

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**  
**імені В. Н. Каразіна**

**НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ**  
**ФІЗИКО-ТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ НИЗЬКИХ ТЕМПЕРАТУР**  
**ім. Б. І. Веркіна**

Кваліфікаційна наукова  
праця на правах рукопису

**Немченко Єгор Костянтинович**

УДК 538.941

**ДИСЕРТАЦІЯ**

**«ПРОЦЕСИ ТЕПЛОПЕРЕНОСЕННЯ ТА ЕЛЕКТРИЧНА АКТИВНІСТЬ  
В МОДЕЛЯХ ВЗАЄМОДІЮЧИХ КВАЗІЧАСТИНОК  
НАДПЛИННОГО ГЕЛІУ»**

01.04.02 – теоретична фізика

---

104 Фізика та астрономія

Подається на здобуття наукового ступеня кандидата фізико–математичних наук

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело

\_\_\_\_\_ С.К.Немченко

**Науковий керівник Адаменко Ігор Миколайович,**  
**доктор фізико-математичних наук, професор**

Харків – 2018

Всі примірники дисертації ідентичні за змістом

Учений секретар спеціалізованої вченої ради Д 64.175.02

Богдан М. М.

## АНОТАЦІЯ

Нємченко Є. К. Процеси теплоперенесення та електрична активність в моделях взаємодіючих квазічастинок надплинного гелію. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальності 01.04.02 – теоретична фізика. – Харківський національний університет імені В.Н.Каразіна МОН України, Харків, 2018.

Дисертація присвячена теоретичним дослідженням властивостей квазічастинкових систем надплинного гелію, які визначають процеси перенесення енергії на межі поділу надплинний гелій – тверде тіло та виникнення електричної індукції у надплинному гелії.

Незвичайні властивості перенесення тепла в He II забезпечують низку різноманітних і своєрідних явищ, які відбуваються на межі поділу між твердим тілом та надплинним гелієм. Одним з таких явищ є стрибок Капиці – різниця температур між твердим тілом і рідким гелієм, яка виникає при виділенні тепла у твердому тілі, що знаходиться у контакті з рідким He II. Ця різниця виявилася пропорційною потоку тепла, що виділяється, а величина теплового опору, який дорівнює відношенню різниці температур до потоку тепла, що виділяється, в дослідах Капиці зростала зі зменшенням температури за кубічним законом. З часу відкриття й дотепер явище теплообміну між надплинним гелієм і твердим тілом інтенсивно досліджується як експериментально, так і теоретично.

Основою побудування сучасної теорії надплинного гелію є квазічастинкова модель. В цій моделі всі макроскопічні властивості рідини повністю визначаються мікроскопічними властивостями суміші газів теплових збуджень – фононів, ротонів, квантових вихрових кілець тощо.

В дисертації квазічастинкова модель, зокрема, використовується для опису теплообміну на межі поділу гелій – тверде тіло. Процес теплообміну зводиться до переходу фононів через цю межу. При цьому відбуваються так

звані пружні процеси, в яких кількість фононів зберігається, та непружні процеси, в яких кількість фононів змінюється. У роботі отримано гамільтоніан взаємодії фононів надплинного гелію з поверхнею твердого тіла, який в єдиному підході враховує пружні та непружні процеси.

Обчислені ймовірності як пружного, так і всіх можливих непружних процесів знищення і народження фононів надплинного гелію і твердого тіла на межі їх поділу. Визначено внески всіх процесів в потік тепла і в різниці потоків тепла між надплинним гелієм та твердим тілом. Показано, що з усіх непружних процесів максимальний внесок у потік тепла через межу поділу тверде тіло – надплинний гелій дає непружний процес, в якому один фонон твердого тіла перетворюється в два фонона рідини. Визначено кутовий розподіл фононів, які випромінюються твердим тілом. Показано, що непружні процеси призводять до практично ізотропного розподілу, який спостерігається в експериментах. Крім того, тепловий потік, зумовлений непружними процесами, при певних умовах за порядком величини зрівнюється з потоком, який зумовлений пружними процесами.

У цій дисертаційній роботі квазічастинковий підхід застосовується для таких екзотичних явищ, як електричні властивості надплинного гелію.

В низці новітніх експериментів спостерігалася електрична активність надплинного гелію. Це незвичайне явище полягало в тому, що в стоячій хвилі другого звуку або при коливальному русі плівки He II виникала електрична різниця потенціалів. При цьому в нормальному стані гелію, а також у хвилі першого звуку, виникнення електричної різниці потенціалів не спостерігалось.

У дисертаційній роботі доведено, що при русі надплинної компоненти<sup>4</sup> Не відносно квантових вихрів надплинного гелію виникає електричне поле, зумовлене електричними властивостями квазічастинок гелію – квантових вихрових кілець (КВК), та анізотропією залежності енергії квазічастинок від імпульсу. Результати розрахунків порівнюються з експериментальними даними. Обчислено вектор поляризації, зумовлений дипольними моментами

квантових вихрових кілець He II, що виникають під дією сил Ван-дер-Ваальса, з урахуванням відносного руху нормальної і надплинної компоненти. Отримано явний аналітичний вираз для електричної різниці потенціалів, що виникає при відносному русі нормальної і надплинної компоненти в торсіонному осциляторі. Знайдені залежності різниці потенціалів від часу, температури і відносної швидкості руху узгоджуються з експериментальними даними. Запропоновано нові експерименти.

Розв'язана задача про виникнення електричного потенціалу в стоячій хвилі другого звуку в зовнішньому постійному електричному полі. Отримано електричні потенціали, що виникають у хвилі першого звуку за рахунок флексоелектричного ефекту, прискорення рідини і зовнішнього сталого електричного поля. За здобутими формулами виконані чисельні розрахунки, які дозволяють порівняти результати теорії та експериментів, і стимулювати постановку нових експериментів.

Результати роботи мають фундаментальний характер та формують низку нових фундаментальних знань про процеси взаємодії теплових збуджень на межі між конденсованими середовищами, особливості випромінювання квазічастинок і перенесення тепла через поверхні між такими середовищами, а також про електричні властивості надплинного гелію. Використання моделі квазічастинок у дисертаційній роботі дозволило пояснити особливості явищ, які спостерігались на експерименті, що підтвердило справедливість цієї моделі для опису широкого класу властивостей квантових суцільних середовищ – від теплових до електричних. При цьому, були розроблені рекомендації до удосконалення експериментів, які вже були проведені, та запропоновані ідеї щодо проведення нових експериментів.

Ключові слова: надплинний гелій, квазічастинки, гамільтоніан взаємодії, непружні процеси, кутовий розподіл, опір Капиці, швидкості нормальної та надплинної компонент, квантові вихрові кільця.

## ABSTRACT

Nemchenko Ye. K. Processes of heat transfer and electrical activity in interacting superfluid helium quasiparticles approach. – Qualification scientific work on the rights of manuscripts.

Thesis for candidate's degree in physics and mathematics by speciality 01.04.02 – theoretical physics. –V. N. Karazin Kharkiv National University of MES Ukraine, Kharkiv, 2018.

The dissertation is devoted to the theoretical research of the properties of superfluid helium quasiparticle systems, which determine the processes of energy transfer at the boundary of the superconducting helium – solid body and the occurrence of electrical induction in superfluid helium.

The unusual properties of heat transfer in He II provide a variety of peculiar phenomena that occur at the interface between solids and superconducting helium. One such phenomenon is the Kapitza jump – the difference in temperature between solids and liquid helium, which occurs when the heat is released in a solid, in contact with liquid He II. This difference was proportional to the heat flux emitted, and the value of the thermal resistance, which is equal to the ratio of the temperature difference to the released heat flow, in the Kapitza experiments increased with decreasing temperature under the cubic law. Since the discovery and until now, the phenomenon of heat exchange between superfluid helium and solid is investigated intensively both experimentally and theoretically.

The basis of constructing a modern theory of superfluid helium is a quasiparticle model. In this model, all macroscopic properties of a liquid are determined completely by the microscopic properties of a mixture of gases of thermal excitations – phonons, rotons, quantum vortex rings etc.

In the dissertation, the quasi-particle model, in particular, is used to describe the heat exchange on the interface between helium and solid. The process of heat exchange reduces to the transition of phonons through this limit. In this case, there are so-called elastic processes in which the number of phonons is conserved, and inelastic processes in which the number of phonons varies. The Hamiltonian of the

interaction of superfluid helium phonons with a solid surface, which takes into account elastic and inelastic processes in a single approach, is obtained.

Calculated probabilities of both elastic and all possible inelastic processes of the destruction and birth of phonons of superficial helium and solid on the boundary between their divisions. The contributions of all processes to the heat flux and the difference in heat fluxes between superconducting helium and solids are determined. It is shown, that from all inelastic processes, the maximum contribution to the heat flux through the interface of a solid – superfluid helium provides an inelastic process in which one phonon of a solid is converted into two phonon liquids. The angular distribution of phonons emitted by a solid is determined. It is shown, that inelastic processes lead to a practically isotropic distribution, which is observed in experiments. In addition, the heat flux, due to inelastic processes, under certain conditions, in order of magnitude is equal to the flow, which is due to elastic processes.

In this dissertation, the quasiparticle approach is used for such exotic phenomena as the electrical properties of superfluid helium.

In a number of recent experiments, the electrical activity of superfluid helium was observed. This unusual phenomenon was that in the standing wave of the second sound or in the oscillatory motion of the He II film there was an electrical potential difference. At the same time, in the normal state of helium, as well as in the wave of the first sound, the emergence of an electrical potential difference was not observed.

In the dissertation, it is proved that during the movement of the superfluid component  $^4\text{He}$ , an electric field due to the quantum helium quasiparticle particles – quantum vortex rings – arises from the quantum vortices of superfluid helium, and the anisotropy of the dependence of the energy of quasiparticles on the momentum. The results of the calculations are compared with the experimental data. The polarization vector due to the dipole moments of the quantum vortex rings He II in the field of the Van der Waals force is calculated, taking into account the relative motion of the normal and superficial component. An explicit analytical

expression for the electric potential difference is obtained, which arises in the relative motion of a normal and superfluid component in a torsion oscillator. The found dependences of the potential difference on time, temperature and relative speed of motion are consistent with experimental data. New experiments are proposed.

The problem of the emergence of an electric potential in a standing wave of a second sound in an external constant electric field is solved. The electric potentials that arise in the wave of the first sound due to the flexo effect, the acceleration of the liquid and the external steady electric field are obtained. Based on the obtained formulas, numerical calculations have been made that allow comparing the results of theory and experiments and stimulate the production of new experiments.

The results of the work are fundamental and form a series of new fundamental knowledge about the processes of interaction between thermal excitations at the boundary between condensed media, peculiarities of the emission of quasiparticles and the transfer of heat through the surface between such environments, as well as on the electrical properties of superfluid helium. Using the model of quasiparticles in the dissertation, it was possible to explain the peculiarities of the phenomena observed in the experiment, which confirmed the validity of this model for describing a broad class of properties of quantum solid media - from thermal to electric. At the same time, recommendations for the improvement of experiments that have already been carried out were developed, and ideas for conducting new experiments were proposed.

Keywords: superconducting helium, quasiparticles, interaction Hamiltonian, inelastic processes, angular distribution, Kapitsa resistance, velocity of normal and superficial components, quantum vortex rings.

### Список публікацій здобувача

Основні результати дисертаційної роботи опубліковані у 14 наукових працях, серед яких 7 статей у провідних спеціалізованих наукових журналах [1–7]:

1. Adamenko I.N. Heat Flow from Solid to Liquid He II Due to Inelastic Processes of Phonons Interaction / I.N. Adamenko, E.K. Nemchenko // *J. Low Temp. Phys.* – 2013. – V. 171, № 3/4. – P. 266 – 272.
2. Адаменко И.Н. Трансформация фононов на границе раздела сверхтекучий гелий–твердое тело / И.Н. Адаменко, Е.К. Немченко // *ФНТ.* – 2013. – Т. 39, № 9. – С. 975 – 985.
3. Adamenko I.N. Interaction of phonons at superfluid helium-solid interfaces / I.N. Adamenko, E.K. Nemchenko // *Condensed Matter Physics.* – 2014. – V. 17, No. 1. – P. 13602:1–9.
4. Adamenko I.N. Electric polarization of He II by quantized vortices / I.N. Adamenko, E.K. Nemchenko // *Low Temp. Phys.* – 2015. – V. 41, No. 7.– P.495 – 501.
5. Adamenko I.N. Polarization of He II films upon the relative motion of the superfluid component and the quantized vortices / I.N. Adamenko, E.K. Nemchenko // *Low Temp. Phys.* – 2016. – V. 42, No. 2. – P. 258 – 264.
6. Adamenko I.N. The electrical activity of He II with relative motion of normal and superfluid components / I.N. Adamenko, E.K. Nemchenko // *J. Low Temp. Phys.* – 2017. – V. 188, Nos. 3/4. – P. 112 – 118.
7. Адаменко И.Н. Электрическая поляризация He II, обусловленная вторым и первым звуками/ И.Н. Адаменко, Е.К. Немченко // *ФНТ.* – 2017. – Т. 43. № 9. – С. 1295–1302.

та 7 тез доповідей у збірниках праць міжнародних та вітчизняних наукових конференцій [8–14]:

8. Adamenko I.N. Creation and Annihilation Processes on He II – Solid Interface / I.N. Adamenko, E.K. Nemchenko // *3-rd Int. Conf. QEDSP2011: book of abstr.* – Ukraine, Kharkov, 2011. – P. 150.



9. Adamenko I.N. Inelastic Processes of Phonon Interaction with He II – Solid Interface / I.N. Adamenko, E.K. Nemchenko // 3-d Int. Conf. ILTPE2012: book of abstr. – Ukraine, Kharkiv, 2012. – P. 133.
10. Adamenko I.N. Heat Flow from Solid to Liquid He II Due to Inelastic Processes of Phonons Interaction / I.N. Adamenko, E.K. Nemchenko // Int. Conf. QFS2012: book of abstr. – UK, Lancaster, 2012. – P. 1.29.
11. Adamenko I.N. The Contribution of Different Phonon Processes into Heat Interchange between Superfluid Liquid and Solid / I.N. Adamenko, E.K. Nemchenko // 6-s Int. Conf. PLMMP-2014: book of abstr. –Kyiv, Ukraine, 2014. – P.1–8.O.
12. Adamenko I.N. The Polarization of Quantum Fluid with Motion of Superfluid Component Relative to the Vortices / I.N. Adamenko, E.K. Nemchenko // 7-th Int. Conf. PLMMP-2016: book of abstr. –Kyiv, Ukraine, 2016. – P. 2-1.O.
13. Adamenko I.N. The Electric Polarization of He II with Motion of Superfluid Component Relative to the Vortices / I.N. Adamenko, E.K. Nemchenko // 7-th Int. Conf. ILTPE2016: book of abstr.–Ukraine, Kharkiv, 2016. – P.111.
14. Adamenko I.N. The Electrical Activity of He II with relative motion of normal and superfluid components / I.N. Adamenko, E.K. Nemchenko // International Conference on Quantum Fluids and Solids 2016: book of abstr. – Czech Republic, Prague, 2016. – P. 58.

## ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ СКОРОЧЕНЬ І ПОЗНАЧЕНЬ.....	12
ВСТУП.....	13
<b>РОЗДІЛ 1. КВАЗІЧАСТИНКОВА МОДЕЛЬ НАДПЛИННОГО</b>	
<b>ГЕЛІЮ (ОГЛЯД).....</b>	
1.1. Квazічастинкові системи надплинного гелію.....	19
1.2. Перенесення енергії на межі поділу надплинний гелій –тверде тіло....	21
1.3. Дослідження електричної активності надплинного гелію.....	27
1.4. Висновки та завдання дисертаційної роботи.....	29
<b>РОЗДІЛ 2. ТРАНСФОРМАЦІЯ ФОНОНІВ НА МЕЖІ ПОДІЛУ</b>	
<b>НЕ II – ТВЕРДЕ ТІЛО.....</b>	
2.1. Енергія теплових збуджень поблизу стінки, яка коливається.....	32
2.2. Перетворення Фур’є у півпросторі.....	34
2.3. Нормування плоских хвиль на енергію.....	41
2.4. Квантування поля фононів у півпросторі.....	42
2.4.1. Оператор щільності.....	42
2.4.2. Оператор швидкості.....	44
2.4.3. Оператор потенціалу швидкості.....	45
2.5. Гамільтоніан взаємодії гелій – тверде тіло.....	46
Висновки.....	50
<b>РОЗДІЛ 3. ПЕРЕНЕСЕННЯ ТЕПЛА ЧЕРЕЗ МЕЖУ</b>	
<b>ПОДІЛУ НЕ II – ТВЕРДЕ ТІЛО.....</b>	
3.1. Загальні співвідношення для опису теплообміну на межі поділу.....	52
3.2. Теплообмін зумовлений пружними фононними процесами.....	53
3.3. Теплообмін зумовлений непружними фононними процесами.....	55
3.3.1. Перший непружний процес.....	55
3.3.2. Другий непружний процес.....	59
3.3.3. Третій непружний процес.....	61
3.3.4. Четвертий непружний процес.....	63
3.5. Кутовий розподіл теплового потоку з нагрітого твердого тіла в Не II	65

	11
Висновки.....	68
РОЗДІЛ 4. ЕЛЕКТРИЧНА АКТИВНІСТЬ ГЕЛЮ, ЯКА ЗУМОВЛЕНА ПЕРШИМ ТА ДРУГИМ ЗВУКАМИ.....	69
4.1. Електричні властивості квантових вихрових кілець.....	70
4.2. Термодинамічні властивості КВК.....	72
4.3. Кінетичні властивості квантових вихрових кілець.....	74
4.4. Квадрупольне електричне поле, яке зумовлено рухом квантових кілець відносно надплинної компоненти.....	76
4.5. Електричне поле в разі існування дипольного моменту КВК.....	79
4.6. Зіставлення теорії з експериментами у хвилі другого звуку.....	83
4.7. Аналіз механізмів поляризації Не II у хвилі другого звуку.....	87
4.8. Поляризація Не II, зумовлена хвилею першого звуку.....	91
4.8.1. Флексоелектрична поляризація у хвилі першого звуку.....	91
4.8.2. Поляризація, що зумовлена прискоренням рідини у хвилі першого звуку.....	92
4.8.3. Поляризація гелію у хвилі першого звуку за наявності зовнішнього електричного поля.....	95
Висновки.....	96
РОЗДІЛ 5. ЕЛЕКТРИЧНА ПОЛЯРИЗАЦІЯ В ПЛІВКАХ НЕ II ПРИ ВІДНОСНОМУ РУСІ НОРМАЛЬНОЇ ТА НАДПЛИННОЇ КОМПОНЕНТ.....	97
5.1. Поляризація квантових вихрових кілець під дією сил Ван-дер-Ваальса.....	98
5.2. Порівняння теорії з експериментальними дослідженнями торсіонних коливань плівок Не II.....	105
Висновки.....	111
ВИСНОВКИ.....	112
СПИСОК ВИКОРИСТОВАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	114
ДОДАТОК А. Список публікацій здобувача за темою дисертації.....	125
ДОДАТОК Б. Відомості про апробацію результатів дисертації.....	127

**ПЕРЕЛІК УМОВНИХ СКОРОЧЕНЬ І ПОЗНАЧЕНЬ**

He II – надплинний гелій ( $^4\text{He}$ )

КВК – квантовані вихрові кільця

$\Delta W$  – різниця потоків тепла між твердим тілом і надплинним гелієм

$\rho_L$  – щільність рідини

$\rho_S$  – щільність твердого тіла

$\rho_n$  – щільність нормальної компоненти надплинного гелію

$\rho_s$  – щільність надплинної компоненти надплинного гелію

$c_L$  – швидкість звуку в рідині

$c_S$  – швидкість звуку у твердому тілі

$\mathbf{d}$  – вектор дипольного моменту

$\mathbf{P}$  – щільність дипольного моменту

$q_{ik}$  – тензор квадрупольного моменту

$Q_{ik}$  – щільність квадрупольного моменту

$n_V$  – щільність кількості КВК

$\phi$  – потенціал електричного поля

$\mathbf{E}$  – напруженість електричного поля

$\mathbf{w}$  – відносна швидкість надплинної та нормальної компонент гелію

## ВСТУП

Дисертація присвячена теоретичним дослідженням властивостей квазічастинкових систем надплинного гелію, які визначають процеси перенесення енергії на межі поділу надплинний гелій – тверде тіло та виникнення електричної індукції в надплинному гелії.

**Актуальність теми.** Незвичайні властивості перенесення тепла в He II забезпечують низку різноманітних і своєрідних явищ, які відбуваються на межі поділу між твердим тілом та надплинним гелієм. Так, ще у 1941 році, П.Л.Капиця виявив, що при виділенні тепла у твердому тілі, що знаходиться в контакті з рідким He II, виникає постійна різниця температур між твердим тілом і рідким гелієм – так званий стрибок Капиці. Ця різниця виявилася пропорційною потоку тепла, що виділяється, а величина теплового опору, який дорівнює відношенню різниці температур до потоку тепла, що виділяється, в дослідях Капиці зростала зі зменшенням температури за кубічним законом.

Відтоді й дотепер явище теплообміну між надплинним гелієм і твердим тілом інтенсивно досліджується як експериментально, так і теоретично. Можна назвати, принаймні, три причини, які стимулюють ці дослідження. По-перше, незвичайність явища теплообміну, яке спостерігається не тільки на межі поділу «надплинний гелій – тверде тіло», а й на межах поділу інших квантових суцільних середовищ. По-друге, необхідність урахування стрибка Капиці у всіх низькотемпературних експериментах, тому що наявність стрибка Капиці при наднизьких температурах істотно знижує ефективність роботи теплообмінників, що знаходяться у надплинному гелії. І, по-третє, незважаючи на досягнутий за ці роки прогрес у розумінні фізики теплообміну між двома квантовими суцільними середовищами, ціла низка питань виявилася невіршеною і до сьогодні.

Основою побудови теорій теплообміну є квазічастинкова модель надплинного гелію. У цій моделі всі макроскопічні властивості рідини повністю визначаються мікроскопічними властивостями суміші газів теплових збуджень – фононів, ротонів, квантових вихрових кілець тощо. У цій дисертаційній роботі квазічастинковий підхід застосовується для таких екзотичних явищ, як електричні властивості надплинного гелію.

В експериментах Рибалка О.С. (2004) спостерігалася електрична активність надплинного гелію. Це незвичайне явище полягало в тому, що в стоячій хвилі другого звуку або при коливальному русі плівки He II виникала електрична різниця потенціалів. При цьому в нормальному стані гелію, а також в хвилі першого звуку, виникнення електричної різниці потенціалів не спостерігалось.

Результати експериментів ініціювали появу цілої низки теоретичних робіт, в яких досліджувалися електромагнітні властивості надплинного гелію. Однак ці теоретичні роботи не давали послідовного і несуперечливого пояснення явищ, які спостерігаються в експеримент. У зв'язку з цим вважається, що до теперішнього часу відсутня послідовно обґрунтована теорія електричної активності гелію.

Наявність перерахованих вище невирішених проблем робить важливим проведення теоретичних досліджень теплових та електричних властивостей гелію в моделі взаємодіючих квазічастинки, чим і визначається **актуальність** дисертаційної роботи.

**Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.** Дисертація виконувалась як частина досліджень, що проводилися на фізико-технічному факультеті Харківського національного університету імені В.Н.Каразіна в рамках координаційного плану Міністерства освіти і науки України за темами «Теорія багаточастинкових квантових систем» (номер держреєстрації 0111U010005, термін виконання 2012-2014 рр) та «Фізичні засади створення

та використання сучасних матеріалів у плазмово-технологічних процесах» (номер держреєстрації 0115U000471 термін виконання 2015-2017 рр).

**Мета і завдання дослідження.** Метою цієї роботи теоретичний опис процесів теплоперенесення між надплинним гелієм і твердим тілом, які зумовлені взаємодією фононів, та встановлення механізми виникнення електричної поляризації у надплинному гелії, які спричинені дією хвиль першого та другого звуку та квантовими вихровими кільцями.

Для досягнення поставленої в роботі мети необхідно було вирішити такі **задачі**:

- визначити канали реакції взаємодії фононів з межею тверде тіло – надплинний гелій;
- розрахувати матричні елементи гамільтоніану взаємодії для пружних і всіх непружних процесів;
- визначити кутову залежність розподілу фононів, які випромінюються нагрітим твердим тілом в гелій;
- дослідити електричні властивості колективних збуджень надплинного гелію: взаємодіючих фононів, ротонів, квантових вихрових кілець;
- визначити умови виникнення індукованого електричного поля у хвилях першого та другого звуку, за наявності або відсутності зовнішнього поля, та при відносному русі надплинної та нормальної компонент гелію.

**Об'єкт дослідження:** кінетичні та електричні властивості системи квазічастинок надплинного гелію.

**Предмет дослідження:** непружні процеси взаємодії квазічастинок на межі надплинний гелій – тверде тіло та електричні властивості колективних збуджень надплинного гелію.

**Методи дослідження.** Для досягнення поставлених цілей використані такі методи теоретичної фізики: метод перетворень Фур'є та вторинного квантування гідродинамічних полів у півпросторі для знаходження явного виразу для гамільтоніану взаємодії фононів з межею тверде тіло –

надплинний гелій; методи теорії збурень для розрахунків потоків тепла від нагрітого твердого тіла до гелію; методи електродинаміки суцільних середовищ для визначення електричних полів, які виникають у надплинному гелії.

### **Наукова новизна отриманих результатів.**

1. Вперше отримано у явному вигляді гамільтоніан для фононів надплинного гелію з урахуванням пружних та непружних процесів їх взаємодії з поверхнею твердого тіла та знайдено ймовірності таких процесів.
2. Вперше теоретично описано зумовлений непружними фононними процесами потік тепла між надплинним гелієм та осцилюючим твердим тілом. Встановлено внески процесів взаємодії фононів у потік енергії з нагрітого твердого тіла в надплинний гелій, та знайдено внесок кожного з процесів в опір Капиці.
3. Вперше показано, що непружні процеси взаємодії квазічастинок зумовлюють практично ізотропний кутовий розподіл фононів, які випромінюються твердим тілом, та велике значення повного потоку енергії з нагрітого твердого тіла, яке спостерігається в експерименті.
4. Вперше встановлено механізми виникнення електричної поляризації у квантових вихрових кільцях в надплинному гелії при наявності відносного руху надплинної та нормальної компонент гелію та поляризації атомів гелію зовнішніми силами.
5. Вперше знайдено електричний потенціал, що виникає у надплинному гелії в стоячих хвилях першого та другого звуку в зовнішньому постійному електричному полі, та розраховано потенціали у хвилях першого звуку за рахунок флексоелектричного ефекту та прискорення рідини.

**Практичне значення отриманих результатів.** Результати проведених у дисертаційній роботі досліджень процесів теплообміну і електричних явищ у гелії сприятимуть подальшому прогресу в розумінні побудови та



властивостей надплинних рідин та кристалів. Розроблена в дисертації методика урахування непружних процесів для розрахунків потоків тепла між гелієм та осцилюючим твердим тілом може бути використана при розв'язку задач теплоперенесення між іншими класичними або квантовими середовищами. Зокрема, у роботі розроблено рекомендації щодо удосконалення експериментів, які вже були проведені, і запропоновано ідеї проведення нових експериментів. У практичних застосуваннях ця методика дасть змогу конструювати та розробляти більш ефективні системи теплообміну для науково-технічних цілей. Застосування розроблених моделей електричних властивостей надплинного гелію дозволить розробляти прецизійні вимірювальні системи, зокрема, позиціонування у магнітних та електричних полях.

**Особистий внесок здобувача.** Всі результати, узагальнені в дисертаційній роботі, отримані в співавторстві за безпосередньою участю автора. Автор брав активну участь на всіх етапах наукового дослідження: у постановці завдання, аналітичних та чисельних розрахунках, порівнянні результатів з експериментальними даними, обговоренні результатів і написанні статей. Автором самостійно отримано гамільтоніан взаємодії фононів надплинного гелію з поверхнею твердого тіла, яка коливається, з урахуванням непружних процесів, та вперше в єдиному підході обчислено ймовірності як пружного, так і можливих непружних процесів знищення і народження фононів надплинного гелію і твердого тіла на межі їх поділу. Дисертантом особисто встановлено умови виникнення електричного потенціалу у хвилях першого та другого звуків, також особисто розраховано різницю потенціалів, що генерується при відносному русі надплинної та нормальної компонент гелію, зокрема у плівці гелію, яка коливається в торсіонному осциляторі. Таким чином, особистий внесок автора є визначальним.

**Апробація результатів дисертації.** Основні результати роботи доповідались на таких національних та міжнародних наукових конференціях:

- 3rd International Conference on Quantum Electrodynamics and Statistical Physics, QEDSP2011, August 29 – September 02, 2011, Kharkov, Ukraine;
- 3rd International Conference for Young Scientists «Low Temperature Physics» – ICYS LTP 2012, May 14 – 18, 2012, Kharkiv, Ukraine;
- International Symposium on Quantum Fluids and Solids QFS2012, August 15 – 21, 2012, Lancaster, UK;
- 6-th International Conference "Physics of Liquid Matter: Modern Problems" PLMMP-2014, May 23 – 27, 2014, Kyiv, Ukraine;
- 7-th International Conference "Physics of Liquid Matter: Modern Problems" PLMMP-2016, May 27 – 31, 2016, Kyiv, Ukraine;
- 7-th International Conference for Young Scientists «Low Temperature Physics» – ICYS LTP 2016, June 6 – 10, 2016, Kharkiv, Ukraine;
- International Symposium on Quantum Fluids and Solids QFS2016, August 10 – 16, 2016, Prague, Czech Republic.

**Публікації.** Результати, що представлені у дисертаційній роботі, опубліковано у 7 статтях [1 – 7] у провідних вітчизняних та зарубіжних журналах, а також у 7 тезах доповідей [8 – 14] у матеріалах вітчизняних та міжнародних конференцій.

**Структура та обсяг дисертації.** Дисертаційна робота складається з анотацій, вступу, п'яти оригінальних розділів, висновків, списку використаних джерел та додатків. Повний обсяг дисертації становить 127 сторінок. Вона містить 9 рисунків, список використаних джерел з 109 найменувань на 11 сторінках.

## РОЗДІЛ 1

### КВАЗІЧАСТИНКОВА МОДЕЛЬ НАДПЛИННОГО ГЕЛІЮ (ОГЛЯД)

**Перший розділ** дисертації містить огляд літератури за темою дисертації, його присвячено аналізу історії розвитку і сучасного стану вивчення квазічастинкових систем надплинного гелію, та ролі квазічастинок в формуванні термодинамічних, кінетичних та електричних властивостей квантових рідин (підрозділ 1.1). У розділі аналізуються експериментальні та теоретичні роботи, які присвячені дослідженню особливостей стрибка Капиці, зокрема роботи, в яких були досліджені особливості випромінювання фононів у гелій нагрітим твердим тілом (підрозділ 1.2). Також проаналізовано стан досліджень електричної активності надплинного гелію (підрозділ 1.3), зв'язок з акустичними хвилями та тепловими збудженнями, зокрема квантовими вихровими кільцями. У завершальному, підсумковому підрозділі 1.4 обґрунтовується вибір напрямку досліджень, формулюються висновки та завдання дисертаційної роботи.

#### **1.1. Квазічастинкові системи надплинного гелію**

Надплинний  $^4\text{He}$  і розчини його ізотопів є системами, в яких найбільш яскраво в макроскопічному масштабі проявляються квантові закономірності. Ці середовища мають унікальні фізичні властивості, що дозволяє використовувати їх у цілому ряді областей науки (для охолодження надпровідних пристроїв і отримання наднизьких температур) і техніки (у кріоелектроніці та обчислювальної техніці).

Явище надплинності вперше спостерігалось в 1938 р. П.Л. Капицею [15]. Як стало відомо пізніше, надплинність не є явищем властивим тільки лише гелію II, а реалізується в цілому ряді систем у космосі, мезосвіті й мікросвіті. Так надплинною є нейтронна рідина в пульсарах. Явище надплинності спостерігається в атомних ядрах і в низці складних молекул. Одним з найважливіших проявів надплинності є надплинність електронної рідини в

металах в області низьких температур, що приводить до явища надпровідності, при якому електричний струм може протікати через матеріал без опору. З явищем надпровідності безпосередньо пов'язана така важлива для науки й техніки задача, як одержання сильних магнітних полів, необхідних як для утримання плазми, так і для прискорення пучків частинок до високих енергій.

Теорія надплинності гелію II була побудована Л.Д. Ландау [16] в 1941 році. В основі теорії Ландау лежить метод квазічастинок, згідно якому певні властивості надплинних рідин повністю визначаються відповідними властивостями газу квазічастинок. Цей квазічастинковий метод виявився дуже продуктивним у теорії надплинності Ландау, зокрема, він дозволяє перейти від системи сильно взаємодіючих частинок до системи слабо взаємодіючих квазічастинок, всі параметри якої можуть бути розраховані за допомогою теорії збурень.

У чистому надплинному гелії такими квазічастинками є фонони та ротони – теплові збудження квантової рідини з певними законами дисперсії. Урахування цих квазічастинок дозволило пояснити термодинамічні властивості гелію II, в області до  $2\text{ K}$ , коли газу квазічастинок можна вважати практично ідеальними. Крім того, в моделі квазічастинок пояснюється фізична сутність таких явищ, як другий звук, теплове розширення гелію, ефект фонтанування тощо. Використання методів фізичної кінетики для суміші газу квазічастинок дозволило розрахувати основні дисипативні параметри гелію II – коефіцієнти першої та другої в'язкостей, коефіцієнту теплопровідності, коефіцієнти поглинання першого, другого та інших звуків.

В моделі квазічастинок вдалося побудувати кінетичну теорію надплинних розчинів  $^3\text{He}$ – $^4\text{He}$ . Теоретичний опис цих розчинів було зроблено в трикомпонентній системі квазічастинок – фононів і ротонів (теплових збуджень  $\text{He II}$ ), а також примісонів (квазічастинок  $^3\text{He}$ ). Ця теорія успішно пояснила незвичайні властивості надплинних розчинів  $^3\text{He}$ – $^4\text{He}$  та дала

пояснення великій кількості експериментальних даних з термодинамічних, гідродинамічних та кінетичних властивостей цих квантових рідин.

При порівняно високих температурах ( $T > 1 \text{ K}$ ), урахування ще одного типу теплових збуджень надплинного гелію виявилось важливим для коректного опису та розуміння явищ, які спостерігаються в гелії. Це – так звані квантові вихрові кільця (КВК) – квантові вихори гелію, які замкнулися самі на себе і утворили вихрові кільця. Урахування КВК дозволяє провести більш точний аналіз термодинамічних та кінетичних властивостей гелію при температурах порядку  $2 \text{ K}$  – тобто вже у безпосередній близькості до лямбда-точці.

Використання квазічастинкової моделі надплинного гелію є наріжним каменем даної дисертаційної роботи, і застосовується для пояснення таких широко відомих, але повністю не пояснених явищ, як стрибок Капиці та електричні властивості гелію.

## 1.2. Перенесення енергії на межі поділу надплинний гелій – тверде тіло

Капиця виявив [15] незвичайне явище, яке виникало при теплообміні між надплинним гелієм і твердим тілом. При тепловому потоці  $\Delta W$  через границю поділу двох середовищ на межі надплинний гелій – тверде тіло виникав стрибок температури  $\Delta T$  (стрибок Капиці), який був пропорційним  $\Delta W$ . Коефіцієнт пропорційності  $R$  був названий тепловим опором Капиці, а зворотна величина  $h = 1 / R$  – коефіцієнтом теплопередачі, який визначається рівністю

$$\Delta W = h\Delta T . \quad (1.1)$$

Відтоді й дотепер явище теплообміну між надплинним гелієм і твердим тілом досить інтенсивно досліджується як експериментально, так і теоретично. Можна назвати, принаймні, три причини, які стимулюють ці дослідження.

По-перше, незвичайність даного явища, яке спостерігається не тільки на межі поділу надплинний гелій – тверде тіло, а й на границях поділу інших

квантових суцільних середовищ. По-друге, необхідність врахування стрибка Капиці у всіх низькотемпературних експериментах. Так, наприклад, згідно з [15], з пониженням температури при заданому значенні  $\Delta T$  потік тепла  $\Delta W$  зменшується з пониженням температури по кубічному закону. Ця обставина істотно знижує ефективність роботи теплообмінників, що знаходяться в надплинному гелії. І, по-третє, незважаючи на досягнутий за ці роки прогрес в розумінні фізики теплообміну між двома квантовими суцільними середовищами, цілий ряд питань виявився невирішеним і до теперішнього часу.

Перше теоретичне пояснення стрибка Капиці було запропоновано Халатніковим [17–19]. Відповідно до теорії Халатнікова теплообмін між двома квантовими суцільними середовищами зумовлений переходом фононів з одного середовища в інше. Ці фонони є квантами звукової хвилі, яка проходить через межу поділу двох суцільних середовищ з різними швидкостями звуку і різною щільністю. Саме такими середовищами є надплинний гелій і тверде тіло.

Відповідно до класичної акустичної теорії ймовірність проходження звукової хвилі з рідини в тверде тіло пропорційна імпедансу границі  $\rho_L c_L / \rho_S c_S$ , де  $c_L$  і  $c_S$  – відповідно швидкості звуку в рідині і твердому тілі, а  $\rho_L$  й  $\rho_S$  – відповідно щільності рідини і твердого тіла. Крім того, звукова хвиля, що падає з рідини під кутом до нормалі більшим ніж  $c_L / c_S$ , зазнає повного внутрішнього відбиття. Це означає, що з рідини у тверде тіло можуть пройти тільки фонони, які рухаються у вузькому конусі з тілесним кутом  $(c_L / c_S)^2$ , вісь якого нормальна до межі поділу рідина-тверде тіло.

Таким чином, відповідно до теорії Халатнікова [17–19], тепловий опір межі поділу, а також, пов'язаний з ним стрибок Капиці обумовлені малою ймовірністю проходження фононів через межу поділу і вузьким конусом кутів, при яких можливе проходження фононів з рідини в тверде тіло. Ці дві обставини призводять до того, що фонони, які відносно легко рухаються в

кожному з двох середовищ, з низькою ефективністю долають межу поділу. У результаті, на межі поділу виникає стрибок температури. Перше теоретичне пояснення стрибка Капиці, розроблене Халатніковим, отримало назву моделі акустичної неузгодженості середовищ.

Теорія Халатнікова давала температурну залежність для коефіцієнта теплопередачі  $h_{Kh} \sim T^3$ , яка збігалася з експериментальною [15]. Що ж стосується чисельного значення, то воно було менше за експериментальне  $h$  на два порядки.

Подальші експерименти, проведені різними авторами для різних твердих тіл, давали значення коефіцієнта теплопередачі, які в ряді випадків в рази відрізнялися у різних авторів навіть для одних і тих же твердих тіл, що межують зі надплинним гелієм. При цьому, чисельні експериментальні значення коефіцієнта теплопередачі були більше на один – два порядки при  $T \sim 1 \text{ K}$ . Що ж стосується температурної залежності коефіцієнта теплопередачі, то показник ступеня відхилився в різних експериментах у межах одиниці в обидві сторони від кубічної. Результати таких експериментів наведені в оглядах [20–22] і містяться в більш пізніх експериментальних роботах [23–25].

Фізична інтерпретація Халатніковим [17–19] стрибка Капиці не викликає сумнівів і сьогодні. Однак розбіжність теорії з експериментом настільки значна, що експериментальні і теоретичні дослідження теплообміну між надплинним гелієм і твердим тілом ведуться дотепер.

Великі експериментальні значення коефіцієнта теплопередачі означають, що поряд з акустичним каналом, запропонованим Халатніковим, існують і інші можливості теплообміну між надплинним гелієм і твердим тілом. Усі наступні теоретичні роботи були присвячені пошуку таких додаткових можливостей. Водночас слід підкреслити, що основою всіх цих теоретичних робіт, включаючи і справжню роботу, є фізична інтерпретація Халатніковим стрибка Капиці.

Акустична модель передбачає, що поверхня твердого тіла, що межує зі надплинним гелієм, є ідеально гладкою і не містить яких-небудь дефектів. Потік тепла через межу поділу, зумовлений неідеальністю поверхні твердого тіла, досліджувався в теоретичних роботах [26–28]. Було показано, що шорсткість поверхні твердого тіла [26] і наявність на ній дефектів [27] призводять до того, що з гелію у тверде тіло можуть з відповідною ймовірністю проходити фонони, що падають під будь-якими кутами до межі поділу, а не тільки у вузькому конусі з тілесним кутом  $(c_L/c_S)^2$ . У цьому випадку потік тепла, зумовлений неідеальністю кордону поділу, в граничному випадку може бути в  $(c_S/c_L)^2$  разів більше, ніж в акустичній моделі [17–19], яка передбачала поверхню твердого тіла ідеальною. Для межі поділу надплинний гелій – тверде тіло  $(c_S/c_L)^2 \sim 10^2$ , що в принципі може узгодити теорію з експериментальними даними. В реальності ця величина буде менше, оскільки ймовірність проходження фононів в тверде тіло, що падають у вузькому конусі, більше, ніж ймовірність проходження при падінні фононів під довільними кутами до нормалі кордону поділу.

Внесок шорсткості поверхні твердого тіла в стрибок Капиці експериментально досліджувався в цілій низці робіт. Результати найбільш повних експериментальних досліджень ролі шорсткості наведені в роботах [23–25]. У цитованих роботах показано, що при шорсткуватих поверхнях величина коефіцієнта теплопередачі на порядок більше, ніж за ідеальної поверхні поділу.

В роботі [28] розглянуто вплив на стрибок Капиці моношару атомів, адсорбованих поверхнею твердого тіла. В [28] показано, що наявність на поверхні твердого тіла такого моношару призводить до формування низькочастотних квазіповерхневих і поверхневих станів, внесок яких в теплообмін між двома середовищами при деяких температурах може бути суттєвим.

Зазначені вище теоретичні роботи пояснюють причину розбіжності чисельних значень і температурних залежностей коефіцієнтів теплопередачі,



отриманих в експериментах різними авторами для одних і тих же твердих тіл, що межують зі надплинним гелієм. Справа в тому, що різна якість поверхні твердого тіла дає різні значення для величини і температурної залежності коефіцієнта теплопередачі. Ці теоретичні роботи можуть також пояснити слабку залежність стрибка Капиці від тиску, яка не узгоджується з акустичною теорією [17–19] (див. огляди [20–22]).

Зі зниженням температури характерна довжина хвилі фонона збільшується і внесок відповідних шорсткостей в стрибок Капиці зменшується. Це узгоджується з тим, що акустична модель [17–19] добре описує експериментальні дані при досить низьких температурах ( $T \leq 0,01 \text{ K}$ ) або для низькочастотних акустичних хвиль (див. огляд [29]).

У роботах [30, 31] розглядався внесок розсіювання фононів на електронах провідності в теплопередачу через межу поділу метал – надплинний гелій. В роботі [32] була отримана ймовірність проходження ротонів через кордон поділу надплинний гелій – тверде тіло. Це дозволило знайти потік енергії, зумовлений ротонами. З розрахунків, виконаних в [32], випливає, що внесок ротонів в стрибок Капиці є відносно малим.

Потім в різні роки виконувалися й прямі експерименти [33 – 37], в яких вимірювався розподіл по енергіях і кутах фононів, що випромінювали нагрітим твердим тілом в холодний ( $T < 100 \text{ mK}$ ) надплинний гелій. Ці прямі експерименти, проведені на різних ідеальних кристалічних поверхнях, показали наявність двох чітко розділених каналів випромінювання фононів в надплинний гелій.

Перший канал утворював гострий пік фононів, що випромінювали у вузький конус кутів, вісь якого була нормальна до поверхні твердого тіла. Величина тілесного кута цього конуса збігалася з розрахунковими значеннями для різних твердих тіл зі класичною акустичної теорії, на якій базувалася теорія Халатнікова [17 – 19]. Цей канал випромінювання був названий акустичним.

Поряд з фононами, випроміненими у вузький конус, спостерігалися також фонони, випромінені у всіх напрямках з косінусоподібним розподілом по кутах. Цей канал випромінювання фононів отримав назву фонове (background) випромінювання. При цьому повна енергія фононів, що містяться в фоновому випромінюванні, була на порядок більше, ніж енергія фононів, що випромінювали в акустичний канал.

Тут слід зазначити, що в даний час неможливо ліквідувати наношорскості, які існують на будь-яких як завгодно ідеальних поверхнях твердого тіла. Наношорскості, безумовно, будуть давати внесок в фонове випромінювання. Величина цих надходжень залежить від конкретних експериментальних умов.

Згідно з теоретичними розрахунками [38], виконаним за результатами експериментальної роботи [39], фонони, які випромнені нагрітою досить шорсткою поверхнею золота в холодний ( $T < 100 \text{ mK}$ ) надплинний гелій, були також розподілені по двох каналах: акустичним і фоновим. При цьому основна частина енергії фононів перебувала в фоновому випромінюванні і її частка росла зі збільшенням температури нагрівача – золота.

Згідно з акустичною теорією [17 – 19] твердотільний фонон, що падає на межу поділу тверде тіло – рідина, з певною ймовірністю перетворюється в фонон рідини. При цьому енергія падаючого твердотільного фонуна дорівнює енергії рідинного фонуна. Такий процес переходу фонуна з одного середовища в інше називається пружним.

Великі надії на пояснення існування фонового випромінювання покладалися на непружні процеси, в яких число фононів в початковому і кінцевому станах не збігається. В експериментальній роботі [36] міститься діаграма такого непружного процесу, де один твердотільний фонон перетворюється в два рідинних фонуна, які можуть рухатися під будь-якими кутами до межі поділу. При цьому енергія твердотільного фонуна більше енергії фонуна рідини. Як зазначалося в [36], на можливість вкладу у фонове випромінювання непружних процесів вказував той факт, що фонони, які

утворюють фонове випромінювання, мають меншу енергію, ніж фонони, які зосереджені у вузькому акустичному піку.

У зв'язку з цим представляє безперечний інтерес теоретичний розгляд ймовірностей непружних процесів і їх внесок в потік енергії через межу поділу тверде тіло – надплинний гелій. Один з можливих непружних процесів, який відрізнявся від процесу, зображеного в [36], було розглянуто Халатніковим в [17], який показав, що внесок цього процесу в стрибок Капиці є відносно малим.

В роботі [40] вперше була зроблена спроба створення мікроскопічної теорії, яка б єдиним чином описувала як пружні, так і непружні процеси на межі поділу тверде тіло – надплинний гелій. Робота [41] розвивала підхід, запропонований в роботі [40]. Однак, в роботах [40, 41] не вдалося створити самоузгоджений підхід, який би дозволив отримати результати, що збігаються з результатами Халатнікова для пружного процесу. Мабуть, з цією обставиною пов'язаний той факт, що в роботах [40, 41] обчислення не доведені до остаточних аналітичних формул і конкретних чисельних значень. В роботах [1 – 3] вперше були представлені результати побудови єдиної самоузгодженої теорії, що описує як пружні, так і непружні процеси на межі поділу надплинний гелій - тверде тіло. Ці результати зводилися до отримання гамільтоніану кордону поділу надплинний гелій — тверде тіло і розгляду пружного процесу, а також низки непружних процесів, що дають внесок в потік енергії від нагрітого твердого тіла в холодний надплинний гелій.

### **1.3. Дослідження електричної активності надплинного гелію**

Модель квазічастинок насамперед створювалася й успішно використовувалася для опису термодинамічних і кінетичних властивостей надплинного гелію. В цій моделі всі макроскопічні властивості рідини повністю визначаються мікроскопічними властивостями суміші газів теплових збуджень – фононів, ротонів, квантових вихрових кілець тощо. У

цій дисертаційній роботі квазічастинковий підхід застосовується для таких екзотичних явищ, як електричні властивості надплинного гелію.

У роботах [42, 43] повідомлялося про дивне явище, яке спостерігалось в надплинному  ${}^4\text{He}$ . Згідно з [42] в стоячій хвилі другого звуку виникає електричне поле, зумовлене динамічною поляризацією He II. У хвилі першого звуку електричне поле було відсутнє. Той факт, що у хвилі другого звуку є відносний рух нормального і надплинної компонент He II, а у хвилі першого звуку воно відсутнє, послужив підставою для авторів статті [42] зробити висновок про те, що виникнення електричного поля пов'язано з відносним рухом надплинної і нормальної компонентів He II. Для того щоб перевірити цю гіпотезу, автори [43] за допомогою методики торсіонних коливань досліджували електричний відгук в He II. В [43] було показано, що рух нормальної компоненти He II, що рухається за рахунок в'язкого тертя зі стінкою торсіонного осцилятора, спричиняє виникнення електричного поля, зумовленого динамічною поляризацією He II.

У наступних роботах [44 – 48], в число співавторів яких входив автор роботи [42], були продовжені експериментальні дослідження електричних властивостей He II. Зокрема, робота [42] ініціювала експерименти [49, 50], які підтвердили основні результати роботи [42],

Після виходу робіт [42, 43] було опубліковано значну кількість теоретичних робіт, в яких були детально досліджені електричні властивості He II (див., наприклад, [51 – 65] і цитовану там літературу). Однак ці роботи не давали послідовного і несуперечливого пояснення експериментів [42, 43].

У цих роботах пропонувалися різноманітні гіпотези фізичних причин спостережуваних в [42, 43] явищ. Однак, в деяких з цих робіт вихідними були незвичайні припущення про екзотичні електричних властивостях He II, які ніяк не обґрунтовувалися.

В інших роботах із запропонованих авторами гіпотез випливало, що ефект повинен спостерігатися і в першому звуці, а також можливий і в нормальній фазі  ${}^4\text{He}$ , що суперечило результатам експериментів [42, 43]. У

зв'язку з цим вважається, що дотепер відсутня послідовно обґрунтована теорія явищ, що спостерігалися в [42, 43].

Тим часом, на нашу думку, всі роботи присвячені, а також ініційовані цим явищем, починаючи з першої теоретичної роботи [44] А.М. Косевича, в тій чи іншій мірі сприяють вирішенню даної проблеми.

Новий підхід для пояснень експериментів [42, 43] було запропоновано в роботах [4 – 7], де було показано, що електричні властивості квантових вихрових кілець і відносний рух нормальної і надплинної компонент викликають поляризацію He II, яка призводить до появи різниці електричних потенціалів, а також розглянуті інші можливі причини появи електричної поляризації He II, зокрема у полі зовнішніх сил.

#### **1.4. Висновки та завдання дисертаційної роботи**

Аналіз робіт, присвячених дослідженням перенесенню тепла через межу надплинного гелію і нагрітого твердого тіла, а також робіт, присвячених електричної активності рідкого гелію, показав, що в даний час:

- існує ціла низка експериментальних даних, які не отримали вичерпного фізичного пояснення;
- теоретичні моделі не повністю описують експериментальні дані й часто не узгоджуються між собою;
- розглянуті явища вимагають подальшого експериментального і теоретичного дослідження.

Ця дисертація присвячена теоретичним дослідженням властивостей квазічастинкових систем надплинного гелію, які визначають процеси перенесення енергії на межі поділу надплинний гелій – тверде тіло та виникнення електричної індукції в надплинному гелії.

Основною метою цієї роботи є теоретичні дослідження властивостей квазічастинкових систем надплинного гелію, які визначають процеси

перенесення енергії на межі поділу надплинний гелій – тверде тіло та виникнення електричної індукції в надплинному гелії.

Для досягнення поставленої в роботі мети необхідно було вирішити такі завдання:

- визначити канали реакції взаємодії фононів з межею тверде тіло – надплинний гелій;
- розрахувати матричні елементи гамільтоніану взаємодії для пружних і всіх непружних процесів;
- визначити кутову залежність розподілу фононів, які випромінюються нагрітим твердим тілом в гелій;
- дослідити електричні властивості теплових збуджень надплинного гелію – квантових вихрових кілець;
- визначити умови виникнення індукованого електричного поля у хвилях першого та другого звука, за наявності або відсутності зовнішнього поля, та при відносному русі надплинної та нормальної компонент гелію.

Для виконання цих завдань у роботі було поставлено та розв’язані такі теоретичні задачі:

- отримати гамільтоніан взаємодії фононів надплинного гелію з поверхнею твердого тіла, який в єдиному підході враховує пружні та непружні процеси.
- обчислити в єдиному підході ймовірності як пружного, так і всіх можливих непружних процесів знищення і народження фононів надплинного гелію і твердого тіла на межі їх поділу;
- визначити внески всіх процесів в потік тепла і в різниці потоків тепла між надплинним гелієм і твердим тілом;
- визначити кутовий розподіл фононів, які випромінюються твердим тілом;
- показати, що при русі надплинної компоненти <sup>4</sup>He щодо квантових вихрів надплинного гелію виникає електричне поле, зумовлене електричними властивостями квазічастинок гелію – квантових вихрових

кілець, провести порівняння результатів розрахунків з експериментальними даними;

- обчислити вектор поляризації, зумовлений дипольними моментами квантових вихрових кілець He II, які зумовлені дією сил Ван-дер-Ваальса, з урахуванням відносного руху нормальної і надплинної компоненти;
- розв'язати задачу про виникнення електричного потенціалу в стоячій хвилі другого звуку в зовнішньому постійному електричному полі;
- отримати явні вирази для електричних потенціалів, що виникають у хвилі першого звуку за рахунок флексоелектричного ефекту, прискорення рідини і зовнішнього сталого електричного поля. За здобутими формулами виконати чисельні розрахунки, які дозволяють зіставити теорію з експериментами, і можуть стимулювати постановку нових експериментів.

Дисертація виконувалась як частина досліджень, що проводилися на кафедрі теоретичної ядерної фізики та вищої математики та кафедрі прикладної фізики та фізики плазми фізико-технічного факультету Харківського національного університету імені В.Н.Каразіна. Теоретичні дослідження та здобуті фізичні результати описані в наступних чотирьох розділах дисертації.

## РОЗДІЛ 2. ТРАНСФОРМАЦІЯ ФОНОНІВ НА МЕЖІ ПОДІЛУ НЕ П – ТВЕРДЕ ТІЛО

У розділі побудовано теорію пружної та непружної взаємодії фононів гелію та твердого тіла на межі поділу цих середовищ. В основі запропонованої теорії лежить гідродинамічний гамільтоніан теплових збуджень в зовнішньому полі, створеним поверхнею твердого тіла, що коливається [17]. Такий гамільтоніан істотно відрізняється від гамільтоніанів, які використовувалися в роботах [17, 40] і, при цьому, дає правильний результат для пружного процесу, що співпадає з результатом, отриманим в теорії Халатнікова [19]. Розглянуті всі непружні процеси взаємодії фононів гелію та твердого тіла в третьому порядку теорії збуджень. Для цього було проведено процедуру вторинного квантування поля фононів у півпросторах, які займають рідкий гелій та тверде тіло, й здобуто явні вирази для операторів гідродинамічних змінних в термінах операторів народження та знищення фононів.

### 2.1. Енергія теплових збуджень поблизу стінки, яка коливається

Коливання стінки збуджують в рідині коливання щільності  $\rho_i$  і швидкості  $\mathbf{v}_i$  поряд з присутніми в рідині власними коливаннями  $\rho$  і  $\mathbf{v}$ . Представимо щільність енергії в загальному вигляді [1]

$$E = \frac{1}{2}(\rho_L + \rho + \rho_i)(\vec{v} + \vec{v}_i)^2 + E_\rho(\rho_L + \rho + \rho_i), \quad (2.1)$$

де  $\rho_L$  - рівноважне значення щільності рідини,  $E_\rho$  - функціонал щільності. Позначивши наводимо  $\rho_t = \rho_L + \rho + \rho_i$  рівняння (2.1) до наступного вигляду, який представляє собою розкладання до кубічних членів по малим параметрам швидкості і відхилення щільності гелію від рівноважного значення:

$$E = E_{0,1} + \frac{(\rho_L + \rho + \rho_i)(\vec{v} + \vec{v}_i)^2}{2} + \left( \frac{c_L^2}{\rho_t} \right)_{\rho_t = \rho_L} \frac{1}{2}(\rho + \rho_i)^2 + \left( \frac{\partial}{\partial \rho_t} \frac{c_L^2}{\rho_t} \right)_{\rho_t = \rho_L} \frac{1}{3!}(\rho + \rho_i)^3. \quad (2.2)$$



Тут

$$E_{0,1} = E_\rho(\rho_L) + \left. -\frac{\partial E_\rho(\rho_t)}{\partial \rho_t} \right|_{\rho_t=\rho_L} (\rho + \rho_i)$$

сума нульового і першого членів розкладання, які не дають вкладу у взаємодію стінки, що коливається, і рідини;

$$\left( \frac{c_L^2}{\rho_t} \right)_{\rho_t=\rho_L} = \left( \frac{\partial^2 (E_\rho(\rho_t))}{\partial \rho_t^2} \right)_{\rho_t=\rho_L},$$

де  $c_L$  - швидкість звуку в рідині.

Враховуючи той факт, що

$$\left( \frac{\partial}{\partial \rho_t} \frac{c_L^2}{\rho_t} \right)_{\rho_t=\rho_L} = \frac{c_L}{\rho_L} \left( 2 \left( \frac{\partial c_L}{\partial \rho_t} \right)_{\rho_t=\rho_L} - \frac{c_L}{\rho_L} \right) = \frac{c_L^2}{\rho_L^2} (2u - 1), \quad (2.3)$$

де  $u = \partial(\ln c) / \partial(\ln \rho)$  - стала Грюнайзена, отримуємо

$$E = \frac{1}{2} \rho_L (\vec{v} + \vec{v}_i)^2 + \frac{c_L^2}{2\rho_L} (\rho + \rho_i)^2 + \frac{1}{2} (\rho + \rho_i) (\vec{v} + \vec{v}_i)^2 + \frac{c_L^2}{6\rho_L^2} (2u - 1) (\rho + \rho_i)^3 \quad (2.4)$$

У формулі (2.4) перші два доданка квадратичні, інші – кубічні за збуренням.

Тепер напишемо енергію взаємодії. У неї входять тільки ті складові, які складаються з множників, що характеризують і тверде тіло, і рідину:

$$E_{\text{int}} = \rho_L \vec{v} \vec{v}_i + \frac{c_L^2}{\rho_L} \rho \rho_i + \frac{\rho}{2} (2\vec{v} \vec{v}_i + v_i^2) + \frac{\rho_i}{2} (2\vec{v} \vec{v}_i + v^2) + \frac{c_L^2}{2\rho_L^2} (2u - 1) \rho \rho_i (\rho + \rho_i) \quad (2.5)$$

У формулі (2.5) перші два члена відповідають двофононним взаємодіям, а решта – трифононним (в термінах вторинного квантування).

Оскільки в даній задачі швидкості і щільності фононів твердого тіла і рідини задані на півпросторі, виникають труднощі з розкладанням їх у ряди Фур'є і подальшим застосуванням методу вторинного квантування. Тому у роботі пропонується такий спосіб аналітичного продовження рішень, який дозволив би застосувати розкладання в ряди Фур'є і метод вторинного квантування.

## 2.2. Перетворення Фур'є на півпросторі

Припустимо, що нам задана система рівнянь ідеальної рідини, що займає півпростір  $z > 0$ :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\rho_L \left[ \frac{\partial v_z}{\partial z} + \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} \right], \quad (2.6)$$

$$\frac{\partial v_x}{\partial t} = -\frac{c_L^2}{\rho_L} \frac{\partial \rho}{\partial x}, \quad \frac{\partial v_y}{\partial t} = -\frac{c_L^2}{\rho_L} \frac{\partial \rho}{\partial y} \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial v_z}{\partial t} = -\frac{c_L^2}{\rho_L} \frac{\partial \rho}{\partial z}, \quad (2.8)$$

При цьому, дані граничні умови:

$$v_z(z=0) \equiv 0, \quad (2.9)$$

в будь-який момент часу, включаючи початковий.

Плоскі хвилі, які в більшості випадків використовуються для вирішення аналогічних задач, не є ортогональними функціями на півпросторі. У зв'язку з цим, в даній роботі пропонується наступний підхід для вибору ортогонального набору функцій:

- 1) провести обчислення на всій півосі  $z > 0$ ;
- 2) непарним чином продовжити функцію  $v_z$  на весь простір;
- 3) парним чином продовжити  $v_x$ ,  $v_y$  і  $\rho$  на весь простір.

Тому вирази (2.6) – (2.8) перепишемо, замінивши

$$z \leftrightarrow -z, \quad (2.10)$$

і в результаті здобуваємо:

$$\frac{\partial \rho(-z)}{\partial t} = -\rho_L \left[ \frac{\partial v_z(-z)}{\partial(-z)} + \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} \right], \quad (2.11)$$

$$\frac{\partial v_x}{\partial t} = -\frac{c_L^2}{\rho_L} \frac{\partial \rho(-z)}{\partial x}, \quad \frac{\partial v_y}{\partial t} = -\frac{c_L^2}{\rho_L} \frac{\partial \rho(-z)}{\partial y} \quad (2.12)$$

$$\frac{\partial v_z(-z)}{\partial t} = -\frac{c_L^2}{\rho_0} \frac{\partial \rho(-z)}{\partial(-z)}. \quad (2.13)$$

Тепер, враховуючи (2.6) – (2.8), маємо

$$\frac{\partial \rho^{(s)}}{\partial t} = -\rho_L \left[ \frac{\partial v_z^{(a)}}{\partial z} + \frac{\partial v_x^{(s)}}{\partial x} + \frac{\partial v_y^{(s)}}{\partial y} \right], \quad (2.14)$$

$$\frac{\partial v_x^{(s)}}{\partial t} = -\frac{c_L^2}{\rho_L} \frac{\partial \rho^{(s)}}{\partial x}, \quad \frac{\partial v_y^{(s)}}{\partial t} = -\frac{c_L^2}{\rho_L} \frac{\partial \rho^{(s)}}{\partial y} \quad (2.15)$$

$$\frac{\partial v_z^{(a)}}{\partial t} = -\frac{c_L^2}{\rho_L} \frac{\partial \rho^{(s)}}{\partial z}, \quad (2.16)$$

де

$$\rho^{(s)} = \frac{1}{2}(\rho(z) + \rho(-z)), \quad (2.17)$$

$$v_x^{(s)} = \frac{1}{2}(v_x(z) + v_x(-z)) \quad (2.18)$$

$$v_y^{(s)} = \frac{1}{2}(v_y(z) + v_y(-z)) \quad (2.19)$$

– функції, які були приведені до симетричної форми, а

$$v_z^{(a)} = \frac{1}{2}(v_z(z) - v_z(-z)) \quad (2.20)$$

- функція, яка була приведена до асиметричної форми.

Тепер система рівнянь (2.14) – (2.16) нічим не відрізняється від такої ж системи, але заданої на всьому просторі.

Одного приведення рішень до симетричної форми недостатньо. Необхідно також привести до симетричної форми початкові умови таким способом:

$$\rho(t=0) \longrightarrow \frac{1}{2}[\rho(t=0, z) + \rho(t=0, -z)] = \rho^{(s)}(t=0, z), \quad (2.21)$$

$$v_{0x}(t=0) \longrightarrow \frac{1}{2}[v_{0x}(t=0, z) + v_{0x}(t=0, -z)] = v_{0x}^{(s)}(z), \quad (2.22)$$

$$v_{0y}(t=0) \longrightarrow \frac{1}{2}[v_{0y}(t=0, z) + v_{0y}(t=0, -z)] = v_{0y}^{(s)}(z)$$

$$v_{0z}(t=0) \longrightarrow \frac{1}{2}[v_{0z}(t=0, z) - v_{0z}(t=0, -z)] = v_{0z}^{(s)}(t=0, z). \quad (2.23)$$

При такому підході і початкових умовах (2.21) – (2.23), система рівнянь (2.14) – (2.16), а, отже, і її рішення в будь-який момент часу має певну парність:  $v_x^{(s)}$ ,  $v_y^{(s)}$  і  $\rho^{(s)}$  є парними, а  $v_z^{(a)}$  є непарною.

Після такої операції симетризації наведемо вирази для Фур'є-перетворень. Введемо функції:

$$\begin{aligned}\rho(k_z, \vec{k}_{\parallel}) &= \int_{-\infty}^{+\infty} dz e^{-ik_z z} \int d\vec{\tau} e^{-i\vec{k}_{\parallel} \vec{\tau}} \rho^{(s)}(x, y, z), \\ v_{x,y}(k_z, \vec{k}_{\parallel}) &= \int_{-\infty}^{+\infty} dz e^{-ik_z z} \int d\vec{\tau} e^{i\vec{k}_{\parallel} \vec{\tau}} v_{x,y}^{(s)}(x, y, z), \\ v_z(k_z, \vec{k}_{\parallel}) &= \int_{-\infty}^{+\infty} dz e^{-ik_z z} \int d\vec{\tau} e^{-i\vec{k}_{\parallel} \vec{\tau}} v_z^{(a)}(x, y, z),\end{aligned}\tag{2.24}$$

де  $\vec{\tau} = (x, y)$  і  $\vec{k}_{\parallel} = (k_x, k_y)$ . Співвідношення (2.24) є Фур'є – образами вихідних функцій, які задовольняють наступній системі рівнянь:

$$\begin{aligned}-i\omega\rho &= -i\rho_L [k_z v_z + k_x v_x + k_y v_y], \\ -i\omega v_x - i\omega v_y &= -i \frac{c_L^2}{\rho_L} k_{\parallel} \rho, \\ -i\omega v_z &= -i \frac{c_L^2}{\rho_L} k_z \rho,\end{aligned}\tag{2.25}$$

Тут всі часові залежності представлені у вигляді множника  $e^{-i\omega t}$ .

З спільності системи лінійних рівнянь (2.25) отримуємо закон дисперсії

$$\omega^2 = c^2 k^2.\tag{2.26}$$

Враховуючи той факт, що щільність є симетричною функцією, отримуємо такий вираз для Фур'є-образу:

$$\begin{aligned}\rho(k_z, \vec{k}_{\parallel}) &= \int_{-\infty}^{+\infty} dz e^{-ik_z z} \int d\vec{\tau} e^{-i\vec{k}_{\parallel} \vec{\tau}} \rho^{(s)}(x, y, z) = \\ &= \int_0^{+\infty} dz e^{-ik_z z} \int d\vec{\tau} e^{-i\vec{k}_{\parallel} \vec{\tau}} \rho^{(s)}(x, y, z) + \int_{-\infty}^0 dz e^{-ik_z z} \int d\vec{\tau} e^{-i\vec{k}_{\parallel} \vec{\tau}} \rho^{(s)}(x, y, z) =\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \int_0^{+\infty} dz e^{-ik_z z} \int d\vec{\tau} e^{-i\vec{k}_{\parallel} \vec{\tau}} \rho^{(s)}(x, y, z) + \int_0^{+\infty} dz e^{+ik_z z} \int d\vec{\tau} e^{-i\vec{k}_{\parallel} \vec{\tau}} \rho^{(s)}(x, y, z) = \\
&= \int_0^{+\infty} dz \left[ e^{+ik_z z} + e^{-ik_z z} \right] \int d\vec{\tau} e^{-i\vec{k}_{\parallel} \vec{\tau}} \rho^{(s)}(x, y, z). \tag{2.27}
\end{aligned}$$

Як результат здобуваємо

$$\rho(k_z, \vec{k}_{\parallel}) = \int_0^{+\infty} dz \left[ e^{+ik_z z} + e^{-ik_z z} \right] \int d\vec{\tau} e^{-i\vec{k}_{\parallel} \vec{\tau}} \rho^{(s)}(x, y, z). \tag{2.28}$$

Аналогічним чином, здобуваємо результат для  $v_{x,y}(k_z, \vec{k}_{\parallel})$

$$v_{x,y}(k_z, \vec{k}_{\parallel}) = \int_0^{+\infty} dz \left[ e^{+ik_z z} + e^{-ik_z z} \right] \int d\vec{\tau} e^{-i\vec{k}_{\parallel} \vec{\tau}} v_{x,y}^{(s)}(x, y, z) \tag{2.29}$$

Для функції  $v_z(k_z, \vec{k}_{\parallel})$  операція є аналогічною, за винятком знаку мінус, тому що  $v_z(z)$  є антисиметричною за координатою  $z$ :

$$v_z(z) = -v_z(-z), \tag{2.30}$$

Звідси

$$v_z(k_z, \vec{k}_{\parallel}) = \int_0^{+\infty} dz \left[ e^{+ik_z z} - e^{-ik_z z} \right] \int d\vec{\tau} e^{-i\vec{k}_{\parallel} \vec{\tau}} v_z^{(a)}(x, y, z). \tag{2.31}$$

Зазначимо, що у всіх виразах (2.28), (2.29) та (2.31) індекси  $(s)$  і  $(a)$  можна виділити, тому що  $z > 0$ .

Тепер наведемо зворотні Фур'є-перетворення

$$\begin{aligned}
\rho^{(s)}(x, y, z) &= \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{+\infty} dk_z e^{ik_z z} \int d\vec{k}_{\parallel} e^{i\vec{k}_{\parallel} \vec{\tau}} \rho(k_z, \vec{k}_{\parallel}), \\
v_{x,y}^{(s)}(x, y, z) &= \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{+\infty} dk_z e^{ik_z z} \int d\vec{k}_{\parallel} e^{i\vec{k}_{\parallel} \vec{\tau}} v_{x,y}(k_z, \vec{k}_{\parallel}), \\
v_z^{(a)}(x, y, z) &= \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{+\infty} dk_z e^{ik_z z} \int d\vec{k}_{\parallel} e^{i\vec{k}_{\parallel} \vec{\tau}} v_z(k_z, \vec{k}_{\parallel}).
\end{aligned} \tag{2.32}$$

Користуючись певною парністю кожної з цих функцій маємо (обчислення для  $v_{x,y}^{(s)}(x, y, z)$  будуть аналогічні):

$$\rho^{(s)}(x, y, z) = \frac{1}{2} [\rho(x, y, z) + \rho(x, y, -z)] = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dk_z}{2\pi} [e^{ik_z z} + e^{-ik_z z}] \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\vec{k}_{\parallel}}{(2\pi)^2} e^{i\vec{k}_{\parallel} \vec{r}} \rho(k_z, \vec{k}_{\parallel}) \quad (2.33)$$

та враховуючи (2.24):

$$\begin{aligned} \rho^{(s)}(x, y, z) &= \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dk_z}{2\pi} [e^{ik_z z} + e^{-ik_z z}] \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\vec{k}_{\parallel}}{(2\pi)^2} e^{i\vec{k}_{\parallel} \vec{r}} \rho(k_z, \vec{k}_{\parallel}) = \\ &= \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dk_z}{2\pi} [e^{ik_z z} + e^{-ik_z z}] \int_{-\infty}^{+\infty} d\vec{z} e^{-ik_z \vec{z}} \rho^{(s)}(x, y, \vec{z}) = \\ &= \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} d\vec{z} e^{-ik_z \vec{z}} \rho^{(s)}(x, y, \vec{z}) [\delta(z + \vec{z}) + \delta(z - \vec{z})] = \frac{1}{2} [\rho(x, y, z) + \rho(x, y, -z)] \quad (2.34). \end{aligned}$$

Крім того, можна записати такий вираз для зворотного Фур'є-перетворення на півпросторі:

$$\rho^{(s)}(x, y, z) = \int_0^{+\infty} \frac{dk_z}{2\pi} [e^{ik_z z} + e^{-ik_z z}] \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\vec{k}_{\parallel}}{(2\pi)^2} e^{i\vec{k}_{\parallel} \vec{r}} \rho(k_z, \vec{k}_{\parallel}). \quad (2.35)$$

Проведемо перевірку такого розкладу в ряди Фур'є для щільності. Для цього підставимо в (2.35) вираз для  $\rho(k_z, \vec{k}_{\parallel})$  з (2.24). В цьому випадку перевірка виглядає так (перевіримо тільки для залежності від  $z$ , оскільки перевірка по  $x$  і  $y$  очевидна):

$$\begin{aligned} \rho^{(s)}(z) &= \int_0^{+\infty} \frac{dk_z}{2\pi} [e^{ik_z z} + e^{-ik_z z}] \rho(k_z) = \\ &= \int_0^{+\infty} \frac{dk_z}{2\pi} [e^{ik_z z} + e^{-ik_z z}] \int_{-\infty}^{+\infty} d\vec{z} [e^{ik_z \vec{z}} + e^{-ik_z \vec{z}}] \rho^{(s)}(\vec{z}) = \\ &= \int_0^{+\infty} d\vec{z} \rho^{(s)}(\vec{z}) \int_0^{+\infty} \frac{dk_z}{2\pi} [e^{ik_z(z+\vec{z})} + e^{-ik_z(z+\vec{z})} + e^{ik_z(z-\vec{z})} + e^{-ik_z(z-\vec{z})}]. \quad (2.36) \end{aligned}$$

Враховуючи рівність

$$\int_0^{+\infty} \frac{dk_z}{2\pi} \left[ e^{ik_z(z+\tilde{z})} + e^{-ik_z(z+\tilde{z})} + e^{ik_z(z-\tilde{z})} + e^{-ik_z(z-\tilde{z})} \right] = \delta(z+\tilde{z}) + \delta(z-\tilde{z}), \quad (2.37)$$

здобуємо

$$\rho^{(s)}(z) = \int_0^{+\infty} d\tilde{z} \rho^{(s)}(x, \tilde{z}) [\delta(z+\tilde{z}) + \delta(z-\tilde{z})]. \quad (2.38)$$

Проведемо також перевірку для непарних функцій (знову ж розглядаємо тільки залежність від  $z$ , по викладеній вище причині):

1) у всьому просторі

$$\begin{aligned} v_z^{(a)}(z) &\equiv \frac{1}{2} [v_z^{(a)}(z) - v_z^{(a)}(-z)] = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dk_z}{2\pi} [e^{-ik_z z} - e^{ik_z z}] v_z(k_z) = \\ &= \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dk_z}{2\pi} [e^{-ik_z z} - e^{ik_z z}] \int_{-\infty}^{+\infty} d\tilde{z} e^{-ik_z \tilde{z}} v_z^{(a)}(\tilde{z}) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} d\tilde{z} v_z^{(a)}(\tilde{z}) [\delta(z+\tilde{z}) - \delta(z-\tilde{z})] \end{aligned} \quad (2.39)$$

2) у півпросторі

$$\begin{aligned} v_z^{(a)}(z) &= \frac{1}{2} \left\{ \int_0^{+\infty} \frac{dk_z}{2\pi} [e^{-ik_z z} - e^{ik_z z}] v_z(k_z) + \int_{-\infty}^0 \frac{dk_z}{2\pi} [e^{-ik_z z} - e^{ik_z z}] v_z(k_z) \right\} = \\ &= \int_0^{+\infty} \frac{dk_z}{2\pi} [e^{-ik_z z} - e^{ik_z z}] v_z(k_z) = \int_0^{+\infty} \frac{dk_z}{2\pi} [e^{-ik_z z} - e^{ik_z z}] \int_{-\infty}^{+\infty} d\tilde{z} e^{ik_z \tilde{z}} v_z^{(a)}(\tilde{z}) \end{aligned} \quad (2.40)$$

При отриманні (2.35) і (2.40) використовувалися такі вирази, які виходять з властивостей парності вихідних функцій:

$$\rho^{(s)}(z) = \rho^{(s)}(-z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} dk_z e^{ik_z z} \rho(k_z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} dk_z e^{ik_z z} \rho(-k_z), \quad (2.41)$$

Тепер, використовуючи (2.32), маємо

$$\rho(\vec{k}) = \rho(-\vec{k}). \quad (2.42)$$

Аналогічним образом для непарної функції отримуємо

$$v_z(\vec{k}) = -v_z(-\vec{k}). \quad (2.43)$$

Таким чином, можна ввести Фур'є-образи функцій з певною парністю

$$\rho(k_z, \vec{k}_{\parallel}) = \int_0^{+\infty} dz [e^{+ik_z z} + e^{-ik_z z}] \int d\vec{\tau} e^{-i\vec{k}_{\parallel} \vec{\tau}} \rho^{(s)}(x, y, z), \quad (2.44)$$

$$v_z(k_z, \vec{k}_{\parallel}) = \int_0^{+\infty} dz [e^{+ik_z z} + e^{-ik_z z}] \int d\vec{\tau} e^{-i\vec{k}_{\parallel} \vec{\tau}} v_z^{(a)}(x, y, z). \quad (2.45)$$

Зворотні Фур'є-перетворення будуть мати такий вигляд:

$$\rho^{(s)}(x, y, z) = \int_0^{+\infty} \frac{dk_z}{2\pi} [e^{ik_z z} + e^{-ik_z z}] \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\vec{k}_{\parallel} e^{i\vec{k}_{\parallel} \vec{\tau}}}{(2\pi)^2} \rho(k_z, \vec{k}_{\parallel}), \quad (2.46)$$

$$v_z^{(a)}(x, y, z) = \int_0^{+\infty} \frac{dk_z}{2\pi} [e^{-ik_z z} - e^{ik_z z}] \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\vec{k}_{\parallel} e^{i\vec{k}_{\parallel} \vec{\tau}}}{(2\pi)^2} v_z(k_z, \vec{k}_{\parallel}). \quad (2.47)$$

Таким чином, на певному класі функцій (із заданою парністю) можна вводити розкладання за функціями, які відповідають певному значенню енергії ( $E_k \sim k^2 = (-k)^2$ ),

$$\varphi \sim e^{ik_z z} + e^{-ik_z z}, \quad \chi \sim e^{-ik_z z} - e^{ik_z z}. \quad (2.48)$$

При цьому, обчислення проводяться на півпросторі і в звичайних координатах, і в сполучених.



### 2.3. Нормування плоских хвиль на енергію

У цьому пункті проведемо процедуру нормування плоских хвиль на величини енергії квазічастинки. Візьмемо щільність енергії в наступному вигляді

$$E = \frac{\rho_L}{2} v_x^2 + \frac{\rho_L}{2} v_y^2 + \frac{\rho_L}{2} v_z^2 + \frac{c_L^2}{2\rho_L} \rho^2. \quad (2.49)$$

Для початку будемо вимагати, щоб функції  $v_x$ ,  $v_y$ ,  $\rho$  і  $v_z$  володіли заданою парністю. Далі візьмемо інтеграл по всьому об'єму, при цьому подвоїмо повну енергію.

$$2E_{\text{повна}} = \int_{-\infty}^{+\infty} dz \int_{-\infty}^{+\infty} dx \int_{-\infty}^{+\infty} dy E(x, y, z) = 2 \int_0^{+\infty} dz \int_{-\infty}^{+\infty} dx \int_{-\infty}^{+\infty} dy E(x, y, z). \quad (2.50)$$

Інтегрування парних функцій дає:

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{+\infty} dz \int_{-\infty}^{+\infty} dx \int_{-\infty}^{+\infty} dy \rho^2(x, y, z) = \\ & = \int_{-\infty}^{+\infty} dz \int_{-\infty}^{+\infty} dx \int_{-\infty}^{+\infty} dy \int_0^{+\infty} \frac{dk_z}{2\pi} \left[ e^{ik_z z} + e^{-ik_z z} \right] \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\vec{k}_{\parallel} e^{i\vec{k}_{\parallel} \vec{r}}}{(2\pi)^2} \rho(k_z, \vec{k}_{\parallel}) \times \\ & \times \int_0^{+\infty} \frac{dk_{1z}}{2\pi} \left[ e^{ik_{1z} z} + e^{-ik_{1z} z} \right] \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\vec{k}_{1\parallel} e^{i\vec{k}_{1\parallel} \vec{r}}}{(2\pi)^2} \rho(k_{1z}, \vec{k}_{1\parallel}) \\ & = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{+\infty} d\vec{k} \rho^2(\vec{k}) \end{aligned} \quad (2.51)$$

і аналогічно

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dz \int_{-\infty}^{+\infty} dx \int_{-\infty}^{+\infty} dy v_x^2(x, y, z) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{+\infty} d\vec{k} v_x^2(\vec{k}) = \frac{1}{(2\pi)^3} 2 \int_0^{+\infty} d\vec{k} v_x^2(\vec{k}). \quad (2.52)$$

Інтегрування непарної функції, в свою чергу, дає:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dz \int_{-\infty}^{+\infty} dx \int_{-\infty}^{+\infty} dy v_z^2(x, y, z) = -\frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{+\infty} d\vec{k} v_z^2(\vec{k}). \quad (2.53)$$

Знак мінус врахуємо в комплексному ( в загальному випадку ) характеру функцій  $\rho$  і  $v_z$ : функція  $v_z(\vec{k})$  є чисто мнимою, а функція  $\rho(\vec{k})$  – чисто дійсною.

У підсумку, отримуємо такий кінцевий вираз для енергії:

$$E_{\text{повна}} = \int_0^{+\infty} dz \int_{-\infty}^{+\infty} dx \int_{-\infty}^{+\infty} dy E(z) = \int_0^{+\infty} \frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3} \left\{ \frac{c_L^2}{\rho_L} |\rho_k|^2 + \frac{\rho_L}{2} |v_k|^2 \right\}, \quad (2.54)$$

що виявився набором незв'язаних гармонійних осциляторів. Це дає нам підставу для проведення процедури вторинного квантування.

## 2.4. Квантування поля фононів на півпросторі

Для опису потоку тепла слід записати вираз для гамільтоніану взаємодії фононів на межі Не II – тверде тіло. Для цього, насамперед, необхідно представити оператори щільності і швидкості в термінах вторинного квантування, з урахуванням необхідного нормування на півпросторі. Умови на симетричність цих операторів впливають з граничних умов на межі розподілу надплинний гелій - тверде тіло.

### 2.4.1. Оператор щільності

Представимо оператор щільності у наступному вигляді:

$$\hat{\rho} = \rho_L \sum_{k_z=0}^{+\infty} \sum_{\vec{k}_{\parallel}} i\alpha_k \left[ \hat{a}_k - \hat{a}_{-k}^+ + \hat{a}_{-k} - \hat{a}_k^+ \right] \left( \frac{e^{ik_z z} + e^{-ik_z z}}{\sqrt{2}} \right) e^{i\vec{k}_{\parallel} \vec{r}}, \quad (2.55)$$

де  $\hat{a}_{\pm k} = \hat{a}(\vec{k}_{\parallel}, \pm k_z)$  та  $\hat{a}_{\pm k}^+ = \hat{a}^+(\vec{k}_{\parallel}, \pm k_z)$  – скорочений запис оператора знищення і народження фононів, коефіцієнт  $\alpha_k$  – функція від  $|\mathbf{k}|$ , яку шукаємо у вигляді

$$\alpha_k = \frac{i}{c_L} \sqrt{\frac{\hbar\omega}{LS \cdot \rho_L}} N, \quad (2.56)$$

а  $N$  – невідома стала для нормування.

Наведений вигляд рівняння (2.55) зумовлений умовами симетричності за координатою  $z$ , а також необхідністю оператора щільності бути ермітовим. Ермітовий характер цього оператора перевіримо таким чином:

$$\begin{aligned}
\hat{\rho}^+ &= \rho_L \sum_{k_z=0}^{+\infty} \sum_{\bar{k}_{\parallel}} (-i) \alpha_k \left[ -\hat{a}_{-k} + \hat{a}_k^+ - \hat{a}_k + \hat{a}_{-k}^+ \left( \frac{e^{ik_z z} + e^{-ik_z z}}{\sqrt{2}} \right) \right] e^{i\bar{k}_{\parallel} \bar{z}} = \\
&= \rho_L \sum_{k_z=0}^{+\infty} \sum_{\bar{k}_{\parallel}} i \alpha_k \left[ \hat{a}_{-k} - \hat{a}_k^+ + \hat{a}_k - \hat{a}_{-k}^+ \left( \frac{e^{ik_z z} + e^{-ik_z z}}{\sqrt{2}} \right) \right] e^{i\bar{k}_{\parallel} \bar{z}} = \hat{\rho}
\end{aligned} \quad (2.57)$$

Щоб обчислити нормувальний множник в (2.56) обчислимо потенційну енергію рідини:

$$\begin{aligned}
E_n &= \frac{c_L^2}{2\rho_L} \int_S dS \int_0^L dz \rho^2(x, y, z) = \\
&= \frac{c_L^2 S}{2\rho_L} \int_0^L dz \rho_L^2 \sum_{k_1, k_2=0}^{+\infty} (i\alpha_{k_1})(i\alpha_{k_2}) \left[ \hat{a}_{k_1} - \hat{a}_{-k_1}^+ + \hat{a}_{-k_1} - \hat{a}_{k_1}^+ \right] \times \\
&\quad \times \left[ \hat{a}_{k_2} - \hat{a}_{-k_2}^+ + \hat{a}_{-k_2} - \hat{a}_{k_2}^+ \right] \left( e^{ik_{1z}z} + e^{-ik_{1z}z} \right)
\end{aligned} \quad (2.58)$$

Обчислимо інтеграл в (2.58) інтеграл за  $dz$ :

$$\begin{aligned}
&\int_0^L dz \left( e^{i(k_{1z}+k_{2z})z} + e^{-i(k_{1z}+k_{2z})z} + e^{i(k_{1z}-k_{2z})z} + e^{-i(k_{1z}-k_{2z})z} \right) = \\
&= \int_{-L}^L dz \left( e^{i(k_{1z}+k_{2z})z} + e^{i(k_{1z}-k_{2z})z} \right) \rightarrow 2L(\delta_{k_{1z}, k_{2z}} + \delta_{k_{1z}, -k_{2z}})
\end{aligned} \quad (2.59)$$

Перехід в (2.59) до символів Кронекера здійснюється через те, що  $k_z$  є дискретною величиною. З урахуванням рівнянь (2.59) в (2.58) зробимо підсумовування по одному з індексів:

$$\begin{aligned}
E_n &= \frac{2LSc_L^2}{2\rho_L} \sum_{k_{1z}, k_{2z}=0}^{+\infty} (-\alpha_{k_1} \alpha_{k_2}) \left[ -\hat{a}_{k_1} \hat{a}_{k_2}^+ - \hat{a}_{-k_1}^+ \hat{a}_{-k_2} \right] (\delta_{k_{1z}, k_{2z}} + \delta_{k_{1z}, -k_{2z}}) = \\
&= \frac{2LSc_L^2}{2\rho_L} \sum_{k=0}^{+\infty} \alpha_k^2 \left[ \hat{a}_k \hat{a}_k^+ + \hat{a}_{-k}^+ \hat{a}_{-k} \right].
\end{aligned} \quad (2.60)$$

Далі використовуємо тотожність

$$\hat{a}_k \hat{a}_k^+ = \hat{a}_k^+ \hat{a}_k + 1, \quad (2.61)$$

та рівняння (2.56), здобуємо

$$E_n = N \sum_{k=0}^{\infty} \hbar \omega (n_k + n_{-k} + 1) = N \sum_{k=-\infty}^{\infty} \hbar \omega \left( n_k + \frac{1}{2} \right) = \frac{E_{полн}}{2}. \quad (2.62)$$

Тепер в (2.62) враховуємо, що потенційна енергія становить половину повної енергії, і отримуємо

$$N = \frac{1}{2}. \quad (2.63)$$

#### 2.4.2. Оператор швидкості

Оператор швидкості представимо в термінах операторів народження і знищення, також він повинен бути Ермітовим і асиметричним. З рівняння руху рідини

$$\frac{\partial v_z}{\partial t} = -\frac{c_L^2}{\rho_L} \frac{\partial \rho}{\partial z}, \quad (2.64)$$

та представлення оператора щільності в термінах вторинного квантування (2.55), для оператора швидкості отримуємо

$$\hat{v}_z = c_L \sum_{k_z=0}^{+\infty} \sum_{\bar{k}_{\parallel}} i \alpha_k \frac{k_z}{k} \left[ \hat{a}_k + \hat{a}_{-k}^+ + \hat{a}_{-k} + \hat{a}_k^+ \right] \left( \frac{e^{ik_z z} - e^{-ik_z z}}{\sqrt{2}} \right) e^{i\bar{k}_{\parallel} \bar{z}}, \quad (2.65)$$

Аналогічним чином для паралельних складових швидкості, які є симетричними функціями за координатою  $z$ , отримуємо:

$$\hat{v}_{x,y} = c_L \sum_{k_z=0}^{+\infty} \sum_{\bar{k}_{\parallel}} i \alpha_k \frac{k_{x,y}}{k} \left[ \hat{a}_k + \hat{a}_{-k}^+ + \hat{a}_{-k} + \hat{a}_k^+ \right] \left( \frac{e^{ik_z z} + e^{-ik_z z}}{\sqrt{2}} \right) e^{i\bar{k}_{\parallel} \bar{z}} \quad (2.66)$$

Тепер обчислимо кінетичну енергію

$$E_k = \frac{\rho_L}{2} \int_S dS \int_0^L dz v^2(z). \quad (2.67)$$

Обчислення є аналогічними до обчислень для  $E_n$  і дають

$$E_k = N \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left( n_k + \frac{1}{2} \right), \quad (2.68)$$

і оскільки  $E_k$  є половиною повної енергії, ми отримуємо, що

$$N = \frac{1}{2}. \quad (2.69)$$

Видно, що представлення для щільності і швидкості дають однакові результати (2.63) і (2.69), тому ми можемо використовувати дані вирази для операторів і далі.

### 2.4.3. Оператор потенціалу швидкості

Рівняння для потенціалу швидкості має вигляд

$$\vec{v} = \nabla \varphi. \quad (2.70)$$

Отже

$$\vec{v} = i\vec{k}\varphi. \quad (2.71)$$

Тоді з (2.71) і з (2.68) отримуємо

$$\hat{\varphi} = c_L \sum_{k_z=0}^{+\infty} \sum_{\vec{k}_{\parallel}} \alpha_k \frac{1}{k} \left[ \hat{a}_k + \hat{a}_{-k}^+ + \hat{a}_{-k} + \hat{a}_k^+ \right] \left( \frac{e^{ik_z z} + e^{-ik_z z}}{\sqrt{2}} \right) e^{i\vec{k}_{\parallel} \vec{r}}. \quad (2.72)$$

Оператор потенціалу швидкості є Ермітовим та симетричним. Правильність такого розкладу перевіримо, знайшовши комутатор  $[\hat{\rho}, \hat{\varphi}]$ , який, як відомо, дорівнює

$$[\hat{\rho}, \hat{\varphi}] = i\hbar \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2), \quad (2.73a)$$

де  $\hat{\rho} = \hat{\rho}(\vec{r}_1)$  и  $\hat{\varphi} = \hat{\varphi}(\vec{r}_2)$ .

Тепер використовуємо цей вираз для комутатора і (2.55)

$$\begin{aligned} [\hat{\rho}, \hat{\varphi}] = & \sum_{k_{1z}, k_{2z}=0}^{+\infty} \sum_{\vec{k}_{1\parallel}, \vec{k}_{2\parallel}} \frac{c_L \rho_L}{k} i \alpha_{k_1} \alpha_{k_2} \times \\ & \times \left\{ \left[ \hat{a}_{k_1} - \hat{a}_{-k_1}^+ + \hat{a}_{-k_1} - \hat{a}_{k_1}^+ \right] \left[ \hat{a}_{k_2} + \hat{a}_{-k_2}^+ + \hat{a}_{-k_2} + \hat{a}_{k_2}^+ \right] - \right. \\ & \left. \left[ \hat{a}_{k_2} + \hat{a}_{-k_2}^+ + \hat{a}_{-k_2} + \hat{a}_{k_2}^+ \right] \left[ \hat{a}_{k_1} - \hat{a}_{-k_1}^+ + \hat{a}_{-k_1} - \hat{a}_{k_1}^+ \right] \right\} \times \\ & \times \left( \frac{e^{ik_{1z}z} + e^{-ik_{1z}z}}{\sqrt{2}} \right) \left( \frac{e^{ik_{2z}z} + e^{-ik_{2z}z}}{\sqrt{2}} \right) e^{i\vec{k}_{1\parallel} \vec{r}} e^{-i\vec{k}_{2\parallel} \vec{r}} \end{aligned} \quad (2.73b)$$

Далі обчислимо вираз в фігурних дужках в (2.73), з огляду на правила комутації операторів народження і знищення для бозе-частинок:

$$\begin{aligned} & \left[ \hat{a}_{k_1} - \hat{a}_{-k_1}^+ + \hat{a}_{-k_1} - \hat{a}_{k_1}^+ \right] \left[ \hat{a}_{k_2} + \hat{a}_{-k_2}^+ + \hat{a}_{-k_2} + \hat{a}_{k_2}^+ \right] - \\ & - \left[ \hat{a}_{k_2} + \hat{a}_{-k_2}^+ + \hat{a}_{-k_2} + \hat{a}_{k_2}^+ \right] \left[ \hat{a}_{k_1} - \hat{a}_{-k_1}^+ + \hat{a}_{-k_1} - \hat{a}_{k_1}^+ \right] = 2\delta_{k_1, -k_2} \end{aligned} \quad (2.74)$$

З огляду на це, вираз (2.73) приймає наступний вигляд:

$$[\hat{\rho}, \hat{\phi}] = c_L \rho_L \sum_{\vec{k}} i\alpha_k^2 \frac{1}{k} e^{ik_z(z_1 - z_2)} e^{i(\vec{k}_{1\parallel} - \vec{k}_{2\parallel})\vec{r}}. \quad (2.75)$$

Враховуючі (2.56) та тотожність

$$\sum_{\vec{k}} e^{ik_z(z_1 - z_2)} e^{i(\vec{k}_{1\parallel} - \vec{k}_{2\parallel})\vec{r}} \longrightarrow \frac{LS}{(2\pi)^3} \int d\vec{k} \cdot e^{ik(z_1 - z_2)} e^{i(\vec{k}_{1\parallel} - \vec{k}_{2\parallel})\vec{r}}. \quad (2.76)$$

Остаточно здобуваємо:

$$[\hat{\rho}, \hat{\phi}] = 2i\hbar \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) N.$$

Порівнюючи (3.3.6) и (3.3.10), получим

$$N = \frac{1}{2}.$$

Таким чином ми довели, що з нормуванням (2.56), в якому виконується співвідношення (2.78), мають місце представлення для операторів щільності і швидкості з відповідними симетризаціями. Здобуті ермітові і симетризовані вирази для оператора швидкості і щільності будемо використовувати далі в обчисленні гамільтоніану.

## 2.5. Гамільтоніан взаємодії гелій – тверде тіло

Щоб врахувати внесок непружних процесів в потік тепла на межі гелій - тверде тіло, потрібно розкласти щільність енергії до кубічних членів за збуренням. Саме кубічні члени відповідають 3-х фононним процесам на межі гелій – тверде тіло, оскільки в них будуть входити добутки з 3-х операторів народження і знищення фононів. Так само в цьому розкладанні будуть присутні і пружні процеси, які складаються лише з 2-х фононної

взаємодії на межі гелій – тверде тіло. Вони будуть також розглянуті далі для порівняння з [19].

Коливання рідини  $\rho_i$  і  $v_i$  які викликані наявністю стінки, визначаються амплітудою коливання стінки виходячи з розв'язку системи гідродинамічних рівнянь.

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho_L \operatorname{div} \vec{v}_i = 0 \\ \frac{\partial \vec{v}_i}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_L} \nabla P \equiv -\frac{c_L^2}{\rho_L} \nabla \rho_i \end{cases} .$$

Коливання стінки при цьому відіграють роль граничних умов:

$$v_z(z=0) \equiv V_{Bz} e^{-i\Omega t} .$$

Тут  $V_{Bz}$  – z-ва компонента швидкості стінки,  $\Omega$  а – частота коливань стінки.

Розв'язок цієї системи за такою граничною умовою має такий вигляд

$$\hat{v}_{iz} = V_{Bz} \exp(ik_z z - i\Omega t)$$

і являє собою плоску хвилю, що біжить від стінки зі швидкістю звуку. Тут хвильової вектор визначається з розв'язку системи гідродинамічних рівнянь рідини

$$k = \Omega / c_L .$$

З розв'язку цієї ж системи визначається і щільність

$$\rho_i = -\frac{\rho_L}{c_L} V_{Bz} \exp(ikz - i\omega t)$$

Ці величини не зв'язані з операторами народження  $\hat{a}_k^+$  та знищення  $\hat{a}_k$  фононів гелію, а визначаються тільки швидкістю коливань стінки  $V_{Bz}$ , тобто зовнішнім впливом.

Коливання стінки в свою чергу, можуть бути викликані механічним впливом (мембрана або камертон), або нагріванням твердого тіла. В останньому випадку фонони твердого тіла падаючи і відбиваючись від кордону призводять до її вібрацій.

Після проведення процедури вторинного квантування в твердому тілі [19] отримуємо, що оператор  $\hat{V}_{BZ}$  визначаються операторами народження  $\hat{b}_q^+$  та знищення фононів твердого тіла  $\hat{b}_q^+$  і  $\hat{b}_q$ .

$$\hat{V}_{Bz} = \sum_{\vec{q}} \sqrt{\frac{\hbar\Omega}{\rho_S V_S}} \frac{q_z}{q} \left[ \hat{b}_q - \hat{b}_{-q}^+ + \hat{b}_{-q} - \hat{b}_q^+ \right] e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}},$$

де  $V_S$  - об'єм твердого тіла,  $\rho_S$  - щільність твердого тіла,  $\vec{q}$  і  $\Omega$  - імпульс і частота фонона твердого тіла відповідно. В результаті для швидкості  $v_i$  і щільності  $\rho_i$  вимушених коливань в гелії отримуємо вирази

$$\rho_i = \frac{\rho_L}{c_L} \sum_{\vec{q}} \sqrt{\frac{\hbar\Omega}{\rho_S V_S}} \left[ \hat{b}_q - \hat{b}_{-q}^+ + \hat{b}_{-q} - \hat{b}_q^+ \right] e^{i\Omega z/c_L} e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}} \quad (2.77)$$

$$\hat{v}_{iz} = - \sum_{\vec{q}} \sqrt{\frac{\hbar\Omega}{\rho_S V_S}} \frac{q_z}{q} \left[ \hat{b}_q - \hat{b}_{-q}^+ + \hat{b}_{-q} - \hat{b}_q^+ \right] e^{i\Omega z/c_L} e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}} \quad (2.78)$$

які використовуємо для визначення гамільтоніану взаємодії.

Використавши розкладений вираз для енергії (2.54), підставимо в нього вираз для збурених значень щільності і швидкості рідини в термінах вторинного квантування, а саме вираз (2.77) для щільності та (2.78) для швидкості рідини.

Оператор Гамільтона матиме такий вигляд:

$$\hat{H}_{\text{int}} = \int_0^L dz \int dS E_{\text{int}}. \quad (2.80)$$

Слід зазначити, що нульові і лінійні складові в  $E_{\text{int}}$  дадуть нульовий внесок в загальний гамільтоніан після інтегрування по всьому простору.

Після виконання вказаних вище дій в представленні вторинного квантування з точністю до кубічних членів за малими збуреннями, гамільтоніан, що описує народження і знищення фононів на межі розподілу Не II - тверде тіло, буде мати наступний вигляд:

$$\hat{H}_{\text{int}} = \hat{H}_{\text{int}}^{(2)} + \hat{H}_{\text{int}}^{(3)}. \quad (2.81)$$



Тут перший доданок містить один оператор знищення (народження) фонона рідини і один оператор народження (знищення) фонона твердого тіла.  $\hat{H}_{\text{int}}^{(2)}$  описує перетворення фонона твердого тіла (рідина) в фонон рідини (твердого тіла) на межі поділу тверде тіло – надплинний гелій. При такому переході фонон зберігає свою енергію. Такий процес будемо називати пружним. Гамільтоніан описує всі пружні процеси на межі поділу матиме такий вигляд:

$$\hat{H}_{\text{int}}^{(2)} = ic_L \sqrt{\frac{\rho_L}{\rho_s}} \frac{\hbar S}{\sqrt{V_L V_s}} \sum_{\bar{k}} \sum_{\bar{q}} \frac{q_z}{q} [\hat{a}_k + \hat{a}_{-k} + \hat{a}_k^+ + \hat{a}_{-k}^+] [\hat{b}_{-q} - \hat{b}_q^+ + \hat{b}_q - \hat{b}_{-q}^+] \delta_{\bar{k}_{\parallel}, \bar{q}_{\parallel}}. \quad (2.82)$$

Другий доданок в (2.81) має наступний вигляд:

$$\begin{aligned} \hat{H}_{\text{int}}^{(3)} = & \frac{\hbar^{3/2} S}{c_L V_L \sqrt{V_s} \rho_s} \sum_{\bar{q}, \bar{k}} \sqrt{\omega_1 \omega_2 \Omega} \frac{k_{2z}}{k_2} \frac{q_z}{q} \frac{k_{2z}}{k_{2z}^2 - k_{2z}^2} \delta_{\bar{k}_{\parallel} + \bar{k}_{2\parallel} + \bar{q}_{\parallel}, 0} \times \\ & \times [\hat{a}_{k_1} - \hat{a}_{-k_1}^+ + \hat{a}_{-k_1} - \hat{a}_{k_1}^+] [\hat{a}_{k_2} + \hat{a}_{-k_2}^+ + \hat{a}_{-k_2} + \hat{a}_{k_2}^+] (\hat{b}_q - \hat{b}_{-q}^+ + \hat{b}_{-q} - \hat{b}_q^+) + \\ & + \frac{\hbar^{3/2} \sqrt{\rho_L} S}{c_L V_L \sqrt{V_s} \rho_s} \sum_{\bar{q}, \bar{k}} \sqrt{\omega \Omega_1 \Omega_2} \frac{1}{k} \frac{q_{1z}}{q_1} \frac{q_{2z}}{q_2} \delta_{\bar{q}_{\parallel} + \bar{q}_{2\parallel} + \bar{k}_{\parallel}, 0} \times \\ & [\hat{a}_k + \hat{a}_{-k}^+ + \hat{a}_{-k} + \hat{a}_k^+] (\hat{b}_{q_1} - \hat{b}_{-q_1}^+ + \hat{b}_{-q_1} - \hat{b}_{q_1}^+) (\hat{b}_{q_2} - \hat{b}_{-q_2}^+ + \hat{b}_{-q_2} - \hat{b}_{q_2}^+) \end{aligned} \quad (2.83)$$

де  $\omega$  і  $\omega_1$  – частоти фононів рідкого гелію,  $\Omega$  і  $\Omega_1$  – частоти фононів твердого тіла. Вираз (2.83) містить три оператора і описує процеси, в яких в початковому і кінцевому стані різне число фононів. При цьому енергія початкового фонона не дорівнює енергії кінцевого фонона. Такі процеси будемо називати непружними фонон процесами.

## Висновки

У дисертаційній роботі запропоновано новий спосіб вирішення проблеми перенесення фононів через межу поділу тверде тіло – надплинний гелій. Основною ідеєю є врахування не лише пружного механізму народження і знищення фононів [19], а й врахування низки непружних процесів на межі поділу Не II – тверде тіло. Внесок цих непружних процесів, незважаючи на їх малу ймовірність, може бути значним, так як ці процеси дозволені на всіх кутах падіння фононів.

В основі запропонованої теорії лежить гідродинамічний гамільтоніан теплових збурень в зовнішньому полі, створеним поверхнею твердого тіла, яка коливається. Даний гамільтоніан істотно відрізняється від гамільтоніанів, які використовувалися в роботах [65], [40], і дає правильний результат для пружного процесу, що співпадає з результатом, отриманим в теорії Халатнікова [19].

Зокрема, в результаті розрахунків в даному розділі дисертаційної роботі було

1. проведено процедуру вторинного квантування у півпросторах, які займають надплинний гелій та тверде тіло, що межують одне з одним;
2. розраховано матричні елементи, що описують перехід між фононами Не II і твердого тіла в першому і в у другому порядку теорії збурення;
3. отримано гамільтоніан взаємодії фононів надплинного гелію з поверхнею твердого тіла, яка коливається, з урахуванням непружних процесів;
4. в єдиному підході обчислено ймовірності як пружного, так і непружних процесів знищення і народження фононів надплинного гелію і твердого тіла на межі їх поділу.

### РОЗДІЛ 3. ПЕРЕНЕСЕННЯ ТЕПЛА ЧЕРЕЗ МЕЖУ ПОДІЛУ НЕ II – ТВЕРДЕ ТІЛО

Незвичайний характер теплопередачі в He II відповідає за низку своєрідних явищ, що відбуваються на межі між твердим тілом і рідким He II. Ще в 1941 році П. Л. Капиця [15] виявив, що при виділенні тепла в твердому тілі, що знаходиться в контакті з рідким He II, виникає стала різниця температур між твердим тілом і He II – так званий стрибок Капиці. Величина цієї різниці виявляється пропорційною потоку тепла, що виділяється. У тих же дослідках було показано, що стрибок є локалізованим у шарі, товщина якого менше  $10^{-3}$  см. Величина теплового опору, що дорівнює відношенню різниці температур до потоку тепла, що виділяється, в дослідках Капиці зростала зі зменшенням температури за кубічним законом.

Теоретичне пояснення цього явища було дано І.М. Халатніковим [17]. Згідно з [17], перенесення тепла здійснюється фононами, які падають на межу поділу з обох сторін. Теплообмін в цьому випадку сильно обмежений через неузгодженість акустичних імпедансів середовищ (відмінність становить  $10^3$  разів) і малості критичного кута падіння для фононів в рідкому гелії, при перевищенні якого настає повне внутрішнє відбиття.

У даній роботі запропоновано новий спосіб розв'язку даної проблеми. Основною ідеєю є врахування не лише пружного механізму народження і знищення фононів [17], а й врахування цілого ряду непружних процесів на межі поділу He II – тверде тіло. Внесок цих непружних процесів, незважаючи на їх малу ймовірність, може бути значним, так як ці процеси дозволені на всіх кутах падіння фононів.

В основі запропонованої теорії лежить гідродинамічний гамільтоніан теплових збурень (2.81) в зовнішньому полі, створеним поверхнею твердого тіла, що коливається. Даний гамільтоніан істотно відрізняється від гамільтоніанів, які використовувалися в роботах [40], [41], і дає правильний результат для пружного процесу, що співпадає з результатом, отриманим в теорії Халатнікова [17].

### 3.1. Загальні співвідношення для опису теплообміну на межі поділу

Щоб обчислити потік тепла з твердого тіла в рідину або з рідини в тверде тіло, слід записати ймовірність процесу перетворення фононів на межі поділу тверде тіло – рідкий гелій. Для цього наведемо ймовірність  $k$  – го процесу  $w_k$  ( $k = 0 - 4$ ), яка визначається матричним елементом

$$M_{fi}^{(k)} = \langle f | H_{\text{int}} | i \rangle \quad (3.1)$$

переходу з початкового стану  $i$  в кінцевий стан  $f$  в конкретному  $k$  – му процесі, зумовленого гамільтоніаном (2.81):

$$w_k = \frac{2\pi}{\hbar S} |M_{fi}^{(k)}|^2 \delta(E_f - E_i) \quad (3.2)$$

Тут  $w_k$  – ймовірність переходу фононів з начального стану в кінцевий за одиницю часу через одиницю площини  $E_f$  і  $E_i$  – повні енергії фононів у кінцевому та початковому станах, відповідно, а індекс  $k$  відповідає певному типу:  $k = 0$  – пружному процесу, а  $k = 1 - 4$  – чотирьом видам непружних процесів. Класифікація процесів визначається зокрема різною кількістю фононів рідини та твердого тіла, буде наведена нижче.

Співвідношення (3.2) дозволяє здобути явний вигляд для потоку тепла, який зумовлений певним процесом:

$$W^{(k)} = \int w_k \sum_f E_f \cos \theta_f \prod_f (1 + n(E_f)) d\Gamma_f \prod_i n(E_i) d\Gamma_i. \quad (3.3)$$

Для різниці потоків тепла між твердим тілом і надплинним гелієм, який зумовлений одним з процесів здобуємо:

$$\Delta W^{(k)} = W_{S \rightarrow L}^{(k)}(T_S, T_L) - W_{L \rightarrow S}^{(k)}(T_L, T_S). \quad (3.4)$$

Залежність в (3.4) від температур твердого тіла та гелію зумовлена тим, що у визначенні (3.3) стоять, як функції розподілу початкових, так і кінцевих фононів. Якщо різниця між температурами середовищ є малою, то для потоку тепла отримуємо:

$$\Delta W^{(k)} = \frac{1}{R_k} \Delta T, \quad (3.5)$$

де введено параметр  $R_k$  – тепловий опір Капиці.

### 3.2. Теплообмін зумовлений пружними фононними процесами

Гамільтоніан (2.82), який відповідає пружним процесам перетворення фононів, містить доданок з добутком двох операторів  $b^+a$  і ермітово спряжений до нього доданок  $a^+b$ , які описують прямий і зворотний процеси. У прямому процесі фоновий рідини на межі розподілу перетворюється в фоновий твердого тіла, а у зворотному процесі фоновий твердого тіла перетворюється у фоновий рідини. На Рис. 3.1 зображена діаграма прямого процесу. Діаграма зворотного процесу здобуваємо з діаграми прямого процесу заміною напрямків всіх стрілок на протилежні.

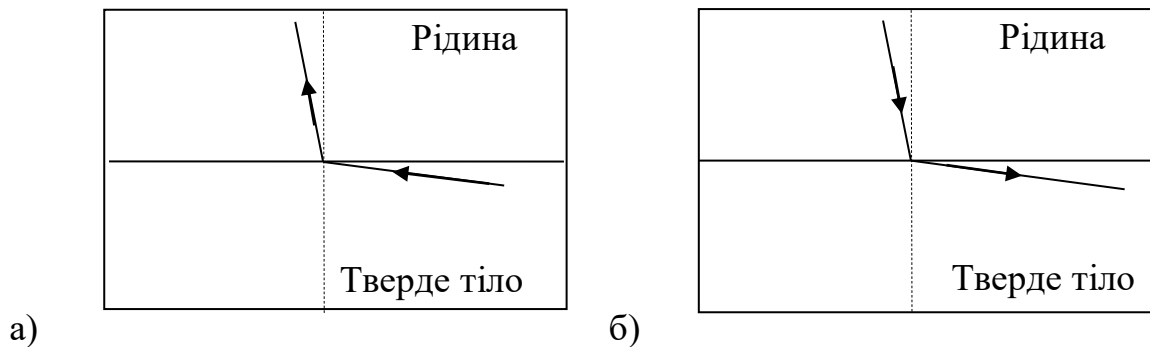


Рис 3.1. Прямий (а) та зворотній (б) пружний процеси взаємодії фононів на межі тверде тіло – надплинний гелій.

Матричний елемент прямого пружного процесу має вигляд

$$M_{fi}^{(0)} = \frac{2ic_L \hbar S}{\sqrt{V_L V_S}} \sqrt{\frac{\rho_L}{\rho_S}} \frac{q_z}{q} \delta_{\vec{k}_{\parallel}, \vec{q}_{\parallel}}, \quad (3.6)$$

де  $V_L$  і  $V_S$  – об'єми, зайняті гелієм і твердим тілом, відповідно,  $\vec{k}$  і  $\vec{q}$  – імпульси фононів гелію і твердого тіла відповідно. Матричний елемент зворотного процесу виходить шляхом комплексного спряження матричного елемента прямого процесу.

Для потоку тепла з твердого тіла з температурою  $T$  в надплинний гелій, який знаходиться при нульовій температурі, виходячи з співвідношень (3.1) – (3.5), отримаємо

$$W^{(0)} = \frac{4\pi^4}{15} \frac{\rho_L c_L}{\rho_S c_S^3} \frac{1}{3(2\pi)^2 \hbar^3} (k_B T_S)^4. \quad (3.7)$$

Із законів збереження енергії і тангенціальної компоненти імпульсу випливає, що в пружному процесі весь потік тепла (3.7) буде заповнювати в рідині вузький конус з тілесним кутом  $\Omega_e = (c_L / c_S)^2$ , вісь якого нормальна до межі поділу.

В роботі [39] вимірювався розподіл за енергією та кутами фононів, що випромінювались нагрітим твердим тілом в холодний ( $T < 100$  mK) надплинний гелій. Ці експерименти, проведені на різних ідеальних кристалічних поверхнях, показали наявність гострого піку фононів, що випромінювались в вузький конус, тілесний кут якого  $\Omega_e$  збігався для різних твердих тіл з розрахунковими значеннями (3.8) виходячи із законів збереження енергії і тангенціальною компоненти імпульсу фононів.

Для різниці потоків тепла, зумовленої пружним процесом, вирази (3.4) і (3.7) дають:

$$\Delta W^{(0)} = \frac{16\pi^4}{15} \frac{\rho_L c_L}{\rho_S c_S^3} \frac{1}{3(2\pi)^2 \hbar^3} (k_B T)^3 k_B \Delta T. \quad (3.8)$$

Результат (3.8) збігається з результатом, отриманим в [19] виходячи з класичної акустичної теорії, якщо обмежитися тільки поздовжніми фононами твердого тіла. Врахування поперечних фононів приводить до появи в (3.8) додаткового множника  $F$ , величина якого близька до двох.

Такий збіг дає нам підставу сподіватися на правильність нашого загального підходу, який дозволяє отримати потоки тепла через межу поділу тверде тіло – надплинний гелій, обумовлені не тільки пружним процесом, але і всіма можливими непружними процесами.

### 3.3. Теплообмін зумовлений непружними фононними процесами

Гамільтоніан (2.83), який відповідає непружним процесам перетворення фононів, містить доданки з добутками трьох операторів народження та знищення фононів надплинного гелію та твердого тіла. Розглянемо окремо чотири характерних непружних процесів, які відрізняються кількістю фононів гелію та твердого тілу.

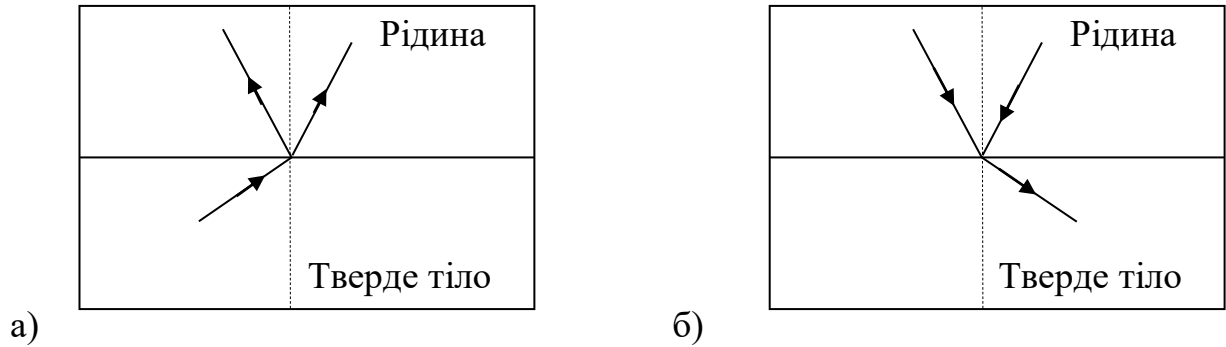


Рис 3.2. Прямий (а) та зворотній (б) непружний процеси взаємодії фононів першого типу

#### 3.3.1. Перший непружний процес

У гамільтоніані (2.83) міститься доданок з добутком трьох операторів  $a^+a^+b$  і ермітово спряжений до нього доданок  $b^+aa$ , які відповідно описують прямий і зворотний процеси першого типу. У прямому процесі фонон твердого тіла на межі поділу перетворюється в два фонуна рідини, а в зворотному процесі два фонуна рідини перетворюються в один фонон твердого тіла. Діаграма прямого процесу зображена на Рис. 3.2. Діаграма зворотного процесу виходить заміною на діаграмі прямого процесу напрямків всіх стрілок на протилежні.

Матричний елемент, відповідний переходу зі стану з одним фонон твердого тіла в стан з двома фонунами рідини, обчислюється виходячи з (3.3) стандартним чином і дається рівністю

$$M_{fi}^{(1)} = \frac{2\sqrt{2}\hbar^{\frac{3}{2}}S}{c_L V_L \sqrt{V_S \rho_S}} \sqrt{\omega_1 \omega_2 \Omega} \left[ \frac{k_{2z}^2}{k_2 (k_{2z}^2 - k_{1z}^2)} - \frac{k_{1z}^2}{k_1 (k_{1z}^2 - k_{2z}^2)} \right] \frac{q_z}{q} \delta_{\vec{k}_{\parallel} + \vec{k}_{2\parallel}, \vec{q}_{\parallel}}, \quad (3.9)$$

де  $\omega_{1,2}$  і  $\Omega$  - енергія фонона гелію і фонона твердого тіла, відповідно,  $\vec{k}_{1,2}$  і  $\vec{q}$  - імпульс фонона гелію і фонона твердого тіла, відповідно.

Обчислення потоку тепла з твердого тіла з температурою  $T_S$  в рідкій гелій з нульовою температурою проводяться виходячи з співвідношень (3.1) – (3.3) і у результаті дають

$$W^{(1)}(S \rightarrow L) = \frac{8}{(2\pi)^4 \rho_S c_L^4 c_S^3 \hbar^6} (k_B T_S)^8 \int dx dy \sin \theta d\theta \sin \theta_1 d\theta_1 \cos^2 \theta \times \\ \times \frac{1}{e^x - 1} \left( y \frac{\cos \theta_1}{\cos \theta_2} + (x - y) \right) \times \\ \times y^3 x^3 (x - y) \left[ \frac{(x - y) \cos^2 \theta_2 + y \cos^2 \theta_1}{(x - y)^2 \cos^2 \theta_2 - y^2 \cos^2 \theta_1} \right]^2, \quad (3.10)$$

де  $x = \hbar\Omega/k_B T_S$ ,  $y = \hbar\omega_1/k_B T_S$  і  $\hbar\omega_2/k_B T_S = x - y$  з закону збереження енергії,  $\theta_{1,2}$  - кути вилиту фононів рідини,  $\theta$  - кут падіння фонона твердого тіла.

Слід зазначити, що в інтегралі (3.10) і аналогічних йому наведених нижче, інтегрування по азимутальній кутку для простоти замінювалося множенням на  $2\pi$ . Границі інтегрування в таких інтегралах і функція змінних інтегрування  $\theta_2 = \theta_2(\theta, \theta_1, x, y)$  визначаються із законів збереження енергії і тангенціальною компоненти імпульсу фононів. Більш докладно особливості кутових розподілів взаємодії фононів будуть розглянуті нижче в підрозділі 3.4.

Чисельне значення безрозмірного інтеграла (3.10) не залежить від температури, однак залежить від відношення швидкостей звуку в твердому тілі і рідини. Тут і далі для відношення швидкостей звуку буде використано значення  $c_L/c_S=0,1$ . Для цього значення чисельна величина інтеграла, що міститься в (3.10), виявляється рівним  $4,78 \cdot 10^2$ .

На відміну від пружного процесу в розглянутому непружному процесі народжені в рідині фонони будуть рухатися у всіх напрямках щодо нормалі до поверхні поділу. Тоді в кутовому розподілі фононів, що випромінювали



нагрітим твердим тілом в холодний надплинний гелій, поряд з гострим акустичним піком, зумовленим пружним процесом, повинні спостерігатися також фонони, випромнені у всіх напрямках.

Такий кутовий розподіл фононів було зареєстровано в експериментах [33 – 37], в яких спостерігалися два чітко розділених каналу випромінювання фононів нагрітим твердим тілом в холодний ( $T < 100$  mK) надплинний гелій. Відношення потоків тепла, зумовлених пружним і першим непружним процесами

$$\frac{W^{(0)}}{W^{(1)}} = \frac{1}{1,08 \cdot 10^4} \frac{\pi^6 \rho_L c_L^5 \hbar^3}{(k_B T_s)^4}. \quad (3.11)$$

Згідно з (3.11) при  $T = 5$  К потік тепла через межу поділу тверде тіло – надплинний гелій, зумовлений першим непружним процесом в 2,3 рази більше, ніж потік тепла за рахунок пружного процесу. Ця величина в чотири рази менше відносного значення фонового випромінювання, що спостерігається в експериментах [33 – 37]. При  $T = 2$  К внесок в потік тепла, зумовлений першим непружним процесом, в 272 разів менше вкладу пружного процесу. Звідси випливає, що перший непружний процес не може повністю пояснити відносно велике значення фонового випромінювання, яке спостерігалось в експериментах [33 – 37].

Слід зазначити, що в фонове випромінювання будуть давати також внесок і поверхневі хвилі Релея. Згідно з розрахунками, виконаними в [19] і [39], хвилі Релея дають в потік тепла внесок, який можна порівняти з  $W^{(0)}$ . При цьому внесок хвиль Релея і внесок першого непружного процесу не можуть повністю пояснити експерименти [33 – 37], в яких повна енергія в фоновому каналі (background channel) була на порядок більше, ніж енергія в акустичному каналі. Для отримання потоку тепла, зумовленого хвилями Релея, в нашій методиці необхідно врахувати не тільки поздовжні, а й поперечні фонони твердого тіла. В цьому випадку формули стають більш громіздкими, а розрахунки дадуть вже відомі результати, наведені в [19] і [39]. Тому в даній роботі враховані тільки поздовжні фонони твердого тіла.

Виходячи з співвідношення (3.10) різницю потоків тепла між твердим тілом і рідким гелієм, яка зумовлена першим процесом, можна записати у вигляді:

$$\begin{aligned} \Delta W^{(1)} = & \int w_1 (\hbar\Omega \cos\theta - \hbar\omega_1 \cos\theta_1 - \hbar\omega_2 \cos\theta_2) \times \\ & \times [n(\varepsilon, T + \Delta T)(1 + n(\varepsilon_1, T))(1 + n(\varepsilon_2, T)) - \\ & - n(\varepsilon_1, T)n(\varepsilon_2, T)(1 + n(\varepsilon, T + \Delta T))] d\Gamma d\Gamma_1 d\Gamma_2, \end{aligned} \quad (3.12)$$

де  $\varepsilon = \hbar\Omega$ , а  $\varepsilon_{1,2} = \hbar\omega_{1,2}$ . У разі малих різниць температур твердого тіла і рідкого гелію вираз в квадратних дужках в (3.12) прийме наступний вигляд:

$$\begin{aligned} & n(\varepsilon, T + \Delta T)(1 + n(\varepsilon_1, T))(1 + n(\varepsilon_2, T)) - n(\varepsilon_1, T)n(\varepsilon_2, T)(1 + n(\varepsilon, T + \Delta T)) = \\ & = \frac{\Delta T}{T} \frac{\varepsilon}{k_b T} \left[ \left( e^{\frac{\varepsilon_1}{k_b T}} - 1 \right) \left( e^{\frac{\varepsilon_2}{k_b T}} - 1 \right) \left( 1 - e^{-\frac{\varepsilon}{k_b T}} \right) \right]^{-1} \end{aligned} \quad (3.13)$$

Підставляючи (3.13) в (3.12) і з огляду на співвідношення (3.10), для різниці потоків тепла остаточно отримаємо:

$$\begin{aligned} \Delta W^{(1)} = & \frac{4\hbar^2}{\pi^4 \rho_S c_L^4 c_S^3} \left( \frac{k_B T}{\hbar} \right)^8 \frac{\Delta T}{T} \int dx dy \sin\theta_1 d\theta_1 \sin\theta d\theta \left( y \frac{\cos\theta_1}{\cos\theta_2} + (x - y) - x \frac{\cos\theta}{\cos\theta_2} \right) \\ & y^3 x^2 (x - y) \left( \frac{(x - y)\cos^2\theta_2 + x\cos^2\theta_1}{(x - y)^2 \cos^2\theta_2 - x^2 \cos^2\theta_1} \right) \cos^2\theta \left[ (1 - e^{-x})(e^y - 1)(e^{x-y} - 1) \right]^{-1}. \end{aligned} \quad (3.14)$$

Безрозмірний інтеграл, що міститься в правій частині рівності (3.14), чисельно дорівнює  $4,81 \cdot 10^2$ .

Вирази (3.8) і (3.14) дають таке співвідношення для різниць потоків тепла, зумовлених пружним і першим непружним процесами

$$\frac{\Delta W^{(0)}}{\Delta W^{(1)}} = \frac{1}{2,16 \cdot 10^4} \frac{\pi^6 \rho_L c_L^5 \hbar^3}{(k_B T_S)^4}. \quad (3.15)$$

Відношення (3.15) дорівнює 8,45 при  $T = 20$  К, а потім швидко зростає, досягаючи значення 135 при  $T = 10$  К. Таким чином, незважаючи на те, що перший непружний процес, на відміну від пружного, йде при всіх кутах руху

фононів в рідкому гелії, його внесок в коефіцієнт теплопередачі виявляється малим при всіх температурах нижче  $\lambda$  – точки. Такий результат пояснюється малою ймовірністю першого непружного процесу в порівнянні з пружним процесом.

### 3.3.2. Другий непружний процес

У гамільтоніані  $\hat{H}_{\text{int}}^{(3)}$  (2.83) присутні добутки операторів  $a^+b^+a$  і ермітово спряжене до нього  $a^+ba$ , які відповідно описують прямий і зворотний процеси. У прямому процесі фоновий рідини на межі розподілу перетворюється в фоновий твердого тіла і в новий фоновий рідини. Діаграма цього процесу зображена на рис. 3.3. У зворотному процесі фоновий твердого тіла і фоновий рідини перетворюються в новий фоновий рідини. Діаграма зворотного процесу виходить з діаграми прямого процесу шляхом зміни напрямку всіх стрілок на зворотні.

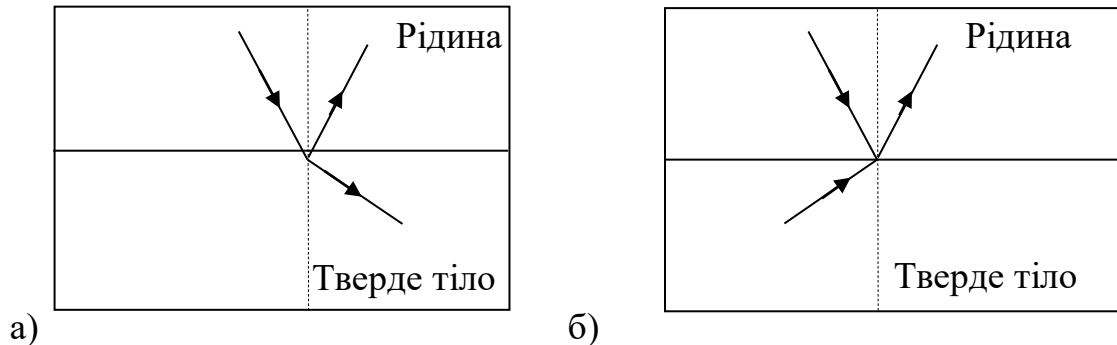


Рис 3.3. Прямий (а) та (б) зворотній непружний процеси взаємодії фононів другого типу

Матричний елемент другого процесу буде дорівнювати:

$$M_{fi}^{(2)} = \frac{2\sqrt{2}\hbar^2 S}{c_L V_L \sqrt{V_S \rho_S}} \sqrt{\omega_1 \omega_2 \Omega} \left[ \frac{k_{2z}^2}{k_2 (k_{2z}^2 - k_{1z}^2)} - \frac{k_{1z}^2}{k_1 (k_{1z}^2 - k_{2z}^2)} \right] \frac{q_z}{q} \delta_{\vec{k}_{1\parallel}, \vec{k}_{2\parallel} + \vec{q}_{\parallel}} \quad (3.16)$$

В експериментах [39] досліджувався розподіл за енергіями і кутами потоку тепла, що випромінюється нагрітим твердим тілом в холодний ( $T < 100$  мК) надплинний гелій.

Другий зворотний процес не може дати внесок в цей потік тепла, оскільки в гелії при такій низькій температурі практично відсутні фонони, які необхідні для реалізації другого процесу. При цьому прямий процес дає внесок в потік тепла з нагрітого гелію в тверде тіло, яке знаходиться при майже нульовій температурі. Згідно (3.2), (3.3) і (3.16) вираз для такого потоку матиме такий вигляд:

$$\begin{aligned}
 W^{(2)}(L \rightarrow S) &= \frac{8}{(2\pi)^4 \rho_S c_L^4 c_S^3 \hbar^6} (k_B T_L)^8 \times \\
 &\times \int dx dy \sin \theta d\theta \sin \theta_1 d\theta_1 \cos^2 \theta \frac{1}{e^x - 1} \left( x \frac{\cos \theta}{\cos \theta_2} + (y - x) \right) \times \\
 &\times y^3 x^3 (y - x) \left[ \frac{(y - x) \cos^2 \theta_2 + y \cos^2 \theta_1}{(y - x)^2 \cos^2 \theta_2 - y^2 \cos^2 \theta_1} \right]^2
 \end{aligned} \tag{3.17}$$

де  $x = \hbar \Omega / k_B T_L$ ,  $y = \hbar \omega_1 / k_B T_L$  і  $\hbar \omega_2 / k_B T_L = y - x$  з закону збереження енергії. В (3.17) безрозмірний інтеграл дорівнює  $2,26 \cdot 10^2$ .

Виходячи з співвідношень (3.2) – (3.3) і (3.16) для різниці потоків тепла, зумовленої другим непружним процесом, отримаємо

$$\begin{aligned}
 \Delta W^{(2)} &= \frac{4\hbar^2}{\pi^4 \rho_S c_L^4 c_S^3} \left( \frac{k_B T}{\hbar} \right)^8 \frac{\Delta T}{T} \int dx dy \sin \theta_1 d\theta_1 \sin \theta d\theta \left( x \frac{\cos \theta}{\cos \theta_2} + y - x - y \frac{\cos \theta_1}{\cos \theta_2} \right) \\
 & y^3 x^3 (y - x) \left( \frac{(y - x) \cos^2 \theta_2 + y \cos^2 \theta_1}{(y - x)^2 \cos^2 \theta_2 - y^2 \cos^2 \theta_1} \right) \cos^2 \theta \left[ (e^y - e^{y-x}) (1 - e^{-y}) (1 - e^{-(y-x)}) \right]^{-1}
 \end{aligned} \tag{3.18}$$

Чисельне значення інтеграла в рівнянні (3.18) дорівнює  $2,28 \cdot 10^2$ . Результат (3.18), з урахуванням зроблених в [19] наближень, збігається із загальним виразом, наведеним в [19]. Однак в [19] при приведенні в загальному вираженні інтеграла до безрозмірного вигляду була допущена неточність. А саме, в підінтегральному виразі (51.26) з [19] міститься множник  $1/(x + y)$ , а повинен бути множник  $1/(x + y)^2$ . В результаті чисельне значення безрозмірного інтеграла, що міститься в (51.25) з [19] виявилось на порядок

більше чисельного значення безрозмірного інтеграла в правій частині виразу (3.18).

Множники, які стоять перед безрозмірними інтегралами в (3.18) і в (51.25) з [19] збігаються, якщо обмежитися тільки поздовжніми фононами твердого тіла. Урахування в [19] поперечних фоновнів приводить до появи в (51.25) з [19] додаткового множника  $F$ , який залежить від пружних констант твердого тіла. Однак для різних твердих тіл він змінюється в невеликих границях, залишаючись кількісно близько двох одиниць.

Згідно з результатами (3.14) і (3.18) внесок в коефіцієнт теплопередачі першого процесу в два рази більше вкладу другого процесу.

### 3.3.3. Третій непружний процес

У гамільтоніані  $\hat{H}_{\text{int}}^{(3)}$  (2.83) присутні добутки операторів  $b^+a^+b$  і ермітово спряжені до них добутки  $b^+ab$ , які відповідно описують прямий і зворотний процеси третього типу. У прямому процесі на кордоні поділу фоновн твердого тіла перетворюється в фоновн рідини і в новий фоновн твердого тіла. Діаграма, що відповідає прямому процесу, наведена на Рис. 3.4. У зворотному процесі фоновн твердого тіла і фоновн рідини перетворюються в новий фоновн твердого тіла. Діаграма зворотного процесу виходить з діаграми прямого процесу, на якій слід замінити напрямлення всіх стрілок на зворотні.

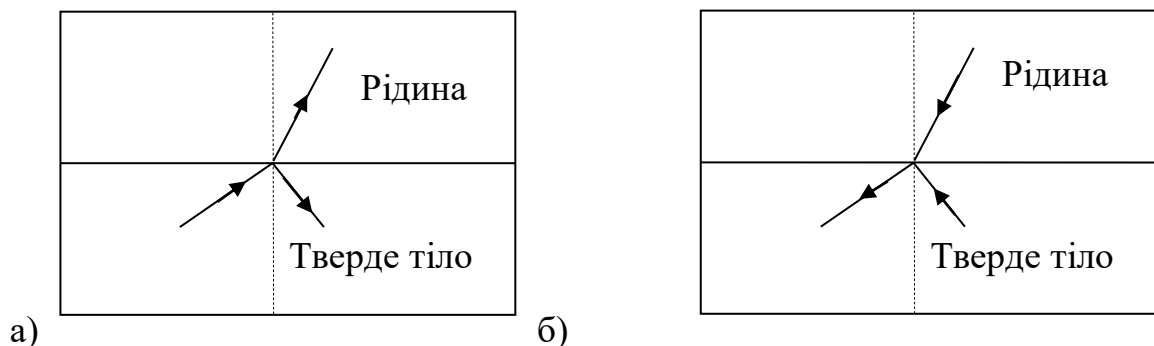


Рис 3.4. Прямий (а) та зворотній (б) непружний процеси взаємодії фоновнів третього типу

Матричний елемент третього процесу дорівнює

$$M_{fi}^{(3)} = \frac{2\sqrt{2}\hbar^2 \sqrt{\rho_L} S}{c_L V_S \sqrt{V_S} \rho_S} \frac{1}{k} 2 \left( \frac{q_{1z} q_{2z}}{q_1 q_2} \right) \sqrt{\omega \Omega_1 \Omega_2} \delta_{\vec{q}_{1\parallel}, \vec{k}_{1\parallel} + \vec{q}_{2\parallel}}. \quad (3.19)$$

Виходячи з (3.2), (3.3) і (3.19) для потоку тепла з нагрітого твердого тіла в надплинний гелій, який знаходиться при нульовій температурі, отримуємо

$$W^{(3)}(S \rightarrow L) = \frac{32\rho_L}{(2\pi)^4 \rho_S^2 c_S^4 c_L^3 \hbar^6} (k_B T_S)^8 \times \\ \times \int dx dy \sin \theta d\theta \sin \theta_1 d\theta_1 \frac{1}{e^x - 1} y^2 x^3 (x - y) \cos \theta \cos \theta_2 \cos^2 \theta_1, \quad (3.20)$$

де  $x = \hbar\Omega_1 / k_B T_S$ ,  $y = \hbar\omega / k_B T_S$  і  $\hbar\Omega_2 / k_B T_S = x - y$  з закону збереження енергії.

Безрозмірний інтеграл кількісно дорівнює  $6,23 \cdot 10^3$ .

Співвідношення вкладів від третього і першого непружних процесів має такий вигляд:

$$\frac{W^{(3)}}{W^{(1)}} = 5,21 \frac{\rho_L c_L}{\rho_S c_S}. \quad (3.21)$$

Звідси випливає, що внесок в потік тепла через межу поділу від третього процесу приблизно в 20 разів менше, ніж внесок від першого процесу.

Згідно (3.1) - (3.4) різницю потоків тепла, зумовлена третім процесом, можна записати у вигляді:

$$\Delta W^{(3)} = \int w_3 (\hbar\omega \cos \theta + \hbar\Omega_2 \cos \theta_2 - \hbar\Omega_1 \cos \theta_1) \times \\ \times [n(\varepsilon_1, T + \Delta T)(1 + n(\varepsilon_2, T + \Delta T))(1 + n(\varepsilon, T)) - \\ - n(\varepsilon, T)n(\varepsilon_2, T + \Delta T)(1 + n(\varepsilon_1, T + \Delta T))] d\Gamma d\Gamma_1 d\Gamma_2. \quad (3.22)$$

де  $\varepsilon_{1,2} = \hbar\Omega_{1,2}$ , а  $\varepsilon = \hbar\omega$ .

У разі малих різниць температур твердого тіла і рідкого гелію вираз в квадратних дужках в (3.22) прийме наступний вигляд:

$$n(\varepsilon_1, T + \Delta T)(1 + n(\varepsilon_2, T + \Delta T))(1 + n(\varepsilon, T)) - \\ - n(\varepsilon, T)n(\varepsilon_2, T + \Delta T)(1 + n(\varepsilon_1, T + \Delta T)) \\ = \frac{\Delta T}{T} \frac{\varepsilon}{T} \left( 1 - e^{-\frac{\varepsilon_1}{k_B T}} \right)^{-1} n(\varepsilon, T)n(\varepsilon_2, T) \quad (3.23)$$

Підставляючи (3.23) в (3.22) з урахуванням (3.2) і (3.19), для різниці потоків тепла остаточно отримуємо

$$\Delta W^{(3)} = \frac{16\hbar^2 \rho_L}{\pi^4 \rho_s^2 c_L^3 c_s^4} \left( \frac{k_B T}{\hbar} \right)^8 \frac{\Delta T}{T} \int dx dy \sin \theta_1 d\theta_1 \sin \theta d\theta \cos^2 \theta_1 \cos \theta \cos \theta_2 \times \\ \times y^2 x^3 (x-y) \left[ (1-e^{-y})(1-e^{-x})(e^{x-y}-1) \right]^{-1}. \quad (3.24)$$

Чисельне значення інтеграла в рівнянні (3.24) дорівнює  $6,31 \cdot 10^2$ .

Співвідношення  $\Delta W^{(3)}$  до  $\kappa \Delta W^{(1)}$  дорівнює:

$$\frac{\Delta W^{(3)}}{\Delta W^{(1)}} = 5,24 \frac{\rho_L c_L}{\rho_s c_s}, \quad (3.25)$$

Відповідно до рівності (3.25) внесок третього процесу в коефіцієнт теплопередачі більш ніж на два порядки менше, ніж внесок від першого процесу.

#### 3.3.4. Четвертий непружний процес

У гамільтоніані  $\hat{H}_{\text{int}}^{(3)}$  (2.83) присутні добутки операторів  $a^+ b b$  і ермітово спряжені до них добутки  $b^+ b^+ a$ , які відповідно описують прямий і зворотний процеси четвертого типу.

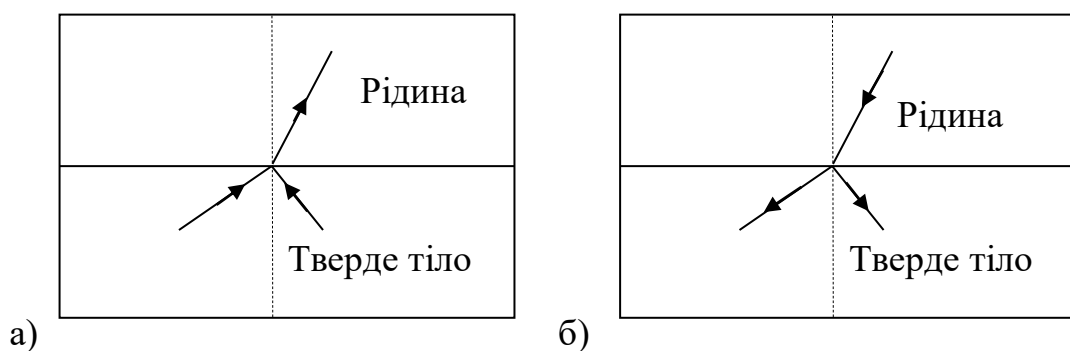


Рис 3.5. Прямий (а) та зворотній (б) непружний процеси взаємодії фононів четвертого типу

У прямому процесі два фонона твердого тіла на межі поділу перетворюються в фонон рідини, а в зворотному – фонон рідини перетворюється в два фонона твердого тіла. Діаграма прямого процесу

приведена на рис. 3.5. Діаграма зворотного процесу будується з діаграми прямого процесу через заміну напрямків всіх стрілок на протилежні.

Матричний елемент четвертого процесу відрізняється від матричного елемента третього процесу тільки символом Кронекера, який відповідає закону збереження тангенціальної компоненти імпульсу фононів, тобто

$$M_{fi}^{(4)} = \frac{2\sqrt{2}\hbar^2\sqrt{\rho_L}S}{c_L V_S \sqrt{V_S \rho_S}} \frac{1}{k} 2 \left( \frac{q_{1z} q_{2z}}{q_1 q_2} \right) \sqrt{\omega \Omega_1 \Omega_2} \delta_{\vec{q}_{1\parallel} + \vec{q}_{2\parallel}, \vec{k}_{\parallel}}. \quad (3.26)$$

Четвертий процес дає внесок як в потік тепла з твердого тіла з температурою  $T_S$  в гелій, який знаходиться при нульовій температурі, так і в потік тепла з гелію з температурою  $T_L$  в тверде тіло, яке знаходиться при нульовій температурі. Вирази для цих потоків тепла будуть збігатися з точністю до заміни температури твердого тіла на температуру рідини. Наведемо вираз для потоку тепла з твердого тіла в рідкий гелій:

$$W^{(4)} = \frac{32\rho_L}{(2\pi)^4 \rho_S^2 c_S^4 c_L^3 \hbar^6} (k_B T_S)^8 \times \\ \times \int dx dy \sin \theta d\theta \sin \theta_1 d\theta_1 \frac{1}{e^x - 1} \frac{1}{e^{y-x} - 1} y^2 x^3 (y - x) \cos \theta \cos \theta_2 \cos^2 \theta_1, \quad (3.27)$$

де використані такі ж позначення, як і в (3.20). В (3.27) безрозмірний інтеграл дорівнює  $8,45 \cdot 10^3$ .

Співвідношення вкладів від четвертого і першого непружних процесів має такий вигляд:

$$\frac{W^{(4)}}{W^{(1)}} = 7,07 \frac{\rho_L c_L}{\rho_S c_S}. \quad (3.27)$$

Для різниці потоків тепла отримуємо

$$\Delta W^{(4)} = \frac{16\hbar^2 \rho_L}{\pi^4 \rho_S^2 c_S^3 c_L^4} \left( \frac{k_B T}{\hbar} \right)^8 \frac{\Delta T}{T} \times \\ \times \int dx dy \sin \theta_1 d\theta_1 \sin \theta d\theta \cos^2 \theta_1 \cos \theta \cos \theta_2 \times$$



$$\times y^2 x^3 (y-x) \left[ (1-e^{-y})(e^x-1)(e^{x-y}-1) \right]^{-1} \quad (3.27)$$

де  $x = \hbar\Omega_1/k_B T_s$ ,  $y = \hbar\omega/k_B T_s$  і  $\hbar\Omega_2/k_B T_s = y-x$  з закону збереження енергії.

Чисельне значення безрозмірного інтеграла в (3.27) дорівнює  $8,53 \cdot 10^3$ .

Для співвідношення  $\Delta W^{(4)}$  до  $\Delta W^{(3)}$  згідно (3.27) і (3.24) маємо

$$\frac{\Delta W^{(4)}}{\Delta W^{(3)}} = 1,35. \quad (3.28)$$

Таким чином, третій і четвертий процеси дають внески одного порядку в коефіцієнт теплопередачі і цей внесок більш ніж на два порядки менше, ніж внески від першого і другого процесів.

### 3.5. Кутовий розподіл теплового потоку з нагрітого твердого тіла в He II

Розглянемо докладніше особливості кутового розподілу фононів, які переходять через межу гелій – тверде тіло. Для цього слід зазначити, що в інтегралах (3.10) і аналогічних їм, інтегрування по азимутальному куту для спрощення замінювалося множенням на  $2\pi$ . Межі інтегрування в таких інтегралах і функція змінних  $\theta_2 = \theta_2(\theta, \theta_1, x, y)$  інтегрування визначаються з законів збереження енергії і тангенціальної компоненти імпульсу. Зокрема, для  $\sin \theta_2$  маємо:

$$\sin \theta_2 = \frac{1}{x-y} \left( y \sin \theta_1 + x \frac{c_L}{c_S} \sin \theta \right). \quad (3.29)$$

З (3.29) можна отримати умови на кут вильоту фонона з енергією  $\omega_1$ .

$$1) 0 \leq \theta_1 \leq \pi/2, \text{ для } x \leq \frac{y}{2} \left( 1 - \frac{c_L}{c_S} \sin \theta \right).$$

$$2) 0 \leq \theta_1 \leq \arcsin \left[ \frac{y}{x} \left( 1 - \frac{c_L}{c_S} \sin \theta \right) - 1 \right], \text{ для } x \geq \frac{y}{2} \left( 1 - \frac{c_L}{c_S} \sin \theta \right).$$

Розглянемо граничні випадки цих умов.

а) Пружний випадок:  $\omega_1 = \Omega$ ,  $\omega_2 = 0$ . При цьому, умова для куту вильоту буде мати вигляд:

$$0 \leq \theta_1 \leq \arcsin\left(\frac{c_L}{c_S} \sin \theta\right), \quad (3.29)$$

яке збігається з умовою в пружному процесі.

б) Слабо-непружний випадок:  $\omega_1 = \Omega - \Delta$ ,  $\omega_2 = \Delta$ , причому  $\Delta \ll \Omega$ , але  $\Delta > \Omega \frac{c_L}{c_S} \sin \theta$ . При цьому умова, з урахуванням малості  $\frac{c_L}{c_S}$ , має такий вигляд:

$$0 \leq \theta_1 \leq \frac{\Delta}{\Omega}. \quad (3.30)$$

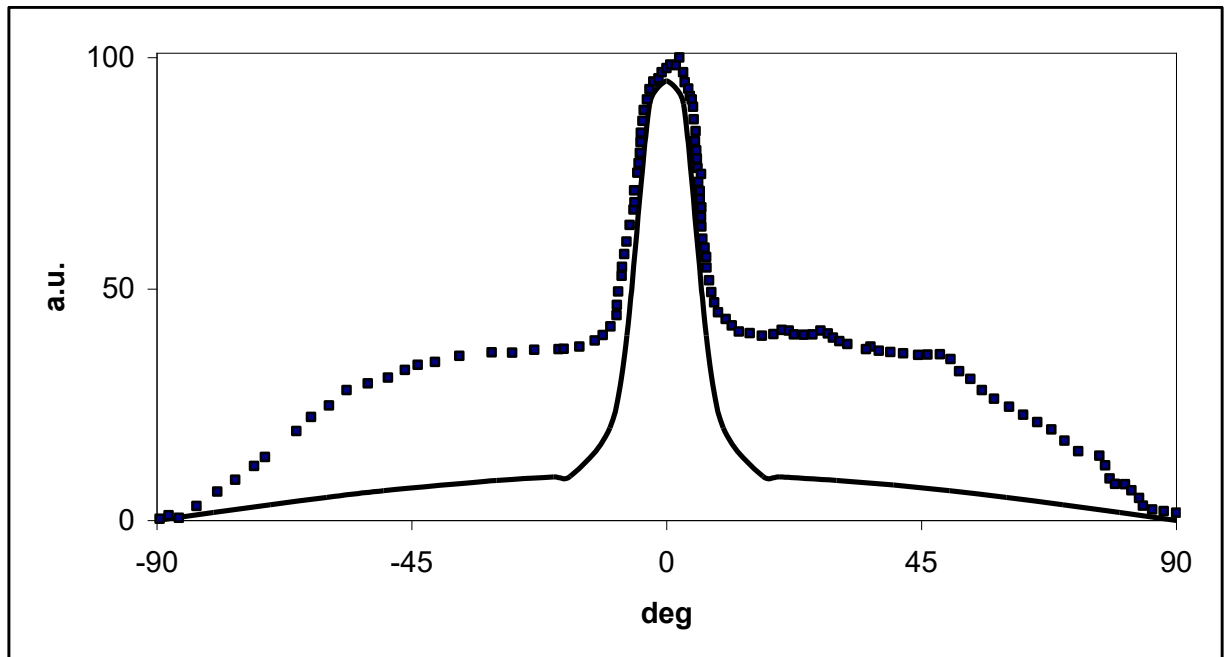
в) Непружний випадок:  $\omega_1 = \omega_2 = \frac{\Omega}{2}$ . При цьому умова прийме такий вигляд:

$$0 \leq \theta_1 \leq \frac{\pi}{2}. \quad (3.31)$$

Звідси випливає, що при рівності енергій народжуваних фононів, немає заборони на їх кути вильоту, а заборона визначається близькістю енергії фонона до енергії твердотільного фонона.

На відміну від пружного процесу в розглянутому непружному процесі, народжені в рідині фонони будуть рухатися у всіх напрямках щодо нормалі до поверхні поділу. Тоді в кутовому розподілі фононів, що випромінювали нагрітим твердим тілом в холодний надплинний гелій, поряд з гострим акустичним піком, обумовленим пружним процесом, повинні спостерігатися також фонони, випроменені у інших напрямках.

Такий кутовий розподіл фононів було зареєстровано в експериментах [39], в яких спостерігалася наявність двох чітко розділених каналів випромінювання фононів нагрітим твердим тілом в холодний ( $T < 100\text{mK}$ ) надплинний гелій. Перший канал утворював гострий пік і отримав назву акустичного каналу. Другий канал, так званий background, утворювався фононами, які були випроменені у всіх напрямках.



*Рис. 3.6. Кутовий розподіл теплового потоку з твердого тіла до надплинного гелію. Точки – експериментальні дані [39]. Лінія – розрахунок для певної температури нагрівача.*

На Рис. 3.6. наведено кутовий розподіл теплового потоку з твердого тіла до надплинного гелію. Лінії відповідають теоретичним розрахункам за результатами цього розділу (3.10), (3.17), (3.20), та (3.27). Суцільна лінія відповідає значенню температури нагрівача, зокрема  $T_s = 5 \text{ K}$ .

Така висока температура нагрівача, яка, зокрема, перевищує температуру надплинного переходу, пояснюється тим, що вона не є рівноважною температурою твердого тіла, а являє собою миттєву ефективну температуру плівкового металевого нагрівача, по якому проходить короткий імпульс електричного струму.

## Висновки

При виконанні дисертаційної роботи в цьому розділі

1. Визначено внески всіх процесів в потік тепла і в різниці потоків тепла між надплинним гелієм і твердим тілом.
2. Результат для різниці потоків тепла, зумовленої пружним процесом, збігається з відомим результатом, який був отриманий методами класичної акустики.
3. Показано, що з усіх непружних процесів максимальний внесок в потік тепла через межу поділу тверде тіло – надплинний гелій дає непружний процес, в якому один фонон твердого тіла перетворюється в два фонони рідини.
4. Визначено кутовий розподіл фононів, які випромінюються твердим тілом.
5. Показано, що непружні процеси призводять до майже ізотропного розподілу, який спостерігається в експериментах.
6. Показано, що тепловий потік, зумовлений непружними процесами, при певних умовах за порядком величини зрівнюється з потоком, який зумовлений пружними процесами.

#### РОЗДІЛ 4. ЕЛЕКТРИЧНА АКТИВНІСТЬ ГЕЛІЮ, ЯКА ЗУМОВЛЕНА ПЕРШИМ ТА ДРУГИМ ЗВУКАМИ

Робота [42], в якій вперше спостерігалось виникнення електричної різниці потенціалів при поширенні хвилі другого звуку в надплинному  ${}^4\text{He}$ , поклала початок новому напрямку у фізиці надплинного гелію – дослідженням електричних властивостей He II. Згідно з результатами роботи [42] електричний сигнал в хвилі першого звуку був відсутній. З експериментальних результатів, представлених в [42], випливав однозначний висновок, що характерні електричні властивості спостерігаються тільки у хвилі другого звуку, і проявляються лише в надплинному стані гелію. Таким чином, прояв електричної активності гелію міг виявитися пов'язаним з природою виникнення надплинності. Розвиток цієї ідеї призвів до постановки нових експериментів і до створення низки теоретичних моделей.

Зокрема, висунуто в [42] гіпотезу про те, що виникнення електричного потенціалу пов'язане з відносним рухом нормальної і надплинної компоненти, підтвердили експерименти [43], в яких спостерігалось виникнення електричної різниці потенціалів при торсіонних коливаннях плівки He II. У наступних роботах [44–48], в число співавторів яких входив автор роботи [42], тривали експериментальні дослідження електричних властивостей He II. Робота [42] ініціювала зокрема експерименти [49, 50], які підтвердили основні результати роботи [42].

Після виходу робіт [42, 43] було опубліковано значну кількість теоретичних робіт, в яких були детально досліджені електричні властивості He II (див., наприклад, [51 – 69] і цитовану там літературу). Однак ці роботи не давали послідовного і несуперечливого пояснення експериментів [42, 43].

Однією з цілей цієї роботи є пропозиція нових експериментів, які дали б нову інформацію про електричну активність He II. У зв'язку з цим в даній роботі вирішена задача про виникнення електричного потенціалу в стоячих хвилях першого та другого звуків.

#### 4.1. Електричні властивості квантових вихрових кілець

У роботах [52–54] досліджувалися електричні властивості вихорів в He II. Було показано, що у квантових вихрових кілець (КВК) дипольний момент відсутній, але є квадрупольний момент. Квадрупольні моменти вихорів розраховувалися в [52–54] з урахуванням різних механізмів поляризації атомів  $^4\text{He}$ , які обертаються навколо стовбура квантового вихору. З розрахунків, проведених в [52], випливає, що найбільш ефективною є, так звана, флексоелектрична поляризація, яка виникає при зближенні двох атомів  $^4\text{He}$ .

Атом  $^4\text{He}$  не має в основному стані будь-яких мультипольних моментів. Однак, якщо два атома знаходяться на відстані  $R$  один від одного, то за рахунок їх взаємодії на кожному з цих двох атомів виникає дипольний момент  $\mathbf{d}_a$ . Згідно [65] величина цього дипольного моменту  $d_{a4} = d_a(R^{-4})$  зменшується з відстанню між атомами як  $R^{-4}$ . Для атомів  $^4\text{He}$ , відстань між якими  $a_0 = 3,58 \text{ \AA}$ , з розрахунків, проведених в [66], випливало

$$d_{a4} = \text{const} \cdot R^{-4}; \quad d_{04} = d_{a4}(R = a_0) = (4 \cdot 10^{-4} \text{ \AA})e, \quad (4.1)$$

де  $e = 4,8 \cdot 10^{-10} \text{ CGSE}$  - заряд електрона.

Відповідно до результатів [65] дипольні моменти  $\mathbf{d}_{a4}$  кожного з двох атомів виявилися спрямованими до сусіднього атому.

У однорідній ізотропній рідині після усереднення за атомними конфігураціями, які швидко змінюються та є випадковими, некомпенсований дипольний момент буде відсутній. Однак при обертанні надплинної рідини навколо стовбура вихору виникає градієнт щільності рідини, який призводить до виникнення некомпенсованого дипольного моменту на окремих атомах рідини. При цьому, як показано в [52–54], інтегральний дипольний момент у вихору відсутній, але існує квадрупольний момент.

Виходячи з співвідношення (1), в роботі [53] було розраховано тензор квадрупольного моменту КВК з радіусом  $r_c$ :

$$q_{ik} = \frac{\pi}{2} r_c \bar{q} b_{ik}. \quad (4.2)$$

Тут  $\bar{q}$  – лінійна щільність квадрупольного моменту вихору, а елементи діагональної матриці  $b_{ik}$  відповідно дорівнюють  $b_{11} = b_{22} = -1$ ,  $b_{33} = 2$ . Діагональний вид тензора квадрупольного моменту (4.2) отримано в прямокутній системі координат  $x_1^{(c)}, x_2^{(c)}, x_3^{(c)}$  з початком в центрі вихорового кільця і осями  $x_1^{(c)}, x_2^{(c)}$  в площині кільця. Так вибрані осі є головними осями тензора квадрупольного моменту КВК.

В роботі [52], виходячи з результату (4.1), було отримано такий вираз для лінійної густини  $\bar{q}_4$  квадрупольного моменту вихору, зумовленого флексоелектричною поляризацією.

$$\bar{q}_4 = \bar{q}(d_a = d_{a4}) = \frac{32\pi d_{04} r_0^2}{3a_0^2} \ln \frac{r_c}{r_0}, \quad (4.3)$$

де  $r_0 = 0,4\text{\AA}$  - радіус ствола вихора.

Через два роки після публікації статей [65, 52], де був отриманий в [65], а потім використаний в [52] результат (4.1), з'явилася робота [61], в якій для дипольного моменту  $d_{a7} = d_a(R^{-7})$  кожного з двох взаємодіючих атомів, що знаходяться на відстані  $R$  один від одного, був отриманий результат

$$\mathbf{d}_{a7} = -D_7 \frac{a_B^8}{R^7} \mathbf{e}_j, \quad (4.4)$$

який суттєво відрізнявся від попереднього результату (4.1) тих самих авторів. В (4.4) константа дорівнює 25,  $a_B = 0,529\text{\AA}$  – борівський радіус,  $\mathbf{j}$  - орт, спрямований до сусіднього атому. У підсумку, на відміну від (4.1),  $\mathbf{d}_{a7}$  кожного з двох атомів спрямований від сусіднього атома. В роботі [61] автори зазначили, що отриманий ними раніше результат (4.1) в [65] є помилковим і виклали причини виникнення помилки.

У роботах [63, 64] була побудована мікроскопічна теорія електричної поляризації, зумовленої неоднорідністю надплинних розріджених газів: електрон діркового і лужних металів. На жаль, зараз незрозуміло, як можна зіставити отримані в [63, 64] результати з формулами (4.1) і (4.4).

Обчислення, аналогічні наведеним в [53, 54], виходячи з результату (4.4) дають такі вирази для лінійної щільності квадрупольного моменту вихору

$$\bar{q}_7 = \bar{q}(d_a = d_{a7}) = -\frac{56\pi d_{07} r_0^2}{3a_0^2} \ln \frac{r_c}{r_0}, \quad (4.5)$$

де

$$d_{07} = d_{a7}(R = a_0) = (2,03 \cdot 10^{-5} \text{ \AA})e. \quad (4.6)$$

З рівностей (4.1) і (4.6) випливає, що помилкове значення  $d_{04}$  більше істинного  $d_{07}$  в 20 разів. Тоді, згідно з (4.3) і (4.5), помилкове значення  $\bar{q}_4$  більше істинного  $|\bar{q}_7|$  в 11 разів. При цьому при істинних значеннях  $d_{07}$  і  $\bar{q}_7$  внесок в квадрупольний момент КВК флексоелектричної поляризації виявляється на порядок більше вкладу інерційної поляризації [55]. Надалі в розрахунках ми будемо виходити з результату (4.2), де  $\bar{q} = \bar{q}_7$  дається рівністю (4.5).

## 4.2. Термодинамічні властивості КВК

Квантові вихрові кільця є квазічастинками Не II з відносно великими значеннями енергії і імпульсу. Властивостям вихорів присвячена досить велика кількість літератури, починаючи від підручників, монографій і закінчуючи численними статтями (див., наприклад, [53–55, 68, 69] і цитовану там літературу).

Енергія КВК  $\varepsilon$  є ізотропною функцією його імпульсу  $p$ . Залежність  $\varepsilon = \varepsilon(p)$  задається параметрично (параметр  $r_c$ ) рівняннями



$$\varepsilon = \frac{2\pi^2 n_0 \hbar^2}{m} r_c \left( \ln \frac{8r_c}{r_0} - 2 \right),$$

$$p = 2\pi^2 n_0 \hbar r_c^2, \quad (4.7)$$

де  $n_0 = 2,17 \cdot 10^{22} \text{ см}^{-3}$  - атомна щільність  ${}^4\text{He}$ , а  $m = 6,69 \cdot 10^{-24} \text{ г}$  - маса атома  ${}^4\text{He}$ . Імпульс КВК  $\mathbf{p}$  спрямований перпендикулярно до площини КВК. Швидкість руху КВК надана співвідношенням

$$\mathbf{v} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathbf{p}} = \frac{\hbar}{2r_c m} \left( \ln \frac{8r_c}{r_0} - \frac{1}{2} \right) \frac{\mathbf{p}}{p}. \quad (4.8)$$

Квазічастинки КВК є бозонами з функцією розподілу Бозе

$$n_B(\varepsilon) = \frac{1}{e^{\varepsilon/k_B T} - 1} \quad (4.9)$$

з хімпотенціалом, який дорівнює нулю, оскільки число КВК не зберігається, а визначається температурою. Щільність числа КВК  $n_v$  при заданій температурі надається рівністю

$$n_v = \int n_B(\varepsilon(r_c)) \frac{d^3 p(r_c)}{(2\pi\hbar)^3}. \quad (4.10)$$

У співвідношенні (4.10) основний внесок дадуть КВК з мінімально можливим радіусом  $r_{0c}$ . З теорії і експериментів (див. [69] і цитовану там літературу) впливає, що енергетичний спектр КВК обмежений значеннями  $r_c \geq r_{0c} = 2,5 \text{ \AA}$ . Для КВК з мінімальним радіусом  $r_{0c}$  згідно (4.7) отримаємо

$$\varepsilon_0 = 1,785 \cdot 10^{-15} \text{ эрг} \approx 12,9 \text{ К},$$

$$p_0 = 2,68 \cdot 10^{-19} \text{ г} \cdot \text{см} \cdot \text{с}^{-1} = 2,68 \text{ \AA}^{-1}. \quad (4.11)$$

Зауважимо, що мінімальний радіус КВК  $r_{0c} = 2,5 \text{ \AA}$  менше міжатомної відстані  $a_0 = n_0^{-1/3} = 3,58 \text{ \AA}$ . Згідно [70] така ситуація можлива для квантової рідини, якою є  $\text{He II}$ , коли делокалізація атомів дозволяє ввести параметри

суцільного середовища на будь-яких відстанях, включно з математичною точкою.

Оскільки у всій області температур  $T < T_\lambda = 2,17 K$  співвідношення  $\varepsilon/k_B T \gg 1$ , то при всіх обчисленнях можна виходити не з розподілу Бозе (4.9), а з розподілу Больцмана

$$n(\varepsilon) = e^{-\varepsilon/k_B T} \quad (4.12)$$

Інтегрування в (4.10) з функцією розподілу (4.12) дає

$$n_v = 8\pi \left( \frac{p_0}{2\pi\hbar} \right)^3 \frac{k_B T}{\varepsilon_0} e^{-\frac{\varepsilon_0}{k_B T}} g(T), \quad (4.13)$$

де  $g(T)$  - обчислена в [19] безрозмірна функція температури, яка при  $T \leq 2K$  слабо залежить від температури, збільшуючись від 0,5 при  $T = 0K$  до 0,7 при  $T = 2K$ . Чисельне значення  $n_v(T = 2K) = 3,28 \cdot 10^{20} \text{ см}^{-3}$  менше числа ротонів при тій самій температурі в 5,6 рази.

З функцією розподілу (4.12), аналогічно тому, як це робиться для ротонів, можна обчислити внесок КВК в термодинамічні величини He II [19]. При цьому при  $T = 2K$  внесок КВК в щільність нормального компонента He II виявляється в 4,7 рази менше вкладу ротонів. Зі зниженням температури внесок КВК в усі термодинамічні величини експоненціально зменшується в порівнянні з внеском ротонів і фононів. Таким чином, при  $T \leq 2K$  внеском КВК в усі термодинамічні величини He II можна знехтувати. Однак, як це впливає з розрахунків, наведених нижче, КВК визначають електричні властивості He II.

### 4.3. Кінетичні властивості квантових вихрових кілець

Фонони, ротони і КВК, будучи квазічастинками гелію, утворюють нормальну компоненту He II. Однак, для формування єдиного газу квазічастинок, необхідно, щоб рівновага між окремими компонентами

наступала миттєво в масштабах характерних часів експериментів [42, 43, 49, 50]. Згідно [71, 72] для фононного і ротонів газів ця умова виконується. При температурах, характерних для експериментів [42, 43, 49, 50] ( $T > 1$  К) основну роль грають ротони і КВК, тому для визначення умов рівноваги необхідно визначити характерні часи встановлення рівноваги в системі ротони – КВК.

Виходячи з газокінетичної теорії [73 – 93] для характерного часу зіткнення КВК з ротоном, яке можна вважати часом встановлення рівноваги між системою КВК і системою ротонів, маємо:

$$\tau_{eq} = \frac{1}{n_{rot} \sigma_{in} v_0}. \quad (4.14)$$

Тут  $n_{rot}$  – щільність числа ротонів,  $\sigma_{in}$  – поперечний переріз розсіювання ротон – КВК, а  $v_0$  – відносна швидкість ротон – КВК. Розрахунок часу проводиться для типових параметрів КВК і ротонів. Так перетин розсіювання приймаємо рівним  $\sigma_{in} = \pi r_{0c}^2 \approx 1,96 \cdot 10^{-15} \text{ см}^2$ . Характерна швидкість КВК

$$v_{QVR} = \frac{\hbar}{2r_{0c}m} \left( \ln \frac{8r_{0c}}{r_0} - \frac{1}{2} \right). \quad (4.15)$$

За порядком величини  $v_{QVR} \approx 1 \cdot 10^4 \text{ см/с}$  збігається з теплової швидкістю ротонів при температурах 1-2 К, тому для швидкості відносного руху ротонів і КВК вибираємо величину  $v_0 \approx 10^4 \text{ см/с}$ . В результаті для часу релаксації ротони – КВК отримуємо величину  $\tau_{eq} \approx 5 \cdot 10^{-11} \text{ с}$  при 2 К і  $\tau_{eq} \approx 5 \cdot 10^{-9} \text{ с}$  при 1 К. Отримані часи релаксації на кілька порядків менше характерних часів експериментів [42, 43, 49, 50].

Таким чином, в умовах експериментів [42, 43, 49, 50], фонони, ротони і КВК формують єдину нормальну компоненту Не II. В результаті нормальна компонента може рухатися як єдине ціле зі швидкістю  $\mathbf{v}_n$ , яка може відрізнитися від швидкості руху надплинної компоненти  $\mathbf{v}_s$ .

#### 4.4. Квадрупольне електричне поле, яке зумовлено рухом квантових кілець відносно надплинної компоненти

Подібно до ротонів і фононів КВК є безмасовими квазічастинками He II, оскільки їх поява і зникнення не змінюють масу He II. Тому імпульс КВК і його закон дисперсії  $\varepsilon(p)$  визначені тільки в системі координат, де надплинний компонент є нерухомим. Якщо швидкість відносного руху  $\mathbf{w}$  не дорівнює нулю, то подібно до ротонів, КВК описуються функцією розподілу

$$n(\varepsilon - \mathbf{p}\mathbf{w}) = e^{-\frac{\varepsilon - \mathbf{p}\mathbf{w}}{k_B T}}. \quad (4.16)$$

Знайдемо щільність тензора квадрупольного моменту, обумовлену відносною швидкістю  $\mathbf{w}$ . Для цього введемо лабораторну систему координат  $x_1, x_2, x_3$  так, щоб напрямок осі  $x_3$  збігався з напрямком вектора  $\mathbf{w}$ . Далі запишемо тензор квадрупольного моменту КВК (4.2) в лабораторній системі координат. Орієнтація власної системи координат КВК  $x_1^{(c)}, x_2^{(c)}, x_3^{(c)}$  щодо лабораторної системи координат  $x_1, x_2, x_3$  задається трьома кутами, в якості яких візьмемо Ейлерові кути  $\varphi, \psi$  і  $\theta$ . З огляду на симетрію, вибір напрямку осей  $x_1^{(c)}, x_2^{(c)}$  в площині кільця є довільним. Нехай вісь  $x_1^{(c)}$  збігається з лінією вузлів, яка задається перетином площин  $x_1^{(c)}, x_2^{(c)}$  і  $x_1, x_2$ . Тоді кут  $\psi = 0$  і орієнтація системи координат  $x_1^{(c)}, x_2^{(c)}, x_3^{(c)}$  щодо  $x_1, x_2, x_3$  задається двома кутами: кутом  $\varphi$  між осями  $x_1^{(c)}$  і  $x_1$ , а також кутом  $\theta$  між осями  $x_3^{(c)}$  і  $x_3$ .

Стандартне перетворення матриці  $b_{ik}$  тензора (4.2) при повороті декартової системи координат дає такий вираз для тензора квадрупольного моменту КВК в лабораторній системі координат

$$q_{ik}^{(l)} = \frac{\pi}{2} r_c \bar{q}_7 b_{ik}^{(l)}, \quad (4.17)$$

де елементи симетричною матриці  $b_{ik}^{(l)}$  даються рівняннями.

$$b_{11}^{(l)} = 3 \sin^2 \varphi \sin^2 \theta - 1; \quad b_{12}^{(l)} = -\frac{3}{2} \sin 2\varphi \sin^2 \theta;$$

$$b_{13}^{(l)} = \frac{3}{2} \sin \varphi \sin 2\theta; \quad b_{22}^{(l)} = 3 \cos^2 \varphi \sin^2 \theta - 1; \quad (4.18)$$

$$b_{23}^{(l)} = -\frac{3}{2} \cos \varphi \sin^2 \theta; \quad b_{33}^{(l)} = 3 \cos^2 \theta - 1.$$

Щільність тензора квадрупольного моменту визначається рівністю

$$Q_{ik} = \int q_{ik}^{(l)} n(\varepsilon - p w \cos \theta) \frac{p^2 \sin \theta dp d\theta d\varphi}{(2\pi\hbar)^3}. \quad (4.19)$$

Після інтегрування по куту вираз (4.19) приводиться до вигляду

$$Q_{ik} = \int \frac{\pi^2}{2} r_c \bar{q}_7 b_{ik}^{(\theta)} n(\varepsilon - p w \cos \theta) \frac{p^2 \sin \theta dp d\theta}{(2\pi\hbar)^3}, \quad (4.20)$$

де елементи діагональної матриці  $b_{ik}^{(\theta)}$  даються рівняннями

$$\begin{aligned} b_{11}^{(\theta)} = b_{22}^{(\theta)} &= 3 \sin^2 \theta - 2; \\ b_{33}^{(\theta)} &= 6 \cos^2 \theta - 2. \end{aligned} \quad (4.21)$$

Швидкість  $w$  є відносно малою величиною. Розкладаючи в ряд функцію  $n(\varepsilon - p w \cos \theta)$  з точністю до квадратичних членів за малою  $w$ , приведемо вираз (4.20) до вигляду

$$\begin{aligned} Q_{ik} = \int_{p_0}^{\infty} \frac{p^2 dp}{(2\pi\hbar)^3} \frac{\pi^2}{2} r_c \bar{q}_7 \left( \int_0^{\pi} b_{ik}^{(\theta)} n(\varepsilon) \sin \theta d\theta - \right. \\ \left. - \int_0^{\pi} b_{ik}^{(\theta)} \frac{\partial n(\varepsilon)}{\partial \varepsilon} p w \cos \theta \sin \theta d\theta + \frac{1}{2} \int_0^{\pi} b_{ik}^{(\theta)} \frac{\partial^2 n(\varepsilon)}{\partial \varepsilon^2} p^2 w^2 \cos^2 \theta \sin \theta d\theta \right). \end{aligned} \quad (4.22)$$

Перший інтеграл за  $\theta$  в (4.22) дорівнює нулю. Такий результат узгоджується з тим фактом, що в ізотропній рідині щільність тензора квадрупольного моменту дорівнює нулю. Другий інтеграл за  $\theta$  в (4.22) теж дорівнює нулю. Таким чином, щільність тензора квадрупольного моменту виявляється пропорційною  $w^2$ .

Виконуючи інтегрування за  $\theta$  в третьому доданку в (4.22), отримуємо

$$Q_{ik} = \frac{4}{15} \int_{p_0}^{\infty} \frac{\pi^2}{2} r_c \bar{q}_7 \frac{\partial^2 n(\varepsilon)}{\partial \varepsilon^2} p^2 w^2 \frac{p^2 dp}{(2\pi\hbar)^3} b_{ik}. \quad (4.23)$$

Підставляючи вираз (4.12) в (4.23) і враховуючи, що  $\varepsilon_0 \gg k_B T$ , доводимо результат до вигляду

$$Q_{ik} = \frac{1}{30} q_0 n_v \left( \frac{w}{v_T} \right)^2 b_{ik} \quad , \quad (4.24)$$

де  $q_0 = \pi r_{0c} \bar{q}_7 (r_c = r_{0c})$  - квадрупольний момент мінімального вихрового кільця, а  $v_T = k_B T / p_0$  - температурна швидкість КВК з мінімальними розмірами та імпульсом  $p_0$ .

Чисельні значення наведених параметрів дорівнюють:  $q_0 = -(2,14 \cdot 10^{-4} \text{ \AA}^2) e$ ,  $v_T = 5,15 \cdot 10^2 T \text{ см} \cdot \text{с}^{-1} \text{ K}^{-1}$ . Звернемо увагу на те, що експериментальні значення  $w$  багато менше за  $v_T$ . Це підтверджує правильність виконаного вище розкладання в ряд по малому параметру  $w$ .

Результат (4.24) має простий фізичний зміст: щільність тензора квадрупольного моменту КВК містить добуток квадрупольного моменту мінімального вихрового кільця  $q_0$ , щільності числа КВК  $n_v$ , квадрату малого безрозмірного параметра анізотропії  $w/v_T$  і діагональної матриці  $b_{ik}$ , елементи якої виписані після рівності (4.2).

Електричне поле  $\mathbf{E}_Q$ , зумовлене  $Q_{ik}$  відмінне від нуля при залежності від координат  $Q_{ik}$  і відповідно до [94] дається рівністю

$$E_{Qi} = 4\pi \frac{\partial Q_{ik}}{\partial x_k} \quad . \quad (4.25)$$

Відповідно до експериментів, будемо вважати, що відмінний від нуля третій компонент  $w_3 = w$  залежить тільки від  $x_3$ . Тоді відмінним від нуля є лише третій компонент електричного поля

$$E_{Q3} = 4\pi \frac{\partial}{\partial x_3} Q_{33}(w(x_3)) \quad (4.26)$$

Згідно (4.26) потенціалом електричного поля можна вважати функцію

$$\varphi_Q = -4\pi Q_{33}(x_3) \quad (4.27)$$

Наявність виразу для власного квадрупольного моменту КВК дозволила розрахувати потенціал електричного поля, який спостерігається в експериментах у хвилі другого звуку. Цей розрахунковий квадрупольний потенціал з'явився на три порядки менше спостережуваного в експериментах характерного значення потенціалу. Крім того потенціал квадрупольного моменту (4.22) не змінює знак при зміні напрямку швидкості, що суперечить результатам експериментів. Таким чином, квадрупольний потенціал, що виникає в хвилі другого звуку за рахунок КВК, не може пояснити експериментальні дані.

#### 4.5. Електричне поле в разі можливого існуванні власного моменту КВК

В роботі [66] була висунута гіпотеза про існування дипольного моменту  $\mathbf{d}_c$  у КВК, який спрямований уздовж імпульсу кільця. В [66] розглядалися два можливих механізми виникнення  $\mathbf{d}_c$  – інерційний і заснований на відмінності градієнтів щільності перед і за кільцем.

Нульове значення дипольного моменту КВК, отримане в [52–54], автори [66] пояснювали тим, що фактично всі розрахунки в [52–54] засновані на формулах класичної фізики. Квантовий характер вихрового кільця в [52–54] враховувався тільки в квантуванні циркуляції швидкості руху рідини навколо осі вихору. Такий спрощений підхід, на думку авторів роботи [66], не міг врахувати два запропонованих ними механізми виникнення некомпенсованого дипольного моменту  $\mathbf{d}_c$  у КВК.

Як зазначалося в роботі [66], вихрове кільце з мінімальним значенням  $r_{0c} = 2,5\text{\AA}$  є істотно квантовим об'єктом і коректний опис такого КВК можна зробити лише виходячи з  $N$  – частинкової хвильової функції, яка дозволить встановити наявність або відсутність  $\mathbf{d}_c$  у КВК. Однак, ця хвильова функція невідома. Автори [66] визнають, що наведені ними міркування не є строгим доказом наявності  $\mathbf{d}_c$  у КВК, але вони якісно обґрунтовують таку можливість.

Автори [66] наводять ще один аргумент на користь можливості існування  $\mathbf{d}_c$  у КВК. Так, згідно з [95], вихори у надплинному  ${}^3\text{He}$  мають некомпенсований дипольний момент, зумовлений взаємної поляризацією атомів і асиметрією трьохатомних конфігурацій в серцевині вихору. Автори роботи [66] вважають, що така можливість не виключена в КВК надплинного  ${}^4\text{He}$ , внаслідок чого КВК матиме некомпенсований дипольний момент  $\mathbf{d}_c$ .

Проведемо розрахунки, виходячи з гіпотези, що у КВК є дипольний момент  $\mathbf{d}_c = d_c \mathbf{p} / p$ , орієнтований вздовж напрямку імпульсу КВК. Тоді щільність дипольного моменту  $\mathbf{P}_c$ , загальноприйнята назва якої – вектор поляризації, при наявності відносного руху нормального і надплинного компонентів  $\text{He II}$  зі швидкістю  $\mathbf{w}$  визначається рівністю

$$\mathbf{P}_c = \int d_c \frac{\mathbf{p}}{p} n(\varepsilon - \mathbf{p}\mathbf{w}) \frac{d^3 p}{(2\pi\hbar)^3}. \quad (4.28)$$

Розкладаючи в ряд функцію  $n(\varepsilon - \mathbf{p}\mathbf{w})$  з точністю до лінійного члена по  $w$ , одержимо

$$\mathbf{P}_c = \int d_c \frac{\mathbf{p}}{p} n(\varepsilon) \frac{d^3 p}{(2\pi\hbar)^3} - \int d_c \frac{\mathbf{p}}{p} \frac{\partial n(\varepsilon)}{\partial \varepsilon} (\mathbf{p}\mathbf{w}) \frac{d^3 p}{(2\pi\hbar)^3}. \quad (4.29)$$

Перший інтеграл в правій частині рівності (4.29) дорівнює нулю. Такий результат узгоджується з тим фактом, що в ізотропній рідині вектор поляризації дорівнює нулю. Виконуючи інтегрування за кутами, у другому доданку в (4.29), отримуємо

$$\mathbf{P}_c = -\frac{\mathbf{w}}{3} \int d_c p \frac{\partial n(\varepsilon)}{\partial \varepsilon} \frac{d^3 p}{(2\pi\hbar)^3} \quad (4.30)$$

Підставляючи в (4.30) функцію розподілу (4.12), маємо

$$\mathbf{P}_c = \frac{\mathbf{w}}{3k_B T} \int d_c p n(\varepsilon) \frac{d^3 p}{(2\pi\hbar)^3} \quad (4.31)$$



Нижня границя інтегрування в (4.31) по модулю імпульсу – це імпульс  $p_0$  КВК мінімального розміру. З огляду на те, що  $\varepsilon_0 / k_B T \gg 1$ , вираз (4.31) можна представити у вигляді

$$\mathbf{P}_c = \frac{1}{3} d_{0c} n_v \frac{\mathbf{w}}{v_T} \quad (4.32)$$

Результат (4.32) має простий фізичний зміст: вектор поляризації, зумовлений дипольними моментами КВК, містить добуток дипольного моменту  $d_{0c}$  вихрового кільця мінімального розміру, щільності числа КВК  $n_v$  і малого безрозмірного параметру анізотропії  $w/v_T$ . Згідно (4.32), на відміну від щільності квадрупольного моменту (4.24), вектор поляризації (щільність дипольного моменту) лінійно залежить від малого параметра анізотропії і спрямований за  $\mathbf{w}$ .

Електричне поле  $\mathbf{E}_p$ , зумовлене вектором поляризації  $\mathbf{P}_c$ , задається рівнянням (див., наприклад, [96])

$$\mathbf{E}_p = -4\pi\mathbf{P}_c. \quad (4.33)$$

Вважаючи, як і раніше, що компоненти вектора  $\mathbf{w}$  відповідно дорівнюють  $w_1 = w_2 = 0$  та  $w_3 = w$  отримаємо

$$E_{p1} = 0; E_{p2} = 0; E_{p3} = -4\pi P_{c3}(x_3). \quad (4.34)$$

В останній рівності в (4.34) враховано, що відповідно з експериментами  $w = w(x_3)$ .

Потенціал електричного поля  $\varphi_p$ , зумовлений вектором  $\mathbf{P}_c$ , задається рівністю

$$\mathbf{E}_p = -\nabla\varphi_p \quad (4.35)$$

Зі співвідношень (4.34) і (4.35) випливає

$$\varphi_p = 4\pi \int P_{c3}(x_3) dx_3 \quad (4.36)$$

В експерименті [42] реалізувалася стояча хвиля другого звуку, для якої

$$w(x_3) = w_A \cos(kx_3 + \alpha_x) \cos(\omega t + \beta_t), \quad (4.37)$$

де  $w_A$  - амплітуда,  $k = 2\pi/\lambda$  - хвильове число,  $\omega$  - частота, а  $\alpha_x$  і  $\beta_t$  - фази. З рівнянь (4.32), (4.36) і (4.37) здобуваємо

$$\varphi_P = \frac{2}{3} \lambda d_{0c} n_v \frac{w_A}{v_T} \sin(kx_3 + \alpha_x) \cos(\omega t + \beta_t) \quad (4.38)$$

Знайдемо, яким повинен бути дипольний момент  $d_{0c}$  КВК, щоб електричний потенціал (4.38), що виникає, дорівнював електричному потенціалу (4.27), який зумовлено квадрупольним моментом  $Q_{33}$ . Для цього знайдемо відношення амплітуд  $|\varphi_P / \varphi_Q|_A$  виходячи з рівності (4.27) і (4.38). Для порівняння зручно  $Q_{33}$ , який міститься в (4.27) і визначається в (4.24), переписати у вигляді

$$Q_{33} = \frac{1}{15} \pi r_{0c} \bar{q}_{07} n_v \left( \frac{w}{v_T} \right)^2, \quad (4.39)$$

де  $\bar{q}_{07} = \bar{q}_7(r_c = r_{0c})$ . Кількісне значення  $\bar{q}_{07}$ , виходячи з (4.5), запишемо у вигляді  $\bar{q}_{07} = -1,34 d_{07}$ . Підстановка (4.39) в (4.27) дає

$$\varphi_Q = \frac{4\pi^2}{15} r_{0c} 1,34 d_{07} n_v \left( \frac{w}{v_T} \right)^2. \quad (4.40)$$

Взявши відношення амплітуд (4.38) до (4.40) отримаємо

$$\left| \frac{\varphi_P}{\varphi_Q} \right|_A = \frac{5}{2,68\pi^2} \frac{\lambda}{r_{0c}} \frac{v_T}{w_A} \frac{d_{0c}}{d_{07}}. \quad (4.41)$$

В експерименті [42] довжина хвилі  $\lambda$  була близька до довжини комірки, що дорівнює 2,8 см. Тоді можна вважати, що  $\lambda / r_{0c} = 10^8$ . Малий параметр  $w / v_T$  покладемо рівним  $10^{-2}$ . Підстановка наведених чисельних значень в (4.41) дає

$$\left| \frac{\varphi_P}{\varphi_Q} \right|_A = 1,89 \cdot 10^9 \frac{d_{0c}}{d_{07}}. \quad (4.42)$$

Зі співвідношення (4.42) випливає, що дипольний електричний потенціал дорівнює квадрупольному, якщо дипольний момент  $d_{0c}$  КВК на дев'ять

порядків менше дипольного моменту  $d_{07}$  атома  ${}^4\text{He}$ , який знаходиться на відстані рівної міжатомній  $a_0$  від іншого атома.

#### 4.6. Зіставлення теорії з експериментами в хвилі другого звуку

Знайдемо характерні значення швидкості відносного руху  $w$ , які реалізувалися в експериментах [42]. Згідно [19] співвідношення між  $w$  і коливаннями температури  $T$  в хвилі другого звуку дається рівністю

$$w = \frac{\sigma\rho}{u_2\rho_n} T', \quad (4.43)$$

де  $\sigma$  - ентропія одиниці маси  ${}^4\text{He}$ ,  $\rho_n / \rho$  - відносна щільність нормального компоненту,  $u_2$  - швидкість другого звуку.

Множник  $\sigma\rho / u_2\rho_n$  слабо залежить від температури в інтервалі температур  $1,4\text{K} \leq T \leq 2\text{K}$ , в якому проводилися експерименти [42]. При  $T = 2\text{K}$  цей множник дорівнює  $9,85 \cdot 10^3 \text{см} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ , а при  $T = 1,4\text{K}$  він дорівнює  $8,76 \cdot 10^3 \text{см} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ . Характерне амплітудне значення  $T'_A$  в експериментах [19] було  $T'_A \approx 10^{-3} \text{K}$ . Згідно(4.43) такому значенню  $T'_A$  відповідає характерне значення амплітуди відносної швидкості  $w_A \approx 10 \text{см} \cdot \text{с}^{-1}$ .

В експериментах [42, 43] вимірювалася різниця потенціалів, яку потрібно зіставляти з амплітудним значенням електричного потенціалу, отриманого в цій роботі. Дотримуючись термінології статей [42, 43], в подальшому різницю потенціалів, яка спостерігається в експериментах, будемо називати потенціалом.

При  $T = 1,8\text{K}$  і  $w_{A22} = 10 \text{см} \cdot \text{с}^{-1}$  з рівності (4.40) отримаємо амплітуду характерного значення квадрупольного потенціалу  $|\varphi_Q|_A \approx 10^{-1} \text{нВ}$ . Отриманий розрахунковий квадрупольний потенціал на три порядки менше спостережуваного в [42] характерного значення потенціалу  $u \approx 10^2 \text{нВ}$ .

Крім того, потенціал (4.40) не змінює знак при зміні напрямку швидкості, що суперечить результатам експериментів [42]. Таким чином, квадрупольний потенціал, що виникає при відносному русі нормального і надплинного компонентів, не може пояснити експериментальні дані.

Результати експериментів [42] може пояснити дипольний потенціал (4.38), який змінює знак при зміні напрямку швидкості відносного руху. Виходячи з експериментальних даних [42], знайдемо чисельне значення дипольного моменту  $d_{0c}$  КВК. Для цього амплітудне значення дипольного потенціалу (4.38) запишемо у вигляді

$$|\varphi_P|_A = \frac{2}{3} \lambda d_{07} n_v \frac{w_A}{v_T} \frac{d_{0c}}{d_{07}}. \quad (4.44)$$

В експериментах [42] при  $T = 1,8K$  і амплітудному значенні  $T'_A = 9 \cdot 10^{-4} K$ , якому відповідно до (4.43) відповідає  $w_A = 9,6 \text{ см} \cdot \text{с}^{-1}$ , був зареєстрований потенціал  $u^{(\text{exp})} = 40 \text{ нВ}$ . Виходячи з умов експерименту покладемо  $\lambda = 2,8 \text{ см}$ . Підставляючи всі чисельні значення в (4.44) при  $T = 1,8K$ , для теоретичного значення  $|\varphi_P^{(\text{theor})}|_A$ , отримаємо

$$|\varphi_P^{(\text{theor})}|_A = 8,16 \cdot 10^7 \frac{d_{0c}}{d_{07}} \text{ нВ}. \quad (4.45)$$

Взявши відношення теоретичного значення (4.45) до експериментального  $u^{(\text{exp})} = 40 \text{ нВ}$  і прирівнюючи його до одиниці, отримаємо величину  $d_{0c}$ .

$$\frac{|\varphi_P^{(\text{theor})}|_A}{u^{(\text{exp})}} = 2,04 \cdot 10^6 \frac{d_{0c}}{d_{07}} = 1, \text{ тоді } d_{0c} = 4,9 \cdot 10^{-7} d_{07} \quad (4.46)$$

Знайдене значення  $d_{0c}$  КВК на шість – сім порядків (!) менше за дипольний момент  $d_{07}$ . Останній, в свою чергу, є малим, оскільки  $d_{07}$  зумовлений взаємодією двох атомів  $^4\text{He}$ , що знаходяться на відстані один від одного, яка дорівнює міжатомній  $a_0$ .

Навіть за умови відсутності у КВК такого власного дипольного моменту, такий малий дипольний момент може виникнути у КВК в

експериментальних умовах за низкою причин. Однією з них може бути поява дипольного моменту у КВК під дією електричного поля, яке на початковому етапі зумовлено квадрупольним потенціалом за рахунок  $w = w(x_3)$ . Тому безсумнівний інтерес представляють виміри й обчислення потенціалу, викликаного існуванням відносної швидкості, при наявності зовнішнього електричного поля.

В межах похибки експериментів [42] співвідношення  $u/T$  не залежить від температури. Це не узгоджується з результатом (4.38), згідно з яким така залежність визначається  $n_v(T)$ . Така розбіжність теоретичного результату (36) зі спостережуваним можливо пов'язана з тим, що дипольний потенціал визначається не тільки тепловими КВК, а й вихорами, народженими при відносному русі нормального і надплинного компонентів. Тоді, згідно з усією схемою виконаних вище розрахунків, у формулі (4.38) потрібно під  $n_v$  розуміти суму щільності теплових і народжених вихорів.

Тепер коротко обговоримо результати експерименту [43], де рух нормального компонента He II створювався рухом стінки торсіонного осцилятора. Експерименти [43] проводилися в насичених і ненасичених тонких плівках надплинного гелію, які покривали стінки торсіонного осцилятора. У таких плівках сили Ван-дер-Ваальса поляризують гелій, що, мабуть, призводить до виникнення додаткового дипольного моменту у вихорів, які перебувають в надплинній плівці. Можливо саме з цією обставиною пов'язано той факт, що в експериментах [43] при відносній швидкості  $w \approx 10^{-1} \text{ см} \cdot \text{с}^{-1}$ , яка на два порядки менше відносної швидкості руху в хвилі другого звуку [42], величина потенціалу, що виникає, була близька до величини, що спостерігається в [43]. Виходячи з наведених чисельних значень можна очікувати, що дипольний момент  $d_{0c}^{(f)}$  КВК в тонких поляризованих плівках He II приблизно на два порядки буде більше значення  $d_{0c}$ , отриманого в (4.46). При цьому  $d_{0c}^{(f)}$  буде приблизно на чотири порядки (!) менше малого  $d_{07}$ . Задачу про розрахунок дипольного моменту

КВК в поляризованій плівці He II, можна розв'язати до кінця і це буде зроблено в п'ятому розділі дисертації.

Більш того, не виключена можливість вкладу в дипольний потенціал, що виникає в хвилі другого звуку [42], межі поділу He II – тверде тіло, поблизу якої гелій поляризований. Для перевірки вкладу поверхні поділу в експериментах [42] є цікавим вимірювання потенціалу на бокових стінках резонатора, уздовж яких поширюється хвиля першого звуку. В експериментах [42] при наявності першого звуку потенціал вимірювався на торцевих поверхнях резонатора, де  $w = 0$  і відповідно потенціал виявлявся рівним нулю. Перший звук поблизу бокових поверхонь резонатора трансформується в четвертий звук [71], в якому коливається надплинний компонент і відповідно  $w \neq 0$ . Якщо при поширенні першого звуку потенціал дорівнюватиме нулю не тільки на торцевих поверхнях резонатора, а й на бокових, то внесок межі поділу в вимірюваний в [42] в хвилі другого звуку потенціал, мабуть, виключається.

В експериментах [43] залежність від швидкості була квадратичною, на відміну від [42] і теорії, де залежність є лінійною. Можливо, це пов'язано з тим, що при збільшенні  $w$  збільшується число народжених в плівці вихорів за рахунок руху надплинного компонента He II відносно стінки резонатора.

В експериментах [43], відповідно до теорії, але на відміну від [42], потенціал зменшувався при зниженні температури. Різна температурна залежність потенціалу в [42] і [43], можливо, пов'язана з тим, що в плівках He II, на відміну від об'ємного надплинного гелію, теплові вихори дають відносно великий внесок.

Відзначимо, що всі перераховані в цьому розділі задачі ідейно близькі одна до одної. Всі вони зводяться до розрахунку дипольного моменту КВК у зовнішніх полях. Тому наступною задачею, яка буде розглянута у дисертації, є дослідження дипольного моменту КВК, який зумовлено наявністю зовнішнього електричного поля в присутності відносного руху нормальної та надплинної компонент гелію.

#### 4.7. Аналіз механізмів поляризації He II у хвилі другого звуку

У попередніх підрозділах було показано, що квантові вихрові кільця мають нетривіальні електричні властивості. Зокрема, було показано що квадрупольний момент (4.39) КВК при наявності відносної швидкості руху призводить до поляризації надплинного гелію. Однак, з розрахунків випливає, що за рахунок квадрупольного моменту КВК електрична різниця потенціалів в хвилі другого звуку, на кілька порядків менше тієї, що спостерігається в [42]. Тому, далі в дисертації була висловлена гіпотеза про існування у КВК власного дипольного моменту  $\mathbf{d}_{in} = d_{in}\mathbf{p}/p$ . В [66] обговорювалися можливі механізми появи  $\mathbf{d}_{in}$ . Однак, чисельне значення  $\mathbf{d}_{in}$ , що випливає з цих механізмів, в [66] не було знайдено.

Зовнішнє поле призводить до появи зовнішньої сили  $\mathbf{F}$ , яка поляризує атоми  ${}^4\text{He}$ . В результаті у КВК з'являється дипольний момент  $\mathbf{d}_{out} = d_{out}\mathbf{F}/F$ .

Такою зовнішньою силою може бути сила Ван-дер-Ваальса, яка поляризує атоми  ${}^4\text{He}$  в плівці надплинного гелію, розташованої на поверхні твердого тіла. Така ситуація була реалізована в експериментах [43], де швидкість створювалася торсійними осциляціями плівки.

Ще одним таким полем може бути зовнішнє електричне поле  $\mathbf{E}_{out}$ . Таким чином, дипольний момент КВК представляється у вигляді суми  $\mathbf{d}_c = \mathbf{d}_{in} + \mathbf{d}_{out}$  власного дипольного моменту і дипольного моменту, що з'являється в присутності зовнішніх сил.

Щільність дипольного моменту (вектор поляризації) КВК при наявності  $\mathbf{w}$  задається рівністю

$$\mathbf{P} = \int \mathbf{d}_c n(\varepsilon - \mathbf{p}\mathbf{w}) \frac{d^3 p}{(2\pi\hbar)^3}. \quad (4.47)$$

Розкладання (6) в ряд за малою величиною  $\mathbf{w}$  з точністю до квадратичних членів дає

$$\mathbf{P} = \int \mathbf{d}_{out} n(\varepsilon) \frac{d^3 p}{(2\pi\hbar)^3} - \int \mathbf{d}_{in}(\mathbf{p}\mathbf{w}) \frac{\partial n(\varepsilon)}{\partial \varepsilon} \frac{d^3 p}{(2\pi\hbar)^3} + \frac{1}{2} \int \mathbf{d}_{out}(\mathbf{p}\mathbf{w})^2 \frac{\partial^2 n(\varepsilon)}{\partial \varepsilon^2} \frac{d^3 p}{(2\pi\hbar)^3}. \quad (4.48)$$

У правій частині рівності (4.48) опущені складові, які містять непарні ступені  $p$ , оскільки вони дорівнюють нулю. В експериментах [42, 43, 49, 50] вимірювалася залежність від часу різниці потенціалів, тому перший доданок в (4.48) не робить внесок в спостережувану поляризацію.

В хвилі другого звуку коливаються температура і швидкість відносного руху  $\mathbf{w}$  [19]. У нульовому наближенні по малому значенню коефіцієнта теплового розширення, рідину можна вважати нерухомою, а щільність і тиск – постійними. В експериментах [42, 49, 50] створювалася стояча хвиля другого звуку, в якій швидкість відносного руху компонент задавалася співвідношенням

$$\mathbf{w} = w_A \cos(k_2 x + \gamma_x) \cos(\omega t + \gamma_t) \mathbf{i}_x, \quad (4.49)$$

де  $\omega$  – частота звуку,  $k_2$  – хвильове число, а  $\gamma_x$  и  $\gamma_t$  – відповідні фази.

Випадок відсутності зовнішніх полів був ретельно розглянутий у попередньому підрозділі. У цьому випадку  $\mathbf{d}_{out} = 0$  і поляризація дається співвідношенням, яке відповідає (4.32)

$$\mathbf{P}_{in} = - \int \mathbf{d}_{in}(\mathbf{p}\mathbf{w}) \frac{\partial n(\varepsilon)}{\partial \varepsilon} \frac{d^3 p}{(2\pi\hbar)^3} = \frac{1}{3} d_{in} n_V \frac{\mathbf{w}}{v_T}. \quad (4.50)$$

Тому результати будуть аналогічними до результатів підрозділу 4.6.

Перейдемо до розгляду випадку хвилі другого звуку в зовнішньому електричному полі. У разі, коли He II знаходиться в постійному зовнішньому електричному полі  $\mathbf{E}_{out} = E_{out} \mathbf{i}_x$ , атоми гелію набувають дипольний момент  $\mathbf{d}_{out}^{(a)} = \alpha \mathbf{E}_{out}$ , де  $\alpha = 2,1 \cdot 10^{-25} \text{ см}^3$  – коефіцієнт електричної поляризації атома  ${}^4\text{He}$ .

Згідно [52] дипольний момент КВК пов'язаний з дипольним моментом атома гелію співвідношенням  $\mathbf{d}_{out}^{(E)} = -N_c \mathbf{d}_{out}^{(a)}$ , де  $N_c = 0,627$  – інтегральна атомна дилатація КВК з радіусом  $r_{0c}$ . Підстановка  $\mathbf{d}_{out}^{(E)}$  в третій доданок в



правій частині рівності (4.48) дає вектор поляризації, зумовлений КВК при наявності швидкості і зовнішнього поля  $\mathbf{E}_{out}$ .

$$\mathbf{P}_{out} = -\frac{1}{6}n_V N_C \alpha E_{out} \left( \frac{w}{v_T} \right)^2 \mathbf{i}_x, \quad (4.51)$$

В хвилі другого звуку згідно [19, 97–103] присутні флуктуації щільності, які виникають завдяки коефіцієнту теплового розширення  $\beta$ . У поляризованому зовнішнім полем Не II завдяки флуктуаціям щільності виникає вектор поляризації

$$\mathbf{P}_{\rho'} = \mathbf{d}_{out}^{(a)} \frac{\rho'}{\rho} n_0, \quad (4.52)$$

$$\text{де } \rho' = -\frac{\beta}{\sigma} \frac{\rho_n u_2^3}{(u_1^2 - u_2^2)} w.$$

Тут  $u_1$  и  $u_2$  - швидкості першого та другого звуків.

Виходячи з виразів (4.48), (4.51) і (4.52), для сумарного вектора поляризації, який виникає при наявності  $\mathbf{w}$  у полі  $\mathbf{E}_{out} = E_{out} \mathbf{i}_x$ , здобуємо

$$\mathbf{P}_{\Sigma}^{(w)} = \frac{1}{3} d_{in} n_V \frac{w}{v_T} \mathbf{i}_x - \frac{1}{6} n_V N_C \alpha E_{out} \left( \frac{w}{v_T} \right)^2 \mathbf{i}_x - A_{\beta} n_0 \alpha E_{out} w \mathbf{i}_x, \quad (4.53)$$

$$\text{де } A_{\beta} = \beta \rho_n u_2^3 / \sigma \rho (u_1^2 - u_2^2).$$

В стоячій хвилі другого звуку виникає електричний потенціал, який можна знайти розв'язуючи рівняння Пуассона

$$\Delta \varphi = -4\pi \rho_c, \quad (4.54)$$

де  $\rho_c = -\text{div} \mathbf{P}$  щільність зв'язаних зарядів, які утворені завдяки вектора поляризації  $\mathbf{P}$ . Інтегруючи (4.54) з урахуванням (4.48), знайдемо сумарний електричний потенціал, зумовлений трьома складовими, що містяться в правій частині виразу (4.53)

$$\varphi_{\Sigma}^{(w)} = \varphi_{in} + \varphi_{out} + \varphi_{\rho'}. \quad (4.55)$$

Тут  $\varphi_{in}$  – електричний потенціал (4.38) зумовлений власним дипольним моментом КВК,

$$\varphi_{out} = -\frac{\pi}{3} n_V N_c \alpha E_{out} \left( \frac{w_A}{v_T} \right)^2 \left( x + \frac{\lambda_2}{4\pi} \sin(2[k_2 x + \gamma_x]) \right) \cos^2(\omega t + \gamma_t) \quad (4.56)$$

– потенціал, що виникає в зовнішньому полі, яке поляризує КВК,

$$\varphi_{\rho'} = -2\lambda_2 A_\beta n_0 \alpha E_{out} w_A \sin(k_2 x + \gamma_x) \cos(\omega t + \gamma_t) \quad (4.57)$$

– електричний потенціал, зумовлений флуктуаціями щільності в хвилі другого звуку в присутності зовнішнього електричного поля  $\mathbf{E}_{out}$ .

Порівняємо амплітудні значення трьох потенціалів, що містяться в (4.55) при  $T = 1.8$  К. Виходячи з умов експериментів [42], покладемо  $w_A = 9,6$  см / с. Підставляючи в (4.55) значення координати  $x$ , яка дорівнює довжині хвилі  $\lambda = 2,8$  см, для амплітуди  $\varphi_{outA}$  маємо  $\varphi_{outA} = 5,99 \cdot 10^{-9} E_{out}$ , де  $E_{out}$  вимірюється в В / см. При  $E_{out} = E_{in} = 6,69$  В / см отримуємо чисельне значення  $\varphi_{outA}(E_{in}) = 40$  нВ, що дорівнює  $\varphi_A^{(exp)}$ . З виразів (4.56) і (4.57) маємо  $\varphi_{outA} / \varphi_{\rho'A} = 3,9$ .

З цих чисельних значень, випливає, що в загальному випадку, повинні бути враховані всі три доданка в (4.55). Внесок кожного з цих доданків значно залежить від температури. Слід зазначити, що при  $T = 1,12$  К коефіцієнт теплового розширення  $\beta = 0$  і третій доданок в (4.55) відсутня. Крім того, згідно з (4.55) - (4.57), вклад кожного з доданків в сумарний електричний потенціал залежить від координати  $x$  і моментів часу  $t$ .

Безсумнівний інтерес представляють вимірювання залежності від часу електричної різниці потенціалів в стоячій хвилі другого звуку в різних точках при різних значеннях зовнішнього постійного електричного поля. Такі вимірювання дозволили б зрозуміти, наскільки викладена тут теорія експерименту є адекватною.

Перейдемо до розгляду електричних властивостей надплинного гелію в хвилі першого звуку.

#### 4.8. Поляризація He II, зумовлена хвилею першого звуку

Як зазначалося вище, в експериментах [42] не спостерігалася електрична активність гелію в хвилі першого звуку, а в експериментах [104] – спостерігалася. У такій ситуації актуальним є теоретичний розгляд поляризації гелію в хвилі першого звуку за рахунок певних механізмів. Нам відомо тільки два таких механізми: флексоелектрична поляризація і поляризація за рахунок прискорення рідини в хвилі першого звуку. Почнемо з флексоелектричної поляризації.

##### 4.8.1. Флексоелектрична поляризація у хвилі першого звуку

В експериментах [42, 104] збуджувалася стояча хвиля першого звуку, в якій коливання щільності можна описати таким співвідношенням:

$$\rho' = \rho_A \cos(k_1 x + \alpha_x) \cos(\omega t + \alpha_t). \quad (4.58)$$

де  $k_1$  - хвильове число першого звуку,  $\rho_A$  - амплітуда коливань щільності.

Наявність коливань щільності в хвилі першого звуку призводить до виникнення у окремих атомів  $^4\text{He}$  некомпенсованого дипольного моменту  $\mathbf{d}^{(f)}$ , зумовленого залежністю щільності рідини від координати (флексоелектричної поляризація). Згідно [53]:

$$\mathbf{d}^{(f)} = -\frac{7}{3} d_0 \frac{a_0^4}{m} \nabla \rho'(\mathbf{r}), \quad (4.59)$$

де дипольний момент  $d_0 = (2,03 \cdot 10^{-13} \text{ см})e$ ,  $e$  – модуль заряду електрона,  $a_0 = 3,6 \text{ \AA}$  – відстань між атомами  $^4\text{He}$ .

Враховуючи рівності (4.58) і (4.59) щільність дипольного моменту (вектор поляризації) запишемо у вигляді:

$$\mathbf{P}^{(f)} = n_0 \mathbf{d}^{(f)} = \frac{7}{3} d_0 \frac{a_0^4}{m} \rho_A k_1 \sin(k_1 x + \alpha_x) \cos(\omega t + \alpha_t) \mathbf{i}_x. \quad (4.60)$$

В (4.60) враховано, що за визначенням  $a_0^3 = n_0^{-1}$ . Розв'язуючи рівняння (4.54) з урахуванням (4.60) для електричного потенціалу  $\varphi^{(f)}$ , зумовленого флексоелектричною поляризацією, здобуємо:

$$\varphi^{(f)} = -\frac{28\pi}{3} d_0 \frac{a_0}{m} \rho'(x, t). \quad (4.61)$$

Для амплітудного значення потенціалу (4.61) з урахуванням чисельних значень всіх параметрів і рівності у наноВольтах маємо

$$\varphi_A^{(f)} = \frac{28\pi}{3} d_0 \frac{a_0}{m} \frac{P_A}{u_1^2} = 8,58 \cdot 10^{-3} P_A \quad \text{нВ}, \quad (4.62)$$

де амплітудне значення тиску  $P_A$  вимірюється в  $\text{дин} / \text{см}^2$ .

В експериментах [42] максимальна амплітуда тиску  $P_{1A} \approx 100 \text{ дин} / \text{см}^2$ .

При такій амплітуді тиску згідно (4.62)  $\varphi_A^{(f)} \approx 0,858 \text{ нВ}$ . Зараз настільки малий потенціал неможливо зареєструвати. Тому в [104] в хвилі першого звуку не могла спостерігатися флексоелектрична поляризація.

#### 4.8.2. Поляризація, що зумовлена прискоренням рідини в хвилі першого звуку

При прискоренні рідини прискорюються і атоми, що її утворюють. При цьому легка електронна оболонка атома зміщується щодо важкого ядра. В результаті атом набуває дипольного моменту. Для отримання цього дипольного моменту, за схемою роботи [53], почнемо з розгляду ситуації, в якій атом  ${}^4\text{He}$  знаходиться в зовнішньому електричному полі  $\mathbf{E}$ , під дією якого у атома виникає дипольний момент

$$\mathbf{d} = \alpha \mathbf{E}, \quad (4.63)$$

Дипольний момент атома  $\mathbf{d}$ , пов'язаний зі зміщенням  $\mathbf{u}$  центру заряду електронної оболонки атома щодо центру його ядра, визначається рівністю

$$\mathbf{d} = Ze\mathbf{u}, \quad (4.64)$$

де  $Z$  - число електронів в атомі  ${}^4\text{He}$ , що дорівнює числу протонів в ядрі.

Зв'язок між прикладеною до ядра силою  $Ze\mathbf{E}$  і вектором зміщення  $\mathbf{u}$  дається законом Гука

$$Ze\mathbf{E} = \beta_e \mathbf{u}, \quad (4.65)$$

де  $\beta_e$  - ефективний коефіцієнт пружності для силового зв'язку ядра з електронною оболонкою.

З рівнянь (4.63) – (4.65) випливає зв'язок між коефіцієнтами  $\alpha$  і  $\beta_e$

$$\beta_e = \frac{(Ze)^2}{\alpha}. \quad (4.66)$$

В діелектричній рідині контактна взаємодія атомів один з одним та з зовнішніми тілами відбувається за рахунок електронних оболонок атомів. При цьому, положення атомного ядра відносно електронної оболонки визначається балансом діючих на ядро сил.

Припустимо, що до електронної оболонки прикладена сила  $\mathbf{F}$ , яка зміщує важку ядро атома по відношенню до центру на вектор  $\mathbf{u}$ . Тоді, згідно до закону Гука,

$$\mathbf{F} = -\beta_e \mathbf{u} \quad (4.67)$$

У той час, ця сила призводить до прискореного руху з прискоренням  $\mathbf{a}$ :

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a} = -\frac{(Ze)^2}{\alpha} \frac{\mathbf{d}}{Ze}. \quad (4.68)$$

Звідси можна знайти явний вираз для дипольного моменту атома, який зумовлений цим прискоренням

$$\mathbf{d} = -\alpha \frac{m}{Ze} \mathbf{a}. \quad (4.69)$$

Розглянемо поляризацію атомів гелію, яка зумовлена прискоренням рідини у хвилі першого звуку. Враховуючи зв'язок між амплітудами щільності і швидкості руху рідини у хвилі першого звуку для прискорення отримуємо:

$$\mathbf{a} = -\omega \frac{u_1}{\rho} \rho_A \cos(k_1 x + \varepsilon_x) \sin(\omega t + \alpha_t) \mathbf{i}_x. \quad (4.70)$$

Використовуючи (4.70) в (4.69) для дипольного моменту атома маємо

$$\mathbf{d}^{(ac)} = \alpha \frac{m}{Ze} \omega \frac{u_1}{\rho} \rho_A \cos(k_1 x + \varepsilon_x) \sin(\omega t + \alpha_t) \mathbf{i}_x. \quad (4.71)$$

Вектор поляризації (щільність дипольного моменту), який зумовлений прискоренням рідини у хвилі першого звуку, задається рівністю

$$\mathbf{P}^{(ac)} = n_0 \mathbf{d}^{(ac)}. \quad (4.72)$$

Розв'язок рівняння Пуассона (4.54) з урахуванням (4.72) і співвідношення  $\rho_A = P_A / u_1^2$ , для електричного потенціалу, зумовленого прискоренням рідини у хвилі першого звуку, здобуємо

$$\varphi^{(ac)} = \frac{4\pi\alpha}{Ze} P_A \sin(k_1 x + \varepsilon_x) \sin(\omega t + \alpha_t) \mathbf{i}_x. \quad (4.73)$$

Підставляючи численні значення всіх параметрів, що містяться в (4.73), для амплітудного значення потенціалу (4.73), виміреного в наноВольтах, маємо

$$\varphi_A^{(ac)} = \frac{4\pi\alpha}{Ze} P_A = 8,18 \cdot 10^{-4} P_A \text{ нВ}. \quad (4.74)$$

де амплітудна величина тиску у хвилі першого звуку вимірюється в  $\text{дин/см}^2$ .

З порівняння результатів (4.62) і (4.74), бачимо, що потенціал зумовлений прискоренням рідини у хвилі першого звуку на порядок менше за потенціал, що виникає за рахунок флексоелектричної поляризації. Ці обидва потенціали настільки малі, що не можуть бути зареєстровані в даний час. Ймовірно, з цієї причини електрична поляризація у хвилі першого звуку не була зареєстрована в експериментах [42].

Відзначимо, що в хвилі другого звуку також виникає поляризація за рахунок флексоелектричного ефекту і прискорення рідини, але вона виявляється істотно меншою, ніж поляризація у хвилі першого звуку, оскільки містить малий коефіцієнт теплового розширення.

Зараз нам не відомі інші механізми поляризації рідини у хвилі першого звуку, крім двох розглянутих вище. Тому в даний час не ясно за рахунок чого в [104] спостерігається електрична активність гелію у хвилі першого звуку. Однією з можливих причин є наявність в експериментах [104] неконтрольованого наведеного зовнішнього електричного поля. У зв'язку з

цим нижче розглядається поляризація гелію, яка зумовлена хвилею першого звуку при наявності постійного зовнішнього електричного поля.

#### 4.8.3. Поляризація гелію у хвилі першого звуку за наявністю зовнішнього електричного поля

Розглянемо випадок, коли Не II знаходиться в зовнішньому сталому електричному полі  $\mathbf{E}_{out} = E_{out} \mathbf{i}_x$ , коли в атомах гелію виникає дипольний момент, що дорівнює  $\mathbf{d}_{out}^{(a)} = \alpha \mathbf{E}_{out}$ . В стоячій хвилі першого звуку, яка досліджувалась в експериментах [42, 49, 50], відхилення щільності, задане співвідношенням (4.58), призводить до появи вектора поляризації

$$\mathbf{P}_{\rho'}^{(1)} = \mathbf{d}_{out}^{(a)} \frac{\rho'}{\rho} n_0 = \alpha \frac{\rho'}{\rho} n_0 \mathbf{E}_{out}. \quad (4.75)$$

Розв'язок рівняння Пуассона (4.54), з урахуванням (4.75), (4.58) і співвідношення  $\rho_A = P_A / u_1^2$ , для електричного потенціалу, зумовленого хвилею першого звуку в зовнішньому електричному полі, має вигляд

$$\varphi_{\rho'}^{(1)} = \frac{2\alpha P_A n_0 \lambda_1}{\rho u_1^2} E_{out} \sin(k_1 x + \alpha_x) \cos(\omega_1 t + \alpha_t). \quad (4.76)$$

Тут  $\lambda_1 = 2\pi / k_1$  – довжина хвилі першого звуку.

Числові розрахунки за формулою (4.76) при характерних для експерименту [42] значеннях параметрів хвиль першого звуку дають наступне співвідношення між амплітудою потенціалу (4.76) та зовнішнім полем  $\varphi_{\rho'}^{(1)} = 2,73 \cdot 10^{-9} E_{out}$ , де  $E_{out}$  вимірюється в  $V/cm$ . Якщо для величини зовнішнього поля взяти значення  $E_{out} = 14,7 V/cm$ , то для амплітуди коливань потенціалу отримаємо значення  $\varphi_{\rho'A}^{(1)} = 40 nV$ , що спостерігається в [42] у хвилі другого звуку.

## Висновки

В розділі здобуто такі основні результати:

1. Показано, що в трикомпонентному газі квазічастинок Не II (фонони, ротони, КВК) рівновага встановлюється миттєво в масштабах часу експериментів [42, 43, 49, 50]. В результаті утворюється одна нормальна компонента, яка може рухатися зі швидкістю, відмінною від швидкості руху надплинної компоненти.
2. Показано, що відносний рух нормальної та надплинної компонент призводить до появи в Не II вектора поляризації (4.48), який створює електричний потенціал, що спостерігається в експериментах [42, 43, 49, 50]. Розв'язок задачі показав, що цей ефект є чисто квантовим, оскільки визначається тепловими збудженнями, для яких вибрана система координат – це координатна система, в якій надплинний компонент є нерухомим.
3. З розрахунку, випливає, що електричний потенціал (4.27), зумовлений квадрупольним моментом квантових вихрових колій (КВК), не може пояснити спостережувані в [42, 43] потенціали.
3. Визначені електричні потенціали, що виникають у хвилі другого звуку при наявності зовнішнього електричного поля (4.55), зумовлені власним дипольним моментом КВК (4.38), поляризацією КВК (4.56) та коливаннями щільності (4.57).
4. Отримані електричні потенціали, що виникають у хвилі першого звуку, за рахунок флексоелектричного ефекту (4.61), прискорення рідини (4.73) і зовнішнього постійного електричного поля (4.76).
5. Проведено детальне порівняння розрахункових значень зі спостереженими в [42, 43]. Проведені численні розрахунки, які можуть стимулювати постановку нових експериментів. Обговорюються можливі нові теоретичні завдання та нові експерименти, які повинні допомогти остаточно розібратися в явищі, що спостерігається в експериментах.



## РОЗДІЛ 5. ЕЛЕКТРИЧНА ПОЛЯРИЗАЦІЯ В ПЛІВКАХ НЕ ІІ ПРИ ВІДНОСНОМУ РУСІ НОРМАЛЬНОЇ ТА НАДПЛИННОЇ КОМПОНЕНТ

Новий підхід для пояснення результатів експериментів [42] з дослідження електричної поляризації Не ІІ був розглянутий в попередньому розділі дисертації. У ньому було показано, що відносний рух нормальної і надплинної компонент у хвилі другого звуку призводить до виникнення різниці потенціалів, зумовленої електричними властивостями квантових вихрів. В ізотропному і однорідному Не ІІ електричні властивості квантових вихрів не призводять до виникнення різниці потенціалів. У хвилі другого звуку виникає анізотропія, зумовлена різницею швидкостей нормальної і надплинної компоненти. Ця анізотропія і електричні властивості квантових вихрів призводять до виникнення різниці потенціалів у хвилі другого звуку.

В цьому розділі розглянутий вище підхід буде використано для запропонування можливого пояснення явищ, які спостерігаються в експериментах [43], в яких за допомогою методики торсіонного осцилятора досліджувався електричний відгук плівки Не ІІ. В результаті розрахунків, які наведені у розділі, було знайдено вектор поляризації, що виникає при коливаннях плівки Не ІІ під дією сил Ван-дер-Ваальса. Було показано, що коливання квантових вихрів, які рухаються разом зі стінкою торсіонного осцилятора, призводять до появи електричної різниці потенціалів, яка залежить від часу та зумовлена знайденим вектором поляризації.

У розділі проведено теоретичні дослідження електричної активності насиченою плівки надплинного гелію при відносному русі нормальної і надплинної компонент у плівці. Отримано явний аналітичний вираз для електричної різниці потенціалів, що виникає при відносному русі нормальної і надплинної компонент в торсіонному осциляторі. Знайдені залежності різниці потенціалів від часу, температури і відносної швидкості руху узгоджуються з експериментальними даними.

### 5.1. Поляризація квантових вихрових кілець під дією сил Ван-дер-Ваальса

При наявності швидкості  $\mathbf{w} = \mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s$  відносного руху нормальної і надплинної компонент КВК описуються функцією розподілу (4.16)

$$n(\varepsilon - \mathbf{p}\mathbf{w}) = e^{-\frac{\varepsilon - \mathbf{p}\mathbf{w}}{k_B T}}.$$

Для теорії, розвинутої в цьому розділі, важливо те, що, на відміну від класичних частинок, анізотропію функції розподілу (4.16) квазічастинок не можна ліквідувати шляхом переходу в будь-яку іншу рухоми систему координат, оскільки при цьому не змінюється  $w$ . У зв'язку з цим можна говорити про абсолютність анізотропії функції розподілу (4.16) квазічастинок, зумовленої  $w$ .

На поверхні твердого тіла (стінці), дотичної з насиченими парами гелію, утворюється плівка надплинного гелію з товщиною  $H \approx 400 \text{ \AA}$ . Нерівність  $H \gg r_{0c}$  дозволяє припустити, що в насичених плівках, як і в об'ємному гелії, існують теплові КВК. При цьому сила Ван-дер-Ваальса поляризує атоми гелію. Це призводить до виникнення дипольного моменту у КВК, який обчислюється нижче.

Відзначимо, що поряд з тепловими КВК в плівці можуть існувати також вихори іншої структури і природи. З наведених нижче розрахунків випливає, що вони, як і теплові КВК, повинні мати дипольний момент і давати адитивний внесок у щільність дипольного моменту, яка обчислюється в даній роботі з урахуванням тільки теплових КВК. Це обмеження не є принциповим для фізики розглянутого тут явища.

Відповідно до робіт [66, 67, 105] дипольний момент атома  $^4\text{He}$ , зумовлений силою Ван-дер-Ваальса, яка визначається взаємодією атома з плоскою поверхнею металу, дорівнює

$$\mathbf{d}^{(V)} = D_4 |e| \frac{a_B^5}{z^4} \mathbf{i}_z. \quad (5.1)$$

Тут  $\mathbf{i}_z$  – орт перпендикулярний поверхні металу і спрямований в гелій,  $a_B = 0,529\text{\AA}$  – перший борівський радіус,  $z$  – відстань від поверхні металу, а

$$D_4 = 2 \frac{R_y}{5\Delta E} \frac{\hbar\omega_{pl}}{\hbar\omega_{pl} + \sqrt{2}\Delta E} \left\langle \frac{r^4}{a_B^4} \right\rangle. \quad (5.2)$$

Тут  $\omega_{pl}$  – плазмова частота металу,  $\Delta E = 24,58\text{eV}$  – середня енергія збудження атома  ${}^4\text{He}$ ,  $R_y = e^2 / 2a_B = 13,6\text{eV}$ ,  $\langle r^4 / a_B^4 \rangle = 3,97$ .

Для латуні – матеріалу, який використовувався в експериментах [43], числове значення плазмової частоти  $\omega_{pl} = 1,6 \cdot 10^{16} \text{c}^{-1}$ . В цьому випадку числове значення в одиницях CGSE дипольного моменту атома  ${}^4\text{He}$  у полі сили Ван-дер-Ваальса задається рівністю

$$\mathbf{d}^{(v)} = 4,11 \cdot 10^{-52} \frac{1}{z^4} \mathbf{i}_z. \quad (5.3)$$

Для атомів, найближчих до поверхні металу, дипольний момент є меншим за (5.3), оскільки на ці атоми крім металевої підкладки, на якій вони знаходяться, діють ще й некомпенсовані сили Ван-дер-Ваальса з боку сусідніх атомів  ${}^4\text{He}$ . Як відомо [106], атоми  ${}^4\text{He}$ , що знаходяться на металевій підкладці, утворюють твердий шар гелію, товщина якого  $z_s$ . Нас цікавить дипольний момент атомів  ${}^4\text{He}$ , що знаходяться на відстанях  $z > z_s$ , де гелій є рідким та надплинним і допускає існування КВК. На таких відстанях у атома виникає додаткова до (5.3), так звана [54], флексоелектрична поляризація, яка зумовлена градієнтом щільності рідини, викликаним дією сили Ван-дер-Ваальса.

Атом  ${}^4\text{He}$  не має в основному стані будь-яких мультипольних моментів. Однак, якщо два атома  ${}^4\text{He}$  знаходяться на відстані  $R$  один від одного, то за рахунок їх взаємодії на кожному з цих двох атомів виникає дипольний момент  $\mathbf{d}_R$ , який згідно [61], [107] і [108] дорівнює

$$\mathbf{d}_R = -D_7 |e| \frac{a_B^8}{R^7} \mathbf{j}, \quad (5.4)$$

де константа  $D_7 = 25$ , а  $\mathbf{j} = \mathbf{R}/R$  – орт, спрямований до сусіднього атому. При цьому електронна хмара кожного з двох атомів  ${}^4\text{He}$  зміщується до сусіднього атому. Оскільки дипольний момент за визначенням спрямований від центру негативних зарядів до центру позитивних зарядів, то  $\mathbf{d}_R$  кожного з двох атомів спрямований від сусіднього атома. Такий напрям  $\mathbf{d}_R$  задається знаком мінус у правій частині виразу (5.4), в той час як  $\mathbf{j}$  спрямований до сусіднього атому. Відзначимо, що формула (5.4) справедлива, коли  $R$  набагато більше радіуса електронної оболонки атома. Якщо  $R$  дорівнює міжатомній відстані  $l$ , то згідно (5.4) для  $\mathbf{d}_l = \mathbf{d}_R(R = l)$  маємо

$$\mathbf{d}_l = -d_l(l)\mathbf{j}, \quad (5.5)$$

де  $d_l(l) = D_7|e|\frac{a_B^8}{l^7}$ .

Коли всі атоми знаходяться на однаковій відстані  $a_0$  один від одного, то взаємодії атомів компенсуються і сумарний дипольний момент кожного атома, зумовлений флексоелектричною поляризацією, дорівнює нулю. Якщо ж  $l(\mathbf{r}) = a_0 + l'(\mathbf{r})$ , то у атома виникає некомпенсований дипольний момент  $\mathbf{d}^{(f)}$ , який при малому  $|l'(\mathbf{r})|$ , виходячи з (5.5), напишемо у вигляді

$$\mathbf{d}^{(f)} = -a_0 \nabla d_l(l(\mathbf{r})) = -a_0 \left. \frac{\partial d_l}{\partial l} \right|_{l=a_0} \nabla l(\mathbf{r}) \quad (5.6)$$

З огляду на (13), рівність  $l(\mathbf{r}) = n^{-1/3}(\mathbf{r})$  і співвідношення  $\rho(\mathbf{r}) = mn(\mathbf{r})$ , вираз (5.6) напишемо у вигляді

$$\mathbf{d}^{(f)} = -\frac{7}{3}d_0 \frac{a_0^4}{m} \nabla \rho(\mathbf{r}), \quad (5.7)$$

де  $d_0 = D_7|e|a_B^8/a_0^7$ , числове значення якого  $d_0 = (2,03 \cdot 10^{-13} \text{ см})|e|$ .

Градiєнт щільності, що міститься в (5.7), можна знайти з умови гідростатичної рівноваги, яка дає

$$\nabla \rho = \frac{\rho}{c_1^2 m} \mathbf{F}^{(v)}, \quad (5.8)$$

де  $c_1$  – швидкість першого звука в рідкому гелії, а  $F^{(v)}$  – сила Ван-дер-Ваальса.

Сила  $F^{(v)}$  для випадку мідної підкладки була отримана в [109], де зазначалося, що знайдений там чисельний коефіцієнт не може претендувати на точне значення. У зв'язку з цим отримаємо силу  $F^{(v)}$  виходячи з дипольного моменту (5.1), (5.3), який виникає за рахунок дії цієї сили на окремий атом  ${}^4\text{He}$ , що знаходиться на відстані  $z$  від металевої підкладки. Такий підхід дасть узгоджене з формулами (5.1), (5.3) значення  $F^{(v)}$ , яке можна порівняти з отриманим в [109].

З цією метою, слідуючи схемою роботи [52], почнемо з розгляду ситуації, коли атом  ${}^4\text{He}$  знаходиться далеко від стінки в зовнішньому електричному полі  $\mathbf{E}$ , під дією якого у атома виникає дипольний момент

$$\mathbf{d} = \alpha \mathbf{E}, \quad (5.9)$$

де  $\alpha = 2,1 \cdot 10^{-25} \text{ см}^3$  - коефіцієнт електричної поляризації атома  ${}^4\text{He}$ .

Дипольний момент атома  $\mathbf{d}$ , пов'язаний зі зміщенням центру заряду електронної оболонки атома щодо його ядра, визначається рівністю

$$\mathbf{d} = Z|e|\mathbf{u}, \quad (5.10)$$

де  $Z$  - кількість електронів в атомі  ${}^4\text{He}$ .

Зв'язок між прикладеною до ядра силою  $Z|e|\mathbf{E}$  і вектором зміщення дається законом Гука

$$Z|e|\mathbf{E} = \beta \mathbf{u}, \quad (5.11)$$

де  $\beta$  - ефективний коефіцієнт пружності для силового зв'язку ядра з електронною оболонкою.

З рівнянь (5.9) і (5.11) випливає зв'язок між коефіцієнтами  $\alpha$  і  $\beta$

$$\beta = \frac{(Ze)^2}{\alpha}. \quad (5.12)$$

В діелектричній рідині контактна взаємодія атомів один з одним і зовнішніми тілами відбувається за рахунок руху електронних оболонок

атомів. При цьому положення атомного ядра щодо електронної оболонки визначається балансом діючих на ядро сил.

Припустимо, що до електронної оболонки прикладена сила  $\mathbf{F}$ , яка зміщує важке ядро атома щодо центру на вектор  $\mathbf{u}$ . Тоді, відповідно до закону Гука,

$$\mathbf{F} = -\beta\mathbf{u} \quad (5.13)$$

З рівнянь (5.10), (5.12) і (5.13) здобуваємо результат

$$\mathbf{F}^{(v)} = -\frac{Z|e|}{\alpha}\mathbf{d}^{(v)}, \quad (5.14)$$

в якому  $\mathbf{d}$  і  $\mathbf{F}$  замінено відповідно на  $\mathbf{d}^{(v)}$  і  $\mathbf{F}^{(v)}$ . Підставляючи в (5.14) числові значення всіх величин, отримаємо

$$\mathbf{F}^{(v)} = -18,8 \cdot 10^{-37} \frac{1}{z^4} \mathbf{i}_z \quad (5.15)$$

Числовий коефіцієнт, що міститься в (5.15), незначно відрізняється від коефіцієнта, наведеного в роботі [109], в якій він дорівнював  $-15,9 \cdot 10^{-37}$ . При всіх подальших розрахунках ми будемо виходити з результату (5.15).

З рівнянь (5.7), (5.8) і (5.14) для дипольного моменту атома  $\mathbf{d}^{(f)}$ , зумовленого флексоелектричною поляризацією, остаточно маємо

$$\mathbf{d}^{(f)} = \frac{7d_0a_0Z|e|}{3c_1^2m\alpha}\mathbf{d}^{(v)}. \quad (5.16)$$

Підставляючи у (5.16) числові значення параметрів, здобуваємо

$$\mathbf{d}^{(f)} = 9,82\mathbf{d}^{(v)}. \quad (5.17)$$

Згідно (5.17) дипольний момент, зумовлений флексоелектричною поляризацією, в 9,82 рази більше дипольного моменту  $\mathbf{d}^{(v)}$ , викликаного прямим впливом металеві підкладки на ізолюваний атом  ${}^4\text{He}$ . Повний дипольний момент атома дорівнює сумі дипольних моментів

$$\mathbf{d}_a = \mathbf{d}^{(f)} + \mathbf{d}^{(v)} = \left(1 + \frac{7d_0a_0Z|e|}{3c_1^2m\alpha}\right)\mathbf{d}^{(v)}, \quad (5.18)$$

чисельне значення якого в одиницях CGSE згідно (5.3) і (5.18) дорівнює

$$\mathbf{d}_a = 4,45 \cdot 10^{-51} \frac{1}{z^4} \mathbf{i}_z. \quad (5.19)$$

Щоб знайти дипольний момент вихрового кільця, знаючи дипольний момент атома, потрібно, як це робилося в роботі [52], визначити інтегральну атомну дилатацію КВК, яка дорівнює повному кількості атомів  ${}^4\text{He}$ , витіснених вихровим кільцем з радіусом  $r_{0c}$ . В результаті для дипольного моменту КВК в поле сили Ван-дер-Ваальса отримуємо

$$\mathbf{d}_c = -N_c \mathbf{d}_a, \quad (5.20)$$

де  $N_c = 4\pi^2 n_0 r_{0c} r_0^2 \ln(r_{0c} / r_0)$  - інтегральна атомна дилатація КВК з радіусом  $r_{0c}$ . Згідно (5.3) і (5.20) числове значення в одиницях CGSE дипольного моменту КВК поблизу стінки дорівнює:

$$\mathbf{d}_c = -2,79 \cdot 10^{-51} \frac{1}{z^4} \mathbf{i}_z. \quad (5.21)$$

Як видно з цього співвідношення, дипольний момент КВК, зумовлений наявністю сили взаємодії зі стінкою, істотно залежить від відстані до стінки і спрямований до стінки. При цьому відносно мала величина  $r_{0c} = 2,5\text{\AA}$  дозволяє використовувати локальні значення сили Ван-дер-Ваальса.

У тонких плівках надплинного гелію нормальна компонента He II, яка містить не тільки фонони, ротони, але й КВК, як будь-яка в'язка рідина, прилипає до стінки, на якій знаходиться плівка. При русі стінки зі швидкістю  $\mathbf{v}_n$  нормальна компонента, на відміну від надплинної, рухається з тією ж швидкістю  $\mathbf{v}_n$ . В результаті виникає швидкість  $\mathbf{w}$  відносного руху нормальної і надплинної компоненти.

У цьому випадку вектор поляризації He II (щільність дипольного моменту) при наявності  $\mathbf{w} = \mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s$  за визначенням дорівнює

$$\mathbf{P}_c = \int \mathbf{d}_c n(\varepsilon - \mathbf{p}\mathbf{w}) \frac{d^3 p}{(2\pi\hbar)^3}. \quad (5.22)$$

Розкладаючи вектор поляризації в ряд за  $\mathbf{w}$  з точністю до квадратичних членів, маємо:

$$\mathbf{P}_c = \int \mathbf{d}_c n(\varepsilon) \frac{d^3 p}{(2\pi\hbar)^3} - \int \mathbf{d}_c \frac{\partial n(\varepsilon)}{\partial \varepsilon} (\mathbf{p}\mathbf{w}) \frac{d^3 p}{(2\pi\hbar)^3} + \frac{1}{2} \int \mathbf{d}_c \frac{\partial^2 n(\varepsilon)}{\partial \varepsilon^2} (\mathbf{p}\mathbf{w})^2 \frac{d^3 p}{(2\pi\hbar)^3}. \quad (5.23)$$

Перший інтеграл в (5.23) не дає внеску в поляризацію, зумовлену наявністю відносного руху нормальної і надплинної компонент Не II. Він описує фон, який надалі не буде враховуватися. Другий інтеграл в (5.23) лінійно залежить від  $\mathbf{w}$ . Цей інтеграл дорівнює нулю в силу непарності підінтегральної функції по імпульсу. Тоді шуканий вектор поляризації, зумовлений відносною швидкістю  $\mathbf{w}$ , дається третім інтегралом в (5.23), вирішуючи який отримаємо

$$\mathbf{P}_w(z) = \frac{1}{6} \left( \frac{w}{v_T} \right)^2 n_v \mathbf{d}_c(z), \quad (5.24)$$

де  $v_T = k_B T / p_0$  – температурна швидкість КВК з мінімальними розмірами і імпульсом  $p_0$ .

Результат (5.24) має простий фізичний зміст. При наявності  $\mathbf{w}$  на рівноважному фоні, який описується першим інтегралом в (5.23), виникає додаткова поляризація, яка дорівнює 1/6 квадрата безрозмірного параметра анізотропії  $w/v_T$  помноженого на щільність дипольного моменту  $n_v d_c$ , зумовленого КВК. Відзначимо квадратичну залежність вектора поляризації (5.24) від швидкості відносного руху нормальної і надплинної компонент. Такий результат знаходиться в повній відповідності з результатами експерименту [43]. Порівнянню розвиненої тут теорії з експериментом присвячено наступний підрозділ цієї роботи.



## 5.2. Порівняння теорії з експериментальними дослідженнями торсіонних коливань плівок He II

В експериментах [43] досліджувалася електрична активність надплинного гелію за допомогою методики торсіонного осцилятора. Складовими частинами торсіонного осцилятора є два коаксіальних металевих циліндра. Радіуси зовнішнього і внутрішнього циліндрів відповідно дорівнюють  $r_2 = 0,5\text{см}$  і  $r_1 = 0,01\text{см}$ . Зовнішній і внутрішній циліндри торсіонного осцилятора утворювали циліндричний конденсатор. Зовнішній циліндр був заземлений. Внутрішній циліндр був ізольований від зовнішнього. Зовнішній циліндр мав змогу здійснювати торсіонні коливання. Внутрішній циліндр був нерухомий. Внутрішня поверхня зовнішнього циліндра і зовнішня поверхня внутрішнього циліндра були покриті насиченою плівкою надплинного гелію товщиною  $H \approx 400\text{Å}$ .

У роботі [43] при різних температурах і амплітудах коливання зовнішнього циліндра вивчалася електрична активність гелію шляхом визначення різниці потенціалів  $\varphi$  між зовнішнім циліндром, який коливається з частотою  $\omega_0$ , і нерухомим внутрішнім циліндром. Зокрема, було встановлено, що, наприклад, при  $T = 2,02\text{K}$  і амплітуді швидкості руху зовнішнього циліндра  $v_A = 744\text{мкм} \cdot \text{с}^{-1}$  амплітуда різниці потенціалів  $\varphi_A$  дорівнювала  $148\text{нВ}$ . При  $T = 1,86\text{K}$  і  $v_A = 764\text{мкм} \cdot \text{с}^{-1}$  –  $\varphi_A = 100\text{нВ}$ , а при  $T = 1,78\text{K}$  і  $v_A = 812\text{мкм} \cdot \text{с}^{-1}$  –  $\varphi_A = 82\text{нВ}$ .

Виміри проводилися для трьох серій різних значень сил розгойдування зовнішнього циліндра. При зіставленні розвиненою тут теорії з експериментом, нижче буде розглянута одна з цих серій, для якої в роботі [43] було наведено найбільшу кількість експериментальних точок.

В експериментах [43] амплітуда швидкості руху зовнішнього циліндра  $v_A$  була різною при різних температурах. На рис 5.1. зображені амплітудні

значення швидкості для різних температур, які отримані виходячи з експериментальних даних роботи [43].

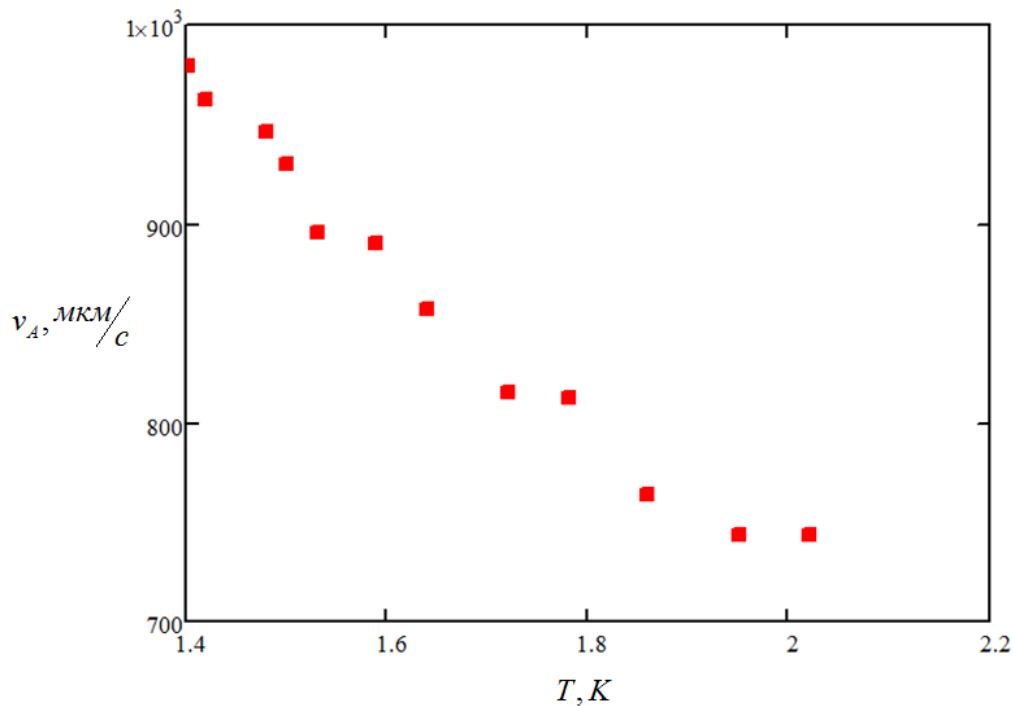


Рис.5.1. Температурна залежність амплітуди швидкості руху зовнішнього циліндра торсійного осцилятора.

Нормальна компонента плівки надплинного гелію рухається разом з зовнішнім циліндром торсійного осцилятора зі швидкістю  $\mathbf{v}_n = \mathbf{v}_A \cos(\omega_0 t)$ . В експериментах [43] в плівці He II, що знаходиться на внутрішній поверхні зовнішнього циліндра, спостерігалася спонтанна поява циркулюючого кругового потоку надплинної компоненти з постійною швидкістю  $\mathbf{v}_{s0}$ . Тоді швидкість відносного руху нормальної і надплинної компоненти He II дорівнює:

$$\mathbf{w} = \mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s = \mathbf{v}_A \cos(\omega_0 t) - \mathbf{v}_{s0}. \quad (5.25)$$

Чисельне значення  $v_{s0}$  в роботі [43] не було встановлено

Згідно з розвиненою в підрозділі 5.1 теорією при наявності швидкості відносного руху (5.25) на рівноважному фоні виникає динамічна поляризація плівки He II, яка описується вектором (5.24). Як зазначалося в роботі [43],

динамічна поляризація плівки Не II призводить до появи на металевих поверхнях циліндричного конденсатора зарядів, що спричиняють виникнення різниці потенціалів між зовнішнім і внутрішнім циліндрами, яка реєструється в експериментах [43].

Співвідношення (32) і (33) дозволяють знайти залежність від часу різниці потенціалів  $\varphi_w$ , зумовленої швидкістю відносного руху  $\mathbf{w}$ :

$$\varphi_w(t) = AP_w(t) = A_1 v_A^2 \left( \cos(\omega_0 t + \gamma) - \frac{v_{s0}}{v_A} \right)^2, \quad (5.26)$$

де  $A$  і  $A_1$  – коефіцієнти пропорційності, які не залежать від часу і швидкості,  $P_w(t)$  – модуль вектора (5.24), а фаза  $\gamma$  визначається напрямком вектора  $\mathbf{v}_{s0}$  щодо вектора  $\mathbf{v}_A$ . Якщо вектори  $\mathbf{v}_{s0}$  і  $\mathbf{v}_A$  паралельні, то  $\gamma = 0$ , а якщо напрямлені протилежно, то  $\gamma = \pi$ .

З зіставлення формули (5.26) із записом форми сигналу з екрану осцилографа, наведеної в роботі [43], випливає, що  $v_{s0} = 0,128v_A$ .

З урахуванням цього чисельного значення на Рис. 5.2., виходячи з формули (5.26), представлено графік залежності  $\varphi_w(t)$  при  $\gamma = 0$  і умови, що  $A_1 > 0$ . Позитивність функції впливає з виконаних нижче розрахунків. Графік, зображений на Рис. 5.2., з точністю до знаку збігається з записами форми сигналу з екрану осцилографа [43], де приведена функція  $\varphi_w(t)$ . Відзначимо, знак функції  $\varphi_w(t)$ , який спостерігається в [43] на осцилографі, залежить від способу підключення вимірювальної апаратури.

Відзначимо квадратичну залежність потенціалу (5.26) від швидкості  $v_A$ . Цей результат узгоджується з квадратичною залежністю, наведеною в роботі [43].

Перейдемо до отримання явного виду коефіцієнтів пропорційності  $A$  і  $A_1$ , що містяться у формулі (5.26). Плівка гелію є поляризованим діелектриком з щільністю пов'язаних зарядів  $\rho_w$ , зумовленими швидкістю (5.25) відносного руху  $\mathbf{w}$ .

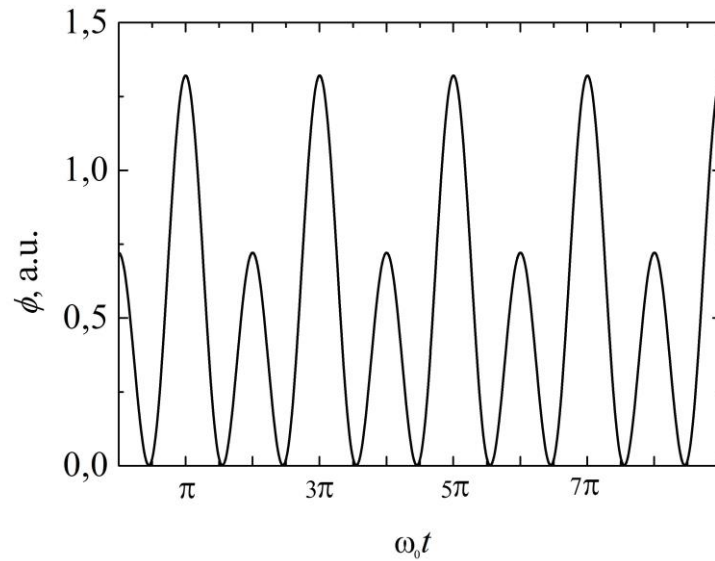


Рис. 5.2. Розрахунки за формулою (5.26), які демонструють періодичні биття, що співпадають з картиною, яка спостерігається на експерименті

Співвідношення між щільністю зв'язаних зарядів  $\rho_w$  і вектором поляризації  $\mathbf{P}_w$  дається загальновідомою рівністю

$$\rho_w = -\text{div}\mathbf{P}_w. \quad (5.27)$$

Інтегруючи вираз (5.27) за об'ємом, який містить поверхню плівки та примикає до металу, і спрямовуючи до нуля об'єми лівої і правої областей, прилеглих до поверхні плівки, здобуваємо(5.27)

$$\sigma_w = P_w(z = z_{\min}). \quad (5.28)$$

Тут  $\sigma_w$  – щільність заряду на поверхні плівки, що примикає до металу зовнішнього циліндра,  $z_{\min}$  - відстань від цієї поверхні до металу.

Ясно, що  $z_{\min}$  буде близько до міжатомної відстані в гелії. Нагадаємо, що, згідно з [70], плівка квантової рідини може бути описана методами механіки суцільних середовищ на будь-яких відстанях, включаючи математичну точку. Оскільки, згідно з (5.1), (5.18) - (5.21) і (5.24), вектор  $\mathbf{P}_w$  напрямлений до поверхні металу, то  $\sigma_w > 0$ .

Позитивний заряд  $\sigma_w(t)$ , що генерується на поверхні плівки з частотою  $\omega$ , буде індукувати на поверхні металу, що примикає до плівки, негативний

заряд з поверхневою щільністю  $-\sigma_w(t)$ . Для отримання електричного потенціалу у всьому просторі використовуємо рівняння Пуассона (4.54):

$$\Delta\varphi = -4\pi\rho_c,$$

де  $\rho_c$  – щільність зв'язаних зарядів, яка в плівці знаходиться з рівності (5.27), має дельта-образні залежності на поверхнях  $r=r_2$  і  $r=r_1$ , і дорівнює нулю в інших частинах простору. Розв'язання рівняння Пуассона (4.54) з граничними умовами

$$\varphi(r \geq r_2) = 0, \quad \varphi(r \leq r_1) = \varphi_w, \quad (5.29)$$

знайдемо потенціал  $\varphi$  в просторі між обкладинками циліндричного конденсатора. Опускаючи складові, які містять малі параметри  $z_{\min}/H \ll 1$  і  $H/r_2 \ll 1$ , для різниці потенціалів маємо

$$\varphi_w = 4\pi r_2 \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) P_w(z = z_{\min}). \quad (5.30)$$

Підставляючи в (5.30) вирази (5.24) і (5.25), остаточно маємо

$$\varphi_w = \frac{4\pi}{6} r_2 \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) n_v d_c(z_{\min}) \left(\frac{v_A}{v_T}\right)^2 \left(\cos(\omega_0 t + \gamma) - \frac{v_{s0}}{v_A}\right)^2 \quad (5.31)$$

Із загальних міркувань випливає, що величина  $z_{\min}$ , яка міститься в (5.31), близька до міжатомній відстані  $a_0$  в He II. Числове значення  $z_{\min}$  можна знайти, зіставляючи розрахункове значення за формулою (5.31) з експериментальними даними роботи [43]. В роботі [43] при  $T=1,95K$  і швидкості  $v_A=744$  мкм/с<sup>-1</sup> амплітудне значення різниці потенціалів  $\varphi_A$  дорівнювала 122 нВ. Формула (5.31) дає той самий результат при  $z_{\min} = 2,21a_0$ . На Рис. 5.3 за формулою (5.31) побудована температурна залежність амплітуди різниці потенціалів  $\varphi_{wA}$  при  $z_{\min} = 2,21a_0$  і  $v_{s0} = 0,128v_A$ . Значення  $v_A$  при різних температурах визначалися з даних, наведених на Рис. 5.1. Для порівняння на Рис.5.3 нанесені також результати роботи [43].

Згідно Рис.5.3 при  $T > 1,8 K$  розрахункові та експериментальні значення практично збігаються. При  $T < 1,8 K$  розрахункові значення

виявляються менше експериментальних. Зі зниженням температури різниця між розрахунковими і експериментальними значеннями збільшується так, що при  $T = 1,4 K$  розрахункове значення менше експериментального в три рази.

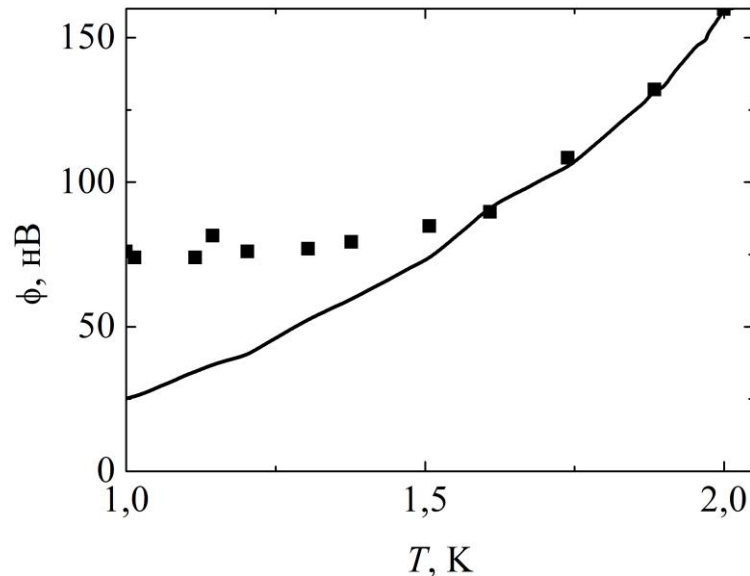


Рис 5.3. Суцільна крива – температурна залежність різниці потенціалів  $\varphi_{wA}$ , знайдена з співвідношення (5.31), точки– експериментальні дані роботи [43].

Спостережувана на Рис.5.3 розбіжність експериментальних і розрахункових значень при  $T < 1.8 K$ , можливо, пов'язано з тим, що в теорії враховуються тільки теплові квантові вихрові кільця, щільність числа яких згідно (4.13) експоненціально зменшується зі зниженням температури. Обчислення за формулою (4.13) дають наступні чисельні значення:  
 $n_v(2,0 K) = 3.28 \cdot 10^{20} \text{ см}^{-3}$ ;      $n_v(1,8 K) = 1.45 \cdot 10^{20} \text{ см}^{-3}$ ;      $n_v(1,6 K) = 5.31 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$ ;  
 $n_v(1,4 K) = 1.46 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$ .

Очевидно, що крім теплових квантових вихрових кілець в плівці He II є також нетеплові квантові вихори іншої структури і природи. З наведених вище розрахунків випливає, що ці вихори також будуть мати дипольний момент в полі сили Ван-дер-Ваальса і дадуть адитивний внесок у потенціал  $\varphi_w$ . Згідно Рис.5.3 і наведеним вище чисельним значенням  $n_v(T)$  ефективна щільність числа нетеплових вихорів повинна бути близькою до  $2,4 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$ .

## Висновки

У розділі проведено теоретичні дослідження електричної активності насиченою плівки надплинного гелію при відносному русі нормальної і надплинної компонент в плівці. Отримано явний аналітичний вираз для електричної різниці потенціалів, що виникає при відносному русі нормальної і надплинної компоненти в торсіонному осциляторі. Знайдені залежності різниці потенціалів від часу, температури і відносної швидкості руху узгоджуються з експериментальними даними. Наведемо основні результати роботи.

1. Обчислено вектор поляризації (5.24), зумовлений дипольними моментами квантових вихрових кілець в поле сили Ван-дер-Ваальса при відносному русі нормальної і надплинної компонент Не II.

2. Отримано явний аналітичний вираз (5.31) для електричної різниці потенціалів, що виникає при відносному русі нормальної і надплинної компонент Не II в торсіонному осциляторі.

3. Знайдена часова залежність різниці потенціалів (рис.5.2), яка з урахуванням правильного знаку збігається з експериментальною залежністю, яка спостерігається в [43].

4. Отримана квадратична залежність різниці потенціалів від швидкості руху нормальної компоненти Не II (5.31), що збігається з експериментальною залежністю, яка спостерігається в роботі [43].

5. Визначена температурна залежність різниці потенціалів (Рис. 5.3), яка збігається з експериментальною [2] для температур  $T > 1.8 K$ . Розбіжність між розрахованою залежністю (5.31) і експериментальною [43] в області температур  $T < 1.8 K$  дала можливість оцінити ефективну щільність числа нетеплових вихорів в плівці Не II. Відповідність результатів розвиненої тут теорії до експериментальних даних [43] дозволяє сподіватися, що запропонована в даній роботі теоретична модель адекватно описує спостережувану електричну активність Не II.

## ВИСНОВКИ

В дисертаційній роботі вирішено важливу задачу в області теоретичної фізики низьких температур та квантових конденсованих середовищ, а саме: дано опис процесів теплоперенесення між надплинним гелієм та твердим тілом, які зумовлені взаємодією фононів, та механізмів виникнення електричної поляризації у надплинному гелії, які спричинені дією хвиль першого та другого звуку, квантовими вихровими кільцями, та поляризацією атомів в тонких плівках гелію зовнішніми силами.

У ході виконання роботи були здобуті такі важливі фізичні результати:

1. Знайдено внески в гамільтоніан надплинного гелію пружних та непружних процесів взаємодії фононів надплинного гелію з фононами твердого тіла та обчислено ймовірності таких процесів.
2. Розраховано енергетичну та кутову залежність потоку тепла між надплинним гелієм та осцилюючою поверхнею твердого тіла, яку зумовлено непружними фононними процесами. Визначено внески процесів взаємодії фононів в потік енергії з нагрітого твердого тіла в надплинний гелій, та встановлені внески кожного з процесів в опір Капиці.
3. Показано, що ізотропний кутовий розподіл фононів, які випромінюються твердим тілом, зумовлено непружними процесами взаємодії квазічастинок, які, зокрема, пояснюють велике значення повного потоку енергії з нагрітого твердого тіла, яке спостерігається в експерименті.
4. Визначено механізми електричної поляризації квантових вихрових кілець в надплинному гелії при наявності відносного руху надплинної та нормальної компонент гелію, власної поляризації атомів гелію, або поляризації атомів зовнішніми силами.
5. Здобуто явний вираз для електричного потенціалу, що виникає у надплинному гелії в хвилях першого та другого звуку в зовнішньому електричному полі, та розраховано потенціали у хвилях першого звуку за рахунок флексоелектричного ефекту та прискорення рідини.



Висловлюю щирю вдячність моєму науковому керівнику та вчителю Адаменку Ігорю Миколайовичу за вибір актуального та захоплюючого напрямку досліджень, які містили в собі цілу низку нетривіальних задач зі складними, але дуже цікавими та незвичайними розв'язками, а також постійну увагу на всіх етапах навчання, терпіння та розуміння при проведенні досліджень.

Я також вдячний співробітникам кафедри теоретичної ядерної фізики та вищої математики нашого університету і, зокрема, завідувачу кафедри Ходусову Валерію Дмитровичу за всебічну допомогу на різних етапах мого навчання в університеті і аспірантурі, досвідчені поради і дружню підтримку в процесі роботи над дисертацією.

**СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ**

1. Adamenko I.N. Heat Flow from Solid to Liquid He II Due to Inelastic Processes of Phonons Interaction / I.N. Adamenko, E.K. Nemchenko // *J. Low Temp. Phys.* – 2013. – V. 171, № 3/4. – P. 266 – 272.
2. Адаменко И.Н. Трансформация фононов на границе раздела сверхтекучий гелий–твердое тело / И.Н. Адаменко, Е.К. Немченко // *ФНТ.* – 2013. – Т. 39, № 9. – С. 975 – 985.
3. Adamenko I.N. Interaction of phonons at superfluid helium-solid interfaces / I.N. Adamenko, E.K. Nemchenko // *Condensed Matter Physics.* – 2014. – V. 17, № 1. – P. 13602:1–9.
4. Adamenko I.N. Electric polarization of He II by quantized vortices / I.N. Adamenko, E.K. Nemchenko // *Low Temp. Phys.* – 2015. – V. 41, N 7.– P.495–501.
5. Adamenko I.N. Polarization of He II films upon the relative motion of the superfluid component and the quantized vortices / I.N. Adamenko, E.K. Nemchenko // *Low Temp. Phys.* – 2016. – V. 42, № 2. – P. 258 – 264.
6. Adamenko I.N. The electrical activity of He II with relative motion of normal and superfluid components / I.N. Adamenko, E.K. Nemchenko // *J. Low Temp. Phys.* – 2017. – V. 188, № 3/4. – P. 112 – 118.
7. Адаменко И.Н. Электрическая поляризация He II, обусловленная вторым и первым звуками/ И.Н. Адаменко, Е.К. Немченко // *ФНТ.* – 2017. – Т. 43. № 9. – С. 1295–1302.
8. Adamenko I.N. Creation and Annihilation Processes on He II - Solid Interface / I.N.Adamenko, E.K. Nemchenko // 3-rd Int. Conf. QEDSP2011: book of abstr. – Ukraine, Kharkov, 2011. – P. 150.
9. Adamenko I.N. Inelastic Processes of Phonon Interaction with He II – Solid Interface / I.N.Adamenko, E.K. Nemchenko // 3-d Int. Conf. ILTPE2012: book of abstr. – Ukraine, Kharkiv, 2012. – P. 133.

10. Adamenko I.N. Heat Flow from Solid to Liquid He II Due to Inelastic Processes of Phonons Interaction / I.N.Adamenko, E.K. Nemchenko // Int. Conf. QFS2012: book of abstr. – UK, Lancaster, 2012. – P. 1.29.
11. Adamenko I.N. The Contribution of Different Phonon Processes into Heat Interchange between Superfluid Liquid and Solid / I.N.Adamenko, E.K.Nemchenko // 6-th Int. Conf. PLMMP-2014: book of abstr. –Kyiv, Ukraine, 2014. P.1–8.O.
12. Adamenko I.N. The Polarization of Quantum Fluid with Motion of Superfluid Component Relative to the Vortices / I.N.Adamenko, E.K. Nemchenko // 7-th Int. Conf. PLMMP-2016: book of abstr. –Kyiv, Ukraine, 2016. – P. 2-1.O.
13. Adamenko I.N. The Electric Polarization of He II with Motion of Superfluid Component Relative to the Vortices / I.N.Adamenko, E.K. Nemchenko // 7-th Int. Conf. ILTPE2016: book of abstr.–Ukraine, Kharkiv, 2016. – P.111.
14. Adamenko I.N. The Electrical Activity of He II with relative motion of normal and superfluid components / I.N.Adamenko, E.K. Nemchenko // International Conference on Quantum Fluids and Solids 2016: book of abstr. – Czech Republic, Prague, 2016. – P. 2.7.
15. Капица П.Л. Исследование механизма теплопередачи в гелии II / П.Л. Капица // ЖЭТФ. – 1941. – Т. 11, № 3. – С. 1 – 32.
16. Ландау Л.Д. Теория сверхтекучести гелия-II / Л.Д.Ландау // ЖЭТФ. – 1941. – Т. 11, № 6. – С. 592 – 613.
17. Халатников И.М. Теплообмен между твердым телом и гелием-II / И.М. Халатников // ЖЭТФ. – 1952. – Т. 22, № 6 – С. 687 – 704.
18. Халатников И.М. Введение в теорию сверхтекучести / И.М. Халатников. – Москва: Наука, 1965. – 159 с.
19. Халатников И.М. Теория сверхтекучести / И.М. Халатников. – Москва: Наука, 1971. – 320 с.
20. Challis L.J. Kapitza resistance and acoustic transmission across boundaries at high frequencies / L.J. Challis // J. Phys. C: Solid St. Phys. – 1974. – V. 7, No. 3. – P. 481 – 495.

21. Wyatt A.F.G. in Nonequilibrium Superconductivity, Phonons, and Kapitza Boundaries / A.F.G. Wyatt // ed. by K.E. Gray (Plenum, New York/London), 1981. – p. 31.
22. Swartz E.T. Thermal boundary resistance / E.T. Swartz, R.O. Pohl // Rev. Mod. Phys. – 1989. – V.61, No. 3. – P. 605 – 668.
23. Amrit J. Nanoscale surface roughness contribution to the Kapitza resistance between superfluid He and silicon / J. Amrit, M.X. Francois // J. Low Temp. Phys. – 2002. – V. 128, Nos. 3 – 4. – P. 113 – 121.
24. Amrit J. Measurements of the Kapitza resistance between Silicon and Helium from 0.4 K to 2.1 K / J. Amrit, J.P. Thermeau // J. Phys. Conf. Ser. – 2009. – V. 150, No. 3. – p. 032002-1 – 032002-5.
25. Amrit J. Impact of surface roughness temperature dependency on the thermal contact resistance between Si(111) and liquid  $^4\text{He}$  / J. Amrit. – Phys. Rev. B. – 2010. – V. 81, No. 5. – P. 054303-1 – 054303-10.
26. Адаменко И.Н. Шероховатость и тепловое сопротивление границы твердое тело - жидкий гелий / И.Н. Адаменко, И.М. Фукс // ЖЭТФ. – 1970. – Т.59, № 6. – С. 2071 – 2082.
27. Халатников И.М. К теории температурного скачка Капицы на границе твердое тело — жидкий гелий / И.М. Халатников, И.Н. Адаменко// ЖЭТФ. – 1972. – Т. 63, № 3. – С. 745 – 752.
28. И.М. Гельфгат К теории скачка Капицы / И.М. Гельфгат, Е.С. Сыркин // ФНТ. – 1978. – Т. 4, № 2. – С. 141 – 147.
29. Зиновьева К.Н. Особенности прохождения акустической энергии из жидкого гелия в металлы (обзор) / К.Н. Зиновьева // ФНТ. – 1997. – Т.23, № 5/6. – С. 485 – 497.
30. Андреев А.Ф. Аномальное отражение звука от поверхности металла при низких температурах/ А.Ф. Андреев // ЖЭТФ. – 1962. – Т. 43, № 7. – С. 358 – 360.
31. Андреев А.Ф. Влияние электронов проводимости на скачок Капицы/ А.Ф. Андреев // ЖЭТФ. – 1962. – Т. 43, № 11. – С. 1535 – 1542.

32. Adamenko I.N. Transmission and reflection of phonons and rotons at the superfluid helium-solid interface / I.N.Adamenko, K.E.Nemchenko, I.V.Tanatarov. – Phys. Rev. B. – 2008. – V. 77, No. 17. – P. 174510-1 – 174510-12.
33. Page G.J. The Angular Distribution of Phonons Radiated from the Cleaved  $\langle 100 \rangle$  Faces of NaF, KCl and MgO into Liquid  $^4\text{He}$  / G.J. Page, R.A. Sherlock, A.F.G. Wyatt, K.R.A. Ziebeck // in Phonon Scattering in Solids, ed. by L.J.Challis, Springer. – 1976. – P. 18 – 20.
34. Sherlock R.A. Angular Distribution of Phonons Radiated from a Heated Solid into Liquid  $^4\text{He}$  / R.A. Sherlock, A.F.G. Wyatt, N.G. Mills, N.A. Lockerbie // Phys. Rev. Lett. 1972. – V. 29, No. 19. – P. 1289 – 1290.
35. Mills N.G. The angular distribution of phonons radiated from a heated solid surface into liquid  $^4\text{He}$ . I. Measurement principles and techniques / N.G. Mills, A.F.G. Wyatt, R.A. Sherlock // J. Phys. C, Solid State Phys. – 1975. – V. 8, No. 3. – P. 289 – 299.
36. Wyatt A.F.G. Frequency of phonons emitted into liquid He by a solid / A.F.G. Wyatt, G.N. Crisp // J. Phys. Colloq. – 1978. – V. 39, No. C6. – P. C6-244 – C6-245.
37. Wyatt A.F.G. The temperature of phonon pulses injected into liquid  $^4\text{He}$  / A.F.G. Wyatt, R.A. Sherlock, D.R. Allum // J. Phys. C, Solid State Phys. – 1982. – V. 15, No. 9. – 1897-1916.
38. Phonons Created in Superfluid Helium by a Thin Film Gold Heater / I.N. Adamenko, K.E. Nemchenko, V.A. Slipko, [et al] // J. Low. Temp. Phys. – 2009. – V. 157, Nos. 5 – 6. – P. 509 – 519.
39. Smith D.H.S. Angular distribution of phonons from a planar heater in superfluid  $^4\text{He}$ : Pressure and power dependence / D.H.S. Smith, A.F.G. Wyatt // Phys. Rev. B. – 2007. – V. 76, No. 22 – P. 224519-1 – 224519-10.
40. Sheard F.W. Microscopic Theory of the Kapitza Resistance at a Solid-Liquid  $^4\text{He}$  Interface / F.W. Sheard, R.M. Bowley, G.A. Tombs // Phys. Rev. A. – V. 8, No. 6. – P. 3135 – 3145.

41. Zhukov A.V. Semi-Microscopic Theory for Emission of Elementary Excitations into He II from a Heated Solid / A.V. Zhukov // *Phys. Scr.* – 2004. – V.69, No 4. – P. 59 – 68.
42. Рыбалко А.С. Наблюдение электрической индукции, обусловленной волной второго звука в He II / А.С. Рыбалко// *ФНТ.* – 2004. – Т. 30, № 12. – С. 1321 – 1326.
43. Рыбалко А.С. Наблюдение механоэлектрического эффекта в He II / А.С.Рыбалко, С.П. Рубец // *ФНТ.* – 2005. – Т. 31, № 7. – С. 820 – 825.
44. Resonance absorption of microwaves in HeII: Evidence for roton emission / A. Rybalko, S. Rubets, E. Rudavskii [et al] // *Phys. Rev. B.* – 2007. – V. 76, No. 14. – P. 140503-1 – 140503- 4.
45. Взаимодействие электромагнитных волн сверхвысокой частоты со сверхтекучим потоком в He II / А.С. Рыбалко, С.П. Рубец, Э.Я. Рудавский и др. // *ФНТ.* – 2008. – Т. 34, № 4-5. – С. 326 – 336.
46. СВЧ эксперименты в He II. Новые особенности незатухающих сверхтекучих потоков / А.С. Рыбалко, С.П. Рубец, Э.Я. Рудавский и др. // *ФНТ.* – 2008. – Т. 34, № 7. – С. 631 – 639.
47. Резонансное возбуждение единичных ротонов в He II электромагнитной волной. Контур спектральной линии / А.С. Рыбалко, С.П. Рубец, Э.Я. Рудавский и др. // *ФНТ.* – 2009. – Т. 35, №. 11. – С. 1073 – 1080.
48. Полуэктов Ю.М. Резонансное возбуждение единичных ротонов в He II электромагнитной волной. Контур спектральной линии / Ю.М. Полуэктов, А.С. Рыбалко // *ФНТ.* – 2013. – Т. 39, №. 9. – С. 992 – 1000.
49. Chagovets T.V. A study of the electric response of He II at the excitation of second sound waves / T.V.Chagovets // *ФНТ.* – 2016. – Т. 42, №. 3. – С. 230 – 235.
50. Chagovets T.V. Detection of Electric Response at Excitation of First Sound in He II / T.V.Chagovets // *J. Low Temp. Phys.* – 2017. – V 187, Nos. 5–6. – P. 383 –389.

51. Косевич А.М. Об описании электрических эффектов в двухжидкостной модели сверхтекучести / А.М. Косевич // ФНТ. – 2005. – Т. 31, №. 1. – С. 50 – 54.
52. Нацик В.Д. Электрическая активность вихрей в сверхтекучем  $^4\text{He}$  / В.Д.Нацик // ФНТ. – 2005. – Т. 31, № 10. – С. 1201 –1203.
53. Нацик В.Д. Действие электрического поля на квантованные вихри в  $\text{He II}$  / В.Д.Нацик // ФНТ. – 2007. – Т. 33, № 12. – С. 1319 –1330.
54. Нацик В.Д. Магнитная поляризация квантованных вихрей в  $\text{He II}$  / В.Д.Нацик // ФНТ. – 2008. – Т. 34, № 7. – С. 625 –630.
55. Melnikovsky L.A. Polarization of Dielectrics by Acceleration / L.A.Melnikovsky // J. Low Temp. Phys. – 2007. – V. 148, Nos. 5–6. – P. 559 – 564.
56. Пашицкий Э.А. О причине электрической активности сверхтекучего гелия при возбуждении в нем волн второго звука и колебаний скорости нормальной компоненты / Э.А. Пашицкий, С.М. Рябченко // ФНТ. – 2007. – Т. 33, № 1. – С. 12 – 21.
57. Гутлянский Е.Д. О возможной поверхностной природе электрической активности в  $\text{He II}$  / Е.Д. Гутлянский // ФНТ. – 2009. – Т. 35, № 10. – С. 956 – 961.
58. Пашицкий Э.А. К вопросу об электрической активности сверхтекучего гелия при возбуждении волн первого и второго звуков / Э.А. Пашицкий, А.А.Гурин // ЖЭТФ. – 2010. – Т. 138, № 6. – С. 1103 – 1118.
59. Mineev V.P. Polarization Effects in Superfluid  $^4\text{He}$  / V.P. Mineev // J. Low. Temp. Phys. – 2011. – V. 162, Nos. 5–6. – P. 686 – 692.
60. Полуэктов Ю.М. Гидродинамика нормальной и сверхтекучей полярных жидкостей. Распространение звука / Ю.М. Полуэктов// ФНТ. – 2014. – Т. 40, № 9. – С. 1210 – 1028.
61. Локтев В.М. О взаимной поляризации двух атомов  $\text{He}^4$  / В.М. Локтев, М.Д. Томченко // Доп.НАН України. — 2010, № 5. — С. 76-81.

62. Шевченко С.И. Об электрической активности сверхтекучих систем / С.И. Шевченко, А.С. Рукин // Письма в ЖЭТФ. – 2009. – Т. 90, № 1. – С. 46 – 50.
63. Шевченко С.И. Об электрических явлениях в электронейтральных сверхтекучих системах / С.И. Шевченко, А.С. Рукин// ФНТ. – 2010. – Т. 36, № 2. – С. 186 – 195.
64. Шевченко С.И. О двух подходах к описанию разреженных сверхтекучих бозе-систем / С.И. Шевченко, А.С. Рукин// ФНТ. – 2012. – Т. 38, № 10. – С. 1147 – 1157.
65. Локтев В.М. О возможной природе электрической активности He II / В.М. Локтев, М.Д. Томченко // ФНТ. – 2008. – Т. 34, № 4-5. – С. 337 – 349.
66. Томченко М.Д. К теории электрической активности He-II в опыте со вторым звуком / М.Д. Томченко // Доп. НАН України. — 2011, № 1. — С. 64-69.
67. Tomchenko M.D. Theory of the electric activity of He II induced by waves of first and second sound / M.D. Tomchenko // Phys. Rev. B. – 2011. – V. 83, No 9. – P. 094512-1 – 094512-15.
68. Томченко М.Д. Возможный экспериментальный тест для определения роли микроскопических вихревых колец в I-переходе в гелии II / М.Д. Томченко // ФНТ. – 2005. – Т. 31, №. 5. – С. 483 – 489.
69. Nemirovskii S.K. Quantum turbulence: Theoretical and numerical problems/ S.K. Nemirovskii // Physics Reports. – 2013. – V. 524, No. 3. – P. 85 – 202.
70. Adamenko I.N. Application of the theory of continuous media to the description of thermal excitations in superfluid helium / I.N.Adamenko, K.E. Nemchenko, I.V. Tanatarov // Phys. Rev. B. – V. 67, No 10. – P. 104513-1 – 104513-9.
71. Адаменко И.Н. Волновые процессы в плоско-параллельном капилляре, заполненном He II / И.Н. Адаменко, М.И. Каганов // ЖЭТФ. – 1967. – Т. 53, № 2. – С. 615 – 625.



72. Hess G.B. Angular Momentum of Superfluid Helium in a Rotating Cylinder / G.B. Hess // *Phys. Rev. B.* – V. 161 No 1. – P. 189 – 193.
73. Адаменко И.Н. Кинетика фонон - примесонной системы сверхтекучих растворов  $^3\text{He}$  -  $^4\text{He}$  / И.Н. Адаменко, Э.Я. Рудаковский // *ФНТ.* – 1987. – Т.13, № 1. – С. 3 – 32.
74. Халатников И.М. Теория диффузии и теплопроводности слабых растворов  $^3\text{He}$  в гелии II / И.М.Халатников, В.А.Жарков // *ЖЭТФ.* – 1957. – Т.32 вып. 5. – С. 1108 – 1125.
75. Baym G. Phonon-quasiparticle integration in dilute solutions of  $\text{He}^3$  in superfluid  $\text{He}^4$ : I. Phonon thermal conductivity and ultrasonic attenuation / G.Baym, C.Ebner // *Phys. Rev.*- 1967.- V. 164, N 1. – P. 235 – 244.
76. Baym G. Phonon-quasiparticle interaction in dilute solutions of  $\text{He}^3$  in superfluid  $\text{He}^4$ : II. Phonon Boltzmann equation and first viscosity / G.Baym, W.F.Saam // *Phys. Rev.*- 1968.- V. 171, N 1. – P. 172 – 178.
77. Baym G. Phonon-quasiparticle interaction in dilute solutions of  $\text{He}^3$  in superfluid  $\text{He}^4$ : III. Attenuation of first sound above 0.2 K /G.Baym, W.F.Saam, C.Ebner // *Phys. Rev.* – 1969. – V. 173, N 1. – P. 306 – 313.
78. Adamenko I. N. Thermal conductivity of the binary gas of thermal excitations/ I. N. Adamenko, K. E. Nemchenko // *Czechoslovak Journ. Phys.* – 1996. – V. 46., S1. – P. 73 – 74.
79. Maris H. J. Phonon-phonon interactions in liquid helium // *Phys. Rev. B.*– 1975. – V.49, № 2. – P. 341 – 359.
80. Адаменко И.Н. К теории теплопроводности и вязкости  $\text{HeII}$  / И.Н.Адаменко, В.А.Слюсарев // *ФНТ.* – 1979. – Т. 5, № 10. – С. 1113 – 1117.
81. Адаменко И.Н. Излучение фононов ротонами и релаксация газа квазичастиц / И.Н.Адаменко, В.И.Цыганок // *ЖЭТФ.* – 1982. – Т. 82 , № 5. – С. 1431 – 1497.
82. Kuenhold K.A. The viscosity of dilute solutions of  $^3\text{He}$  in  $^4\text{He}$  at low temperatures / K.A.Kuenhold, O.B.Crum, R.E.Sarvinski // *Phys.Lett.A.* – 1972. – V.41, No 1. – P. 13-14.

83. McHale J. Theory of the phonon contribution to the damping of second sound in  $^3\text{He}$ - $^4\text{He}$  mixtures / J.McHale, M.A.Jones, R.M.Bowley // *J. Phys. C.* – 1988. – V.21, No 34. – P. 5757 – 5772.
84. Адаменко И. Н. Диссипативные процессы в сверхтекучих растворах  $^3\text{He}$ - $^4\text{He}$  / И.Н.Адаменко, К.Э.Немченко, В.И.Цыганок // *ЖЭТФ.* – 1989. – Т. 96, № 4(10). – С. 1286-1300.
85. Adamenko I. N. Dissipative processes and second sound in  $^3\text{He}$ - $^4\text{He}$  superfluid mixtures / I.N.Adamenko, K.E.Nemchenko, V.I.Tsyganok // *J. Low Temp. Phys.* – 1990. – V. 81, № 5/6. – P. 233 – 262.
86. Adamenko I. N. Kinetic theory of first sound in HeII and  $^3\text{He}$ - $^4\text{He}$  superfluid mixtures / I.N.Adamenko, K.E.Nemchenko, V.I.Tsyganok // *J. Low Temp. Phys.* – 1992. – V. 88, № 1/2. – P. 15 – 39.
87. Адаменко И.Н. Кинетика фонон-примесонной системы сверхтекучих растворов  $^3\text{He}$  -  $^4\text{He}$  / И.Н.Адаменко, Э.Я. Рудавский // *ФНТ.* – 1987. – Т.13, № 1. – С. 3 – 32.
88. Bardeen J. Effective interaction of  $\text{He}^3$  atoms in dilute solutions of  $\text{He}^3$  in  $\text{He}^4$  at low temperatures / J. Bardeen, G. Baym, D. Pines // *Phys. Rev.* – 1967. – V.156, No 1. – P. 207 – 229.
89. Baym G. Effective long-wavelength interaction of  $\text{He}^3$  atoms dissolved in superfluid  $\text{He}^4$  / G. Baym // *Phys. Rev. Lett.* – 1966. – V.17, No 18. – P. 952 – 954.
90. Ферцигер Дж. Математическая теория процессов переноса в газах // Дж. Ферцигер, Г.Капер. – Москва: Мир, 1976. – 554с.
91. Лифшиц Е.М. Физическая кинетика // Е.М.Лифшиц, Л.П.Питаевский. – Москва: Физматиз, 1979. – 486 с.
92. Husson L. P. J. Phonon-quasiparticle scattering amplitude in dilute  $^3\text{He}$ - $^4\text{He}$  mixtures under pressure / L. P. J. Husson, R. de Bruyn Ouboter. // *Physica B.* – 1983. – 122. No 3. – P. 201 – 210.
93. Kuenhold K. A. Phenomonological  $^3\text{He}$  quasiparticle scattering amplitude in dilute solutions of  $^3\text{He}$  in superfluid  $^4\text{He}$  / K. A. Kuenhold, C. Ebner // *Phys. Rev. A.* – 1974. – V.9, No 6. – P. 2724 – 2732.

94. Adu-Gyamfi D. On the electric quadrupole density of an isotropic non-polar fluid / D. Adu-Gyamfi // *Physica A* – 1978. – V. 93, No 3-4. – P. 553 – 558.
95. Воловик Г.Е. Спонтанная электрическая поляризация вихрей в сверхтекучем  $^3\text{He}$  / Г.Е. Воловик // *Письма в ЖЭТФ*. – 1984. – Т.39, № 4. – С. 169 – 171.
96. Ландау Л.Д. Электродинамика сплошных сред // Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. – Москва: Физматиз, 1982. – 620 с.
97. Горьков Л.П. О рассеянии света в смесях  $\text{He}^3$  и  $\text{He}^4$  // Л.П. Горьков, Л.П. Питаевский // *ЖЭТФ*. – 1957. – вып. 33. – С. 634
98. Пешков В. П. Второй звук в гелии II / В. П. Пешков // *Докл. АН СССР*. – 1944. – № 45. – С. 385 – 389 .
99. Peshkov V. P. Report of the Cambridge low temperature conference / V.P. Peshkov // London, – 1947. – P. 19.
100. Ward J. C. The velocity of second sound in liquid helium near the absolute zero / J. C. Ward, J. Wilks // *Philos. Mag.* – 1951. – V. 42 – P. 314 – 316.
101. Dingle R. V. The velocity of second sound in various media / R. V. Dingle // *Proc. Phys. Soc. London* – 1952. – V. 65, № 396 – P. 1044 –1050.
102. Пешков В.П. Определение скорости распространения второго звука в гелии II / В.П. Пешков // *ЖЭТФ*. – 1946. – Т.16, вып. 8. – С. 1001 – 1010 .
103. Адаменко И.Н. Коллективные моды и диссипативные коэффициенты в растворах квантовых жидкостей  $^3\text{He}$ - $^4\text{He}$  / И.Н. Адаменко, В.И. Цыганок // *Журн. эксперимен. и теорет. физики*. – 1985. – Т.88, вып.5. – С. 1641 – 1655.
104. Chagovets T. Investigation of electric response in standing wave of first and second sound / T. Chagovets // *International Conference on Quantum Fluids and Solids 2016: book of abstr.* – Czech Republic, Prague, 2016. – P. 70.
105. Linder B. Dipoles induced by physical adsorption / B. Linder, R.A. Kromhout // *Phys. Rev. B.* – V. 13, No 4. – P. 1532 – 1535.
106. Паттерман С. Гидродинамика сверхтекучей жидкости / С. Паттерман. – Москва: Мир, 1978. – 520 с.

107. Byers Brown W. Interatomic dispersion dipole / W. Byers Brown, D.M.Whisnant // Mol. Phys. – 1973. – V. 25, No 6. – P. 1385 – 1403.
108. Byers Brown W. Dispersion dipole between rare-gas atoms / D.M.Whisnant, W.Byers Brown // Mol. Phys. – 1973. – V. 26, No 5. – P. 1105 – 1119.
109. Franchetti S. On the problem of the static helium film I. — General considerations and density distribution in the film / S. Franchetti // Nuovo Cimento. – 1956. – V. 4, No 6. – P. 1504 – 1518.

## ДОДАТОК А

## СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Adamenko I.N. Heat Flow from Solid to Liquid He II Due to Inelastic Processes of Phonons Interaction / I.N. Adamenko, E.K. Nemchenko // J. Low Temp. Phys. – 2013. – V. 171, № 3/4. – P. 266 – 272.
2. Адаменко И.Н. Трансформация фононов на границе раздела сверхтекучий гелий – твердое тело / И.Н. Адаменко, Е.К. Немченко // ФНТ. – 2013. – Т. 39, № 9. – С. 975 – 985.
3. Adamenko I.N. Interaction of phonons at superfluid helium-solid interfaces / I.N. Adamenko, E.K. Nemchenko // Condensed Matter Physics. – 2014. – V. 17, No. 1. – P. 13602:1–9.
4. Adamenko I.N. Electric polarization of He II by quantized vortices / I.N. Adamenko, E.K. Nemchenko // Low Temp. Phys. – 2015. – V. 41, No. 7.– P.495– 501.
5. Adamenko I.N. Polarization of He II films upon the relative motion of the superfluid component and the quantized vortices / I.N Adamenko, E.K. Nemchenko // Low Temp. Phys. – 2016. – V. 42, No. 2. – P. 258 – 264.
6. Adamenko I.N. The electrical activity of He II with relative motion of normal and superfluid components / I.N. Adamenko, E.K. Nemchenko // J. Low Temp. Phys. – 2017. – V. 188, Nos. 3/4. – P. 112 – 118.
7. Адаменко И.Н. Электрическая поляризация He II, обусловленная вторым и первым звуками / И.Н. Адаменко, Е.К. Немченко // ФНТ. – 2017. – Т. 43. № 9. – С. 1295–1302.
8. Adamenko I.N. Creation and Annihilation Processes on He II – Solid Interface / I.N. Adamenko, E.K. Nemchenko // 3-rd Int. Conf. QEDSP2011: book of abstr. – Ukraine, Kharkov, 2011. – P. 150.
9. Adamenko I.N. Inelastic Processes of Phonon Interaction with He II – Solid Interface / I.N. Adamenko, E.K. Nemchenko // 3-d Int. Conf. ILTPE2012: book of abstr. – Ukraine, Kharkiv, 2012. – P. 133.

10. Adamenko I.N. Heat Flow from Solid to Liquid He II Due to Inelastic Processes of Phonons Interaction / I.N. Adamenko, E.K. Nemchenko // Int. Conf. QFS2012: book of abstr. – UK, Lancaster, 2012. – P. 1.29.
11. Adamenko I.N. The Contribution of Different Phonon Processes into Heat Interchange between Superfluid Liquid and Solid / I. N. Adamenko, E. K. Nemchenko // 6-th Int. Conf. PLMMP-2014: book of abstr. – Kyiv, Ukraine, 2014. – P.1 – 8.O.
12. Adamenko I.N. The Polarization of Quantum Fluid with Motion of Superfluid Component Relative to the Vortices / I.N. Adamenko, E.K. Nemchenko // 7-th Int. Conf. PLMMP-2016: book of abstr. – Kyiv, Ukraine, 2016. – P. 2-1.O.
13. Adamenko I.N. The Electric Polarization of He II with Motion of Superfluid Component Relative to the Vortices / I.N. Adamenko, E.K. Nemchenko // 7-th Int. Conf. ILTPE2016: book of abstr. – Ukraine, Kharkiv, 2016. – P.111.
14. Adamenko I.N. The Electrical Activity of He II with relative motion of normal and superfluid components / I.N. Adamenko, E.K. Nemchenko // International Conference on Quantum Fluids and Solids 2016: book of abstr. – Czech Republic, Prague, 2016. – P. 58.

**ДОДАТОК Б****ВІДОМОСТІ ПРО АПРОБАЦІЮ РЕЗУЛЬТАТІВ ДИСЕРТАЦІЇ**

Основні результати роботи доповідались на таких національних та міжнародних наукових конференціях:

- 3rd International Conference on Quantum Electrodynamics and Statistical Physics, QEDSP2011, August 29 – September 02, 2011, Kharkov, Ukraine;
- 3rd International Conference for Young Scientists «Low Temperature Physics» – ICYS LTP 2012, May 14 – 18, 2012, Kharkiv, Ukraine;
- International Symposium on Quantum Fluids and Solids QFS2012, August 15 – 21, 2012, Lancaster, UK;
- 6-th International Conference "Physics of Liquid Matter: Modern Problems" PLMMP-2014, May 23 – 27, 2014, Kyiv, Ukraine;
- 7-th International Conference "Physics of Liquid Matter: Modern Problems" PLMMP-2016, May 27 – 31, 2016, Kyiv, Ukraine;
- 7-th International Conference for Young Scientists «Low Temperature Physics» – ICYS LTP 2016, June 6 – 10, 2016, Kharkiv, Ukraine;
- International Symposium on Quantum Fluids and Solids QFS2016, August 10 – 16, 2016, Prague, Czech Republic.