазна синхронізація випромінювання контактів Джозефсона у резонансних довгих лінях можлива при напругах, які відповідають самоіндукованим резонансним сходам вольт - амперної характеристики при розбігу критичних струмів до 16%.
2. Показано, що механізмом синхронізованого випромінювання систем контактів у резонансній довгій лінії на частотах резонансів є взаємодія випромінювання контактів зі спільним для всіх контактів високочастотним синхронізуючим струмом, який створюється в системі.
3. У результаті розрахунку для двомірної системи точкових контактів Джозефсона у резонансній довгій лінії знайдено, що наявність самоіндукованих резонансних сходок на вольт - амперній характеристиці, сильне когерентне випромінювання контактів та поява перегрітих частин системи мають спільне походження, а саме – взаємодія випромінювання контактів Джозефсона з резонансними модами системи.
4. В системах контактів Джозефсона в довгих лінях при відсутності резонансів чисельними методами знайдено поріг потужності когерентного випромінювання при збільшенні числа контактів, які знаходяться у резистивному стані.
5. Встановлено, що на вольт - амперних характеристиках довгого контакту Джозефсона з нормальними (не надпровідними) краями

утворюються сходинок нульового поля. В системі двох взаємодіючих індуктивно один з одним довгих контактів Джозефсона з нормальними краями, кожна сходинок нульового поля розщеплюється на дві сходинок, положення яких на вольт - амперній характеристиці залежить від коефіцієнта взаємодії між контактами.

6. Теоретично показано, що контакти в системі двох чотирьохконтактних інтерферометрів можуть когерентно випромінювати завдяки індуктивній взаємодії інтерферометрів.
7. Показана можливість синхронізації випромінювання контактів Джозефсона, які знаходяться при різних температурах.
8. Експериментально знайдено самоіндуковані резонансні сходинок на вольт - амперних характеристиках шунтованої системи внутрішніх контактів Джозефсона у високотемпературному надпровіднику $Tl_2Ba_2CaCu_2O_8$. Доведено, що поява самоіндукованих сходинок зумовлена геометричними резонансами системи контактів.
9. Встановлено, що фрактальну розмірність одномірної фрактальної системи контактів Джозефсона можливо визначити з аналізу залежностей максимального критичного струму або випрямленої напруги як функції магнітного поля.

Серед напрямків подальшого розвитку отриманих в дисертації результатів необхідно виділити такі:

1. На основі зроблених в дисертації висновків про вирішальну роль резонансної довгої лінії в утворенні когерентного випромінювання можна ставити задачу про створення вузьких направлених пучків випромінювання. Такі пучки малої потужності можуть керувати динамікою контактів у стандартних джерелах напруги.
2. Необхідно дослідити можливість появи когерентного випромінювання за допомогою зміни температури частин системи контактів. Це дає можливість створити імпульсне джерело випромінювання. Дослідження впливу неоднорідних по довжині зразка змін температури

на випромінювання високотемпературних надпровідників уже ведуться (див., наприклад, роботу [202]).

3. У зв'язку з цими прикладними задачами виникають ряд наукових задач, серед яких важливою є задача впливу розподілу критичних струмів у системі на утворення когерентного випромінювання. У цьому напрямі виконані деякі теоретичні роботи [229], [238], але систематичного дослідження не було. При розробці цієї задачі треба дослідити перехід між парними та непарними сходами нульового поля при зміні симетричного розподілу критичних струмів вздовж довгого контакту Джозефсона на асиметричне. Розподіл критичних струмів регулюється або температурним градієнтом (див. пункт 2) або зміною кількості кисню в зразку високотемпературного надпровідника..
4. В зв'язку з успішними результатами експериментів по синхронізації внутрішніх контактів Джозефсона у високотемпературних надпровідниках перспективною є задача синхронізації наборів пачок внутрішніх контактів (тобто, устанавлення електромагнітної взаємодії між кількома пачками). Задача устанавлення зворотного кола у таких системах та виявлення оптимальних параметрів зворотного зв'язку є дуже актуальною, оскільки завдяки таким схемам потужність випромінювання значно зростає без великих втрат тепла Джоуля.
5. Перспективним напрямом є дослідження електричних властивостей пачок довгих внутрішніх контактів Джозефсона при різній кількості контактів у пачці. Дослідити розщеплення сходинок нульового поля в залежності від кількості внутрішніх контактів.
6. Має інтерес вивчення ефекту випрямлення напруги на двомірних фрактальних ґратках і перевірити, чи можна встановити фрактальну розмірність системи по залежностях критичного струму або випрямленої напруги від магнітного поля.

Дослідження, які були проведені в цій дисертації, були виконані у співпраці з Prof. Dr. Paul Seidel, Prof. Dr. Frank Schmidl, Dr. Jens Scherbel, Dr. Henrik Schneidewind, Dr. Marian Darula, M. Sc. Michael Mans, M. Sc. Matthias Büenfeld.

Співавторами тез доповідей на конференціях та матеріалів конференцій були також Prof. Dr. Markus Rettenmayr, Dr. rer. nat. Uwe Hübner, Dr. Veit Grosse, Dr. Alexander Steppke, M. Sc. Christian Pansow, Dr.-Ing. Andreas Undisz, Dr. Sebastian Döring, Dr. Stefan Schmidt, доктор фіз. -мат. наук Михайло Белоголовський, Prof. Dr. Yu. M. Shukrinov, Dr. Ralf Bechstein.

Я вдячний Prof. Dr. Paul Seidel, у лабораторії якого в Інституті фізики твердого тіла Університету Фрідріха Шиллера, М. Єна, були проведені експерименти, за постійний інтерес до моєї роботи.

Я вдячний також моєму науковому консультанту доктору фіз. - мат. наук, проф. Р. В. Вовку за підтримку роботи.

Я вдячний колективу кафедри фізики низьких температур за підтримку.

ПЕРЕЛІК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

- [1] Seidel P. Josephson effects in iron based superconductors / P. Seidel // *Supercond. Sci. Technol.*-2011.- V. 24.- P. 043001-1-21.
- [2] Kleiner R. Intrinsic Josephson effect in $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$ single crystals / R. Kleiner, F Steinmeyer, G. Kunkel, and P. Müller // *Phys. Rev. Lett.*- 1992.- V. 68, № 15.- P. 2394-2397.
- [3] Kleiner R. / Intrinsic Josephson effects in high-Tc superconductors / R. Kleiner and P. Müller // *Phys. Rev.B.*- 1994.- V.49, № 2.- P. 1327-1341.
- [4] Helm Ch. Coupling between phonons and intrinsic Josephson oscillations in cuprate superconductors / Ch. Helm, Ch. Preis, F. Forsthofer, J. Keller, K. Schlenga, R. Kleiner, and P. Müller // *Phys. Rev. Lett.*-1997.- V.79.- P. 737-741.
- [5] Katterwe S. O. Superluminal geometrical resonances observed in $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+x}$ intrinsic Josephson junctions / S. O. Katterwe, A. Rydh, H. Motzkau, A. B. Kulakov, and V. M. Krasnov // *Phys. Rev. B.*- 2010.- 82, № 2.- P. 024517-1-10.
- [6] Ponomarev Ya. G. Evidence for strong electron–phonon interaction from inelastic tunneling of Cooper pairs in c-direction in $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$ break junctions / Ya.G Ponomarev, E.B Tsokur, M.V Sudakova, S.N Tchesnokov, M.E Shabalin, M.A Lorenz, M.A Hein, G Müller, H Piel, B.A Aminov // *Solid State Commun.*- 1999.- V. 111.- P. 513-518.
- [7] Ozyuzer L. Emission of coherent THz radiation from superconductors / L. Ozyuzer, L A. E. Koshelev, C. Kurter, N. Gopalsami, Q. Li, M. Tachiki, K. Kadowaki, T. Yamamoto, H. Minami, H. Yamaguchi, T. Tachiki, K. E. Gray, W.-K. Kwok, U. Welp // *Science.*- 2007.- V.318, P.-1291-1293.
- [8] Tonouchi M. Cutting-edge terahertz technology / Masayoshi Tonouchi // *Nature Photonics.*- 2007.- V. 1.- P. 97-105.
- [9] Jain A. K. Mutual Phase locking in Josephson junction arrays / A. K. Jain, K. K. Likharev, J. E. Lukens, J. E. Sauvageau // *Physics Reports.*-1984.-V. 109, №6.- P. 309-426.

- [10] Likharev K. K. Dynamics of Josephson junctions and circuits / K. K. Likharev // Philadelphia: Gordon and Breach. - 1991. - 750 P.
- [11] Darula M. Millimetre and sub-mm wavelength radiation sources based on discrete Josephson junction arrays / M Darula, T Doderer and S Beuven // Supercond. Sci. Technol.-1999.- V.12.- P. R1-R25.
- [12] Tsujimoto Manabu. Geometrical Resonance Conditions for THz Radiation from the Intrinsic Josephson Junctions in $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ / Manabu Tsujimoto, Kazuhiro Yamaki, Kota Deguchi, Takashi Yamamoto, Takanari Kashiwagi, Hidetoshi Minami, Masashi Tachiki, Kazuo Kadowaki, and Richard A. Klemm // Phys. Rev. Lett.-2010.- V.105.- P. 037005-1-4.
- [13] Kohlmann J. Improved 1-V and 10-V Josephson standard arrays / J. Kohlmann, F. Müller, P. Gutmann, R. Pöpel, L. Grimm, F.βW. Dunschede, W. Meier, and J. Niemeyer // IEEE Trans. Appl. Supercond.- 1997.- V.7, №2.- P. 3411-3414.
- [14] Chiorescu I. Coherent dynamics of a flux qubit coupled to a harmonic oscillator / I. Chiorescu, P. Bertet, K. Semba, Y. Nakamura, C. J. P. M. Harmans and J. E. Mooij // Nature.- 2004.- V. 431, № 7005.- P. 159-162.
- [15] Корнев В. К. Взаимная синхронизация джозефсоновских туннельных переходов / В. К. Корнев, К.К. Лихарев, Е. С. Солдатов // Радиотехника и электроника.- 1987.- т. 32, № 7.- с. 1521-1528.
- [16] Кузьмин Д. С. Экспериментальное исследование взаимной синхронизации джозефсоновских туннельных переходов / Л. С. Кузьмин, Я. С. Левенберг, К. К. Лихарев, Е. В. Никитина, Е. С. Солдатов // Радиотехника и электроника.- 1989, №2.- с. 419-424.
- [17] Grib Alexander N. Critical current of a self-similar chain of Josephson junctions / Alexander N. Grib // Physica C. - 1994. - V.235-240. - P. 3313-3314.
- [18] Grib A. N. Fractal properties of critical current of a self-similar system of Josephson junctions connected in parallel / A. N. Grib // ФНТ.- 1996. - Т.22.- №6. - С.642-644.

- [19] Grib A. N. The threshold of phase locking in the system of two multi-junction superconducting loops / A. N. Grib, P. Seidel, M. Darula // Journal of Low Temperature Physics.- 1998.- V. 112, N 5/6.- P. 323-336.
- [20] Grib A. N. Phase locking in a stack of two Josephson junctions with a sidewall shunt / A. N. Grib, J. Scherbel, P. Seidel // Physics Letters. A.- 2000.- V. 266.- P. 76-82.
- [21] Seidel P. Quasiparticle current and phase locking of intrinsic Josephson junctions / P. Seidel, A. N. Grib, Yu. M. Shukrinov, J. Scherbel, U. Huebner, F. Schmidl // Physica C.- 2001.- V.362.- P. 102-107.
- [22] Grib A. N. Synchronization of overdamped Josephson junctions shunted by a superconducting resonator / A. N. Grib, J. Scherbel, P. Seidel // Phys. Rev. B- 2002.- V. 65.- P. 094508-1-10.
- [23] Grib Alexander. Synchronization of Josephson junctions by a resonant transmission line / Alexander Grib, Jens Scherbel, Paul Seidel // Phys. Stat. Sol (a).- 2003.- V. 198, N1.- P. 142-145.
- [24] Grib Alexander. Synchronization of overdamped Josephson junctions in resonant systems // Alexander Grib, Jens Scherbel, Paul Seidel // Recent Research Developments in Physics.- 2003.- V. 4.- P. 877-890.
- [25] Grib Alexander. Synchronization of strongly interacting overdamped Josephson junctions / Alexander Grib, Michael Mans, Jens Scherbel, and Paul Seidel // Phys. Stat. Sol. (b).-2005.- V. 242, №6.- P. 1286-1292.
- [26] Grib Alexander. Synchronization of serial intrinsic Josephson junction arrays on vicinal substrates / Alexander Grib, Michael Mans, Jens Scherbel, Matthias Büenefeld, Frank Schmidl and Paul Seidel // Supercond. Sci. Technol.- 2006.- V.19.-P. S200-S204.
- [27] Grib Alexander. Wide-band phase locking of Josephson junctions in a resonator / Alexander Grib and Paul Seidel // Physica Status Solidi (Rapid Research Letters).-2009.- V. 3.- P. 302-304.

- [28] Гриб Олександр. Синхронізація саморозігрітих джозефсонівських контактів / Олександр Гриб // Вісник ХНУ № 962, серія "Фізика". - 2011. - вип. 15. - С. 92-96.
- [29] Гриб Олександр. Когерентне випромінювання джозефсонівських контактів у резонансній довгій лінії / Олександр Гриб // Вісник ХНУ № 1019, серія "Фізика". - 2012. - вип. 16. - С. 6-9.
- [30] Grib Alexander. The influence of standing waves on synchronization and self-heating of Josephson junctions in resonant systems / Alexander Grib and Paul Seidel // ФНТ.- 2012.- т. 38, № 4.- с. 409-413.
- [31] Гриб О. М. Нелінійно - резистивна модель внутрішніх джозефсонівських контактів у високотемпературних надпровідниках / Олександр Гриб // Вісник ХНУ № 1020, серія "Фізика". - 2012. - вип. 17. - С. 21-23.
- [32] Гриб Олександр. Ефект випрямлення напруги та квантова інтерференція у фрактальних структурах з джозефсонівськими контактами / Олександр Гриб // Вісник ХНУ № 1075, серія "Фізика". - 2013. - вип. 18. - С. 8-13.
- [33] Гриб Олександр. Вплив надпровідної площини на синхронізацію лінійних систем джозефсонівських контактів / Олександр Гриб // Вісник ХНУ № 1076, серія "Фізика". - 2013. - вип. 19. - С. 92-97.
- [34] Grib A. The resonant interaction of intrinsic Josephson junctions with standing waves / A. Grib, M. Mans, M. Bünenfeld, J. Scherbel, F. Schmidl, H. Schneidewind, and P. Seidel // IEEE Trans. Appl. Supercond.- 2014.- V.24, №4.- P.1800205-1-5.
- [35] Grib Alexander. The influence of external separate heating on the synchronization of Josephson junctions / Alexander Grib and Paul Seidel // Phys. Status Solidi B.-2014.- V. 251, N. 5.- P. 1040–1044.
- [36] Гриб Олександр. Асиметрія вольт - амперних характеристик гібридних джозефсонівських контактів з пніктидами / Олександр Гриб // Вісник ХНУ № 1113, серія "Фізика". - 2014. - вип. 20. - С. 78-82.

- [37] Grib Alexander. Zero-field steps in long Josephson junctions / Alexander Grib // Вісник ХНУ № 1135, серія "Фізика". - 2014. - вип. 21. - С. 61-64.
- [38] Grib Alexander. Resonant modes in the system of two wide interacting Josephson junctions / Alexander Grib // Вісник ХНУ № 1158, серія "Фізика". - 2015. - вип. 22. - С. 51-57.
- [39] Mans. M. Synchronization of serial intrinsic Josephson junction arrays on vicinal substrates / Michael Mans, Alexander Grib, Frank Schmidl, Paul Seidel // "Kryoelectronische bauelemente 2004".- 12-14 September 2004: Abstract book.- Braunschweig, Germany, P. 50.
- [40] Mans M. Elektrische Untersuchung serieller intrinsischer Josephsonkontaktarrays an dünnen $Tl_2Ba_2CaCu_2O_{8+x}$ Schichten auf r-cut Saphir und 20° vicinalem $LaAlO_3$ / Michael Mans, Alexander Grib, Matthias Büenefeld, Ralf Bechstein, Frank Schmidl, Henrik Schneidewind und Paul Seidel // DPG Spring Meeting.- 4-9 March 2005, Berlin, Germany.-TT10.11.
- [41] Grosse V. Pulsed laser deposition of niobium thin films for in-situ device fabrication and their superconducting propertie / V. Grosse, C. Pansow, A. Steppke, F. Schmidl, A. Undisz, M. Rettenmayr, A. Grib, and P Seidel // Journal of Physics: Conf. Ser.- 2010.- V. 234 012015-1-9.
- [42] Grib Alexander. Experimental and theoretical investigation on high- T_c superconducting intrinsic Josephson junctions / Alexander Grib, Yury Shukrinov, Frank Schmidl, Paul Seidel // Journal of Physics: Conference Series.- 2010.- V.248.- P. 012038-1-8.
- [43] Grib Alexander. Synchronization of self - heated Josephson junctions by a superconducting resonator / Alexander Gryb and Paul Seidel // 10 European Conference on Applied Superconductivity EUCAS–ISEC–ICMC “SCC 2011”, 19–23 September 2011, Den Haag, Netherlands: Abstract book.- P. 491.
- [44] Grib Alexander. The influence of the resonator on the self heating effect and the synchronization of Josephson junctions/ Alexander Grib and Paul Seidel

- // IEEE/CSC & ESAS European superconductivity news forum (ESNF).- 2011.- N. 16.-P. ST255-1-5.
- [45] Grib Alexander. Synchronization of self-heated Josephson junctions by a superconducting resonator / Alexander Grib and Paul Seidel // Physics Procedia.- 2012.- V. 36.- P. 411-416.
- [46] Grib A. Coherent radiation in serial arrays of Josephson junctions / A. Grib, M. Mans, M. Buenfeld, J. Scherbel, F. Schmidl, P. Seidel, H. Schneidewind // 14th International superconductive electronics conference "ISEC -2013", 7-11 July 2013, Cambridge, MA, USA.-PF14.
- [47] Grib Alexander. Coherent emission of intrinsic Josephson junctions / Alexander Grib and Paul Seidel // J. Phys.: Conf. Ser.- 2014.- V.507-P.042038-1-4.
- [48] Гриб О. М. Вплив саморозігріву на когерентне випромінювання внутрішніх джозефсонівських контактів у резонаторі / О. М. Гриб // Фізичні явища в твердих тілах: XI міжнародна конференція, 3-6 грудня 2013 р.: матеріали конференції- Харків, Україна.- С. 81.
- [49] Seidel Paul. Modeling different kinds of Josephson junctions and circuits for interpretation of their electrical characteristics / Paul Seidel, Alexander Grib, Yury Shukrinov, Mikhail Belogolovskii, Sebastian Döring, and Stefan Schmidt // The 9th International symposium on intrinsic Josephson effects and THz plasma oscillations in high-Tc superconductors "THz-PLASMA 2014".- 30 Nov. - 3 Dec. 2014: Abstract book.- Kyoto, Japan, P. 37.
- [50] Гриб Олександр. Когерентне випромінювання високотемпературних надпровідників / Олександр Гриб // Фізичні явища в твердих тілах: XII міжнародна конференція, 1-4 грудня 2015 р.: матеріали конференції - Харків, Україна. - С. 166.
- [51] Шмидт В. В. Введение в физику сверхпроводников / В. В. Шмидт // Москва: Наука.- 1982.- 240 с.
- [52] Абрикосов А. А. Основы теории металлов / А. А. Абрикосов // Москва: Наука.- 1987.- 520 с.

- [53] Де Жен П. Сверхпроводимость металлов и сплавов / П. Де Жен // Москва: Мир.- 1968.- 280 с.
- [54] Кулик И. О. Эффект Джозефсона в сверхпроводящих туннельных структурах / И. О. Кулик // Москва: Наука.- 1970.- 272 с.
- [55] Бароне А. Эффект Джозефсона: физика и применения / Бароне А., Дж. Патерно // Москва: Мир.- 1984.- 640 с.
- [56] Josephson B. D. Possible new effects in superconductive tunneling / B. D. Josephson // Phys. Lett.- 1962.- Vol. 1, № 7.- P. 251-253.
- [57] Лихарев К. К. Введение в динамику джозефсоновских переходов / К. К. Лихарев // Москва: Наука.- 1985.-293 с.
- [58] Лихарев К. К. Системы с джозефсоновскими контактами / К. К. Лихарев, Б. Т. Ульрих // Москва: Изд-во МГУ.- 1978.- 446 с.
- [59] Stewart, W.C. Current-voltage characteristics of Josephson junctions / W. C. Stewart // Appl. Phys. Lett.-1968.- V. 12,N.8.- P. 277-280.
- [60] Scott W. C. Hysteresis in the dc switching characteristics of Josephson junctions / W. C. Scott / Appl. Phys. Lett.-1970.- V.17, N4.- P.166-169.
- [61] Kautz R. I. Noise - affected IV - curves in small hysteretic Josephson junctions / R. I. Kautz and John M. Martinis // Phys. Rev. - 1990.-V. 42, № 16.- P. 9903-9938.
- [62] Губанков В. Н. О свойствах точечных сверхпроводящих контактов / В. Н. Губанков, К. К. Лихарев, Н. М. Марголин // ФТТ.- 1972.- т.14, № 4.- С.953-960.
- [63] Barone A. Thermal effect in U-I characteristics of large Josephson junctions // A. Barone // Phys. Stat. Sol. (a).-1972.- V.13, P. K93-K95.
- [64] Кузьмин Л. С. Взаимная синхронизация джозефсоновских переходов / Л. С. Кузьмин, К. К. Лихарев, Г. А. Овсянников // Радиотехника и электроника.- 1981.- т. 26, № 5.- с.1067-1076.
- [65] Rasmussen K. Higher-order effects on Shapiro steps in Josephson junctions / Kim Ø. Rasmussen, Vadim Zharnitsky, Igor Mitkov, and Niels Grønbech-Jensen // Phys. Rev. B.- 1999.- V. 59,№ 1.- P. 58-61.

- [66] Овсянников Г. А. Взаимная синхронизация в многоконтактных джозефсоновских структурах / Г. А. Овсянников, Л. С. Кузьмин, К. К. Лихарев // Радиотехника и электроника.- 1982.- Т. 28, № 8.- с.1613-1621.
- [67] Kornev V. K. Basic cells for phase - locked 1 - and 2 - D Josephson junction arrays / V. K. Kornev, A. D. Mashtakov, A. V. Arzumanov, G. A. Ovsyannikov // IEEE Trans. Appl. Supercond.- 1995.- V.5, № 4.- P. 3527-3531.
- [68] Бабаян Г. Э. Взаимная синхронизация джозефсоновских колебаний в цепочках переходов с конечным значением ёмкости / Г. Э. Бабаян, М. А. Кокоулин, Г. А. Овсянников // Радиотехника и электроника.- 1993.- т. 38, № 3.- с. 566-572.
- [69] Данилов В. В. Двухконтактный сверхпроводящий квантовый интерферометр как генератор джозефсоновских колебаний / В. В. Данилов, К.К. Лихарев // Радиотехника и электроника.- 1981, №1.- с.1545-1553.
- [70] Данилов В. В. Динамические и флуктуационные параметры сквидов постоянного тока / В. В. Данилов, К.К. Лихарев // Радиотехника и электроника.- 1981.- т. 25, №4.- с. 842-851.
- [71] Bednorz J. G. Possible high TC superconductivity in the Ba-La-Cu-O system / J. G. Bednorz, K. A. Müller // Zeitschrift für Physik B.- 1986.- V. 64, № 2.- P. 189–193.
- [72] Schlenga K. Intrinsic Josephson effects in various layered superconductors / K. Schlenga, W. Biberacher, G. Hechtfisher, R. Kleiner, B. Schey, O. Waldmann, W. Walkenhorst, P. Müller, F. X. Regi, H. Savary, J. Schneck, M. Brinkmann, H. Bach, K. Westerholl, G. Winkel // Physica C.- 1994.- V. 235-240, P. 3273-3274.
- [73] Kamihara Y. Iron-based layered superconductor: LaOFeP / Y. Kamihara, H. Hiramatsu, M. Hirano, R. Kawamura, H. Yanagi, T. Kamiya and H. Hosono // J. Am. Chem. Soc.- 2006.- V. 128.- P. 10012.

- [74] Ishida K. To what extent iron-pnictide new superconductors have been clarified: a progress report / K. Ishida, Y. Nakai and H. Hosono // J. Phys. Soc. Japan.- 2009.- V. 78.- P. 062001.
- [75] Zhang Xiaohang. Observation of the Josephson effect in Pb/Ba_{1-x}K_xFe₂As₂ single crystal junctions / Xiaohang Zhang, Yoon Seok Oh, Yong Liu, Liqin Yan, Kee Hoon Kim, Richard L. Greene, and Ichiro Takeuchi // Phys. Rev. Lett. - 2009. - V.102. - P.147002-1-4.
- [76] Schmidl F. Preparation and first measurements of TBCCO thin film intrinsic stacked Josephson junctions / F Schmidl, A Pfuch, H Schneidewind, E Heinz, L Dorrer, A Matthes, P Seidel, U Hubner, M Veith and E Steinbeiss // Supercond. Sci. Technol.- 1995.- V. 8.- P.740-743.
- [77] Linzen S. High T_c step-edge Josephson junctions on silicon substrates / S. Linzen, F. Schmidl, L. Dorrer, and P. Seidel // Appl. Phys. Lett.-1995.- V. 67, № 15.- P. 2235-2237.
- [78] Tsaneva V. Fabrication of two dimensional step edge YBa₂Cu₃O₇ Josephson junction arrays / V. Tsaneva, Th. Luthy, B. Jeanneret, Ph. Lerch, D. Ariosa, J. Burger, Ch. Leemann, and P. Martinili // Physica C.- 1994.- V. 235-240.- P. 3319-3320.
- [79] Scherbel J. Texture and electrical dynamics of micrometer and submicrometer bridges in misaligned Tl₂Ba₂CaCu₂O₈ films J. Scherbel, M. Mans, H. Schneidewind, U. Kaiser, J. Biskupek, F. Schmidl, and P. Seidel // Phys. Rev.- 2004.- V. B70.- P. 104507-1-10.
- [80] Döring S. Edge-type Josephson junctions with Co-doped Ba-122 thin films / S. Döring, S. Schmidt, F. Schmidl, V. Tympel, S. Haindl, F. Kurth, K. Iida, I. Mönch, B. Holzapfel, and P. Seidel // Supercond. Sci. Technol. - 2012. - V.25. - P.084020-1-5.
- [81] Döring S. Investigation of TiO_x barriers for their use in hybrid Josephson and tunneling junctions based on pnictide thin films / S. Döring, M. Monecke, S. Schmidt, F. Schmidl, V. Tympel, J. Engelmann, F. Kurth, K. Iida, S. Haindi,

- I. Mönch, B. Holzapfel, and P. Seidel // *J. Appl. Phys.* - 2014. - V.115. - P. 083901-1-5.
- [82] Döring S. Planar hybrid superconductor-normal metal-superconductor thin film junctions based on $\text{BaFe}_{1.8}\text{Co}_{0.2}\text{As}_2$ // S. Döring, S. Schmidt, F. Schmidl, V. Tympel, S. Haindi, F. Kurth, K. Iida, I. Mönch, B. Holzapfel, and P. Seidel // *Physica C.* - 2012. - V.478. - P.15-18.
- [83] Reifert D. Preparation of hybrid Josephson junctions on Co-doped Ba-122 single crystals / D. Reifert, N. Hasan, S. Döring, S. Schmidt, M. Monecke, M. Feltz, F. Schmidl, V. Tympel, W. Wisniewski, I. Mönch, T. Wolf and P. Seidel // *Supercond. Sci. Technol.* - 2014. - V.27, 085003-1-5.
- [84] Schmidt S. $\text{BaFe}_{1.8}\text{Co}_{0.2}\text{As}_2$ thin film hybrid Josephson junctions / S. Schmidt, S. Döring, F. Schmidl, V. Grosse, P. Seidel, K. Iida, F. Kurth, S. Haindl, I. Mönch, and B. Holzapfel // *Appl. Phys. Lett.* - 2010. - V.97. - P.172504-1-3.
- [85] Schmidt S. Bicrystalline grain boundary and hybrid SNS junctions based on Ba-122 thin films / S. Schmidt, S. Döring, F. Schmidl, V. Tympel, S. Haindl, K. Iida, F. Kurth, B. Holzapfel and P. Seidel // *IEEE Trans. Appl. Supercond.* - 2013. - V.23. - P.7300104-1-4 .
- [86] Ambegaokar Vinay. Tunneling Between Superconductors / Vinay Ambegaokar and Alexis Baratoff // *Phys. Rev. Lett.*-1963.- V.10.- P. 486.
- [87] Doh Y. J. Progressive evolution of tunneling characteristics of in situ fabricated intrinsic Josephson junctions in $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ single crystals / Yong-Joo Doh, Hu-Jong Lee, and Hyun-Sik Chang // *Phys. Rev.*- 2000.- V.61,№ 5.- P. 3620-3628.
- [88] Kleiner R. Dynamic behaviour of Josephson - coupled layered structures / R. Kleiner, P. Müller, H. Kohlstedt. N. F. Pedersen, S. Sakai // *Phys. Rev.B.* 1994.- V.50.- P. 3942-3952.
- [89] Зорин А. Б. Об импедансе джозефсоновских переходов с малой ёмкостью / А. Б. Зорин, К. К. Лихарев // *Радиотехника и электроника.*- 1981.- т.25. №4.- с. 834-841.

- [90] Won Hyekyung. d-wave superconductor as a model of high-Tc superconductors/ Hyekyung Won and Kazumi Maki // Phys. Rev.- 1994.- V. B49.-P. 1397.
- [91] Tanaka Yukio. Theory of Josephson effects in anisotropic superconductors/ Yukio Tanaka and Satoshi Kashiwaya // Phys. Rev.- 1997.- V. B56.- P.892.
- [92] Ozyuzer L. Comparison of intrinsic Josephson and SIS tunneling spectroscopy of $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ / L. Ozyuzer, C. Kurter, J. F. Zasadzinski, K. E. Gray, D. G. Hinks, and N. Miuyakawa // IEEE Trans. Appl. Supercond. - 2005.- V. 15, № 2.- P. 181-184.
- [93] Ozyuzer L. Quasiparticle and Josephson tunneling of overdoped $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ single crystals / Lutfi Ozyuzer, John F. Zasadzinski, Chris Kendziora, and K. E. Gray // Phys. Rev. B.- 2000.- V. 61,№ 5.- P. 3629-3640.
- [94] Niemeyer J. Observation of large dc supercurrents at nonzero voltages in Josephson tunnel junctions / J. Niemeyer and V. Kose // Appl. Phys. Lett.- 1976.- V. 29, № 6.- P. 380-382.
- [95] Kanter H. Response of highly damped Josephson junctions to external, low - frequency noise currents / H. Kanter and F. I. Vernon, Phys. Rev. B.- 1970.- V. 2, № 11.- P. 4694-4696.
- [96] Franz A. Thermal fluctuations in ultrasmall intrinsic Josephson junctions / A. Franz, Y. Koval, D. Vasyukov, P. Müller, H. Schneidewind, D. A. Ryndyk, J. Keller, and C. Helm // Phys. Rev. B.- 2004.-V. 69, № 1.- P. 014506-1-8.
- [97] Mans Michael. Intrinsic Josephson junctions in misaligned $\text{Tl}_2\text{Ba}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8-x}$ thin films with different tilt angles Michael Mans, Henrik Schneidewind, Matthias Büenefeld, Frank Schmidl, and Paul Seidel // Phys. Rev.-2006.-V. B74.- P.214514(1)-214514(9).
- [98] Wang H. B. Terahertz responses of intrinsic Josephson junctions in high-Tc superconductors / H. B. Wang, P. H. Wu, T. Yamashita // Phys. Rev. Lett.- 2001.- V. 87, № 10, 107002-1-4.

- [99] Nakajima K. Microwave - induced effects on collective vortex motion in Bi-2212 intrinsic Josephson junction stacks / K. Nakajima, H. Sasaki, T. Yasuda, J. Chen and T. Yamashita // *Supercond. Sci. Technol.* - 2004.- V. 17.- P. S381-384.
- [100] Kuplevakhsky Sergey V. Current-carrying states in superconducting multilayers with Josephson interlayer coupling for temperatures close to T_{c0} : A microscopic theory / Sergey V. Kuplevakhsky and Sergey V. Naydenov // *Phys. Rev. B.*- 1997.- V. 56, № 5.- P. 2764-2778.
- [101] Kuplevakhsky Sergey V. Microscopic theory of the dc Josephson effect in clean superconductor/insulator and superconductor/semiconductor multilayers / S. V. Kuplevakhsky, S. V. Naydenov, and A. A. Galiautdinov // *Phys. Rev. B.*- 1997.- V. 56, № 13.- P. 7858-7861.
- [102] Kuplevakhsky Sergey V. Microscopic theory of weakly coupled superconducting multilayers in an external magnetic field / Sergey V. Kuplevakhsky // *Phys. Rev. B.*-1999.- V. 60, № 10.- P. 7496-7511.
- [103] Kuplevakhsky Sergey V. Exact solutions of the Lawrence-Doniach model for layered superconductors / Sergey V. Kuplevakhsky // *Phys. Rev. B.*- 2001.- V. 63, № 5.- P. 054508-1-14.
- [104] Kuplevakhsky S. V. Static solitons of the sine-Gordon equation and equilibrium vortex structure in Josephson junctions / S. V. Kuplevakhsky and A. M. Glukhov // *Phys. Rev. B.*- 2006.- V. 73, №2.- P. 024513-1-12.
- [105] Kuplevakhsky S. V. Exact analytical solution of the problem of current-carrying states of the Josephson junction in external magnetic fields / S. V. Kuplevakhsky and A. M. Glukhov // *Phys. Rev. B.*- 2007.- V. 76, № 17.- P. 174515-1-15.
- [106] Bulaevsky L. Vortex lattice of highly anisotropic layered superconductors in strong, parallel magnetic fields / L. Bulaevskii and John R. Clem // *Phys. Rev. B.*- 1991.- V. 44, № 18.- P. 10234-10238.

- [107] Pedersen. N. F. Fluxon modes and microwave emission in BSCCO type Josephson stacks / N. F. Pedersen and S. Madsen // *Supercond. Sci. Technol.*- 2004.- V. 17.- P. S117-S121.
- [108] Sakai S. Fluxons in thin-film superconductor-insulator superlattices / S. Sakai and P. Bodin, N. F. Pedersen // *J. Appl. Phys.*- 1993.- V.73.- P. 2411-2418.
- [109] Ustinov A. V. Fluxon dynamics in one-dimensional Josephson-junction arrays / A. V. Ustinov, M. Cirillo, B. A. Malomed // *Phys. Rev. B.*- 1993.- V. 47, № 13.- P. 8357-8360.
- [110] Maglic S. R. Double-vertically-stacked Josephson junctions: Numerical and analytical analyses of a current-biased system in a magnetic field / S. R. Maglic, P. R. Auvil, Jr., and J. B. Ketterson // *Phys. Rev. B.*- 1999.- V.59, № 1.- P. 581-586.
- [111] Sakai S. Theory and experiment on electromagnetic-wave-propagation velocities in stacked superconducting tunnel structures / S. Sakai, A. V. Ustinov and H. Kohlstedt, A. Petraglia and N. F. Pedersen // *Phys. Rev. B.*- 1994.- V. 50, № 17.- P. 12905-12914.
- [112] Thyssen N. Static properties of stacked Josephson junctions: Comparison of experiments with the inductively coupled sine-Gordon model / N. Thyssen, R. Monaco, A. Petraglia, G. Costabile, H. Kohlstedt, and A. V. Ustinov // *Phys. Rev. B.*- 1999.- V. 59, № 1.- P. 181-183.
- [113] Thyssen N. Low- T_c tunnel junction stacks as models for intrinsic Josephson effect in high- T_c materials / N. Thyssen, H. Kohlstedt, A. V. Ustinov // *Physica C.*- 1997.- V. 293.- P. 264-267.
- [114] Mros N. Multiple-valued c - axis critical current and phase locking in $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ single crystals / N. Mros, V. M. Krasnov, A. Yurgens, D. Winkler, and T. Claeson // *Phys. Rev. B.*- 1998.- V.57, № 14.- P. R8135(R)-R8138(R).
- [115] Кулик И. О. Теория "ступеней" вольт - амперной характеристики туннельного тока Джозефсона / И. О. Кулик // *Письма в ЖЭТФ.*- 1965.- Т. 2.- С. 134-139.

- [116] Кулик И. О. К теории резонансных явлений при сверхпроводящем туннелировании / И. О. Кулик // Журнал технической физики.- 1967.- т.37.- с. 157-166.
- [117] Nagatsuma T. Flux - flow type Josephson oscillator for millimeter and submillimeter wave region / T. Nagatsuma, K. Enpuku, F. Irie and K. Yoshida // J. Appl. Phys.- 1983.- V. 54, № 6.- P. 3302-3305.
- [118] Koshelets V. P. Self-pumping effects and radiation linewidth of Josephson flux-flow oscillators / V. P. Koshelets, S. V. Shitov, A. V. Shchukin, L. V. Filippenko, J. Mygind, and A. V. Ustinov // Phys. Rev. B.- 1997.- V. 56, № 9.- P. 5572-5577.
- [119] Thyssen N. Flux flow and resonant modes in multi - junction Josephson stacks / N. Thyssen, A. V. Ustinov, and H. Kohlstedt // J. Low Temp. Phys.- 1997.- V. 106, № 3/4.- P. 201-206.
- [120] Savel'ev Sergey. Terahertz Josephson plasma waves in layered superconductors: spectrum, generation, nonlinear and quantum phenomena / Sergey Savel'ev1, V. A. Yampol'skii, A. L. Rakhmanov and Franco Nori // Rep. Prog. Phys.-2010.- V. 73.- P.026501-1-49.
- [121] Koyama T. I-V characteristics of Josephson-coupled layered superconductors with longitudinal plasma excitations / T. Koyama and M. Tachiki // Phys. Rev. B.- 1996.- V. 54, № 22.- P. 16183-16191.
- [122] Machida M. Dynamical breaking of charge neutrality in intrinsic Josephson junctions: common origin for microwave resonant absorptions and multiple-branch structures in the I-V characteristics / M. Machida, T. Koyama, M. Tachiki // Phys. Rev. Lett.- 1999.- V. 83, № 22.- P. 4618-4621.
- [123] Machida M. Collective dynamics of Josephson vortices in intrinsic Josephson junctions: exploration of in-phase locked superradiant vortex flow states / M. Machida, T. Koyama, A. Tanaka, M. Tachiki // Physica C.- 2000.- V.330.- P. 85-93.
- [124] Sakamoto S. Voltage-biased I-V characteristics in the multiple Josephson junction model of high-Tc superconductors / Shoichi Sakamoto, Hideki

- Matsumoto, Tomio Koyama, and Masahiko Machida // *Phys. Rev. B.*- 2000.- V. 61, № 5.- P. 3707-3710.
- [125] Machida M. Direct numerical experiments for electromagnetic wave emissions with collective Josephson vortex dynamics / M. Machida, T. Toyama, M. Tachiki // *Physica C.*- 2001.- V. 362.- P 16-21.
- [126] Machida M. Localized rotating-modes in capacitively coupled intrinsic Josephson junctions: Systematic study of branching structure and collective dynamical instability / M. Machida and T. Koyama // *Phys. Rev. B.*- 2004.- V. 70, № 2.- P. 024523-1-6.
- [127] Ryndyk Dmitry A. Collective Dynamics of Intrinsic Josephson Junctions in High-Tc Superconductors / Dmitry A. Ryndyk // *Phys. Rev. Lett.*-1998.- V.80, № 15.- P. 3376-3379.
- [128] Ryndyk D. A. Non-equilibrium effects due to charge fluctuations in intrinsic Josephson systems // D. A. Ryndyk, J. Keller, C. Helm // *J. Phys.: Condens. Matt.*- 2002.- V.14, № 4.- P. 815-826.
- [129] Helm Ch. Theory for the coupling between longitudinal phonons and intrinsic Josephson oscillations in layered superconductors / Ch. Helm, Ch. Preis, Ch. Walter, and J. Keller // *Phys. Rev. B.*- 2000.- V. 62, № 9-1.- P. 6002-1-14.
- [130] Preis Ch. Microscopic theory of the coupling of intrinsic Josephson oscillations and phonons / Ch. Preis, Ch. Helm, K. Schmalzl, Ch. Walter, J. Keller // *Physica C.*- 2000.- V. 341-348.- P. 1543-1546.
- [131] Rother S. Charge-imbalance effects in intrinsic Josephson systems // S. Rother, Y. Koval, P. Müller, R. Kleiner, D. A. Ryndyk, J. Keller, C. Helm // *Phys. Rev. B.*- 2003.- V. 67, № 2-1.- 024510-1-8.
- [132] Ponomarev Ya. G. Quasiparticle tunneling in the c-direction in stacks of $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ S-I-S junctions and the symmetry of the superconducting order parameter / Ya. G. Ponomarev, Chong Soon Khi, Kim Ki Uk, M.V Sudakova, S.N Tchesnokov, M.A Lorenz, M.A Hein, G Müller, H Piel, B.A Aminov, A Krapf, W Kraak // *Physica C.*- 1999.- V.315, № 1-2, P. 85-90.

- [133] Clark T. D. Electromagnetic properties of point-contact Josephson-junction arrays / T. D. Clark // *Phys. Rev. B*.- 1973.- V.8, N1.- P 137-162.
- [134] Clark T. D. Experiments on coupled Josephson junctions / *Phys. Lett.*- 1968.- V.27A, N9.- P. 585-586.
- [135] Busse F. Experiments and model calculations of small regular Josephson networks / F. Busse, P. Seidel, M. Darula, R. Nebel and P. Herzog // *Physica C*.- 1994.- V. 235-240.- P. 3317-3319.
- [136] Pellan P. Phase coherence and noise resistivity in weakly connected granular superconductors / P. Pellan, G. Dousselin, H. Cortès and J. Rosenblatt // *Solid State Commun.*- 1972.- V. 11.- P. 427-431.
- [137] Nerenberg M. A. H. Voltage locking and other interactions in coupled superconducting weak links. I. Theory / M. A. H. Nerenberg, James A. Blackburn, and D. W. Jillie // *Phys. Rev. B*- 1980, №1- V.21 № 1.- P. 118-124.
- [138] Jillie D. W. Voltage locking and other interactions in coupled superconducting weak links. II. Experiment / D. W. Jillie, M. A. H. Nerenberg, and James A. Blackburn // *Phys. Rev. B*.- 1980.- V. 21, № 1.- P. 125-131.
- [139] Kohlmann J. Programmable voltage standards using SINIS junctions / J. Kohlmann, H. Schulze, R. Behr, I. Y. Krasnopolin, F. Müller, and J. Niemeyer // *Inst. Phys. Conf. Ser.*- 2000.- V. 167.- P. 769-772.
- [140] Schulze H. Microwave properties of SINIS Josephson series arrays / H. Schulze, I. Y. Krasnopolin, J. Kohlmann, R. Behr, F. Müller, and J. Niemeyer // *Inst. Phys. Conf. Ser.*- 2000.- V. 167.- P. 761-764.
- [141] Schulze H. SINIS Josephson junctions for programmable Josephson voltage standard circuits / H. Schulze, F. Müller, R. Behr, J. Kohlmann, and J. Niemeyer, D. Balashov // *IEEE Trans. App. Supercond.*- 1999.- V. 9, № 2.- P. 4241- 4244.
- [142] Nevirkovets I. P. Investigation of dc Josephson current distribution in double-barrier three-terminal devices with a thin middle superconducting layer / I. P.

- Nevirkovets, T. Doderer, A. Laub, M. G. Blamire, J. E. Evets // *Appl. Phys.*- 1996.- V. 80.- № 4.- P. 2321-2326.
- [143] Nevirkovets I. P. Coherent response of two nearly identical stacked Josephson junctions to mm wave irradiation /I. P. Nevirkovets // *Appl. Supercond.*- 1997.- V. 5, № 7-12.- P. 291–295.
- [144] Götz M. Harmonic current-phase relation in Nb–Al-based superconductor/insulator/normal conductor/insulator/superconductor-type Josephson junctions between 4.2 K and the critical temperature /M. Götz, V. V. Khanin, H. Schulze, A. B. Zorin, J. Niemeyer, E. Il'ichev, A. Chwala, H. E. Hoenig and H.-G. Meyer // *Appl. Phys. Lett.*- 2000.- V.77, № 9.- P. 1354-1356.
- [145] Darula M. Stack of Josephson junctions with a sidewall shunt / M. Darula, H. Kohlstedt, L. Amatuni, A. M. Klushin // *Inst. Phys. Conf. Ser.*- 1997.- V. 158.- P. 599-602.
- [146] Pivarč J. Theoretical and experimental investigation of phase coherence in shorted 2D arrays of high- T_c Josephson junctions / J. Pivarč, S. Beuven, P. Seidel, M. Darula, S. Beňačka // *J. Low Temp. Phys.*- 1997.- V. 106, № 3/4.- P. 344.
- [147] Macfarlane J. C. Linewidth of a resistively shunted high-temperature superconductor Josephson heterodyne oscillator / J. C. Macfarlane, L. Hao, D. A. Peden, and J. C. Gallop // *Appl. Phys. Lett.*- 2000.- V. 76, № 13.- P.1752-1754.
- [148] Basler M. Theory of phase locking in small Josephson-junction cells / M. Basler, W. Krech, and K. Yu. Platov // *Phys. Rev. B.*- 1995.- V. 52, № 10, P. 7504-7515.
- [149] Basler M. Theory of phase locking in simple two-dimensional Josephson junction arrays with small inductances // Michael Basler, Wolfram Krech, and Konstantin Yu. Platov // *IEEE Trans. Appl. Supercond.*- 1997.- V. 7, № 5.- P. 3130-3133.

- [150] Basler M. Antiphase locking in a two - dimensional Josephson junction array / M. Basler, W. Krech, and K. Yu. Platov // J. Appl. Phys.- 1996.- V. 80, № 6.- P. 3598-3600.
- [151] Barahona M. Superconducting states and depinning transitions of Josephson ladders / Mauricio Barahona, Steven H. Strogatz, and Terry P. Orlando // Phys. Rev. B.-1999.- V.57, № 2.- P.1181-1199.
- [152] Hadley P. Phase locking of Josephson-junction series arrays/ P. Hadley, M. R. Beasley, and K. Wiesenfeld // Phys. Rev. B.- 1988.- V. 38, № 13, P. 8712-8719.
- [153] Yukon Stanford P. Generation of mode locked pulses using 2D triangular Josephson junction arrays / Stanford P. Yukon, and Nathaniel Chu H. Lin // IEEE Trans. Appl. Supercond.- 1997.- V. 7, № 2.- P. 3115-3121.
- [154] Trees B. R. Linear arrays of Josephson junctions: A stability analysis of characteristic modes / B. R. Trees and E. B. Harris // Phys. Rev. B.- 1998.- V. 57, № 9.- P. 5425-5431.
- [155] Lewandowski S. J. Stationary states of superconducting interferometers with series junctions / S. J. Lewandowski // Phys. Rev. B.- 1992.- V. 45, №5.- P. 2319-2326.
- [156] Lewandowski S. J. dc properties of series-parallel arrays of Josephson junctions in an external magnetic field / S. J. Lewandowski // Phys. Rev.B.- 1991.- V.43, №10.- P. 7776-7786.
- [157] Yamashita Tsutomu. Kinetic momentum quantum effect in a superconducting closed loop composed of Josephson junctions /Tsutomu Yamashita, Yasuhiko Ogawa, and Yutaka Onodera // J. Appl. Phys.- 1979.- V. 50, №5.- P. 3547-3551.
- [158] Meyer H. G. Stability behavior of the equilibrium states in networks with Josephson junctions and application to the many-contact SQUID / H. G. Meyer, T. Roatsch, W. Krech and M. Riedel // Physica.- 1984.- V.125B.- P. 75-85.

- [159] Nappi C. Constants of motion in the dynamics of a $2N$ -junction SQUID / C. Nappi, G. Filatrella, S. Pagano // *Phys. Lett.*- 1995.- V. A205.- P. 224-228.
- [160] Blackburn J. A. Magnetic field biased superconducting rings containing N Josephson junctions / J. A. Blackburn // *J. Appl. Phys.*- 1984.- V. 56, N5.- P. 1477-1480.
- [161] McDonald. D. G. Amplification by the phase-locking mechanism in a four-junction SQUID / D. G. McDonald // *Appl. Phys. Lett.*- 1984.- V. 45, N11.- P. 1243-1245.
- [162] Darula M. Dynamic properties of a superconducting quantum interference device containing arrays of Josephson junctions / M. Darula and P. Seidel, F. Busse, Š. Beňačka // *J. Appl. Phys.*- 1993.- V. 74, №4.- P. 2674-2680.
- [163] Darula M. Arrays of Josephson junctions closed into a superconducting loop as a source of coherent radiation / M. Darula, P. Seidel, F. Busse, Š. Beňačka // *Supercond. Sci. Technol.*- 1994.- V. 7.- P. 317-320.
- [164] Darula M. Phase locking in a multijunction superconducting loop / M. Darula, S. Beuven, and M. Siegel, A. Darulova and P. Seidel // *Appl. Phys. Lett.*- 1995.- V. 67, № 11.- P.1618-1620.
- [165] Beuven S. Investigation of phase locking stability and high frequency properties of HTS arrays closed into a superconducting loop / S. Beuven, M. Darula, M. Gottschlich and M. Siegel // *Inst. Phys. Conf. Ser.*- 1995.- V148.- P. 1467-1470.
- [166] Darula M. Coherent states in a multi-junction superconducting loop / M. Darula, S. Beuven, M. Siegel, P. Seidel, and A. Darulova // *Europhys. Lett.*- 1996.- V. 33, № 1.- P. 41-46.
- [167] Beuven St. Active components for high- T_c Josephson receivers, / St. Beuven, O. Harnack, L. Amatuni, H. Kohlstedt and M. Darula // *IEEE Trans. Appl. Supercond.*- 1997.- V. 7, № 2.- P. 2591-2594.
- [168] Kobayashi Tadayuki. Coherent behaviour of $2N$ -Josephson junction closed loop / Tadayuki Kobayashi, Katsuyoshi Hamasaki, Nobuyoshi Kondoh,

- Toranosuke Komata, and Tsutomu Yamashita // *Appl. Phys. Lett.*- 1983.- V. 42, № 5.- P. 475-476.
- [169] Barbara P. Stimulated emission and amplification in Josephson junction arrays / P. Barbara, A. B. Cawthorne, S. V. Shitov, and C. J. Lobb // *Phys. Rev. Lett.*- 1999.- V. 82, № 9, P. 1963-1966.
- [170] Cawthorne A. B. Synchronized oscillations in Josephson junction arrays: the role of distributed coupling / A. B. Cawthorne, P. Barbara, S. V. Shitov, and C. J. Lobb, K. Wiesenfeld and A. Zangwill // *Phys. Rev.*- 1999.- V. B60, №10.- P. 7575-7578.
- [171] Vasilić B. Direct observation of a threshold for coherent radiation in unshunted Josephson-junction arrays with ground planes / B. Vasilić, P. Barbara, S. V. Shitov, and C. J. Lobb // *Phys. Rev.*- 2002.- V. B65, № 18-1.- P. 180503(R)(1)- 180503(R)(4).
- [172] Vasilić B. Observation and a model for resonances in one-dimensional unshunted Josephson-junction arrays with ground planes / B. Vasilić, E. Ott, T. Antonsen, P. Barbara, and C. J. Lobb // *Phys. Rev.*-2003.- V. B68, № 2-1.- P. 024521(1)- 024521(13).
- [173] Logvenov G. Yu. Two row switching regimes in two-dimensional Nb-Pb Josephson - junction array / Gennady Yu Logvenov, Vladimir A. Oboznov, Valery V. Ryazanov, and Alexey V. Ustinov // *Czechoslovak Journal of Physics.*- 1996.- V. 46, № S2, P. 687-688.
- [174] Filatrella G. High - Q cavity - induced synchronization in oscillator arrays / Giovanni Filatrella, Niels Falsig Pedersen, and Kurt Wiesenfeld // *Phys. Rev. B.*- 2000.- V. 61, № 3.- P. 2513-2518.
- [175] Filatrella G. Emission of radiation from square arrays of stacked Josephson junctions / G. Filatrella, B. Straughn, P. Barbara // *J. Appl. Phys.*- 2001.- V. 90, № 11.- P. 5675-5679.
- [176] Krech W. Strahlungseigenschaften von Anordnungen aus Josephsonverbindungen / W. Krech und H.-H. Grosse // *Annalen der Physik.*- 1978.- F. 7, Band 35, Heft 3.- S. 207-215.

- [177] Крех В. Взаимодействие излучения системы из двух контактов Джозефсона / В. Крех, Х.-Х. Гроссе // Физика низких температур.- 1979.- т. 5, №5.- с. 433-439.
- [178] Harbaugh J. Kent. Josephson-junction arrays with long-range interactions / J. Kent Harbaugh and D. Stroud // Phys. Rev.- 1997.- V. B56, № 13.- P. 8335-8340.
- [179] Harbaugh J. Kent. Model for a Josephson junction array coupled to a resonant cavity / J. Kent Harbaugh and D. Stroud // Phys. Rev.- 2000.- V. B61, №. 21.- P. 14765-14772.
- [180] Almaas E. Resonant-cavity-induced phase locking and voltage steps in a Josephson array / E. Almaas and D. Stroud // Phys. Rev.-2001.- V. B63, № 14.- P. 144522(1)- 144522(5).
- [181] Almaas E. Erratum: Resonant-cavity-induced phase locking and voltage steps in a Josephson array [Phys. Rev. B 63, 144522 (2001)] / E. Almaas and D. Stroud // Phys. Rev.- 2001.- V. B64, № 17-1.- P. 179902.
- [182] Al-Saidi W. A. Eigenstates of a small Josephson junction coupled to a resonant cavity / W. A. Al-Saidi and D. Stroud // Phys. Rev.- 2001.- V.B65, № 1-1.- P. 014512-1-7.
- [183] Almaas E. Dynamics of a Josephson array in a resonant cavity / E. Almaas and D. Stroud // Phys. Rev.- 2002.- V.B65, №13-1.- P. 134502-1-13.
- [184] Almaas E. Theory of two-dimensional Josephson arrays in a resonant cavity / E. Almaas and D. Stroud // Phys. Rev.- 2003.- V. B67, №.6-1.- P. 064511-1-12.
- [185] Al-Saidi W. A. Several small Josephson junctions in a resonant cavity: Deviation from the Dicke model / W. A. Al-Saidi and D. Stroud // Phys. Rev.- 2002.- V. B65, №22-1.- P. 224512(1)-224512(10).
- [186] Lee P. A. Theory of Josephson radiation. I. General theory / Patrick A. Lee and Marlan O. Scully // Phys. Rev. B.- 1971.- V. 3, № 1.- P. 769-779.
- [187] Kawakami A. Properties of Josephson array oscillators at the submillimeter wave region / Akira Kawakami, Yoshinori Uzawa, and Zhen Wang // IEEE

- Transactions on Applied Superconductivity.- 1999.- V. 9, № 2.- P. 4554 - 4557.
- [188] Kawakami A. Josephson array oscillators with microstrip resonators / A. Kawakami, Y. Uzawa, Z. Wang // IEEE Transactions on Applied Superconductivity.- 1997.- V.7, № 2.- P. 3126 - 3129.
- [189] Longacre Andrew The cavity-coupled Josephson device / Andrew Longacre, Jr. // J. Appl. Phys.- 1979.- V. 50, №10, P. 6451-6454.
- [190] Blackburn James A. Resonant steps in the characteristics of a Josephson junction coupled to a transmission line / James A. Blackburn, H. J. T. Smith, N. Grønbech-Jensen // J. Appl. Phys.- 1991.- V.70, № 4.- P.2395-2401.
- [191] Tsygankov D. Spontaneous synchronization in a Josephson transmission line / D. Tsygankov and K. Wiesenfeld // Phys. Rev.- 2002.- V. E66, №3, P. 036215(1)-036215(9).
- [192] Smith H. J. T. Dynamical properties of Josephson junctions coupled by a transmission line / H. J. T. Smith, James A. Blackburn, Niels Grtønbech-Jensen // J. Appl. Phys.- 1993.- V. 74, № 8.- P. 5101-5107.
- [193] Caputo P. Fluxon dynamics in discrete Josephson transmission lines / P. Caputo, M. Darula, A. V. Ustinov, and H. Kohlstedt // J. Appl. Phys.- 1997.- V. 81, № 1.- P. 309-314.
- [194] Schlenga K. Intrinsic Josephson junctions in high-Tc superconductors as high frequency sources / K. Schlenga, G. Hechtfisher, W. Walkenhorst, P. Muller, F. X. Regi, H. Savary, J. Schneck, M. Veith, W. Brodkorb, E. Steinbeiss // IEEE Transactions on Applied Superconductivity.- 1995.- V. 5 N.2.- P. 3272-3275.
- [195] Schlenga K. Tunneling spectroscopy with intrinsic Josephson junctions in $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ and $\text{Tl}_2\text{Ba}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_{10+\delta}$ / K. Schlenga, R. Kleiner, G. Hechtfisher, M. Möble, S. Schmitt, Paul Müller, Ch. Helm, Ch. Preis, F. Forsthofer, J. Keller, H. L. Johnson, M. Veith, and E. Steinbeiß // Phys. Rev.- 1998.- V. B57, № 22.- P. 14518.

- [196] Schlenga K. Subgap Structures in Intrinsic Josephson Junctions of $Tl_2Ba_2Ca_2Cu_3O_{10+\delta}$ and $Bi_2Sr_2CaCu_2O_{8+\delta}$ / K. Schlenga, G. Hechtfisher, R. Kleiner, W. Walkenhorst, P. Müller, H. L. Johnson, M. Veith, W. Brodkorb, and E. Steinbeiss // *Phys. Rev. Lett.*-1996.- V.76.- P. 4943-4946.
- [197] Kadowaki K. Direct observation of terahertz electromagnetic waves emitted from intrinsic Josephson junctions in single $Bi_2Sr_2CaCu_2O_{8+\delta}$ /K. Kadowaki, H. Yamaguchi, K. Kawamata, T. Yamamoto, H. Minami, I. Takeya, U. Welp, L. Ozyuzer, A. Koshelev , C. Kurter, K.E. Gray, W.-K. Kwok // *Physica.*- 2008.- V. 468C.- P.634–639.
- [198] Gray K. E. Emission of terahertz waves from stacks of intrinsic Josephson junctions / K.E. Gray, L. Ozyuzer, A.E. Koshelev, C. Kurter, K. Kadowaki, T. Yamamoto, H. Minami, H.Yamaguchi, M. Tachiki, W.-K. Kwok, and U. Welp // *IEEE Transactions on Applied Superconductivity.*-2009.- V. 19, № 3.- P. 886-890.
- [199] Kurter C. Thermal management in large $Bi2212$ mesas used for terahertz sources / Cihan Kurter, Kenneth Grey, John F. Zasadzinski, Alexei E. Koshelev, Qing'an Li, T. Yamamoto, Kazuo Kadowaki, Wai-Kwong Kwok, M. Tachiki, and Ulrich Welp // *IEE Transactions on Applied Superconductivity.*- 2009.- V. 19, №3.- P. 428-431.
- [200] Kurter C. Counterintuitive consequence of heating in strongly-driven intrinsic junctions of $Bi_2Sr_2CaCu_2O_{8+\delta}$ mesas/ C. Kurter, L. Ozyuzer, T. Proslie, J. F. Zasadzinski, D. G. Hinks, and K. E. Gray // *Phys. Rev. B.*- 2010.- V. 81, № 22.- P. 224518-1-10.
- [201] Kurter C. Self-heating effect in intrinsic tunneling spectroscopy of $HgBr_2$ intercalated $Bi_{2.1}Sr_{1.4}Ca_{1.5}Cu_2O_{8+\delta}$ single crystals / C. Kurter, L. Ozyuzer, J. F. Zasadzinski, D. G. Hinks, and K. E. Gray // *IEEE Trans. Appl. Supercond.*- 2007.- V. 17, № 2.- P2976-2979.
- [202] Takeya Itsuhiro. Temperature dependence of terahertz emission by an asymmetric intrinsic Josephson junction device / Itsuhiro Takeya, Nobuo

- Hirayama, Yuta Omukai, and Minoru Suzuki // *J. Appl. Phys.*- 2015.- V. 117, № 4.- P. 043914-1-5.
- [203] Tsujimoto Manabu. Cavity mode identification for coherent terahertz emission from a nearly square stack of intrinsic Josephson junctions / Manabu Tsujimoto, Itsuhiro Kakeya, Takanari Kashiwagi, Hidetoshi Minami, and Kazuo Kadowaki // *Optics Express.*- 2016.- V. 24,№ 5.- P. 4591-4599.
- [204] Tsujimoto Manabu. Broadly tunable subterahertz emission from internal branches of the current - voltage characteristics of superconducting $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ single crystals / Manabu Tsujimoto, Takashi Yamamoto, Kaveh Delfanazari, Ryo Nakayama, Takeo Kitamura, Masashi Sawamura, Takanari Kashiwagi, Hidetoshi Minami, Masashi Tachiki, Kazuo Kadowaki, and Richard A. Klemm // *Phys. Rev. Lett.*- 2012.- V. 108,№ 10.- P. 107006-1-4.
- [205] Kadowaki Kazuo. Evidence for a dual-source mechanism of terahertz radiation from rectangular mesas of single crystalline $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ intrinsic Josephson junctions / Kazuo Kadowaki, Manabu Tsujimoto, Kazuhiro Yamaki, Takashi Yamamoto, Takanari Kashiwagi, Hidetoshi Minami, Masashi Tachiki, Richard A.Klemm // *Journal of the Physical Society of Japan.*- 2010.- V.79, №2.- P. 023703-1-4.
- [206] Gross B. Hot-spot formation in stacks of intrinsic Josephson junctions in $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$ /B. Gross, S. Guénon, J. Yuan, M. Y. Li, J. Li, A. Ishii, R. G. Mints, T. Hatano, P. H. Wu, D. Koelle, H. B. Wang, and R. Kleiner // *Phys. Rev.*- 2012.- B86.- 094524 (2012).
- [207] Gross B. Modeling the linewidth dependence of coherent THz emission from intrinsic Josephson junction stacks in the hot-spot regime / B. Gross, J. Yuan, D. Y. An, M. Y. Li, N. Kinev, X. J. Zhou, M. Ji, Y. Huang, T. Hatano, R. G. Mints, V. P. Koshelets, P. H. Wu, H. B. Wang, D. Koelle, and R. Kleiner // *Phys. Rev. B.*- 2013.- V.88.- P. 014524.

- [208] Guénon S. Interaction of hot spots and terahertz waves in $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$ intrinsic Josephson junction stacks of various geometry / S. Guénon, M. Grünzweig, B. Gross, J. Yuan, Z. G. Jiang, Y. Y. Zhong, M. Y. Li, A. Iishi, P. H. Wu, T. Hatano, R. G. Mints, E. Goldobin, D. Koelle, H. B. Wang, and R. Kleiner // *Phys. Rev.*- 2010.- V. B82.- P. 214506(1)-214506(10).
- [209] Wang H. B. Hot spots and waves in $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$ intrinsic Josephson junction stacks: a study by low temperature scanning laser microscopy / H. B. Wang, S. Guénon, J. Yuan, A. Iishi, S. Arisawa, T. Hatano, T. Yamashita, D. Koelle, and R. Kleiner // *Phys. Rev. Lett.*- 2009.- V. 102 P. 017006-1-4.
- [210] Wang H. B. Coherent Terahertz Emission of Intrinsic Josephson Junction Stacks in the Hot Spot Regime / H. B. Wang, S. Guénon, B. Gross, J. Yuan, Z. G. Jiang, Y. Y. Zhong, M. Grünzweig, A. Iishi, P. H. Wu, T. Hatano, D. Koelle, and R. Kleiner // *Phys. Rev. Lett.*- 2010.- V. 105, № .- P. 057002-1-4.
- [211] Kakeya Itsuhiro. Effect of thermal inhomogeneity for terahertz radiation from intrinsic Josephson junction stacks of $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ / Itsuhiro Kakeya, Yuta Omukai, Takashi Yamamoto, Kazuo Kadowaki, Minoru Suzuki // *Appl. Phys. Lett.*-2012.- V.100, № 24.- P. 242603-1-4.
- [212] Yurgens A. Temperature distribution in a large $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ mesa / A. Yurgens // *Phys. Rev. B.*- 2011.- V. 83, № 18.- P. 184501-1-8.
- [213] Ji M. $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$ intrinsic Josephson junction stacks with improved cooling: Coherent emission above 1 THz / M. Ji, J. Yuan, B. Gross, F. Rudau, D. Y. An, M. Y. Li, X. J. Zhou, Y. Huang, H. C. Sun, Q. Zhu, J. Li, N. Kinev, T. Hatano, V. P. Koshelets, D. Koelle, R. Kleiner, W. W. Xu, B. B. Jin, H. B. Wang, and P. H. Wu // *Appl. Phys. Lett.*- 2014.- V. 105, № 12.- P. 122602-1-5.
- [214] Kashiwagi Takanari. Generation of electromagnetic waves from 0.3 to 1.6 terahertz with a high- T_c superconducting $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ intrinsic Josephson junction emitter / Takanari Kashiwagi, Takashi Yamamoto, Takeo Kitamura, Kentaro Asanuma, Chiharu Watanabe, Kurama Nakade, Takaki Yasui, Yoshihiko Saiwai, Yuuki Shibano, Hiroyuki Kubo, Kazuki Sakamoto,

- Takuya Katsuragawa, Manabu Tsujimoto, Kaveh Delfanazari, Ryozo Yoshizaki, Hidetoshi Minami, Richard A. Klemm, and Kazuo Kadowaki // *Appl. Phys. Lett.*- 2015.- V. 106, № 9.- P. 092601-1-5.
- [215] Kitamura Michihide. Shapiro steps in $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ intrinsic Josephson junctions in magnetic field / Michihide Kitamura, Akinobu Irie, and Gin-ichiro Oya // *J. Appl. Phys.*-2008.- V. 104, № 6.- P.063905-1-13.
- [216] Yurgens A. $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ intrinsic Josephson junctions in a magnetic field / A. Yurgens, D. Winkler, T. Claeson, G. Yang, I. F. G. Parker, and C. E. Gough // *Phys. Rev. B.*- 1999.- V. 59, № 10.- P. 7196-7204.
- [217] Kitamura Takeo. Effects of magnetic fields on the coherent THz emission from mesas of single crystal $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ / Takeo Kitamura, Takanari Kashiwagi, Manabu Tsujimoto, Kaveh Delfanazari, Masashi Sawamura, Kazuya Ishida, Shunsuke Sekimoto, Chiharu Watanabe, Takashi Yamamoto, Hidetoshi Minami, Masashi Tachiki, Kazuo Kadowaki // *Physica C.*- 2013.- V. 494.- P. 117-120.
- [218] Yamaki Kazuhiro. High-power terahertz electromagnetic wave emission from high- T_c superconducting $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ mesa structures / Kazuhiro Yamaki, Manabu Tsujimoto, Takashi Yamamoto, Akio Furukawa, Takanari Kashiwagi, Hidetoshi Minami, and Kazuo Kadowaki // *Optics Express.*- 2011.- V.19, № 4.- P. 3193-3201.
- [219] Yamaki Kazuhiro. Magnetic field effects on THz radiation from rectangular shape $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ IJJ's / Kazuhiro Yamaki, Manabu Tsujimoto, Takashi Yamamoto, Hidetoshi Minami, Kazuo Kadowaki // *Physica C.*- 2010.- V. 470.- P. S804-S805.
- [220] Yamaki K. Magnetic field effects and dynamic control of terahertz electromagnetic wave emission from high- T_c superconducting $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ mesa structures / K. Yamaki, M. Tsujimoto, T. Yamamoto, T. Kashiwagi, H. Minami, A. Irie, and K. Kadowaki / *J. Phys.: Conf. Ser.*- 2012.- V. 400.- P. 022137-1-4.

- [221] Li Mengyue. Linewidth dependence of coherent terahertz emission from $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$ intrinsic Josephson junction stacks in the hot-spot regime / Mengyue Li, Jie Yuan, Nickolay Kinev, Jun Li, Boris Gross, Stefan Guénon, Akira Ishii, Kazuto Hirata, Takeshi Hatano, Dieter Koelle, Reinhold Kleiner, Valery P. Koshelets, Huabing Wang, and Peiheng Wu // *Phys. Rev. B.* - 2012.- V.86.- P. 060505(R).
- [222] Skocpol W. J. Self-heating hotspots in superconducting thin-film microbridges // W. J. Skocpol, M. R. Beasley, and M. Tinkham // *J. Appl. Phys.*- 1974.- V. 45, № 9.- P. 4054-4066.
- [223] Hechtfisher G. / Collective motion of Josephson vortices in intrinsic Josephson junctions in $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+y}$ / G. Hechtfisher, R. Kleiner, K. Schlenga, W. Walkenhorst, P. Müller, and H. L. Johnson // *Phys. Rev.*-1997.- V. B55.- P. 14638.
- [224] Lin Shi-Zeng. Response and amplification of terahertz electromagnetic waves in intrinsic Josephson junctions of layered high- T_c superconductor / Shi-Zeng Lin and Xiao Hu // *Phys. Rev. B.*- 2010.- V. 82, № 2.- P. 020504(R)-1-4.
- [225] Matsumoto Hideki. Simulation of I–V hysteresis branches in an intrinsic stack of Josephson junctions in high- T_c superconductors / Hideki Matsumoto, Shoichi Sakamoto, and Fumihiro Wajima, Tomio Koyama, Masahiko Machida // *Phys. Rev.B.*- 1999.- V.60, № 5.- P. 3666-3672.
- [226] Minami H. Coupling to External Structures: Boundary Conditions for the $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$ -based Superconducting THz Emitter/ H Minami, T Koike, N Orita, T Kashiwagi, M Tsujimoto, T Yamamoto and K Kadowaki // *J. Phys.: Conf. Ser.*- 2012.- V. 400.- P. 022072-1-4.
- [227] Minami H. Characteristics of terahertz radiation emitted from the intrinsic Josephson junctions in high- T_c superconductor $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ / H. Minami, I. Kakeya, H. Yamaguchi, T. Yamamoto, and K. Kadowaki // *Appl. Phys. Lett.*- 2009.- V. 95, № 23.- P. 232511-1-3.

- [228] Benseman T. M. Powerful terahertz emission from $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ mesa arrays / T. M. Benseman, K. E. Gray, A. E. Koshelev, W.-K. Kwok, U. Welp, H. Minami, K. Kadowaki and T. Yamamoto // *Appl. Phys. Lett.*- 2013.- V. 103, № 2.- P. 022602-1-17.
- [229] Russo M. Self-resonant modes in Josephson junctions exhibiting a nonuniform maximum current distribution / M. Russo and R. Vaglio // *Phys. Rev. B.*- 1978.- V. 17, № 5.- P. 2171-2174.
- [230] Fulton T. A. Single vortex propagation in Josephson tunnel junctions / T. A. Fulton and R. C. Dynes // *Solid State Commun.*- 1973.- V. 12.- P. 57-60.
- [231] Paternò G. Self - resonant modes in Nb - NbOx - Pb Josephson junctions / G. Paternò and J. Nordman // *J. Appl. Phys.*- 1978.- V. 49.- P. 2456.
- [232] Pedersen N. F. Comparison between experiment and perturbation theory for solitons in Josephson junctions / N. F. Pedersen and D. Welner // *Phys. Rev. B.*- 1984.- V. 29.- P. 2551-2557.
- [233] Gou Y. S. Self-resonant modes in high-Q Josephson tunnel junctions / Y. S. Gou and R. I. Gayley // *Phys. Rev. B.*- V10, № 11.- P. 4584-4592.
- [234] Enpuku K. Self - resonant current steps of Josephson tunnel junctions in the presence of multimode oscillation / K. Enpuku, K. Yoshida, and F. Irie // *J. Appl. Phys.*- 1981.- V. 52.- P. 344-351 .
- [235] Takanaka K. Zero field steps in Josephson junctions / K. Takanaka // *Solid State Commun.*-1979.- V. 29.- P. 443-445.
- [236] Benabdallah A. Influence of the passive region on zero field steps for window Josephson junctions / A. Benabdallah, J. G. Caputo // *J. Appl. Phys.*- 2002.- V. 92, № 7.- P. 3853-3862.
- [237] Дмитренко И. М. Сверхпроводящий интерферометр с резистивными точечными контактами / И. М. Дмитренко, С. И. Бондаренко, Т. П. Нарбут // *ЖЭТФ.*- 1970.- Т.57, №11.- С. 1513-1522.
- [238] Koshelev A. E. Resonant electromagnetic emission from intrinsic Josephson-junction stacks with laterally modulated Josephson critical current / A. E.

- Koshelev, L. N. Bulaevskii // *Phys. Rev. B.*- 2008.- V. 77, № 1.- P. 014530-1-15.
- [239] Bulaevskii L. N. Shapiro steps and stimulated radiation of electromagnetic waves due to Josephson oscillations in layered superconductors / L. N. Bulaevskii, A. E. Koshelev, M. Tachiki // *Phys. Rev. B.*- 2008.- V. 78, № 22.- P. 224519-1-7.
- [240] Matsumoto H. Theory of THz emission from the intrinsic Josephson junction / H. Matsumoto, T. Koyama, M. Machida, M. Tachiki // *Physica C.*- 2008.- V. 468.- P. 1899–1902.
- [241] Koyama T. In-phase electrodynamics and terahertz wave emission in extended intrinsic Josephson junctions / Tomio Koyama, Hideki Matsumoto, Masahiko Machida, and Kazuo Kadowaki // *Phys. Rev. B.*- 2009.- V. 79, № 10.- P. 104522-1-12.
- [242] Koshelev A. E. Stability of dynamic coherent states in intrinsic Josephson-junction stacks near internal cavity resonance / A. E. Koshelev // *Phys. Rev. B.*- 2010.- V. 82, № 17.- P. 174512-1-14.
- [243] Rakhmanov A. L. Resonant electromagnetic emission from intrinsic Josephson-junction stacks in a magnetic field / A. L. Rakhmanov, S. E. Savel'ev, and Franco Nori // *Phys. Rev. B.*- 2009.- V. 79, № .- P. 184504-1-6.
- [244] Tachiki T. Investigation of I–V characteristics of Bi-2212 intrinsic Josephson junctions for THz-wave generation / T. Tachiki, A. Sugawara, T. Uchida // *Physica C.*- 2009.- V. 469.- P. 1604–1607.
- [245] Ota Yu. Variety of c-axis collective excitations in layered multigap superconductors / Yukihiro Ota, Masahiko Machida, and Tomio Koyama // *Phys. Rev. Lett.*- 2011.- V. 106, № 15.- P. 157001-4.
- [246] Lin S. Possible dynamic states in inductively coupled intrinsic Josephson junctions of layered high-Tc superconductors / Shizeng Lin and Xiao Hu // *Phys. Rev. Lett.*- 2008.- V. 100, № 24.- P. 247006-1-4.

- [247] Machida M. Synchronization effects in intrinsic Josephson junctions by non-equilibrium heating / Masahiko Machida, Tomio Koyama and Hideki Matsumoto // *J. Physics: Conf. Ser.*- 2008.- V. 129.- P. 012027-1-6.
- [248] Rudau F. Thermal and electromagnetic properties of $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$ intrinsic Josephson junction stacks studied via one-dimensional coupled sine-Gordon equations / F. Rudau, M. Tsujimoto, B. Gross, T. E. Judd, R. Wieland, E. Goldobin, N. Kinev, J. Yuan, Y. Huang, M. Ji, X. J. Zhou, D. Y. An, A. Ishii, R. G. Mints, P. H. Wu, T. Hatano, H. B. Wang, V. P. Koshelets, D. Koelle, and R. Kleiner // *Phys. Rev. B.*-2015.- V. 91, № 10.- P. 104513-1-17.
- [249] Rudau F. Three-Dimensional Simulations of the Electrothermal and Terahertz Emission Properties of $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$ Intrinsic Josephson Junction Stacks / F. Rudau, R. Wieland, J. Langer, X. J. Zhou, M. Ji, N. Kinev, L. Y. Hao, Y. Huang, J. Li, P. H. Wu, T. Hatano, V. P. Koshelets, H. B. Wang, D. Koelle, and R. Kleiner // *Physical Review Applied.*- 2016.- V. 5, № 4.- 044017-1-8.
- [250] Bulaevskii L. N. Radiation due to Josephson oscillations in layered superconductors / L. N. Bulaevskii and A. E. Koshelev // *Phys. Rev. Lett.*- 2007.- V. 99, №5.- P. 057002-1-4.
- [251] Koshelev A. E. Alternating dynamic state self-generated by internal resonance in stacks of intrinsic Josephson junctions / A. E. Koshelev // *Phys. Rev. B.*- 2008.- V. 78, №17.- P. 174509-1-6.
- [252] Polonsky S. V. PSCAN: personal superconductor circuit analyser / V. Polonsky, V. K. Semenov, P. N. Shevchenko // *Supercond. Sci. Technol.*- 1991.- V. 4, № 11.- P. 667-670.
- [253] De Waele A. Th. A. M. On the d. c. voltage across a double point contact between two superconductors at zero applied d. c. current in situations in which the junction is in the resistive region due to the circulating current of flux quantization / A. Th. A. M. De Waele, W. H. Kraan, R. De Bruyn Ouboter and K. W. Taconis // *Physica.* - 1967. - V. 37. - P. 114-124.

- [254] De Waele A. Th. A. M. Quantum-interference phenomena in point contacts between two superconductors / A. Th. A. M. De Waele and R. De Bruyn Ouboter // *Physica*. - 1969. - 41. - P. 225-254.
- [255] Gerber A. ac-to-dc conversion and Aharonov-Bohm effect in percolating superconducting films / A. Gerber and G. Deutscher // *Phys. Rev. Lett.* - 1990. - V. 64. - P.1585-1588.
- [256] Глухов А. М. Сверхпроводящая квантовая интерференция на перколяционных плёнках Sn-Ge. Фрактальный подход / А. М. Глухов, А. С. Похила // *Физика низких температур*.- 1993. - Т.19. - С.1149-1151.
- [257] Glukhov A. Fractal properties of superconducting percolated Sn-Ge films / A. M. Glukhov, A. N. Grib, A. S. Pokhila // *Physics in Ukraine: International conference, Kiev 22-27 June 1993, Proceedings and contributed papers*.- P.111-114.
- [258] Федер Е. Фракталы / Е. Федер // Москва: Мир. - 1991. - 262 с.
- [259] Alexander S. Superconductivity of networks. A percolation approach to the effects of disorder / S. Alexander // *Phys. Rev. B*. - 1983. - V. 27. - P. 1541-1557.
- [260] Gordon J. M. Superconducting-normal phase boundary of a fractal network in a magnetic field / J. M. Gordon, A. M. Goldman, J. Maps, D. Costello, R. Tiberio, B. Whitehead // *Phys. Rev. Lett.* - 1986. -V.56. - P. 2280-2283.
- [261] Sidorenko A. Upper critical field of periodic and fractal Nb/Cu multilayers // A. Sidorenko, C. Sürgers, T. Trappmann, J. Wosnitza, and H. V. Löhneysen // *Czechoslovak Journal of Physics*.- 1996.- V. 48, Suppl. S2.- P. 737-738.
- [262] Glukhov A. M. Superconducting quantum interference in fractal percolation films. Problem of 1/f noise / A. M. Glukhov, A. S. Pokhila, I. M. Dmitrenko, A. E. Kolinko, A. P. Panchekha // *Physica B*. - 1997. - V. 240, P. 242 - 253.
- [263] Демидович Б. П. Численные методы анализа / Б. П. Демидович, И. А. Марон, Є. З. Шувалова // Москва: Наука.- 1967.- 368 с.
- [264] Chana O. S. Alternating current Josephson effect in intrinsic Josephson bridges in $Tl_2Ba_2CaCu_2O_8$ thin films / O. S. Chana, A. R. Kuzhakhmetov, P.

- A. Warburton, D. M. C. Hyland, D. Dew-Huges, C. R. M. Grovenor, R. J. Kinsey, G. Burnell, W. E. Booij, M. G. Blamire, R. Kleiner, and P. Muller // *Appl. Phys. Lett.*- 2000.- V. 76, № 24.- P. 3603.
- [265] Атабеков Г. И. Теоретические основы электротехники / Г. И. Атабеков // Москва: Энергия.- 1966.- 320 с.
- [266] Abramovitz M. Handbook of mathematical functions / M. Abramovitz and I Stegun // New York: Dover.- 1970.- P. 1046.
- [267] Nie Yung-mau. Elastic and spin-fluctuation-mediated inelastic Josephson tunneling between anisotropic superconductors / Yung-mau Nie and L. Coffey // *Phys. Rev. B.*- 1998.- V. 57, № 5.- P.3116.
- [268] Allain C. Optical diffraction on fractals / C. Allain and M. Cloitre // *Physical Review B.* - 1986. - V. 33. - № 3. - P. 3566-3569.
- [269] Prozorov R. London penetration depth in iron-based superconductors / R. Prozorov and V. G. Kogan // *Rep. Prog. Phys.* - 2011. - V.74. - P. 124505-1-20.
- [270] Dzero M. Magnetic penetration depth in disordered iron-based superconductors / M. Dzero, M. Khodas, A. D. Klironomos, M. G. Vavilov, and A. Levchenko // *Phys. Rev. B.*- 2015.- V. 92, №14 .- P. 144501-1-10.