

**НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ  
ФІЗИКО-ТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ НИЗЬКИХ ТЕМПЕРАТУР  
ім. Б. І. Веркіна**

**НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ  
ФІЗИКО-ТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ НИЗЬКИХ ТЕМПЕРАТУР  
ім. Б. І. Веркіна**

Кваліфікаційна наукова  
праця на правах рукопису

**Михайленко Христина Олексіївна**

УДК 538.941

**ДИСЕРТАЦІЯ**

**ДИСИПАТИВНІ ПРОЦЕСИ ПРИ РЕЗОНАНСНОМУ ЗБУДЖЕННІ  
СЛАБКО ТУРБУЛЕНТНОЇ ТЕЧІЇ У НАДПЛИННОМУ ГЕЛІЇ**

01.04.09 – фізика низьких температур  
104 Фізика та астрономія

Подається на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело

\_\_\_\_\_ Х. О. Михайленко  
(підпис здобувача)

**Науковий керівник: Шешин Григорій Олександрович,  
доктор фізико-математичних наук,  
старший науковий співробітник**

Всі примірники дисертації ідентичні за змістом.

Учений секретар спеціалізованої вченої ради Д 64.175.02 \_\_\_\_\_ М. М. Богдан

Харків - 2018

## АНОТАЦІЯ

**Михайленко Х. О. Дисипативні процеси при резонансному збудженні слабо турбулентної течії у надплинному гелії. – Рукопис.**

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.04.09 – фізика низьких температур. – Фізико-технічний інститут низьких температур ім. Б. І. Веркіна Національної академії наук України, Харків, 2018.

Дисертацію присвячено експериментальному вивченню дисипативних процесів різної природи при ламінарній та слабо турбулентній (квазіламінарній) течіях надплинного гелію. Основними механізмами дисипації в потоці надплинної рідини є в'язкісне тертя, балістичне розсіювання теплових збуджень (фононів, ротонів), а при великих швидкостях потоку, коли збуджується турбулентність, з'являється розсіювання фононів на квантованих вихрах. Особлива увага в дисертаційній роботі приділяється з'ясуванню особливостей квазіламінарної течії рідкого гелію, де проявляється вказане вище розсіювання фононів на квантованих вихрах – взаємне тертя.

Дисипативні процеси в надплинному гелії були досліджені за допомогою методики кварцового камертона, що коливається. В роботі використовувалися кварцові камертони з резонансними частотами від 6,6 кГц до 33 кГц.

Для з'ясування природи дисипативних процесів в широкому інтервалі температур при ламінарному режимі течії надплинної рідини необхідно розглядати температурну залежність питомого коефіцієнта опору, який визначається відношенням збуджуючої сили до амплітуди швидкості коливання камертона. Крім того, дана величина визначалася іншим незалежним способом – за шириною резонансної лінії. Таким чином, визначаючи температурну залежність коефіцієнта опору, можна встановити механізм дисипації. При цьому було з'ясовано, що весь досліджуваний інтервал температур можна умовно розділити на дві температурні області –

гідродинамічну і балістичну.

При ламінарному режимі течії, коли температура He II вище за 0,7 К – гідродинамічна течія, основним механізмом дисипації є в'язкісне тертя рідини об поверхню тіла, що коливається, яке визначається в основному температурною залежністю густини нормальної компоненти. Залежність швидкості коливань камертона від сили, яка прикладається, при цьому лінійна. У даній області температур спостерігали два режими в'язкого тертя в залежності від значення глибини проникнення в'язкої хвилі. При температурі вище 1,2 К глибина проникнення менша за характерний розмір камертона, і коефіцієнт опору зменшується з температурою. При більш низькій температурі глибина проникнення стає більшою за характерний розмір камертона, при цьому коефіцієнт опору збільшується зі зменшенням температури, що добре видно для камертонів з малими резонансними частотами. Крім того, температурна залежність коефіцієнта опору камертона, що коливається в He II, залежить від частоти коливань камертона. При високих резонансних частотах камертона перехід між режимами практично не спостерігається.

Для детального дослідження дисипативних процесів в надплинному гелії досліджувалася залежність резонансної частоти кварцового осцилюючого камертона, зануреного в He II, від величини приєднаної маси, яка визначається в'язкістю і густиною нормальної компоненти гелію та в тонкому пристінковому шарі рухається разом з ніжками камертона. В роботі визначався коефіцієнт приєднаної маси в залежності від температури і тиску. Значення коефіцієнта, отримані від обох залежностей, узгоджуються між собою.

При  $T < 0,7$  К дисипація кінетичної енергії коливань камертона визначається балістичним розсіюванням теплових збуджень на ніжках камертона. В цьому режимі відсутня залежність коефіцієнта опору від частоти і геометрії тіла, що коливається. Тобто дисипація енергії повністю визначається температурною залежністю нормальної компоненти

надплинності і перерізом розсіювання камертона.

У міру збільшення швидкості коливань і досягнення критичної швидкості течії надплинного гелію спостерігається перехід від ламінарного режиму течії до турбулентного. При цьому турбулентна течія характеризується додатковим механізмом дисипації за рахунок розсіювання теплових збуджень (фононів) на квантованих вихрах – силою взаємного тертя. Зміна режимів течії добре видна на залежності швидкості коливань камертона від сили, що прикладається, у вигляді відхилення від лінійності в гідродинамічній області температур або злому в балістичній області температур.

В гідродинамічній області температур густина нормальної компоненти ще досить велика, і в турбулентній течії беруть участь як нормальна, так і надплинна компонента. В цьому випадку турбулентна течія надплинної рідині обумовлена джгутом квантованих вихрів, що імітують поведінку вихру, такого ж, як в звичайній рідині. Така турбулентна течія називається квазікласичною турбулентністю. В протилежність цьому, при досить низьких температурах, але далеко від переходу до балістичного режиму розсіювання, коли густина нормальної компоненти практично дорівнює нулю, а в гідродинамічній течії може брати участь тільки надплинна компонента, турбулентна течія можлива тільки як рух взаємодіючих квантованих вихрів, які можуть перетинати один одного, утворюючи нові вихри або вихрові кільця, що розбігаються в різні боки. Такий процес призводить до утворення своєрідного клубка з квантованих вихрів. Дану турбулентність називають квантовою, в тому сенсі, що вона обумовлена взаємодією між квантованими вихрами, які підкоряються квантово-механічним закономірностям, їх поведінка описується законами квантової механіки і експериментально практично не досліджувалася.

В даній роботі в основному проводилися дослідження при наднизьких температурах 140 – 150 мК. Ця температурна область була обрана з декількох причин. По-перше, при даних температурах ще досить висока

холодопродуктивність рефрижератора розчинення, що дозволяло надійно отримувати і стабілізувати температуру. По-друге, при цих температурах густина нормальної компоненти в  $10^6$  разів менша за надплинну густину. По-третє, при малих швидкостях коливань ніжок камертона його поведінка була така ж, як у вакуумі, і всі дисипативні процеси визначалися властивостями речовини камертоном, що коливається. У той же час внесок дисипативних процесів за рахунок балістичного розсіювання в досліджуваному He II був в 6 разів менше, ніж в самому камертоні, чого було достатньо для надійної реєстрації додаткових механізмів дисипації, пов'язаних з розсіюванням фононів на квантованих вихрах.

Для дослідження такого роду процесів в експерименті вимірювалися амплітудно-частотні характеристики камертона при різних збуджуючих силах. За отриманими резонансними кривими визначалася швидкість коливання камертона в максимумі сигналу і будувалася залежність амплітуди швидкості коливань від збуджуючої сили. При малих швидкостях коливань збуджуюча сила була пропорційна швидкості коливань. Зі збільшенням цієї швидкості при деякій критичній швидкості 0,046 м/с на залежності швидкості коливань камертона від збуджуючої сили спостерігалася відхилення від лінійної залежності, що пояснюється появою додаткової сили тертя, пов'язаної з народженням квантованих вихрів і збільшенням їх густини, а також розсіюванням на них теплових збуджень. Як показав аналіз експериментальних даних, подальше збільшення швидкості коливань призводило до збільшення додаткової сили тертя пропорційно кубу швидкості коливань. Як раніше було показано багатьма авторами, сила взаємного тертя якраз пропорційна кубу швидкості коливань у згоді з отриманими експериментальними даними. При цьому на амплітудно-частотній залежності проявляється нелінійність в поведінці кварцового камертона. Така нелінійна поведінка не спостерігалася при вимірюванні амплітудно-частотних характеристик у вакуумі, що говорить про те, що нелінійність коливань камертона, зануреного в He II, пов'язана з нелінійною

залежністю сили взаємного тертя від швидкості коливань камертона.

У даній роботі був проведений аналіз амплітудно-частотних характеристик камертона з використанням рівняння Дуффінга для нелінійного осцилятора. Було показано, що всі резонансні криві можна описати рівнянням Дуффінга з використанням одного підгінного параметра – коефіцієнта нелінійності, який був визначений для різних збуджуючих сил з умови згоди з експериментальними даними. Крім того, рівняння Дуффінга добре описує і відхилення від лінійності на залежності швидкості коливань від збуджуючої сили.

Результати досліджень, представлені в дисертаційній роботі, мають фундаментальне значення. Проведені дослідження дозволяють проводити аналогії механізмів дисипації енергії в класичних і квантових рідинах в режимі ламінарної і турбулентної течії.

**Ключові слова:** надплинний гелій, ламінарна течія, турбулентність, дисипативні процеси, розсіювання фононів, квантовані вихри, кварцовий камертон, приєднана маса гелію.

## ABSTRACT

**K. O. Mykhailenko. Dissipative processes at resonant excitation of a weakly turbulent flow in superfluid helium. – Manuscript.**

Thesis for a candidate's degree in physics and mathematics by speciality 01.04.09 – low temperature physics. – B.I. Verkin Institute for Low Temperature Physics and Engineering of the NAS of Ukraine, Kharkov, 2018.

The thesis is devoted to the experimental study of dissipative processes of various nature for laminar and weakly turbulent (quasilaminar) flows of superfluid helium at ultra low temperature. The main mechanisms of dissipation in the flow of a superfluid liquid are viscous friction, ballistic scattering of thermal excitations (phonons, rotons), and at high flow velocities, when turbulence is excited, phonons are scattered on quantized vortices. Particular attention is paid to elucidating the features of the quasilaminar flow of liquid helium, in which the above – mentioned phonon scattering arises on quantized vortices manifesting the mutual friction.

Dissipative processes accompanied by vibrations of a tuning fork immersed in superfluid helium, have been investigated using the quartz oscillating tuning fork technique. Quartz tuning forks with resonant frequencies from 6,6 kHz to 33 kHz were used in the work.

To determine the nature of dissipative processes in a wide temperature range under the laminar flow regime of a superfluid liquid, one needs to consider the temperature dependence of the specific coefficient of resistance, which is defined as the ratio of the exciting force to the amplitude of the tuning fork velocity. In addition, the value of the specific coefficient of resistance was determined by another independent method – from the resonance line width. Thus, by determining the temperature dependence of the resistance coefficient, one may establish a type of the dissipation mechanism. It was found that the entire temperature range studied can be conditionally divided into two temperature regions – hydrodynamic and ballistic temperature ranges.

In the laminar flow regime, when the He II temperature is above 0,7 K, there is a hydrodynamic flow, the main mechanism of dissipation is the viscous friction

of the liquid on the surface of the vibrating body, which is determined mainly by the temperature dependence of the normal component density. The dependence of the tuning fork vibration velocity on the applied force is linear in this case. Two viscous friction modes were observed in this temperature range, depending on the viscous wave penetration depth. At temperature above 1,2 K, the depth of penetration is less than the characteristic size of the tuning fork, and the coefficient of resistance decreases with temperature. At lower temperature, the depth becomes higher than the characteristic tuning fork size, while the resistance coefficient increases with decreasing temperature, which is clearly visible for tuning forks with low resonance frequencies. Furthermore the temperature dependence of the coefficient of resistance of an oscillating tuning fork immersed in He II depends on the tuning fork oscillation frequency. At high resonance frequencies of tuning forks, the transition between modes is practically not observed.

For a detailed study of dissipative processes in superfluid helium, the dependence of the resonance frequency of an oscillating quartz tuning fork immersed in He II on the value of the attached mass was determined, which is determined by the viscosity and density of the normal helium component and accompanies the movement of the tuning fork legs in a thin wall layer. In the thesis, the coefficient of the attached mass was determined as a function of temperature and pressure, and the values of the coefficient obtained for both dependences are consistent.

At  $T < 0,7$  K, the dissipation of the kinetic energy of oscillations of the tuning fork is determined by the ballistic scattering of thermal excitations on the tuning fork legs. In this regime, the resistance coefficient does not depend on the frequency and geometry of the vibrating body, being completely determined by the temperature dependence of the normal component of the superfluid liquid and the scattering cross-section of the tuning fork.

As the velocity of oscillations increases and the critical velocity of the flow of the superfluid liquid is reached, a transition from the laminar flow regime to the turbulent flow is observed. In this case, the turbulent flow is characterized by an



additional dissipation mechanism due to the scattering of thermal excitations (phonons) by quantized vortices – the force of mutual friction. The change in flow regimes is clearly seen in the dependence of the tuning fork vibration velocity on the applied force in the form of a deviation from linearity in the hydrodynamic temperature range or as a kink in the ballistic temperature region.

In the hydrodynamic temperature range, the density of the normal component is still quite high, and both normal and superfluid components participate in the turbulent flow. In this case, the turbulent flow of a superfluid liquid is due to a bundle of quantized vortices and simulates the behavior of a vortex, the same as in a conventional liquid. Such a turbulent flow is called quasiclassical turbulence. In contrast, at sufficiently low temperatures, but far from the transition to the ballistic mode of scattering, when the density of the normal component is practically zero, and only the superfluid component can participate in the hydrodynamic flow, turbulent flow is possible only as the motion of interacting quantized vortices that can cross each other, forming new vortices or vortex rings, running in different directions. Such a process leads to the formation of a peculiar coil of quantized vortices. This turbulence is called quantum, in the sense that it is due to the interaction between quantized vortices that follow the quantum-mechanical laws and their behavior is described by the quantum mechanics laws and has not been experimentally studied practically.

In the present study, studies were mainly carried out at ultralow temperatures of 140 - 150 mK. This temperature range has been selected for several reasons. First, at these temperatures the refrigeration capacity of the dilution refrigerator is still high enough that it was possible to reliably obtain and stabilize the temperature. Secondly, at these temperatures the density of the normal component is  $10^6$  times lower than the superfluid density. Thirdly, at low velocities of oscillation of the tuning fork legs, its behavior was the same as that in vacuum, and all the dissipative processes were determined by the properties of the substance of the vibrating tuning fork. At the same time, the contribution of dissipative processes due to ballistic scattering in the investigated He II was 6 times lower

than that in the tuning fork itself, which was sufficient for reliable identification of additional dissipation mechanisms associated with the scattering of phonons on quantized vortices.

For the study of such processes in the experiment, the amplitude-frequency characteristics of the tuning fork with various excitatory forces were measured. From the resonance curves obtained, the velocity of the tuning fork legs was determined at the maximum of the signal and the amplitude of the oscillation velocity was plotted against the exciting force. At low vibrational velocities, the exciting force was proportional to the velocity of the oscillations. With an increase in this velocity at a certain critical velocity of 0,046 m/s, the deviation from the linear dependence was observed on the dependence of the tuning fork vibrations on the exciting force, which is attributed to the appearance of an additional frictional force associated with the creation of quantized vortices and an increase in their density, as well as the scattering of thermal excitations. An analysis of the experimental data has shown that a further increase in the velocity of oscillations leads to an increase in the additional friction force in proportion to the cube of the vibration velocity. As was previously shown by different authors, the force of mutual friction is just proportional to the cube of the vibration velocity in agreement with the experimental data obtained. At the same time, the amplitude-frequency dependence exhibits a nonlinearity in the behavior of the quartz tuning fork. Such nonlinear behavior was not observed when measuring the amplitude-frequency characteristics in a vacuum, which indicates that the nonlinearity of vibrations of a tuning fork immersed in He II is related to the nonlinear dependence of the force of mutual friction on the velocity of its oscillations.

In the present work, the amplitude-frequency characteristics of the tuning fork were analyzed using the solution of the Duffing equation for a nonlinear oscillator. It was shown that all resonance curves can be described by the Duffing equation using only one adjustable parameter – the nonlinearity coefficient, which was determined for different exciting forces from the condition of agreement with the experimental data. In addition, the Duffing equation also describes well the

deviation from linearity on the dependence of the vibration velocity on the exciting force.

The results of the studies presented in the dissertation work are of fundamental importance. The researches allow to carry out analogies of mechanisms of energy dissipation in classical and quantum liquids in a laminar and turbulent flow regime.

**Keywords:** superfluid helium, laminar flow, turbulence, dissipative processes, scattering of phonons, quantized vortices, quartz tuning fork, added mass.

### Список публікацій здобувача.

Основні результати дисертаційної роботи опубліковані у 22 наукових працях серед яких 5 статей у провідних спеціалізованих наукових журналах [1-5]:

1. Диссипация кинетической энергии камертона, погруженного в сверхтекучий гелий, при различных частотах / И. А. Гриценко, **К. А. Клокол**, С. С. Соколов, Г. А. Шешин // ФНТ. – 2016. – Т.42, №1. – С. 28-34.

2. Особенности квазиустойчивого ламинарного течения He II и дополнительный диссипативный процесс / И. А. Гриценко, **К. А. Клокол**, С. С. Соколов, Г. А. Шешин // ФНТ. – 2016. – Т.42, №3. – С. 211-215.

3. The frequency dependence of the added mass of quartz tuning fork immersed in He II / I. Gritsenko, **К. Klokol**, S. Sokolov, G. Sheshin // JLTP. – 2017. – V.187, № 5/6. – P. 433-438.

4. Присоединенная масса при колебаниях кварцевого камертона в He II / И. А. Гриценко, **К. А. Михайленко**, С. С. Соколов, Г. А. Шешин // ФНТ. – 2017. – Т.43, №3. – С. 391-395.

5. Нелинейные явления при колебаниях кварцевого камертона, погруженного в сверхтекучий гелий / И. А. Гриценко, **К. А. Михайленко**, С. С. Соколов, Г. А. Шешин // ФНТ. – 2018. – Т. 44, №1. – С. 46-52.

6. **Клокол К. А.** Метод колеблющегося кварцевого камертона и диссипативные процессы в He II / **К. А. Клокол**, Г. А. Шешин // Студентська наукова конференція «Фізика та науково-технічний прогрес», 16 квітня, 2015: тези доповідей – Україна, Харків, 2015. – С. 14.

7. Gritsenko I. Methodic of oscillating quartz tuning fork and dissipative process in He II / I. Gritsenko, **К. Klokol**, G. Sheshin // VI Int. Conf. for Young Scientists «Low temperature physics», June 2–5, 2015: book of abstracts. – Ukraine, Kharkiv, 2015. – P. 74.

8. Гриценко И. А. Коэффициент сопротивления колеблющегося кварцевого камертона погруженного в сверхтекучий гелий / И. А. Гриценко, **К. А. Клокол**, Г. А. Шешин // XXXVII Совещание по физике низких

температур (НТ-37), 29 июня–3 июля, 2015: тезисы докл. – Россия, Казань, 2015. – С. 265-266.

9. Особенности рассеяния тепловых возбуждений в He II квантованными вихрями / И. А. Гриценко, **К. А. Клокол**, С. С Соколов, Г. А. Шешин // XII Міжнародна конференція «Фізичні явища в твердих тілах», 1–4 грудня, 2015: тези доповідей – Україна, Харків, 2015. – С. 33.

10. Features of quasi-stabile laminar flow of superfluid helium and the mutual friction / I. Gritsenko, **К. Klokol**, S. Sokolov, G. Sheshin // 20<sup>th</sup> Research Workshop «Nucleation Theory and Applications», April 1–30, 2016: book of abstr. – Russia, Dubna, 2016. – P. 42.

11. The dissipation of the kinetic energy of a tuning fork immersed in superfluid helium at different frequencies / I. Gritsenko, **К. Klokol**, S. Sokolov, G. Sheshin // 20<sup>th</sup> Research Workshop «Nucleation Theory and Applications», April 1–30, 2016: book of abstr. – Russia, Dubna, 2016. – P. 42.

12. Quntum turbulence and quasistabile laminar flow He II / I. Gritsenko, **К. Klokol**, S. Sokolov, G. Sheshin // VII International Conference Physics of liquid matter: modern problems, May 27–30, 2016 : book of abstr. – Ukraine, Kyiv, 2016. – P. 50.

13. Gritsenko I. Kinetic energy dissipation of a tuning fork immersed in superfluid helium at different temperatures / I. Gritsenko, **К. Klokol**, G. Sheshin // VII International Conference Physics of liquid matter: modern problems, May 27–30, 2016: book of abstr. – Ukraine, Kyiv, 2016. – P. 52.

14. I. Gritsenko. Flow of superfluid helium at high Reynolds number / I. Gritsenko, **К. Klokol**, G. Sheshin // VII International Conference Physics of liquid matter: modern problems, May 27–30, 2016: book of abstr. – Ukraine, Kyiv, 2016. – P. 51.

15. Gritsenko I. Added mass of the oscillating body immersed in superfluid helium in a turbulent flow / I. Gritsenko, **К. Klokol**, G. Sheshin // VII International Conference for Young Scientists «Low Temperature Physics», June 6–10, 2016: book of abstr. – Ukraine, Kharkiv, 2016. – P. 120.

16. Study of quasi-laminar flow in superfluid helium using quartz tuning fork / I. Gritsenko, **K. Klokol**, S. Sokolov, G. Sheshin // VII International Conference for Young Scientists «Low Temperature Physics», June 6–10, 2016: book of abstr. – Ukraine, Kharkiv, 2016. – P. 116.

17. The flow resistance of the oscillating tuning fork immersed in superfluid helium / I. Gritsenko, **K. Klokol**, A. Tseskis, G. Sheshin // International Conference on Quantum Fluids And Solids, August 10–16, 2016: – book of abstr. – Czech Republic, Prague, 2016. – P. 59.

18. Added mass of the He II in experiments with oscillating quartz tuning fork / I. Gritsenko, **K. Klokol**, S. Sokolov, G. Sheshin // International Conference on Quantum Fluids And Solids, August 10–16, 2016: – book of abstr. – Czech Republic, Prague, 2016. – P. 114.

19. The drag coefficient of oscillating objects in liquid helium / I. A. Gritsenko, T. A. Dubchak, **K. O. Mykhailenko**, S. S. Sokolov, G. A. Sheshin // VII International Conference for Professionals & Young Scientists «Low Temperature Physics», May 29–June 2, 2017: book of abstr. – Ukraine, Kharkiv, 2017. – P. 117.

20. The dissipative processes depended on the oscillating tuning fork immersed in He II / **K. O. Mykhailenko**, I. A. Gritsenko, T. A. Dubchak, S. S. Sokolov, G. A. Sheshin // VII International Conference for Professionals & Young Scientists «Low Temperature Physics», May 29–June 2, 2017: book of abstr. – Ukraine, Kharkiv, 2017. – P. 126.

21. Nonlinear behavior and dissipation of the quartz tuning fork immersed in He II / I. A. Gritsenko, **K. O. Mykhailenko**, S. S. Sokolov, G. A. Sheshin // International Conference on Ultra Low Temperature Physics (ULT 2017): Frontiers of Low Temperature Physics, August 17–21, 2017: book of abstr. – Germany, Heidelberg, 2017. – P. 19.

22. Альтернативне пояснення нелінійної поведінки кварцового камертона, що коливається у надплинному гелії / И. А. Гриценко, Т. А. Дубчак, **Х. О. Михайленко**, С. С. Соколов, Г. А. Шешин // XIII Міжнародна конференція «Фізичні явища в твердих тілах», 5–8 грудня, 2017: тези

доповідей – Україна, Харків, 2017. – С. 49.

## ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ СКОРОЧЕНЬ І ПОЗНАЧЕНЬ.....	18
ВСТУП.....	20
РОЗДІЛ 1. ДОСЛІДЖЕННЯ ТЕЧІЙ У НАДПЛИННОМУ ГЕЛІЇ .....	27
1.1. Надплинний гелій.....	27
1.2. Дисипація енергії осцилюючого тіла, зануреного в гелій.....	28
1.2.1. В'язкість надплинної рідини.....	28
1.2.2. Коефіцієнт опору тіл, що коливаються у надплинній рідині. Гідродинамічний і балістичний режими течії.....	33
1.3. Турбулентність в квантових рідинах.....	43
1.3.1. Дослідження турбулентності за допомогою методики тіл, які коливаються.....	47
РОЗДІЛ 2. ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНА БАЗА І МЕТОДИКА ДОСЛІДЖЕННЯ.....	48
2.1. Методика кварцового камертона, що коливається в рідкому гелії.....	48
2.2. Отримання і реєстрація низьких температур.....	53
2.3. Обладнання і методика проведення вимірювань.....	57
2.3.1. Вимірювальні комірки з кварцовими камертонами.....	57
2.3.2. Методика проведення експериментів.....	59
РОЗДІЛ 3. ДИСИПАТИВНІ ПРОЦЕСИ ПРИ ЛАМІНАРНОМУ РЕЖИМІ ТЕЧІЇ В He II .....	65
3.1. Дисипація кінетичної енергії осцилюючого тіла при різних частотах коливань .....	65
3.1.1. Температурні залежності напівширини резонансної лінії та швидкості коливань від збуджуючої сили.....	66
3.1.2. Визначення коефіцієнта опору і порівняння з теорією. Вплив частоти коливань на коефіцієнт питомого опору.....	70
3.1.3. Розмірний ефект.....	73
3.2. Коефіцієнт приєднаної маси гелію.....	76
3.2.1. Залежність коефіцієнта приєднаної маси від резонансних частот	



	17
камертона.....	79
Висновки.....	82
РОЗДІЛ 4. ОСОБЛИВОСТІ КВАЗІЛАМІНАРНОЇ ТЕЧІЇ В НАДПЛИННОМУ ГЕЛІЇ .....	83
4.1. Перехід від ламінарного режиму течії до турбулентного режиму.....	84
4.2. Дисипативні процеси при слабко турбулентній течії надплинного гелію. Сила взаємного тертя.....	92
4.3. Опис нелінійних коливань камертона, зануреного в He II, за допомогою рівняння Дуффінга.....	95
4.3.1. Рішення нелінійного рівняння Дуффінга для камертона, зануреного в He II.....	96
4.3.2. Опис АЧХ коливань камертона, що коливається, за допомогою рівняння Дуффінга.....	97
4.3.3. Опис ВАХ камертона, що коливається, за допомогою рівняння Дуффінга.....	99
4.3.4. Коефіцієнт нелінійності.....	103
Висновки.....	107
ВИСНОВКИ.....	108
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	111
ДОДАТОК А. Список публікацій здобувача за темою дисертації.....	120
ДОДАТОК Б. Відомості про апробацію результатів дисертації.....	123

## ПЕРЕЛІК УМОВНИХ СКОРОЧЕНЬ І ПОЗНАЧЕНЬ

$T$  – температура

$P$  – тиск

$T_\lambda$  – температура надплинного фазового переходу

$\eta$  – в'язкість гелію

$\eta_n$  – в'язкість нормальної компоненти

$\eta_{ph}$  – фононна частина в'язкості

$\eta_r$  – ротонна частина в'язкості

$l_{ph}$  – довжина вільного пробігу фононів

$\nu$  – кінематична в'язкість середовища

$\mu$  – динамічна в'язкість середовища

$\delta$  – глибина проникнення в'язкої хвилі

$c$  – швидкість поширення хвилі першого звуку  $^4\text{He}$

$AЧХ$  – амплітудно-частотна характеристика

$\rho$  – густина середовища

$\rho_n$  – густина нормальної компоненти  $\text{He II}$

$\rho_s$  – густина надплинної компоненти  $\text{He II}$

$f_0$  – частота резонансу тіла, що коливається

$Q$  – добротність резонатора

$\Delta f$  – напівширина резонансної лінії

$U_0$  – амплітуда напруги, що прикладається

$I_0$  – амплітуда реєстрованої сили струму

$I_{0max}$  – максимальне значення зареєстрованої сили струму

$F$  – амплітуда сили

$v$  – амплітуда швидкості коливання ніжок камертона

$v_c$  – критична швидкість переходу від ламінарної до турбулентної течії

$S_{пер}$  – площа поперечного перерізу тіла

$\lambda$  – коефіцієнт опору в гелії

$\lambda S$  – питомий (нормований) коефіцієнт опору в гелії

$a$  – п'єзоелектрична постійна камертона

$L, M, H$  – розміри камертона (довжина, ширина, висота)

$m_q$  – ефективна маса ніжки камертона

$Re$  – число Рейнольдса

$m^*$  – приєднана маса

$\beta$  – коефіцієнт приєднаної маси

$\tau$  – час загасання

$\gamma$  – коефіцієнт загасання

$x$  – відхилення від положення рівноваги

$\mu$  – коефіцієнт нелінійності

## ВСТУП

Дана дисертаційна робота присвячена експериментальному дослідженню дисипативних процесів при ламінарній та слабо турбулентній (квазіламінарній) течіях надплинного гелію. Особлива увага приділяється з'ясуванню особливостей квазіламінарної течії рідкого гелію. В роботі вперше була порахована сила взаємного тертя, побудована залежність коефіцієнта приєднаної маси рідкого гелію від резонансних частот тіла, що коливається, також була описана нелінійність АЧХ за допомогою рівняння Дуффінга для нелінійного осцилятора.

При експериментальному дослідженні квазіламінарної та турбулентної течії в гелії інформативним є вивчення процесів дисипації енергії, так як ці процеси сильно відрізняються один від одного як за інтенсивністю, так і за механізмом втрати енергії коливань твердого тіла, зануреного в рідину (метод занурених в гелій тіл, що коливаються, – основний метод вивчення турбулентності в ньому). При низьких температурах  $T < 0,7$  К, що відповідають балістичному режиму течії, основним дисипативним процесом є розсіювання теплових збуджень надплинного гелію на поверхні тіла. А при  $T > 0,7$  К, що відповідає ламінарному режиму, основним механізмом дисипації є в'язкісне тертя рідини об поверхню тіла, що коливається.

**Актуальність теми.** Перехід ламінарного режиму течії рідини в квазіламінарний пов'язаний з втратою стійкості ламінарного руху при накладенні на нього малих збурень у вигляді двовимірних коливань, що поширюються в напрямку основного плину. В квазіламінарній течії починає зароджуватися турбулентність. З часів швидкого розвитку висотної авіації і у зв'язку з випадками потрапляння літаків в небезпечні турбулентні зони з'явилася необхідність різко посилити дослідження турбулентності. З кінця 50-х років після розробки необхідної вимірювальної апаратури і методики експерименту стало можливим вивчення повних статистичних характеристик турбулентності: спектральних густин пульсацій швидкості повітряних потоків, структурних функцій тощо.

Для багатьох прикладних проблем, пов'язаних з надплинним гелієм, дуже важлива теорія турбулентності. На потік тепла впливає присутність вихрового клубка, який не може описуватися простою дворідинною моделлю Ландау.

Надплинна рідина підпорядковується квантовим закономірностям, і завдяки цьому виявляється можливим спостерігати і вивчати квантові ефекти: дослідити Бозе- і Фермі- рідини, квантове зародкоутворення і формування квантованих вихрів. Більш того, якщо в нормальній рідині при  $T < T_\lambda$  при збудженні гідродинамічної течії є класична турбулентність, то для  $T > T_\lambda$  можна спостерігати квазікласичну турбулентність, яка обумовлена виникненням джгута майже паралельних квантованих вихрів, що імітують класичний вихор. При температурах  $T > 0,5$  К проявляється квантова турбулентність, коли густина теплових збуджень надплинної рідини (He II) стає мізерно малою. Квантова турбулентність пов'язана з утворенням клубка квантових вихрів і визначається взаємодією між ними.

Цікавість до турбулентності, особливо до квантової, викликана появою безліч теорій, що описують різні процеси. У зв'язку з цим експериментальне обґрунтування і дослідження турбулентності та квазіламінарності в даний момент часу дуже актуальні. Основним методом дослідження зародження і розвитку турбулентності в надплинному гелії є метод пробного тіла, що коливається, – метод кварцового камертона. Перевагами камертона при використанні його як тіла, що коливається, є його висока добротність  $\sim 10^6$ , міцність і промислове виготовлення. Така методика дає можливість проводити дослідження турбулентності в He II аж до температур  $\sim 20$  мК.

В останні два десятиліття відбувається розвиток кріогенної техніки, з'являються і розробляються нові методики дослідження, і все це підігріває інтерес до цієї галузі фізики в провідних низькотемпературних лабораторіях світу. Цим визначається тема даної дисертаційної роботи і її безсумнівна **актуальність**.

### **Зв'язок роботи з науковими програмами, напрямками, темами.**

Дослідження, що склали дисертаційну роботу, були виконані у відділі фізики квантових рідин і кристалів Фізико-технічного інституту низьких температур ім. Б. І. Веркіна Національної академії наук України в межах тематичного плану інституту відповідно до відомчих тем:

– Ф12-10 «Об'ємні і поверхневі наносистеми в квантових рідинах і кристалах» (номер державної реєстрації 0110U007894, термін виконання 2011 - 2015 рр.).

– Ф12-11 «Утворення наноструктур і кінетичні процеси в конденсованому гелії при низьких та наднизьких температурах» (номер державної реєстрації 0116U005034, термін виконання 2016 - 2020 рр.).

Робота також частково проводилася в межах проекту науково-дослідних робіт молодих учених НАН України у 2017 р. «Кінетичні властивості наноструктурованих та мезоскопічних квантових систем, утворених конденсованими фазами гелію» № 2/Н – 2017, номер державної реєстрації 0117U003472, термін виконання 2017 – 2018 рр.

**Мета та завдання дослідження.** Метою дисертаційної роботи є експериментальне виявлення механізмів дисипації у надплинному гелії за умов його ламінарної та слабо турбулентної течії при наднизьких температурах.

Для досягнення поставлених цілей ставилися і вирішувалися такі **задачі:**

- встановити дисипацію енергії камертона, що коливається з різними частотами, та знайти коефіцієнт опору при ламінарному режимі течії;
- визначити частотну і температурну залежності коефіцієнта приєднаної маси гелію до кварцового камертона, що коливається;
- виявити залежність додаткового дисипативного процесу від швидкості течії гелію при квазіламінарному режимі;
- проаналізувати вплив слабо турбулентного режиму течії надплинного гелію на нелінійну поведінку кварцового камертона, що коливається в

надплинному гелії, яка описується рівнянням Дуффінга.

**Об'єктом дослідження** є дисипативні процеси в надплинному гелії при утворенні слабо турбулентної течії при наднизьких температурах.

**Предметом дослідження** є особливості кінетичних характеристик надплинної течії гелію за умов зародження квантованих вихрів.

**Методи дослідження.** Для дослідження дисипативних процесів в надплинному гелії були використані такі методи:

- метод отримання низьких та наднизьких температур за допомогою рефрижератора розчинення  $^3\text{He} - ^4\text{He}$ ;
- метод осцилюючого кварцового камертона, за допомогою якого визначаються дисипативні процеси в надплинному гелії;
- метод автоматизації збору і обробки експериментальних даних.

**Наукова новизна отриманих результатів.**

1. Вперше виявлено існування у ламінарній течії надплинного гелію, в який занурено осцилююче тіло, двох частотно-залежних режимів в'язкого тертя в області гідродинамічного розсіювання теплових збуджень. Показано, що межа переходу між цими режимами відповідає мінімуму температурної залежності коефіцієнту опору, який визначається співвідношенням між характерним розміром осцилюючого тіла та глибиною проникнення в'язкої хвилі.
2. Вперше визначено коефіцієнт приєднаної маси гелію, який встановлює зв'язок між масою гелію, що витіснена осцилюючим тілом, і його резонансною частотою коливань. Встановлено, що у гідродинамічній області розсіювання теплових збуджень цей коефіцієнт залежить від частоти та температури, а в області балістичного розсіювання його залежність від температури зникає.
3. Вперше виявлено, що при слабо турбулентному режимі течії гелію при швидкостях, вище визначених критичних, відбувається розсіювання теплових збуджень на квантованих вихрах. Встановлено, що при цьому сила тертя гелію пропорційна кубу максимуму швидкості осцилюючого

тіла.

4. Вперше показано, що дисипативні явища в надплинному гелії із осцилюючим тілом можуть бути описані в рамках нелінійного рівняння Дуффінга з урахуванням дії зовнішньої змінної сили. В межах цього підходу пояснено експериментально виявлене відхилення від лінійного режиму залежностей амплітуди швидкості коливань від частоти та збуджуючої сили.

**Достовірність результатів показана:**

- В ході каліброваних експериментів, які підтвердили надійність застосованої в роботі експериментальної методики;
- Послідовним проведенням серій з декількох експериментів з різними досліджуваними зразками. Це дозволило переконатися в відтворюваності отриманих результатів;
- Внаслідок порівняння отриманих експериментальних даних з результатами інших авторів і їх взаємодоповнюваності.
- Порівнянням усталених теоретичних обґрунтувань (теорій) з експериментальними даними.

**Наукове і практичне значення отриманих результатів.**

Результати роботи мають фундаментальний характер і поширюють уявлення про природу такого явища, як турбулентність у квантових рідинах. Розуміння природи знайдених в роботі ефектів, які пов'язані з фундаментальними характеристиками надплинного гелію, дозволяє прогнозувати фізичні властивості його конвекційних і турбулентних течій. Результати дисертації можуть стимулювати подальший розвиток актуальних напрямків фізики конденсованого стану при низьких та наднизьких температурах, зокрема фізики нелінійних явищ у гідродинаміці надплинної рідини. Проведені дослідження в режимі ламінарної течії дозволяють проводити аналогії щодо механізмів дисипації енергії в класичних та квантових рідинах. За допомогою методу осцилюючого кварцового камертона можливо дослідити різні дисипативні процеси малої потужності у



розчинах ізотопів гелію. Методика усунення акустичного випромінювання, яке виникає при коливанні осцилюючого тіла, має практичне значення і може бути використана при конструюванні сучасних приладів вимірювання в'язкості.

**Особистий внесок автора.** Всі результати, узагальнені в дисертаційній роботі, отримані в співавторстві при безпосередній участі автора. Дисертант брала активну участь на всіх етапах наукового дослідження, а саме: в постановці завдання, проведенні експериментальних досліджень при низьких і наднизьких температурах, обробці та інтерпретації отриманих результатів, формулюванні висновків і написанні статей. Автором особисто знайдено коефіцієнт приєднаної маси гелію, який встановлює зв'язок між масою гелію, що витіснена осцилюючим тілом, і його резонансною частотою коливань. Здобувачем виявлено розсіювання теплових збуджень на квантованих вихрах в умовах слабо турбулентної течії гелію при швидкостях, вищих за критичні. Дисертантом описано дисипативні явища в надплинному гелії із осцилюючим тілом в межах рівняння Дуффінга з урахуванням дії зовнішньої змінної сили та пояснено нелінійні залежності амплітуди швидкості коливань від частоти та збуджуючої сили. Таким чином, особистий внесок автора є визначальним.

**Апробація результатів роботи.** Основні результати роботи були представлені на вітчизняних і міжнародних наукових конференціях:

- XXXVII Совещание по физике низких температур (НТ-37), 29 июня–3 июля, 2015, Казань, Россия;
- 6<sup>th</sup> International Conference for Young Scientists «Low temperature physics», June 2–5, 2015, Kharkiv, Ukraine;
- Студентська наукова конференція «Фізика та науково-технічний прогрес», 16 квітня, 2015, Харків, Україна;
- XII Міжнародна конференція «Фізичні явища в твердих тілах», 1–4 грудня, 2015, Харків, Україна;
- 20<sup>th</sup> Research Workshop «Nucleation theory and applications», April 1–30,

2016, Dubna, Russia;

- 7th International Conference «Physics of liquid matter: Modern problems», May 27–30, 2016, Kyiv, Ukraine;
- VII International Conference for Young Scientists «Low temperature physics», June 6–10, 2016, Kharkiv, Ukraine;
- International Conference on Quantum Fluids And Solids, 10–16 August, 2016, Prague, Czech Republic;
- VIII International Conference for Professionals & Young Scientists «Low temperature physics», May 29 –June 2, 2017, Kharkiv, Ukraine;
- International Conference on Ultra Low Temperature Physics (ULT 2017): Frontiers of Low Temperature Physics, August 17–21, 2017, Heidelberg Germany;
- XIII Міжнародна конференція «Фізичні явища в твердих тілах», 5–8 грудня, 2017, Харків, Україна.

**Публікації.** Результати, представлені в дисертації, опубліковані в 5 статтях у провідних зарубіжних і вітчизняних спеціалізованих наукових журналах [1-5], і в 17 тезах доповідей на міжнародних і вітчизняних профільних конференціях [6-22].

## РОЗДІЛ 1. ДОСЛІДЖЕННЯ ТЕЧІЙ У НАДПЛИННОМУ ГЕЛІЇ

### 1.1. Надплинний гелій

Рідкий  ${}^4\text{He}$ , який вперше був отриманий у 1908 році, має температуру кипіння 4,2 К. Якщо відкачувати пару над поверхнею рідкого гелію, можна знизити температуру рідини приблизно до 1 К. У 1930 році вчені звернули увагу на те, що при охолодженні рідкого гелію нижче 2,17 К різко змінюються його властивості. Найбільш помітною зміною є припинення кипіння, що вказує на різке збільшення теплопровідності [23]. Крім того, теплоємність при даній температурі має максимум [24], що свідчить про наявність фазового переходу другого роду, а в'язкість, виміряна в тонких капілярних трубках, падає до нуля [24]. Тому було висунуто припущення, що рідкий  ${}^4\text{He}$  при температурі нижче 2,17 К переходить в надплинний стан. Як добре відомо, рідкий гелій при температурах вище температури надплинного переходу ( $\lambda$  – точка,  $T = 2,17$  К) поводить себе як звичайна рідина (He I), в той же час, гелій при температурах нижче  $\lambda$  – точки (He II) має низку унікальних властивостей [25, 26]. З цих властивостей основною є відкрита П. Л. Капицею надплинність гелію – відсутність в'язкості при протіканні гелію через тонкі капіляри або щілини. Ці властивості не можна пояснити класичною теорією, оскільки вони пов'язані з квантовими явищами. Таким чином, He II являє собою не класичну, а квантову рідину. Надплинністю характеризується рідина, утворена з атомів  ${}^4\text{He}$ , тобто з частинок, що підкоряються статистиці Бозе. Атоми  ${}^3\text{He}$  також утворюють квантову рідину, але через те що  ${}^3\text{He}$  підпорядковується статистиці Фермі перехід до надплинності відбувається в мілікельвіновому діапазоні температур [26, 27].

## 1.2. Дисипація енергії осцилюючого тіла зануреного в гелій

Поміж робіт останніх років особливе місце займають експерименти з дослідження дисипативних процесів в системі He II – тіло, що коливається. При малих швидкостях і високих температурах ( $T > 0,6$  К) основним механізмом дисипації є в'язкісне тертя. В цьому випадку дисипативні процеси добре описуються за допомогою рівнянь гідродинаміки [28-30]. Зі зниженням температури довжина вільного пробігу теплових збуджень стає більшою за характерний розмір тіла, що коливається, настає балістичний режим розсіювання квазічастинок. При цьому дисипація енергії коливань за рахунок тертя розсіювання може бути описана кінетичними рівняннями. Також всі тіла, що коливаються, випромінюють звук, тобто частина енергії тіла, що коливається, ще й витрачається на збудження хвилі звуку. Залежно від умов експерименту цей дисипативний процес може ставати більше, ніж дисипація за рахунок в'язкості, що не дає можливості вимірювати дисипативні процеси за рахунок в'язкості. Випромінювання акустичної хвилі тілом, що коливається, можна звести до мінімуму, якщо врахувати співвідношення між характерним розміром комірки ( $R$ ) і довжиною акустичної хвилі ( $\lambda$ ) так, щоб була виконана умова  $\lambda \gg R$ . Крім того, зменшувати вплив акустичної хвилі можна, зменшуючи розмір тіла, що коливається, і частоту його коливань.

### 1.2.1. В'язкість надплинної рідини

В'язкість визначається дисипацією кінетичної енергії руху рідини. В'язкістю називають властивість рідин і газів чинити опір відносному руху. Механізм внутрішнього тертя в рідинах і газах полягає в тому, що молекули, які хаотично рухаються, переносять імпульс з одного шару в інший, що призводить до вирівнювання швидкостей – це описується введенням сили тертя.

Прилади для вимірювання в'язкості називаються віскозиметрами. Раніше у віскозиметрах використовувалися два основних принципи вимірювань:

- за швидкістю витікання рідини з капіляра;
- за швидкістю падіння кульки у в'язкій рідині.

Перший принцип ґрунтується на формулі Пуазейля, що дає залежність між обсягом рідини, яка витікає з трубки радіусом  $R$ , і довжиною  $l$ :

$$V = \frac{\pi r^4}{8\mu l} (P_1 - P_2) t, \quad (1.1)$$

де  $\mu = \nu\rho$  – динамічна в'язкість рідини,  $\nu$  – кінематична в'язкість,  $P_1$  и  $P_2$  – тиск на торцях трубки;  $r$  – радіус трубки;  $l$  – довжина;  $t$  – час витікання.

Другий принцип вимірювання в'язкості ґрунтується на вимірюванні швидкості падіння кулі у в'язкому середовищі (формула Стокса):

$$\nu = \frac{2(\rho - \rho')gr^2}{9\mu}, \quad (1.2)$$

де  $\nu$  – швидкість падіння кулі в рідині;  $\rho$  – густина матеріалу кулі;  $\rho'$  – густина рідини;  $r$  – радіус кулі [31].

Рухи, що виникають у в'язкій рідині при коливаннях занурених в неї твердих тіл, мають ряд характерних особливостей. У в'язкій рідині поперечні хвилі швидко згасають у міру віддалення від твердої поверхні, яка створює їх коливання.

У гідродинамічній межі поведінка рідини описується рівнянням Нав'є – Стокса:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \Delta \vec{v} + \vec{f}(\vec{x}, t), \quad (1.3)$$

де  $\nu$  – швидкість рідини,  $P$  – тиск,  $\rho$  – густина рідини,  $f$  – масова сила. Характерним розміром є амплітуда коливань тіла, яка завжди є меншою за його розмір, та товщина шару рідини, що захоплюється рухом тіла,  $\delta_n$ .

Зазвичай в'язкість у гелії вимірюють при ламінарному – лінійному –

режимі коливань тіла, зануреного в He II. У надплинній рідині реєструється в'язкість нормальної компоненти, яка обумовлена перенесенням імпульсу елементарними збудженнями – фононами і ротонами – і відповідальна за дисипативні процеси в He II. При цьому повна в'язкість  $\eta_n$  складається з фононної і ротонної частин [32]:

$$\eta_n = \eta_{ph} + \eta_r, \quad (1.4)$$

де  $\eta_n$  – повна в'язкість,  $\eta_{ph}$  – фононна частина в'язкості,  $\eta_r$  – ротонна частина в'язкості.

Оскільки кількість фононів і ротонов в He II і їх довжини вільного пробігу  $\ell_{ph}$  та  $\ell_r$  залежать від температури, то в надплинному гелії можна реалізувати різні режими дисипації. Так, при високих температурах (вище  $\sim 0,9$  К) в (1.4) домінує ротонна в'язкість, а при низьких температурах основний внесок робить фононна в'язкість.

Із зниженням температури (при  $T \sim 0,6$  К) довжина вільного пробігу фононів  $\ell_{ph}$  зростає, порушується умова гідродинамічного розгляду, а поняття в'язкості втрачає будь-який фізичний зміст і настає балістичний режим розсіювання фононів на тілі, що коливається:

$$\ell_{ph} \gg R, \quad (1.5)$$

де  $R$  – характерний розмір вимірювального пристрою.

Дослідження, наведені в літературі [32], проводилися в широкій області температур, що дозволило спостерігати не тільки гідродинамічну в'язкість, але і балістичний режим розсіювання фононів. В останньому випадку було умовно введено поняття ефективної в'язкості He II –  $\eta_{eff}$ .

Як вже зазначалося, при малих швидкостях коливань в'язке тертя є основним дисипативним процесом. Для визначення значення в'язкості в роботі [32, 33] використовується вираз:

$$\eta_n = \left[ \frac{2m_{vac}\Delta f}{\rho_n CS \left( \frac{f_0}{f_{0vac}} \right)^2 f_0} \right]^2 \cdot \pi f_0 \rho_n, \quad (1.6)$$

де  $\Delta f$ ,  $f_0$  і  $f_{0vac}$  – ширина резонансної лінії, резонансна частота камертона в He II та у вакуумі відповідно,  $\rho_n$  – густина нормальної компоненти. Оскільки значення постійних параметрів  $m_{vac}$  та  $C$ , що входять до (1.6), для умов даного експерименту точно не були відомі, проводилося нормування вимірних значень  $\eta_{eff}$  до літературних даних [34-36] при температурі 1,7 К, де в'язкість практично не залежить від температури. В результаті нормування була отримана підгінна константа  $2m_{vac}f_{0vac}^2 / CS = 1,2 \cdot 10^7 \text{ г} \cdot \text{с}^2 / \text{см}^2$ .

Отримані таким чином експериментальні дані наведені на рис. 1.1 разом з іншими наявними даними про в'язкість He II [34-37].

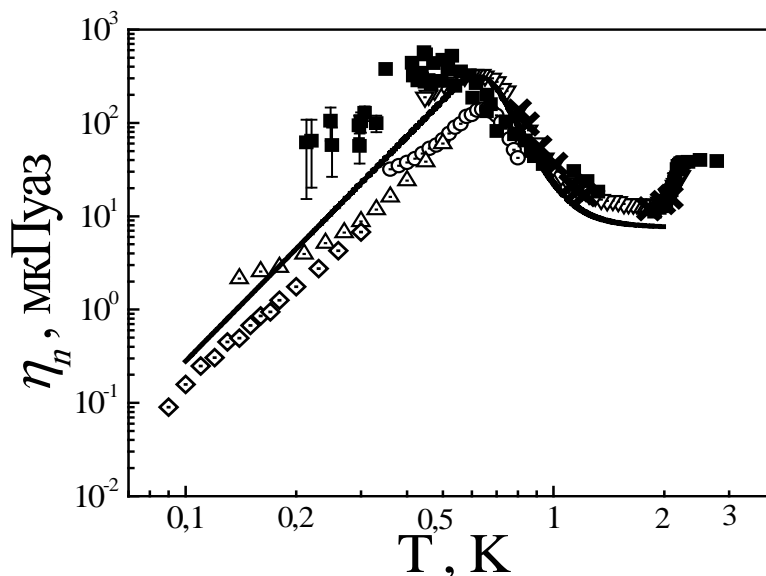


Рис. 1.1. Температурна залежність в'язкості He II. ■ – дана робота ◇ –  $^4\text{He}$ , спеціально очищений від домішок  $^3\text{He}$  з використанням методики мікросфери, що коливається [34, 35], △ та ○ – дані роботи [34, 35] для  $^4\text{He}$  з природною концентрацією  $^3\text{He}$  та з концентрацією  $10^{-6}$  відповідно; × – дані роботи, в якій використовувалася методика торсійних коливань сфери [36], ▽ – дані роботи, в якій використовувалася методика торсійних коливань кварцового циліндра [37], суцільна лінія – теоретичний розрахунок

*в'язкості He II.*

Як видно з рисунка, експериментальні дані цієї роботи добре узгоджуються з літературними даними при температурах вище  $\sim 0,6$  К. Ця температура і є перехідною між областю температур гідродинамічного опису в'язкості і кінетичного розсіювання теплових збуджень. Експериментальні значення в'язкості, отримані в гідродинамічному режимі, можна порівняти з розрахунком за формулою (1.4).

На температурній залежності в'язкості He II при  $T \sim 0,6$  К спостерігається максимум, при низьких температурах  $T < 0,6$  К реалізується балістичний режим, в цьому випадку наведений вище гідродинамічний розгляд не застосовується. У такому випадку мова йде про ефективну фононну в'язкість, що визначається заміною  $\ell_{ph}$  на характерний розмір камертона  $L$  [33]

$$\eta_{ph} = \frac{1}{5} \rho_{ph} cL, \quad (1.7)$$

та має таку ж температурну залежність, як і  $\rho_{ph}(T)$ .

В'язкість He II при низьких температурах була також вивчена методом крутильних коливань сфери [36], в роботі [34, 35] – методом мікросфери, що коливається, та в роботі [41] – за допомогою дротинки, що коливається. У всіх випадках також спостерігалися максимуми на температурній залежності в'язкості, пов'язані з переходом від гідродинамічного до кінетичного режиму розсіювання. Відмінність в  $\eta_{eff}(T)$  в різних експериментах при кінетичному розсіянні пов'язана з різницею характерних перерізів, які використовуються в експериментах тіл, що коливаються.



### 1.2.2. Коефіцієнт опору тіл, що коливаються у надплинній рідині. Гідродинамічний і балістичний режими течії

Одним з найбільш вдалих описів поведінки тіла, що коливається в Не II, є визначений в експерименті [42] коефіцієнт опору тіла, який визначається відношенням збуджуючої сили  $F$  до швидкості коливань ніжок камертона  $v$ :  $\lambda = F/v$ . Зручність даного підходу полягає в тому, що коефіцієнт опору, на відміну від в'язкості, можна використовувати як в гідродинамічному, так і в балістичному режимах, тоді як в'язкість в балістичному режимі не має фізичного сенсу.

Ефективний коефіцієнт опору тіла, що коливається,  $\lambda_{eff}$  адитивно включає в себе розсіювання енергії коливань в самому тілі  $\lambda_q$  і в навколишньому середовищі  $\lambda$ :

$$\lambda_{eff} = \lambda_q + \lambda \quad (1.8)$$

Величина  $\lambda_q$  для камертона визначається кількістю дефектів і якістю обробки кристала кварцу і є власним коефіцієнтом опору камертона. Коефіцієнт опору  $\lambda_{eff}$  можна знайти з первинних експериментальних даних при лінійному режимі роботи камертона (при ламінарній течії). Величину  $\lambda_q$ , як уже зазначалося, можна визначити з каліброваних вимірювань в вакуумі для кожного камертона. Величину  $\lambda_q$  необхідно враховувати при низьких температурах, коли затухання в самому камертоні порівняно з затуханням за рахунок розсіювання теплових збуджень ніжками камертона, що коливаються. При  $T > 0,5$  К величиною  $\lambda_q$  можна знехтувати.

Коефіцієнт опору в лінійному режимі може бути також знайдений з резонансних кривих за даними про добротність камертона  $Q = \frac{f_0}{\Delta f}$  за допомогою виразу [42]:

$$\lambda_{eff} = \frac{2\pi f_0 m}{\sqrt{3} Q}, \quad (1.9)$$

Крім того, коефіцієнт опору можна визначити за даними вимірювання часу

згасання коливань камертона, вважаючи, що  $\tau = 1/\Delta f$ . Такий спосіб визначення коефіцієнта опору зручний при малій ширині резонансу. Порівняння значень коефіцієнта опору в надплинному гелії  $\lambda = \lambda_{eff} - \lambda_q$ , отриманих різними методами при коливанні тіл різних розмірів і форм, наведено на рис. 1.2. Для камертонів однакового розміру дані, отримані різними методами, узгоджуються між собою. В той же час температурна залежність коефіцієнта опору для малих камертонів майже на порядок нижче ніжча від великих камертонів. На рис. 1.2 наведені також дані вимірювання коефіцієнта опору мікросфери, що коливається, з радіусом  $r = 124$  мкм [34, 35] та дані для дротинки, що коливається, радіусом близько 25 мкм з роботи [41]. В роботі [41] наведені тільки значення ширини резонансної лінії, тому для визначення коефіцієнта опору дротинки, що коливається використано вираз (1.9).

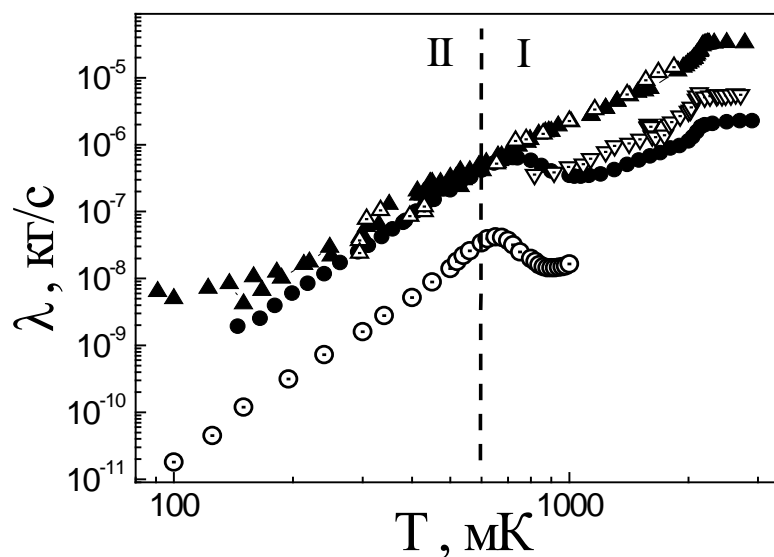


Рис. 1.2. Коефіцієнт опору в He II в залежності від температури. Камертони великого розміру  $\blacktriangle$  – K4 і  $\triangle$  – K8,  $\nabla$  – камертон малого розміру K9,  $\circ$  – мікросфера, що коливається [32], і  $\bullet$  – дротинка, що коливається [41].

Як видно з рисунка, температурні залежності коефіцієнта опору для тіл

з різними розмірами, отримані в різних експериментах, не тільки відрізняються за величиною, а й мають різний характер. Так, в температурній області 0,6 – 1 К коефіцієнт опору для сфери та дротинки має максимум і мінімум і потім збільшується зі зростанням температури, тоді як для камертона він збільшується і екстремуми відсутні. Як буде показано нижче, це в основному пов'язано з різницею частот коливань, які використовуються в різних експериментах.

В роботі [40] були використані камертони з двома типами розмірів (див. табл. 1.1), але з близькими резонансними частотами (близько 32 кГц). В цій роботі комірка з камертонами мала капіляр заповнення, що дозволяло проводити вимірювання як в вакуумі, так і в досліджуваному надплинному  $^4\text{He}$ .

Таблиця 1.1.

*Основні характеристики камертонів, які використовуються [40]*

<i>N</i>	<i>L</i> , мм	<i>H</i> , мм	<i>M</i> , мм	<i>f</i> <sub>0</sub> , Гц	$\Delta f$ , Гц	<i>a</i> , К/м
K4	3,79	0,3	0,59	32706,61	0,1	$1,1 \cdot 10^{-5}$
K5	3,79	0,3	0,59	32709,88	0,08	$1,6 \cdot 10^{-5}$
K8	3,79	0,3	0,59	32710,25	0,052	$2,27 \cdot 10^{-5}$
K9	2,53	0,1	0,25	32708,25	0,032	$3,37 \cdot 10^{-6}$

Примітка: *N* – номер камертона; *L* – довжина ніжки камертона; *H* – товщина ніжки камертона; *M* – ширина ніжки камертона; *f*<sub>0</sub> – резонансна частота;  $\Delta f$  – ширина резонансу; *a* – п'єзоелектрична стала камертона.

Для аналізу ситуації розглянемо поведінки камертонів різних розмірів, що коливаються та порівняти з поведінкою тих, хто коливається перпендикулярно своєї осі на прикладі нескінченного циліндра і сфери, що коливається. Так як для циліндра і сфери в літературі є рішення відповідних завдань [28]. При цьому коефіцієнт опору повинен суттєво залежати від

температури.

Як було експериментально показано в [32, 41, 43], температурна область 0,1 – 2 К захоплює як гідродинамічний режим ( $T > 0,6$  К область I на рис. 1.2), так і балістичний режим (область II) розсіювання теплових збуджень. Температура переходу від гідродинамічного до балістичного режиму була визначена за максимумом на температурній залежності в'язкості в роботі [32] і на рис. 1.2 показана пунктирною лінією.

Для гідродинамічного режиму течії передбачалося, що характерні розміри задачі, такі як амплітуди коливань тіла і глибина проникнення в'язкої хвилі  $\delta_n$ , відповідають товщині шару рідини, що захоплюється рухом тіла, завжди менше розміру тіла. Глибина проникнення в'язкої хвилі, яка у надплинному гелії визначається кінематичною в'язкістю нормальної компоненти рідини з густиною  $\rho_n$ , записується у вигляді  $\delta_n = \sqrt{\frac{2\nu_n}{\omega}}$ .

В літературі для звичайної рідини, яка обтікає тіло, що коливається, є рішення задачі для двох граничних випадків [28]: тоді, коли  $a < \delta_n \ll R$ , та  $\delta_n \geq R$ . В першому випадку коефіцієнт опору  $\lambda_i$  для циліндра, що коливається з частотою  $\omega$  і має довжину  $L$  та радіус  $R$ , має вигляд:

$$\lambda_i = 2\pi RL\sqrt{2\rho_n\eta\omega}, \quad (1.10)$$

а для сфери радіуса  $R$ :

$$\lambda_i = 3\pi R^2\sqrt{2\rho_n\eta\omega} \quad (1.11)$$

Ця межа, коли  $R \gg \delta_n \rightarrow 0$ , еквівалентна випадку великих частот.

В протилежному випадку, коли  $\delta_n \geq R$ , маємо низькочастотну межу або випадок квазістаціонарної течії рідини. В цьому граничному випадку для коефіцієнта опору  $\lambda_s$  циліндра довжиною  $L$  можна використовувати апроксимаційний вираз Оссена [38]:

$$\lambda_s = \frac{4\pi\eta L}{\frac{1}{2} - C - \ln\left(\frac{\text{Re}}{4}\right)}, \quad (1.12)$$

де  $C = 0,577$  – число Ейлера, а  $\text{Re} = 2Rv/\nu$  – число Рейнольдса. А для сфери

коефіцієнт опору матиме вигляд (формула Стокса):

$$\lambda_s = 6\pi\eta R \quad (1.13)$$

В області температур балістичного режиму розсіювання вирази (1.10) – (1.13) не застосовуються і необхідно використовувати рівняння кінетичної теорії. В цій області величина  $\lambda$  не повинна залежати від форми тіла, що коливається, так як довжина пробігу теплових збуджень вже стає більше характерного розміру тіла, що коливається [35, 43], і залежить від його поперечного перерізу  $S$ . Коефіцієнт опору для балістичного режиму  $\lambda_b$  має вигляд:

$$\lambda_b = \rho_n c S, \quad (1.14)$$

де  $c$  – швидкість першого звуку.

З проведеного аналізу бачимо, що величина коефіцієнта опору залежить або від площі поверхні тіла в гідродинамічній межі розсіювання, або від поперечного перерізу тіла при балістичному режимі розсіювання. І для того, щоб порівняти поведінку тіл, що коливаються, як різного розміру, так і різної форми доцільно було б проводити нормування на відповідну площу.

Як зазначалося вище, коефіцієнт опору  $\lambda_{eff}$  можливо знайти з первинних експериментальних даних при лінійному режимі роботи камертона (ламінарна течія рідини):

$$\lambda_{eff} = \frac{F}{\nu} = \frac{a^2 U}{2I_0}, \quad (1.15)$$

де  $U$  – збуджуюча напруга,  $I_0$  – амплітуда коливань струму камертона на резонансній частоті.

Також коефіцієнт опору незалежно можна знайти з первинних експериментальних даних через напівширину резонансної лінії  $df$ :

$$\lambda = 2\pi d f m_{eff}, \quad (1.16)$$

де  $m_{eff}$  – ефективна маса ніжки камертона.

В гідродинамічній області загальний коефіцієнт опору дорівнює сумі коефіцієнтів опору в різних межах:

$$\lambda_h = \lambda_i + \lambda_s, \quad (1.17)$$

Результат розрахунку коефіцієнтів опору у гідродинамічній області для циліндра з радіусом  $R$  та довжиною  $L$ , відповідній довжині дротинки [42] та сфери з радіусом  $R$  наведений на рис. 1.3(а) штрихпунктирною та пунктирною лініями відповідно. У розрахунку використовували вираз (1.10), (1.11) для  $\lambda_i$  і (1.12), (1.13) – для  $\lambda_s$ , при цьому значення коефіцієнта опору нормували на площу поверхні тіла, що коливається. На жаль, в роботі [41] не наводяться значення швидкості коливань дротинки, при яких проводили вимірювання, тому при розрахунку згідно з формулою (1.12) використовували значення  $Re = 0,03$ , що призводить до найліпшої згоди перелічених експериментальних даних [41] в порівнянні з розрахунковими значеннями. Для сфери розрахунок згідно з формулою (1.13) зроблено без підгінних параметрів. На рис. 1.3(б) також наведені всі експериментальні дані і для камертонів, які показані на рис. 1.2, але з відмінністю, бо всі дані нормували на відповідну площу  $S_{nep}$  поверхні тіла, що коливається.

Як бачимо з рисунка, при такому нормуванні дані питомого коефіцієнта опору для камертонів різного розміру збіглися. Для дротинки і сфери теж є добра згода між собою, але при цьому виникає суттєва відмінність за величиною приблизно в 5 разів від даних для камертона. З рис. 1.3 видно, що температурні залежності коефіцієнта опору для циліндра і сфери мають ідентичний характер. У високотемпературній області, яка відповідає межі  $\delta_n \ll R$ , коефіцієнт дисипації зменшується зі зменшенням температури. При подальшому зниженні температури відбувається перехід до режиму, коли  $\delta_n \geq R$  (низькочастотна межа) і течія стає близькою до квазістаціонарної течії. В цьому режимі коефіцієнт дисипації зростає зі зниженням температури. Таким чином, в проміжній області при переході між режимами на температурній залежності існує характерний мінімум поблизу 1 К.

Розрахунок за формулою (1.10) для камертона дає значення величини коефіцієнта опору в 3 рази вище, ніж це було б для циліндра з характерними

розмірами і робочою частотою, відповідними розмірам і частоті роботи камертона.

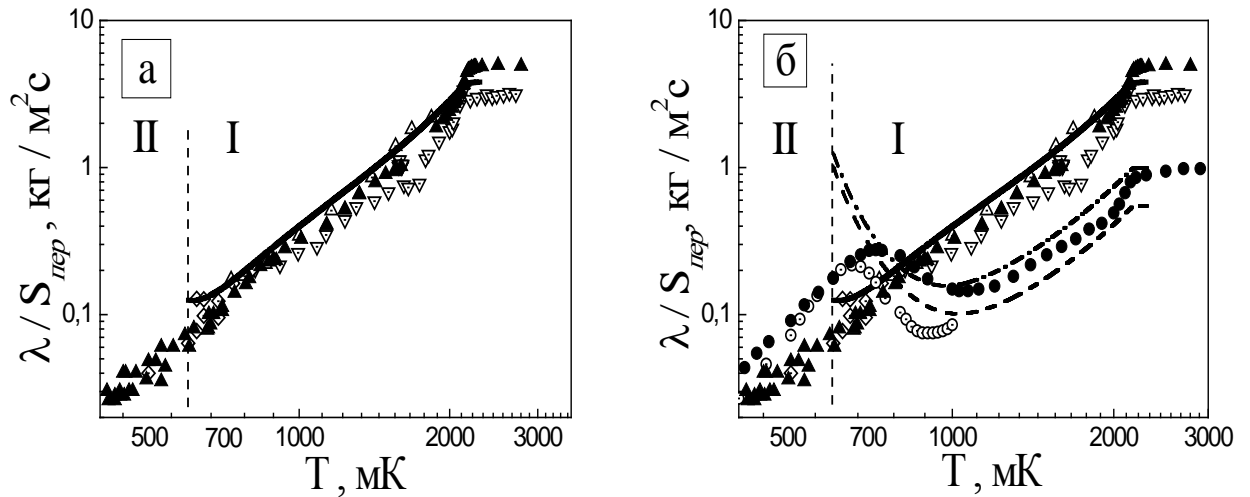


Рис. 1.3. Коефіцієнт опору в залежності від температури. Вертикальна штрих-пунктирна лінія розділяє області гідродинамічного (I) і балістичного (II) режиму розсіювання теплових збуджень. На рис.1.3(а) ○ – мікросфера і ● – дротинка. Пунктирною лінією показаний розрахунок коефіцієнта дисипації для сфери і штрих-пунктирною – для циліндра. Рис. 1.3(б) – камертон великого розміру ▲ – K4; △ – K8, і ▽ – камертон малого розміру K9.

Оскільки геометрія камертона і циліндра відрізняються, при розрахунках була введена підгінна константа, яка становить  $1/3$ , що призвело до доброї згоди між розрахунковою температурною залежністю коефіцієнта опору (суцільна лінія на рис. 1.3) і експериментально отриманими даними. Таким чином, бачимо, що для аналізу температурної залежності дисипативних втрат, викликаних коливаннями ніжок камертона, можна використовувати вираз (1.10), справедливий для циліндра, з одним підгінним коефіцієнтом.

У разі камертона мінімум на температурній залежності коефіцієнта опору відсутній. Причина такої поведінки коефіцієнта опору полягає в тому,

що вимірювання з камертоном проводилися на частотах набагато більших, ніж в експериментах з дротинкою або мікросферою (32 кГц і  $\leq 1$  кГц відповідно). У разі високих частот перехід до режиму  $\delta_n \geq R$  відбувається при більш низьких температурах.

У балістичному режимі (при  $T < 0,6$  К), як зазначалося вище, форма тіла не має значення, а величина коефіцієнта опору визначається перерізом розсіювання. Тому в даному режимі експериментальні дані необхідно нормувати на поперечний переріз тіла, що коливається. На рис. 1.4 наведені всі наявні експериментальні дані, нормовані на площу поперечного перерізу  $S_{пер}$ . Крім того, на рисунку наведені теоретичні значення коефіцієнта опору (1.14), також нормованого на площу перерізу тіла – пунктирна лінія. На рисунку видно добре узгодження між всіма наявними експериментальними даними і розрахунковими значеннями. Коефіцієнт опору в цій області температур визначається температурною залежністю густини нормальної компоненти, яка  $\sim T^4$ .

Для того щоб описати наявні експериментальні дані єдиною кривою, була застосована інтерполяційна формула, яка справедлива в граничних випадках при  $T \rightarrow 0$  для балістичного режиму і при  $T \rightarrow T_\lambda$  для гідродинамічного:

$$\lambda/S_{пер} = \frac{1}{\frac{1}{(\lambda_i + \lambda_s)/S_{нов}} + \frac{1}{\lambda_b/S_{пер}}} \quad (1.18)$$

де  $S_{нов}$  – площа поверхні,  $S_{пер}$  – площа поперечного перерізу. Нормування проводиться на площу поперечного перерізу  $S_{пер}$  для всієї області температур, для всієї області температур – як для гідродинамічного, так і для балістичного режиму течії.



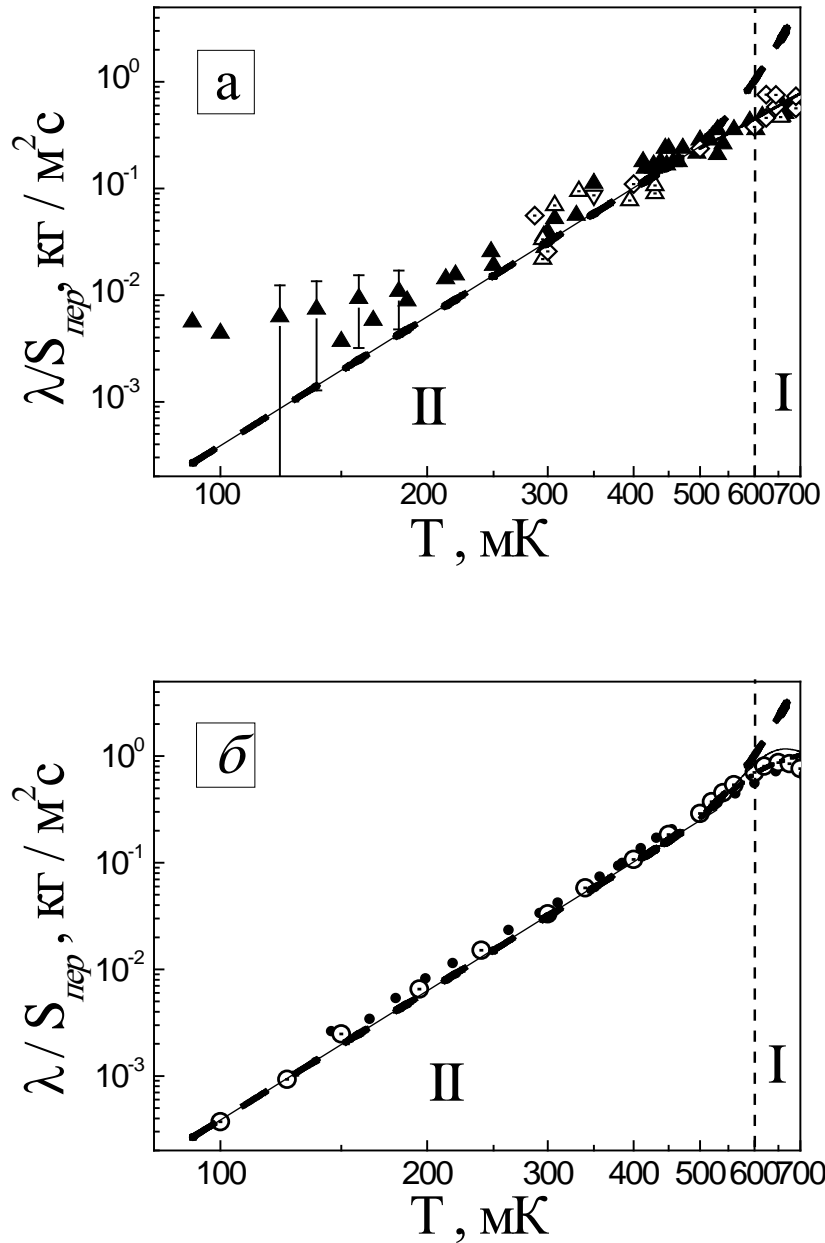


Рис. 1.4. Температурна залежність коефіцієнта опору, нормованого на площу поперечного перерізу тіла, що коливається: а) – Камертони великого розміру  $\blacktriangle$  – K4 і  $\triangle$  – K8 та  $\nabla$  – камертон малого розміру K9; б)  $\circ$  – мікросфера і  $\bullet$  – дротинка. Пунктирна лінія розділяє області гідродинамічного (I) і балістичного (II) режиму розсіювання теплових збуджень. Суцільною лінією показаний розрахунок коефіцієнта опору для камертона і сфери – б, пунктирна лінія для балістичного режиму (пояснення див. у тексті).

Результат такого розрахунку для камертона наведено на рис. 1.4(а) суцільними лініями. Для сфери і циліндра розрахунок дає дуже близькі значення (рис. 1.4(б)). Як видно з рисунка, експериментальні дані добре збігаються з розрахунковими значеннями, а нормування коефіцієнта опору на одиницю площі перерізу дозволяє описати його на всій області досліджуваних температур. Зауважимо, що при температурах вище 1,9 К кінетична теорія не дозволяє описати поведінку коефіцієнта опору. У разі циліндра і сфери перехід між низькочастотним і високочастотним режимами течії призводить до появи мінімуму. Положення мінімуму залежить від частоти коливань і розміру тіла. Збільшення частоти коливань або розміру тіла призводить до зміщення мінімуму в низькі температури. Перехід з гідродинамічної області температур в балістичну область супроводжується наявністю максимуму.

Обидва екстремуми зменшуються зі збільшенням частоти. Як видно з рис. 1.4(б) навіть для сфери, що коливається на частотах камертона, вигляд температурної залежності питомого коефіцієнта опору практично збігається з залежністю для камертона на всьому температурному діапазоні.

Температурна залежність коефіцієнта опору, отримана за допомогою методики кварцового камертона, не має характерних екстремумів, і це в основному пов'язано з високою частотою вимірювань і, як наслідок, відсутності впливу квазістаціонарної течії [44].

### **1.3. Турбулентність в квантових рідинах**

Турбулентність – складний рух рідини. П'ять століть тому Леонардо да Вінчі помітив, що вода, яка потрапляє в ставок, створює вихровий рух. Сьогоднішні дослідники вважають, що багато фізичних процесів, починаючи від руху космічного пилу і будови галактик до ефективності реактивних двигунів або судноплавних якостей сучасних лайнерів, залежать від ступеня обліку турбулентних течій [45].

З розвитком техніки низьких температур дослідження турбулентності в квантових рідинах перетворилося в одне з найбільш перспективних напрямків фізики, що розвивається.

Турбулентний рух в'язкої рідини, на відміну від ламінарного, характеризується мінливістю поля швидкостей, наявністю неоднорідностей або так званих турбулентних вихрів, що призводять до перемішування шарів. Під турбулентним вихром розуміється елемент турбулентної течії з деяким характерним розміром (масштаб вихора).

Миттєве значення швидкості в турбулентному потоці  $u$  можна уявити, як результат накладення малих коливань швидкості на її середнє значення. Якщо позначити середнє значення швидкості через  $\bar{u}$ , то  $u = \bar{u} + u'$ , де  $u'$  так звана вихрова швидкість. Якщо  $u' = 0$ , рух є ламінарним.

Якщо через  $R$  позначити характерний розмір потоку в'язкої рідини, а через  $\nu$  - характерну швидкість течії, то з  $R$ ,  $\nu$  і можна скласти безрозмірну комбінацію, відому як число Рейнольдса [29]:

$$\text{Re} = \frac{\nu R}{\nu} \quad (1.19)$$

Ламінарний рух стає турбулентним лише в тому випадку, коли число Рейнольдса перевищує деяке критичне значення  $\text{Re}_c$ , тобто:

$$\frac{\nu R}{\nu} > \text{Re}_c \quad (1.20)$$

Фізичний сенс  $\text{Re}_c$  полягає в наступному. Сили інерції призводять до зближення спочатку віддалених один від одного об'ємів рідини, що мають різну швидкість руху, і тим самим сприяють тому, що в близьких точках різко змінюються швидкості. Сили ж в'язкості, навпаки, призводять до вирівнювання швидкостей в близьких точках, тобто до згладжування дрібних неоднорідностей течії. При малих значеннях  $\text{Re}$ , коли сили в'язкості переважають над силами інерції, течія має ламінарний характер. У міру збільшення  $\text{Re}$  течія стає турбулентною, тобто в ній з'являються хаотичні пульсації швидкості;  $\text{Re}_c$  якраз відповідає умовам, коли сили інерції стають настільки великими в порівнянні з силами в'язкості, що формується стійкий

турбулентний режим [46].

Найбільшу цікавість представляє дослідження турбулентності в He II, так як вихри в He II, на відміну від звичайної рідини (рис. 1.5), мають квантову циркуляцію. Так само при зниженні температури густина нормальної компоненти рідини зменшується, і при наднизьких температурах повна густина гелію практично цілком визначається надплинною компонентою, позбавленої внутрішнього тертя.

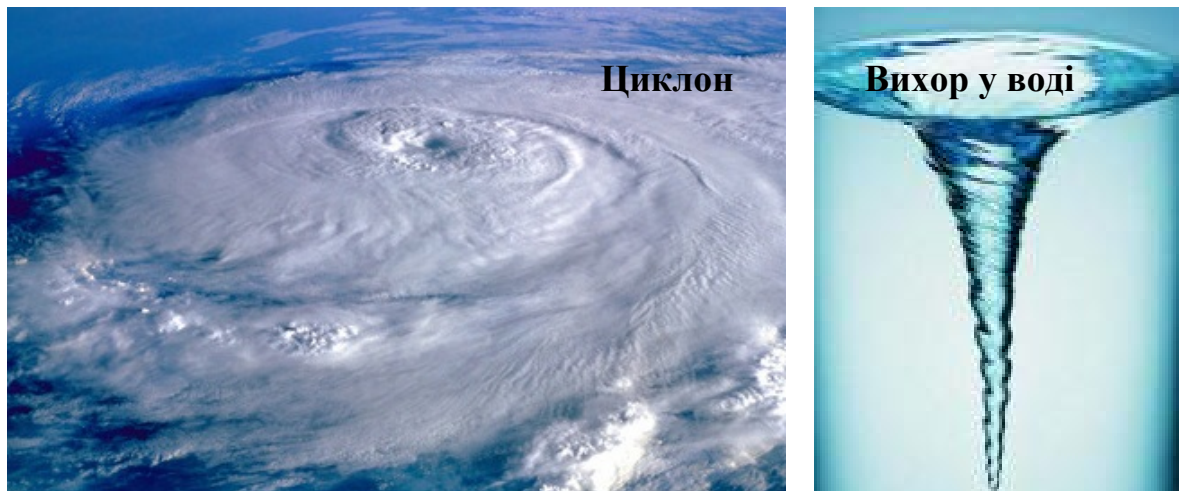


Рис. 1.5. Приклади звичайної турбулентності в рідинах і газах [47, 48].

Більш того, турбулентний рух існує тільки в гідродинамічній області температур, де можна застосувати гідродинамічний опис різних течій. Так, при  $T < 0,6 \text{ K}$  надплинна компонента може бути описана гідродинамічними рівняннями і може брати участь в турбулентному русі. У той же час нормальна компонента не бере участі в гідродинамічному русі рідини. При цих температурах під нормальною компонентою мають на увазі теплові збудження – фонони з великою довжиною вільного пробігу, а їх поведінка описується кінетичними рівняннями, які не описують турбулентну течію. Тобто створюються умови, при яких тільки надплинна компонента буде брати участь в турбулентній течії.

У 1955 році в роботі [49] Р. Фейнманом було введено поняття надплинної турбулентності, а пізніше був введений термін «квантова турбулентність» (рис. 1.6), який позначав турбулентний рух квантових рідин,

таких систем, як надплинний гелій і атомні бозе-ейнштейнівські конденсати, які описуються законами квантової механіки, а при кінцевих температурах – теорією дворідинної гідродинаміки надплинності.

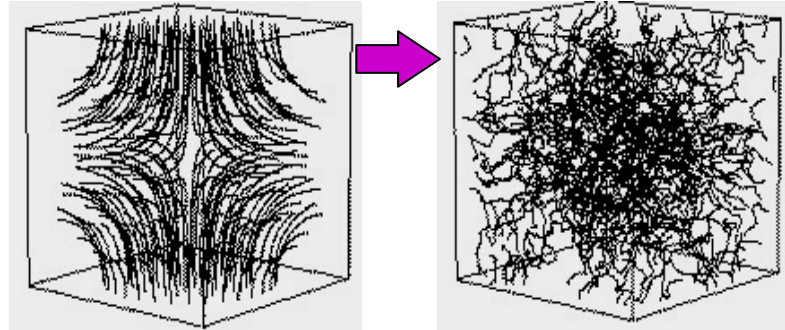


Рис. 1.6. Схематичне зображення квантової турбулентності.

Надплинність і квантова завихреність є екстраординарними проявами квантової механіки в масштабах макроскопічної довжини [45].

Зокрема, експериментальні та чисельні дослідження вказують на те, що за певних умов рух надплинного гелію набуває стохастичний характер, іноді його пов'язують також з відомим спектром Колмогорова-Обухова « $-5/3$ », властивим турбулентності в звичайній рідині. Саме ця обставина дозволяє припускати, що і в надплинному гелії під час певних умов рух є турбулентним, хоча, на відміну від звичайної турбулентності, в надплинній рідині проявляється і квантова природа явища [50].

До найбільш нових методів дослідження турбулентності відносять метод візуалізації квантованих вихрів [51]. Gregory P. Bewley, Daniel P. Lathrop & Katepalli R. Sreenivasan (2006), а також група L. Skrbek [52] займалися цим методом дослідження турбулентності. У рідину додають гелієво-водневу суміш. В рідкому гелії ця суміш утворює водневі кластери, які можна спостерігати під час підсвічування лазерним пучком. Для опису течій використовуються два методи обробки зображень: за траєкторією руху частинок PTV (Particle Tracking Velocimetry) і за полем розподілу швидкостей PIV (Particle Image Velocimetry). За допомогою такої методики зазвичай проводяться дослідження при  $T > 1,2$  К.

Також можна спостерігати течії за допомогою лазерного накачування атомів гелія, що переходять в більш високий енергетичний стан, що призводить до появи метастабільних триплетних молекул  $\text{He}_2^*$ , час існування яких в рідкому  $^4\text{He} \sim 13$  сек. У процесі розпаду цього стану спостерігається люмінесценція, що дозволяє спостерігати течію гелію. Таким напрямком займаються А. Marakov, J. Gao, W. Guo, S.W. Van Sciver, G.G. Ihas, D.N. McKinsey, W.F. Vinen [53]. Дана методика дозволяє проводити дослідження аж до температур  $\sim 0,8$  К.

Останнє десятиліття основним методом дослідження зародження і розвитку турбулентності в надплинному гелії є метод пробного тіла, що коливається, причому в якості тіл використовують різні тіла: дротинку, камертон, сферу, сіточку. Завдяки своїй простоті і низькому тепловиділенню в процесі вимірювань цей метод дозволяє проводити вимірювання при наднизьких температурах аж до частин мілікельвіна.

### **1.3.1. Дослідження турбулентності за допомогою методики тіл, які коливаються**

Для дослідження турбулентного потоку в надплинному гелії активно використовується методика зануреного в досліджувану рідину тіла, що коливається. Одні з перших досліджень Не II з використанням методики торсіонних коливань стопки дисків були проведені в 1946 році [54,55], коли вперше була виміряна температурна залежність густини нормальної компоненти Не II. Даний метод виявився високочутливим і інформативним, що дало поштовх до швидкого поширення методів, які використовують інші занурені в Не II тіла, що коливаються. В кінці 90-х почався розвиток нових резонансних методів дослідження з використанням тіл, що коливаються в надплинній рідині, таких як дротинки [56-63], сіточки [64], сфера, мікросфера [65-67] і кварцовий камертон [32, 43, 44, 50].

Серед даних методик найбільш простим і зручним виявився кварцовий

камертон, за допомогою якого можна проводити дослідження зародження і розвитку надплинної турбулентності в He II. Вперше кварцовий камертон почали використовувати в 2004 році в розчині  ${}^3\text{He} - {}^4\text{He}$  [42], а в  ${}^4\text{He}$  камертон почали використовувати в роботі з 2007 року [68]. Так, в роботі [68] вперше досліджували кварцові камертон з резонансною частотою  $\sim 32$  кГц в рідкому гелії.

## РОЗДІЛ 2. ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНА БАЗА І МЕТОДИКА ДОСЛІДЖЕННЯ

### 2.1. Методика кварцового камертона, що коливається в рідкому гелії

Для досліджень процесів дисипації в гелії в даній дисертаційній роботі вперше були застосовані кварцові камертони, розміри яких значно менші за ті, що застосовувались в дослідженнях інших авторів.

У роботах [1-5] використовуються промислові кварцові камертони рис. 2.1, виготовлені з монокристала кварцу певного зрізу, які були надані нам низькотемпературною групою університету Ланкастера. На поверхні резонатора нанесені електроди з провідного металу (золото). Використовували камертони з різними резонансними частотами. Резонансна частота камертонів при однаковій його товщині і ширині визначалася його довжиною.

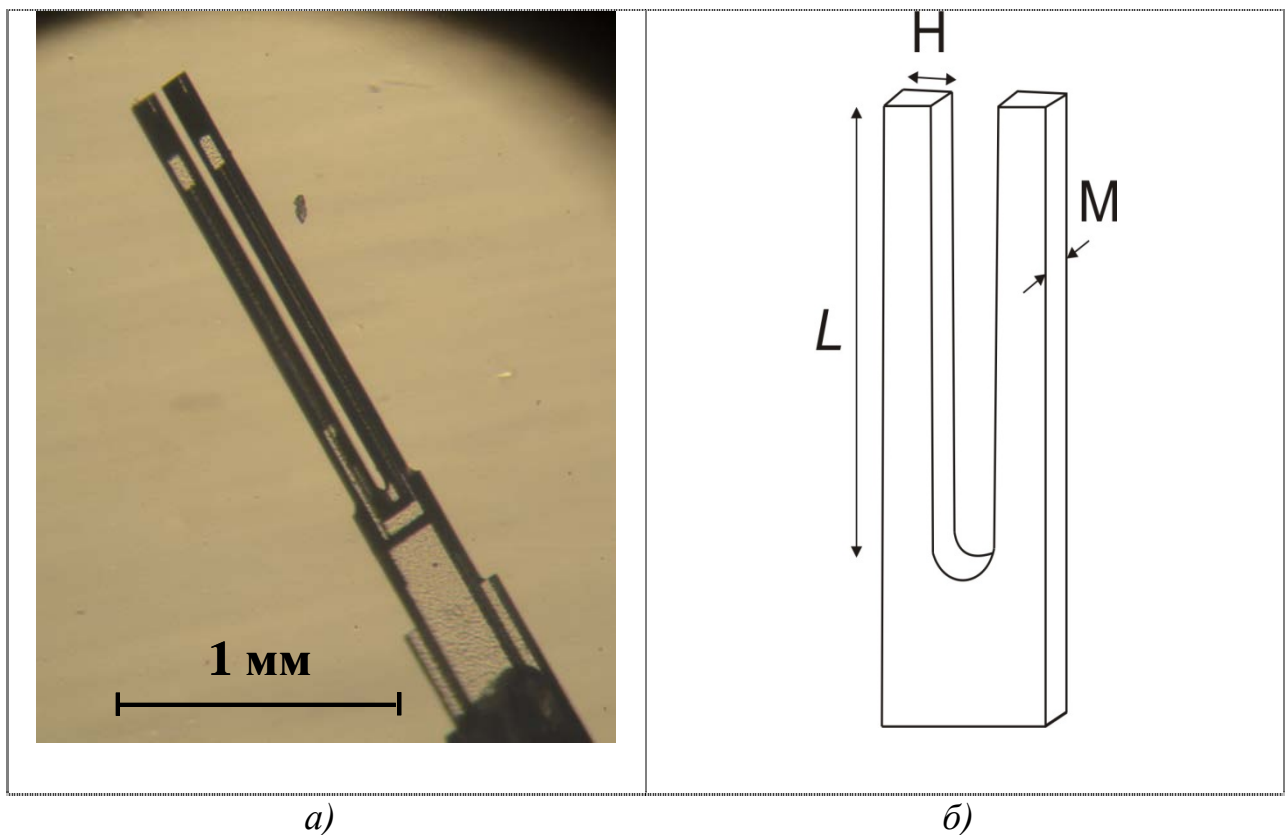


Рис. 2.1. Фотографія камертона з резонансною частотою в вакуумі 24 кГц (а) і його схематичне зображення з характерними розмірами (б):  $L$  – довжина ніжки камертона;  $M$  – товщина ніжки камертона;  $H$  – ширина



ніжки камертона.

У таблиці 2.1 наведено характерні розміри, частота, а також п'єзоелектрична постійна і маса камертонів, які використовуються в даній дисертаційній роботі.

Таблиця 2.1.

*Основні характеристики камертонів, які використовуються*

№	$L$ $10^{-3}$ , м	$M$ $10^{-5}$ , м	$H$ $10^{-5}$ , м	$f_0$ , Гц	$f_{HE}$ , Гц	$\Delta f_{1/2}$ , Гц	$a_{cp} \cdot 10^{-7}$ , Кл/м	$m_q \cdot 10^{-8}$ , кг
K24	3,5	7,5	9	6652	6464,24	0,01	4,32	1,52
K25	3,1	7,5	9	8465	8227,84	0,0205	5,14	1,35
K26	2,6	7,5	9	12067	11729,04	0,021	5,86	1,13
K28	1,8	7,5	9	24984	24301,75	0,0345	8,2	0,78
K29	1,55	7,5	9	33559	32650,86	0,044	8,86	0,68

№ – номер камертона;  $L$  – довжина ніжки камертона;  $M$  – товщина ніжки камертона;  $H$  – ширина ніжки камертона;  $f_0$  – резонансна частота в вакуумі;  $f_{HE}$  – резонансна частота камертона в гелії;  $\Delta f_{1/2}$  – напівширина резонансної лінії,  $a_{cp}$  – середня п'єзоелектрична постійна камертона,  $m_q$  – маса ніжки камертона.

Шорсткість поверхні камертона є важливою характеристикою тіла, яке коливається в надплинній рідині. Дефекти поверхні можуть служити місцем народження і закріплення квантованих вихрів. Варто відзначити, що навіть оптично гладка поверхня може бути шорсткою для квантованого вихру з розміром кора порядку  $1 \cdot 10^{10}$  м. Була оцінена шорсткість поверхні камертона, а його зображення, зроблене на електронному мікроскопі,

наведено на рис. 2.2.

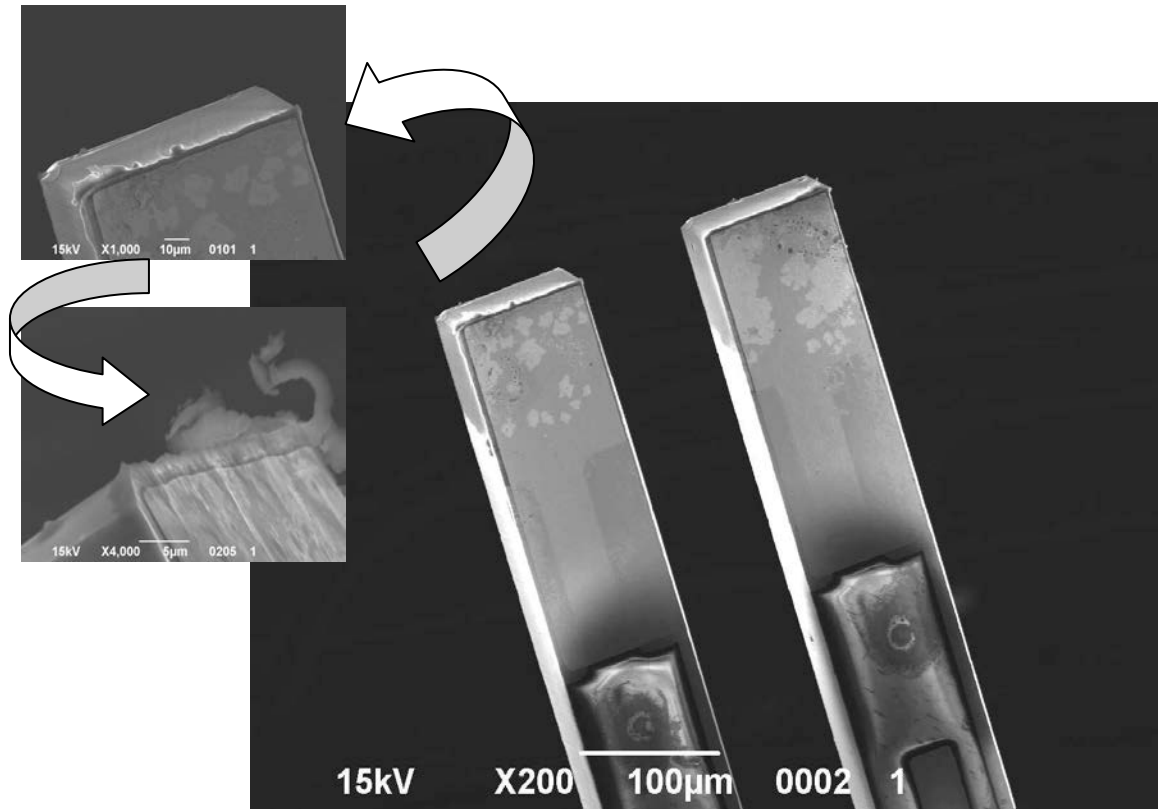


Рис. 2.2. Зображення поверхні ніжки камертона.

З рис. 2.2 видно, що величина шорсткості ніжки камертона досягає  $1 \cdot 10^{-6}$  м, а також видно бруд на ніжці камертона, який збільшує шорсткість.

При малих амплітудах коливання поведінка камертона подібна до гармонійного осцилятора. В такому випадку амплітуду рушійної сили  $F$  можна записати у вигляді:

$$F = F_0 \cos(\omega t), \quad (2.1)$$

де  $t$  – час,  $\omega$  – циклічна частота коливань.

Рівняння руху осцилятора має вигляд:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \gamma \frac{dx}{dt} + \frac{k}{m} x = \frac{F}{m}, \quad (2.2)$$

де  $\gamma$  – коефіцієнт згасання,  $x$  – відхилення від положення рівноваги ніжки камертона,  $k$  – коефіцієнт пружності (жорсткість) матеріалу камертона,  $m$  – ефективна маса однієї ніжки камертона. Ефективна маса і коефіцієнт опору залежать від середовища навколо камертона, який осцилює. Резонансну

частоту можна визначити як  $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ . Використовуючи вираз (2.2), зручно

ввести добротність  $Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega}$ , де  $\Delta\omega$  – є напівширина резонансної лінії [68].

Величина добротності камертонів, які використовували в експериментах, становить  $\sim 10^6$ .

Зв'язок коефіцієнта пружності з параметрами камертона можна представити у вигляді залежності:

$$k = \frac{E}{4} M \left( \frac{H}{L} \right)^3, \quad (2.3)$$

де  $E$  – модуль Юнга, який дорівнює  $7,87 \cdot 10^{10}$  Н/м<sup>2</sup> [68].

А ефективну масу  $m_{eff}$  однієї ніжки камертона в вакуумі можливо обчислити за формулами [68]:

$$m_{eff} = 0,24267 \rho_q LHM, \quad (2.4)$$

де  $\rho_q$  – густина кварцу, рівна 2659 кг/м<sup>3</sup>. Масою електродів на ніжках камертона можна знехтувати, так як вона дуже мала [69,70].

Кварцовий камертон збуджується змінною напругою, що прикладається до його електродів:

$$U = U_0 \cos(\omega t), \quad (2.5)$$

де  $U_0$  – амплітуда коливань,  $\omega$  – частота коливань,  $t$  – час коливань.

Реєструється сигналом амплітуда сили струму  $I$ , що має вигляд:

$$I(t) = a \frac{dx(t)}{dt}, \quad (2.6)$$

де  $a$  – коефіцієнт, який визначається п'єзоелектричними властивостями кварцу і його геометричними розмірами, а  $dx/dt$  – швидкість, з якою коливаються ніжки кварцового камертона.

Диференційне рівняння струму для замкненого кола має вигляд:

$$\frac{d^2 I}{dt^2} + \frac{R_\Omega}{L} \frac{dI}{dt} + \frac{I}{LC} = \frac{1}{L} \frac{dU}{dt}, \quad (2.7)$$

де  $R_\Omega$  – величина опору,  $L$  – величина індукції,  $C$  – величина ємності,  $U$  –

різниця потенціалів на електродах камертона. Порівнюючи рівняння (2.2) і (2.7), можна записати рівняння зв'язку між механічними коливаннями і електричним відгуком камертона через коефіцієнт  $a$  (2.6).

$$F_0 = \left(\frac{a}{2}\right)U_0 \quad (2.8)$$

$$R = \frac{2m\gamma}{a^2} \quad (2.9)$$

$$L = \frac{2m}{a^2} \quad (2.10)$$

$$C = \frac{a^2}{2k} \quad (2.11)$$

Використовуючи рівняння, наведені вище, величину коефіцієнт  $a$  можна записати як:

$$a = \sqrt{\frac{4\pi m_{eff} I_{0 \max} \Delta f}{U_0}} \quad (2.12)$$

Значення  $a$  для камертонів наведені в таб. 2.1.

Знаючи п'єзоелектричну постійну, можна визначити збуджуючу силу коливання камертона  $F$  і амплітуду швидкості  $v$  коливання ніжок камертона.

Збуджуюча напруга  $U$ , яка подається на електрод, визначає силу  $F$ , що викликає коливання ніжок камертона. Зв'язок між силою  $F$  і збуджуючою напругою  $U$  має вигляд:

$$F = aU / 2, \quad (2.13)$$

де  $a$  – п'єзоелектрична постійна даного камертона, що залежить від його геометричних розмірів і поздовжнього п'єзоелектричного модуля кварцу, з якого виготовлені камертони, і яку необхідно визначити перед початком експерименту.

Амплітуда коливань струму  $I$  в вимірювальному колі пов'язана зі швидкістю коливань ніжок камертона  $v$  і має простий вигляд [68]:

$$v = I / a, \quad (2.14)$$

## 2.2. Отримання і реєстрація низьких температур

Для отримання температур значно нижчих 0,3 К в середині ХХ століття існував практично єдиний метод – адіабатичне розмагнічування парамагнітних солей. Однак цей метод охолодження за своєю природою носить одноразовий характер: після розмагнічування система починає відігріватись під дією завжди існуючого теплоприпливу до вимірювальної камери, і вимірювання доводилося проводити при повільному відігріванні. Такий метод незручний при безперервних вимірах. І в 1965р. почали працювати перші зразки рефрижераторів розчинення  $^3\text{He}$  у  $^4\text{He}$ . Рефрижератор розчинення є постійно діючий прилад, здатний поглинати досить великі кількості тепла за рахунок циркуляції  $^3\text{He}$ , навіть при використанні насосів відносно невеликої потужності. Рефрижератори розчинення, засновані на цьому новому принципі охолодження, стали незамінними для багатьох видів досліджень в мілікельвіновій межі температур [71].

Цілком повний розгляд теоретичних основ і методики роботи рефрижератора розчинення проведено Уїтлі, Вілчесом, і Абелем [72] та Уїтлі, Раппом і Джонсоном [73]. Також в роботах [74-81] описано створення кріогенних експериментальних комплексів для вирішення різних фізичних задач.

Всі експерименти в дисертаційній роботі проводилися на рефрижераторі розчинення [77] із зовнішнім циклом циркуляції  $^3\text{He}$ , у відділі фізики квантових рідин і кристалів ФТІНТ ім. Б. І. Веркіна НАН України, рівень економічності якого і робочі характеристики можна порівняти зі світовими аналогами [78]. Принципова схема рефрижератора розчинення  $^3\text{He}$  –  $^4\text{He}$  з зовнішньою циркуляцією  $^3\text{He}$  наведена на рис. 2.3.

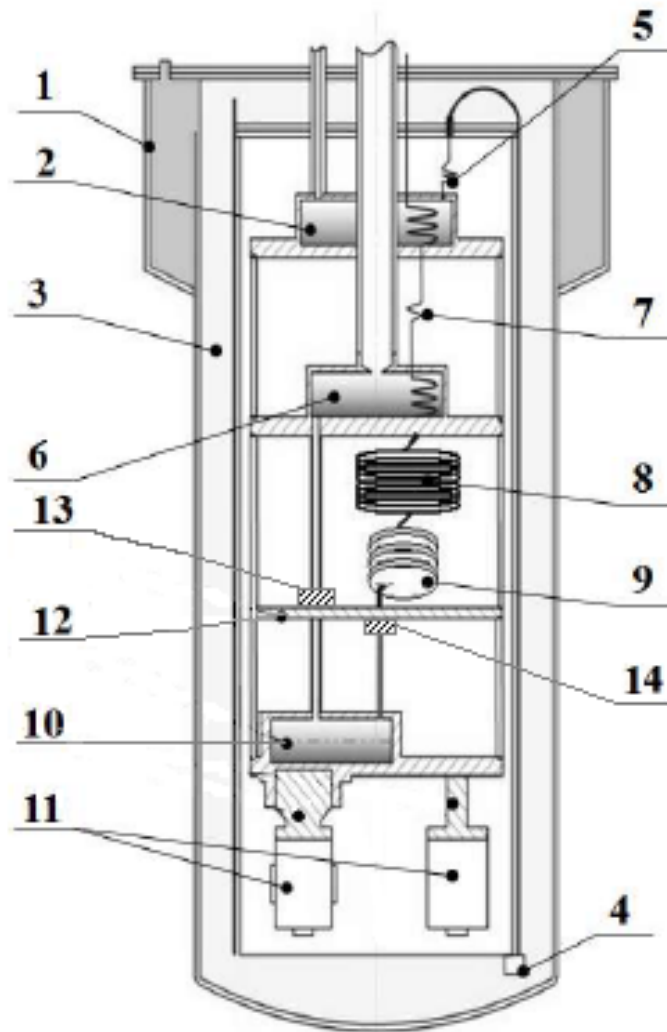


Рис. 2.3. Принципова схема рефрижератора розчинення  ${}^3\text{He}-{}^4\text{He}$  з зовнішньою циркуляцією  ${}^3\text{He}$ : 1 – кріостат; 2 – одноградусна камера; 3 – зовнішня ванна кріостата; 4 – забірний капіляр; 5 – дросель; 6 – камера випаровування; 7 – основний дросель рефрижератора розчинення; 8 – безперервний теплообмінник «трубка в трубці»; 9 – блок дискретних теплообмінників; 10 – камера розчинення; 11 – експериментальні комірки; 12 – проміжна теплова плита (100 мК); 13 – теплообмінник відкачування  ${}^3\text{He}$  в системі циркуляції; 14 – теплообмінник 100мк плити (зворотний).

Рефрижератор розчинення змонтований в кріостаті з нержавіючої сталі. Газоподібний  ${}^3\text{He}$  з виходу насоса (НВГ-2) проходить через систему азотних пасток, призначених для очищення  ${}^3\text{He}$  від домішок і парів масла, надходить в поворотну лінію кріостату. Охолодження газу  ${}^3\text{He}$  відбувається у зовнішній

ванні кріостату до 4,2 К і теплообміннику одноградусної камери до  $T \sim 1,5$  К. Теплообмінник виготовлений з мідного капіляра, звитого в спіраль, і розміщений всередині одноградусної камери. Одноградусна камера заповнюється рідким  ${}^4\text{He}$  з зовнішньої ванни кріостату, проходячи спочатку через забірний капіляр з фільтром зі спеченого дрібнодисперсного порошку, що затримує частинки домішок, бруду, що знаходяться в рідкому гелії, а потім через дросель потрапляє в одноградусну камеру. Відкачування парів  ${}^4\text{He}$  з одноградусної камери здійснюється механічним насосом 2НВР-5ДМ. Мінімальна одержувана температура в градусній камері залежить від величини опору дроселя і теплового навантаження і для даного рефрижератора становить 1,4 К. Безперервна циркуляція здійснюється за допомогою відкачування парів  ${}^3\text{He}$  з камери випаровування ртутним насосом ДРН-50 (з водяним охолодженням), продуктивність якого складає 30 л/с, і вихід якого відкачувався за допомогою механічного герметичного насоса НВГ-2 з продуктивністю 1,5 л/с. Робота цих насосів забезпечує циркуляцію розчину до  $10^{-4}$  моль/с. Для роботи рефрижератора розчинення було використано близько 55 л газоподібної суміші  ${}^3\text{He}$  -  ${}^4\text{He}$  з концентрацією  ${}^3\text{He}$  30%. Газова суміш  ${}^3\text{He}$  -  ${}^4\text{He}$  зберігається в герметичних балонах ємністю 20 л при зниженому тиску ( $P \sim 0,9$  атм), щоб виключити втрату робочої суміші в разі появи течії в системі зберігання розчину. Основний дросель призначений для створення перепаду тиску між поворотною лінією і рефрижератором розчинення. Він виконаний з нержавіючого капіляра довжиною 60 см і внутрішнім діаметром 0,12 мм, опір потоку склав  $8,5 \cdot 10^5 \text{ м}^{-3}$ . Для подальшого охолодження  ${}^3\text{He}$  в використовуваному кріостаті розчинення встановлені безперервний теплообмінник і блок дискретних теплообмінників. Безперервні теплообмінники типу «трубка в трубці» виконані аналогічно теплообмінникам, розробленим Дж. Фроссаті [81]. Внутрішній капіляр теплообмінника з нержавіючої сталі діаметром 1,7 мм з товщиною стінки 0,15 мм і довжиною 3,5 м для збільшення площі теплообміну був навитий у вигляді спіралі з кінцевою довжиною 1 м.

Отримана спіраль вставлялася в трубку з нержавіючої сталі, яку протягували через філь'єри для щільного прилягання спіралі до зовнішньої трубки. Поверхня теплообміну становить  $0,017 \text{ м}^2$ . В такому теплообміннику температура змінюється безперервно вздовж теплообмінника. Використання тільки безперервного теплообмінника дозволяє досягти мінімальної температури  $0,025 - 0,04 \text{ К}$ . Для отримання більш низьких температур, після безперервного теплообмінника послідовно встановлені три дискретних теплообмінника, виготовлених аналогічно описаним в роботі [81]. Корпус дискретного теплообмінника виготовлений з нержавіючої сталі товщиною  $0,3 \text{ мм}$  методом холодного штампування. Площа теплообміну в дискретному теплообміннику за оцінками становить  $5 \text{ м}^2$ . Проміжна теплова плита, з одержуваною на ній температурою близько  $0,1 \text{ К}$ , виконана з обпаленої надчистої міді і призначена для зменшення теплоприпливу від кабелів і капілярів до камери розчинення. Вибір розмірів сполучних комунікацій ґрунтувався на визначенні оптимального діаметру і довжини трубок для мінімізації теплоприпливу, також вибір залежить від теплопровідності рідини в трубках і вузького нагріву циркулюючого розчину знаходиться при різних температурах. Трубки обрані з нержавіючої сталі діаметрами від  $4 \text{ мм}$  до  $1,8 \text{ мм}$  і товщиною стінки  $0,1 \text{ мм}$ . Найхолоднішою частиною рефрижератора, де відбувається процес розчинення  $^3\text{He}$  в  $^4\text{He}$ , є камера розчинення. У камері знаходиться межа розшарування двох фаз: концентрованої фази з  $^3\text{He}$  і слабкого розчину  $^3\text{He} - ^4\text{He}$ . Камера розташована на мідній плиті і має форму циліндра з внутрішнім діаметром  $36 \text{ мм}$  і об'ємом  $27 \text{ см}^3$ . Для збільшення площі теплообміну з плитою в камері розчинення знаходиться спечений теплообмінник з мідного порошку ПСМ-1 з розміром частинок  $7 \text{ мкм}$ . За оцінками при цьому площа поверхні теплообміну склала близько  $1 \text{ м}^2$ . На плиті камери розчинення закріплені холодопроводи, що дозволяють проводити швидкий монтаж експериментальних комірок. Застосування декількох дискретних теплообмінників дозволило знизити мінімальну одержувану температуру з  $0,04 \text{ К}$  до  $0,012 \text{ К}$  з тією ж величиною циркуляції



розчину в рефрижераторі. Для охолодження досліджуваної рідини, яка знаходиться в комірці, використовувався теплообмінник з ультрадисперсного  $700 \text{ \AA}$  срібного порошку.

При використанні даного рефрижератора розчинення для зниження споживання рідкого гелію перед початком вимірювань проводилося попереднє охолодження кріогенної частини рефрижератора за допомогою рідкого азоту. Час охолодження від кімнатної температури до температури рідкого азоту ( $T = 77 \text{ K}$ ) становила близько 12 годин. Час охолодження рефрижератора від моменту заливки рідкого гелію ( $T = 4,2 \text{ K}$ ) до досягнення мінімальної одержуваної температури ( $T_{\min} = 0,012 \text{ K}$ ) – близько 8 годин. На охолодження рефрижератора до робочої температури, витрачається 20 годин.

### **2.3. Обладнання і методика проведення вимірювань**

У цьому підрозділі описані вимірювальні комірки, сконструйовані для проведення досліджень в надплинних рідинах, куди поміщають кварцові камертони. А також представлена методика проведення експериментів.

#### **2.3.1. Вимірювальні комірки з кварцовими камертонами**

Для вивчення поставлених завдань була створена вимірювальна комірка. Експериментальна комірка з капіляром, яка заповнялася досліджуваною рідиною, мала постійний тепловий контакт з плитою камери розчинення, що дозволяє проводити вимірювання від  $4,2 \text{ K}$  аж до мілікельвінової області температур. На рис. 2.4. показаний загальний вигляд комірки. Всі камертони були закріплені в мідному блоці, показаному на рис. 2.4 (ліворуч), з циліндричними порожнинами (1) діаметром  $3 \text{ mm}$  і глибиною  $8 \text{ mm}$ , в яких на осі симетрії отвору були встановлені камертони (2).

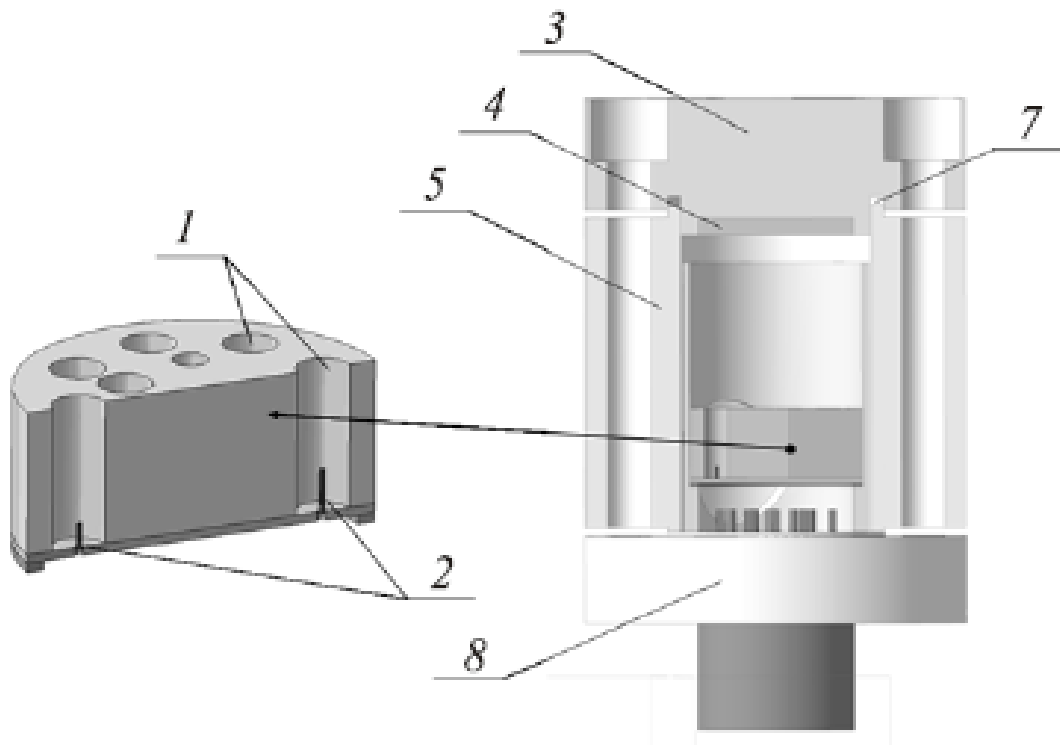


Рис. 2.4. Конструкція комірки і розташування камертонів: 1 – мідна вставка з закріпленими в ній камертонами 2; 3 – верхній фланець комірки з срібним теплообмінником 4; 5, 8 – корпус і нижній фланець комірки; 7 – індієве ущільнення.

Мідний блок (права частина рис. 2.4) розташовувався в герметичній комірці, що складається з верхнього фланця (3), що має теплообмінник (4) з ультрадисперсного срібного  $700 \text{ \AA}$  порошку, середньої частини комірки (5) з капіляром для заповнення досліджуваним  $^4\text{He}$  і нижнього фланця (8) з вводами для вимірювання електричного сигналу. Верхній і нижній фланці комірки ущільнювалися за допомогою індієвого кільця (7). Верхній фланець (3) комірки знаходився в тепловому контакті з плитою камери розчинення рефрижератора розчинення.

Температура досліджуваної рідини визначалася за допомогою термометра опору  $\text{RuO}_2$ , розташованого усередині комірки і прокаліброваного за кристалізаційним термометром, заснованому на вимірюванні залежності тиску плавлення  $^3\text{He}$  від температури. Опір

термометра вимірювався за допомогою мосту опорів AVS-47В. Температуру камери розчинення можна було підтримувати постійною за допомогою стабілізатора температур, пов'язаного зворотним зв'язком з термометром опору камери розчинення. Температура стабілізувалася з точністю  $\pm 1$  мК [1].

### 2.3.2. Методика проведення експериментів

Пара електродів дозволила за рахунок п'єзоелектричного ефекту за допомогою синусоїдального електричного сигналу збуджувати механічні коливання ніжок камертона. В ході роботи вимірювали електричний відгук камертона, поміщеного в вимірювальну комірку. Схема вимірювань наведена на рис. 2.5.

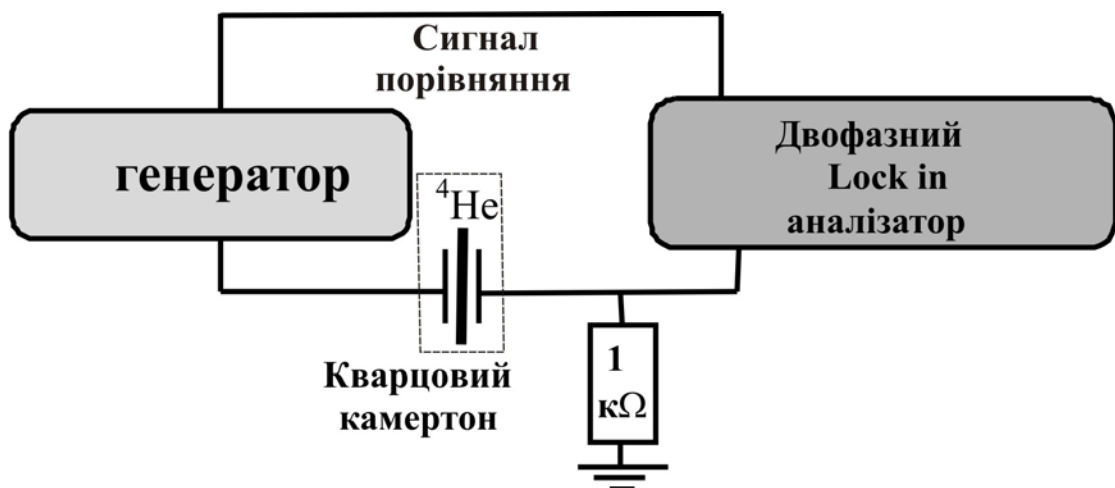


Рис. 2.5. Схема вимірювання характеристик кварцового камертона.

Генератор синусоїдального сигналу збуджував коливання камертона і дозволяв робити сканування за частотою з кроком  $10^{-2}$ – $10^{-4}$  Гц. На виході камертона ток, що збуджується механічними коливаннями, вимірювався за допомогою двофазного Lock-in аналізатора як падіння напруги на зразковому опорі, величина якого  $R_0 = 1$  кОм. Амплітуда сигналу генератора і напруга виходу аналізатора записувалися комп'ютером.

Збуджуюча напруга  $U$ , що подається на електрод, визначає силу  $F$ , що викликає коливання ніжок камертона. Зв'язок між силою  $F$  і збуджуючою

напругою  $U$  визначається за виразом (2.13). А зв'язок швидкості і амплітуди струму наведений в (2.14).

Для визначення п'єзоелектричної постійної  $a$  були проведені вимірювання амплітудно-частотних характеристик камертонів в вакуумі. Приклад таких амплітудно-частотних характеристик, для які використовуються нами кварцові камертони ( $f_0 = 6,4 \text{ кГц}$ ), наведені на рис. 2.6 (для прикладу взяли К24). Однією зі складностей таких вимірів є висока добротність камертона, що призводило до відносно великих часів встановлення сигналу при включенні збуджуючої напруги або при скануванні за частотою. Для обліку великих часів релаксації на початку вимірювання визначалася постійна згасання камертонів в вакуумі, яка при  $T < 1 \text{ К}$  для всіх камертонів, які використовуються, становила 20 - 30 секунд. Надалі при вимірюванні амплітудно-частотних характеристик камертонів кожен крок за частотою при скануванні супроводжувався очікуванням виходу на насичення сигналу, і цей час очікування становив 60 секунд при кроці за частотою  $10^{-2} \text{ Гц}$ .

На рис. 2.6 також наведена амплітуда струму  $I_0$  при резонансній частоті коливань камертона  $f_0$ , а також напівширина резонансної лінії  $\Delta f_{1/2}$  в вакуумі, використовувались при визначенні постійної камертона К24.

Зв'язок цих величин з п'єзоелектричною постійною можна знайти з умови рівності електричної енергії та енергії механічних коливань, використовуючи вираз (2.12), визначаємо з експериментальних даних, отриманих в вакуумі, п'єзоелектричну постійну для всіх кварцових камертонів, які використовуються. Потім в комірку через лінію заповнення при температурі близько 0,6 К конденсувався  $^4\text{He}$ .

При цьому резонансна частота кварцових камертонів зменшувалася в порівнянні з вакуумом, а ширина резонансу збільшувалася. Після закінчення конденсації комірка охолоджувалася за допомогою рефрижератора розчинення до 350 мК, і вимірювалися амплітудно-частотні характеристики при тиску, близькому до тиску насиченої пари.

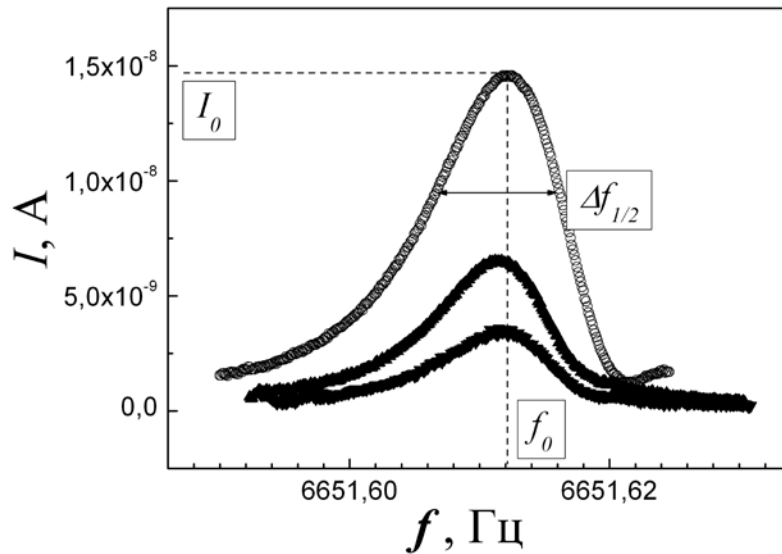


Рис. 2.6. Амплітудно-частотна характеристика кварцового камертона (K24) в вакуумі при амплітуді сигналу генератора:  $\circ$  – 0,5 В,  $\blacktriangle$  – 0,2 В,  $\blacktriangledown$  – 0,1 В (позначення кривих зверху вниз).

Типова температурна залежність резонансної частоти для одного з камертонів (K24) наведена на рис. 2.7.

При температурах вище надплинного переходу в досліджуваному діапазоні густина  $^4\text{He}$  в ізохоричних умовах збільшується зі зменшенням температури. В  $T_\lambda$  максимум густини і потім густина зменшується до температури 0,5 К, що призводить до збільшення резонансної частоти  $f_0$  з 10 Гц (для K24) до 80 Гц (для K29) в залежності від камертона. При більш низьких температурах густина і резонансні частоти камертонів практично постійні.

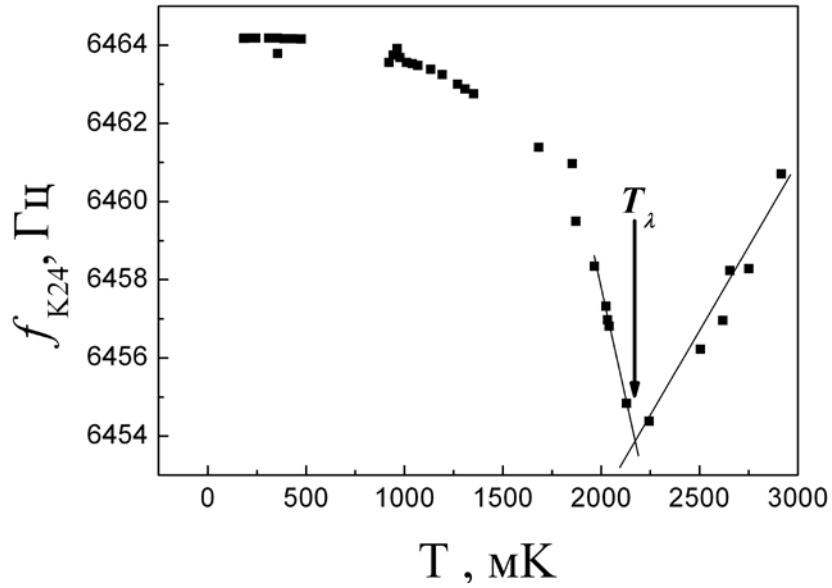


Рис. 2.7. Температурна залежність резонансної частоти кварцового резонатора K24, зануреного в He II.

На рис. 2.8. наведено залежність п'єзоелектричної постійної в вакуумі від напруги, яка подається до камертонів. Для кожного камертона своя п'єзоелектрична постійна.

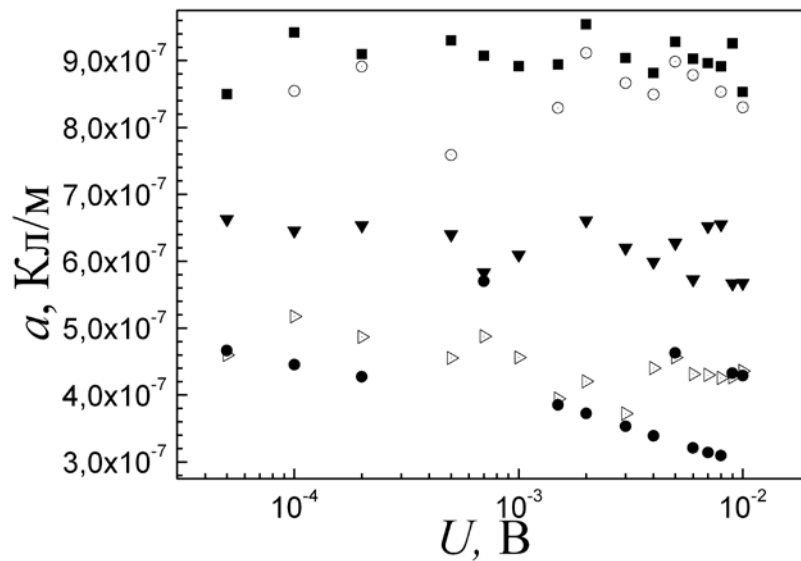


Рис. 2.8. Залежність напруги від п'єзоелектричної постійної в вакуумі для різних камертонів: ■ – K29, ○ – K28, ▼ – K26, ▷ – K25, ● – K24.

Необхідно зауважити, що знаходження п'єзоелектричної постійної в різних експериментах призводило до розкидання в 30% (див. таб. 2.1). Мабуть, це пов'язано з якістю попередньої відкачки комірки, але спеціально це питання не досліджувалося.

В ході проведення експериментів використовувалася система автоматичного збору вимірюваних величин на основі персональних комп'ютерів і додаткових плат розширення (рис. 2.9).

Програмне забезпечення по збору і запису надходять на комп'ютер даних було реалізовано за допомогою мови Сі (імперативна, процедурна мова програмування загального призначення).

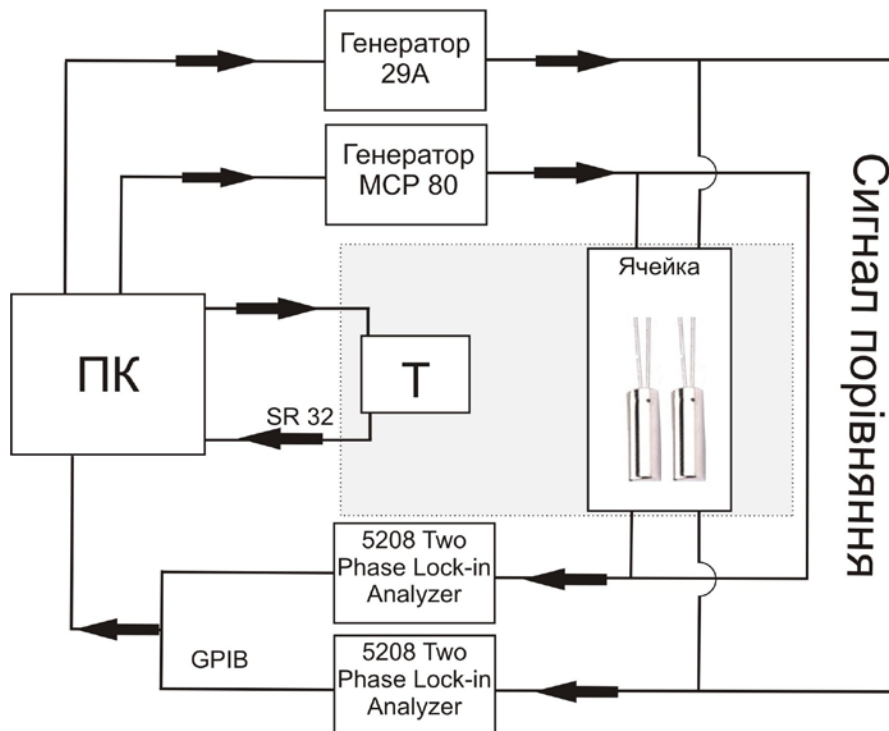


Рис. 2.9. Блок-схема автоматичного збору даних під час вимірювань. ПК - персональний комп'ютер, GPIB, SR 32 - кабелі, які використовувалися.

Для передачі даних на ПК використовувались кабелі двох видів: GPIB і SR 32, що приєднуються до виходів 5208 Two Phase Lock-in Analyzer та AVS-47B Resistance bridge. Для правильної роботи Lock-in з генератора подається сигнал порівняння. Lock-in може вимірювати  $Re$  і  $Im$  частини сигналу. За допомогою  $Re$  і  $Im$  частини можна знайти амплітуду і фазу сигналу як

$A = \sqrt{x^2 + y^2}$ . Опір термометра вимірюється за допомогою AVS-47B Resistance bridge. Потужність, що подається на термометр опору менша або дорівнює значенню  $10^{-10}$  Вт.



### **РОЗДІЛ 3. ДИСИПАТИВНІ ПРОЦЕСИ ПРИ ЛАМІНАРНОМУ РЕЖИМІ ТЕЧІЇ В He II**

Як зазначалося раніше, макроскопічний плин надплинного гелію супроводжується дисипацією кінетичної енергії течії за рахунок в'язкого тертя або розсіювання теплових збуджень на тілі, що коливається, як при ламінарному, так і при турбулентному режимах течії рідини [82]. Для вимірювання дисипативних процесів в даній роботі використовується метод зануреного в надплинну рідину кварцового камертона, що коливається [82]. У цьому розділі наведені результати і аналіз вимірювань дисипації кінетичної енергії кварцового камертона, що коливається, при температурах від 0,1 К до 4,2 К, які були опубліковані в роботах [1, 3, 4]. На відміну від більш ранніх робіт, дослідження були проведені за допомогою кварцових камертонів з розмірами практично на порядок менш та з різними резонансними частотами (від 6 до 33 кГц). Це дозволило проаналізувати переходи між різними типами течії, особливо це відноситься до низькотемпературної частини гідродинамічного режиму течії і переходу до кінетичного режиму розсіювання. А також, завдяки своїм мініатюрним розмірам, а значить і малій масі самого камертона, використана методика дозволила спостерігати вплив частоти коливання на величину приєднаної маси гелія до камертона, що коливається.

#### **3.1. Дисипація кінетичної енергії осцилюючого тіла при різних частотах коливань**

Питання, пов'язані з дослідженням та ідентифікацією дисипативних процесів в рідкому гелії, залишаються маловивченими. Так, практично не досліджено, як впливає частота коливань на дисипативні процеси. Тому потрібно було дослідити вплив частоти коливань камертона на процеси дисипації їх енергії при визначенні коефіцієнта опору ламінарного потоку в широкому температурному інтервалі.

Використання методики кварцового камертона дозволило зробити висновок про властивості надплинного потоку в гелії і дисипативні процеси.

Були визначені механізми, відповідальні за дисипацію ламінарного потоку He II [44, 83]. Виявилось, що механізми дисипації сильно відрізняються в різних температурних інтервалах. Так, при температурі  $T > 0,7\text{K}$  основним дисипативним механізмом є в'язке тертя нормальній компоненти надплинної рідини о ніжки камертона, що коливаються. Встановлено також, що температурну залежність коефіцієнта опору потоку занурених в досліджувану рідину різних розмірів камертонів, що коливаються, можна описати за допомогою виразів для сили тертя, що виникає при осциляції циліндра, що знаходиться в цій рідині, при температурах аж до 3,5 K, тобто не тільки в надплинному, а й нормальному гелії.

При  $T < 0,6\text{K}$  складається цікава ситуація, коли довжина вільного пробігу теплових збуджень He II перевищує розміри камертона. В цьому випадку дисипація зумовлена балістичним розсіюванням збуджень на ніжках камертона. Перехід від гідродинамічного режиму течії до балістичного режиму розсіювання проявляється в зміні температурної залежності коефіцієнта опору:  $\lambda \sim T$  при  $T > 0,7\text{K}$  та  $\sim T^4$  для  $T < 0,6\text{K}$ .

### **3.1.1. Температурні залежності напівширини резонансної лінії та швидкості коливань від збуджуючої сили**

В експериментах використані п'ять кварцових камертонів, занурених у надплинний  $^4\text{He}$ , при тиску насиченої пари. Температура досліджуваної рідини визначалася за допомогою термометра опору  $\text{RuO}_2$ , розташованого всередині комірки і прокаліброваного за кристалізаційним термометром, заснованому на вимірюванні залежності тиску плавлення  $^3\text{He}$  від температури.

Спочатку визначалися постійні камертонів в вакуумі при температурі

близько 1 К. Потім в комірку конденсувався досліджуваний He II і визначалася критична швидкість переходу  $v_c$  від ламінарної течії до турбулентного для кожного камертона. Для цього вимірювали вольт-амперні характеристики (ВАХ) при декількох температурах досліджуваної рідини. Критична швидкість переходу до турбулентного режиму течії визначалася за зломом на залежності швидкості коливань ніжок камертона від збуджуючої сили. Типовий приклад таких залежностей наведено на рис. 3.1 для камертона K28, де суцільна лінія (лінійний режим,  $F \sim v$ ) відповідає ламінарній течії, а пунктирна лінія — турбулентному режиму течії, при якому  $F \sim v^2$ . В області температур нижче 0,5 К перехід до турбулентного режиму течії від ламінарного відбувається через проміжний режим [84] (штрихпунктирна лінія на рис. 3.1).

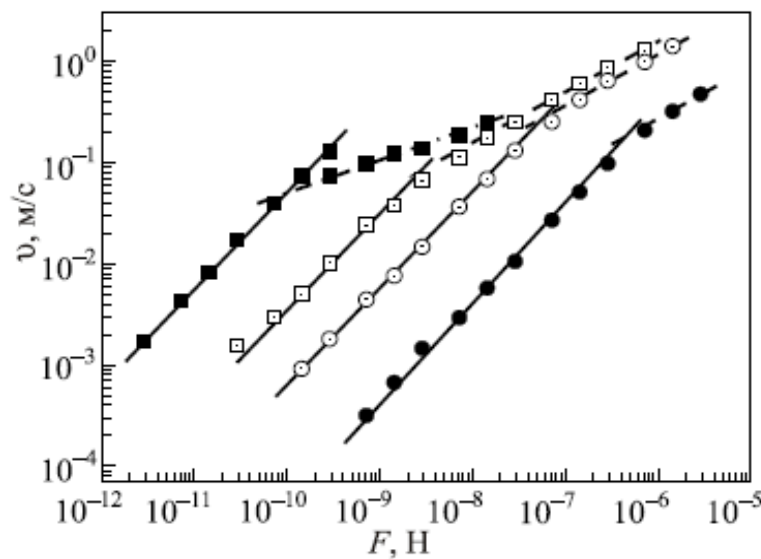


Рис. 3.1. Залежність швидкості коливань від збуджуючої сили для камертона K28 при різних постійних температурах  $T$ , К: 0,15 (■); 0,55 (□); 1,0 (●) та 3,3 (○).

В процесі плавної зміни температури як в сторону збільшення, так і зменшення (швидкість зміни температури становила 5–8 мкК/с) безперервно вимірювали АЧХ камертонів, з яких визначали ширини резонансів і будували температурні залежності ширини резонансних ліній використовуваних

камертонів. Для проведення вимірювань весь досліджуваний інтервал температур був розділений на три ділянки: а) 0,08–0,6 К; б) 0,6–1,5 К; в) 1,5 – 3,5 К. Кожен з температурних інтервалів відрізнявся величиною збуджуючої сили:  $7,17 \cdot 10^{-11}$  Н (а);  $7,17 \cdot 10^{-10}$  Н (б);  $1,43 \cdot 10^{-8}$  Н (в). При цих обраних значеннях збуджуючої сили швидкість коливань ніжок камертонів була нижче критичної по всьому зазначеному температурному інтервалі. Таким чином, вимірювання завжди здійснювалися при ламінарному режимі течії.

Крім дисипації, зумовленої тертям рідини на тих ніжках камертона, що коливаються, є додатковий механізм дисипації, пов'язаний з виникненням акустичних хвиль в рідині, на що витрачається кінетична енергія коливань ніжок. Це явище було виявлено і досліджено в [42, 83-88]. Виявилось, що при розмірах комірок, використовуваних в експериментах, акустичний механізм дисипації проявляється при частотах коливань камертона 32 – 100 кГц. Було встановлено, що акустичне випромінювання дає значний внесок в дисипативні процеси, хоча цей механізм дисипації може бути подавлений зменшенням розмірів області, заповненої рідиною, що оточує камертон, і в меншій мірі геометричними розмірами камертона.

Після визначення п'єзоелектричних постійних всіх використовуваних кварцових камертонів в комірку через лінію заповнення при температурі близько 0,6 К конденсувався  $^4\text{He}$ . При цьому резонансна частота кварцових камертонів зменшувалася в порівнянні з вакуумом, а ширина резонансу збільшувалася. Після закінчення конденсації комірка охолоджувалася за допомогою рефрижератора розчинення до 350 мК і вимірювалися амплітудно-частотні характеристики при тиску, близькому до тиску насиченої пари.

Ідентифікація різних дисипативних процесів в He II, заснована на визначенні температурної залежності коефіцієнта опору камертонів, що коливаються в He II, в умовах ламінарного режиму течії. Коефіцієнт опору можна було визначати двома способами: за вимірюваннями швидкості коливань та збуджуючої сили [68]. Останнє визначення коефіцієнта опору

свідчить про його пряму пропорційність до напівширини резонансу, яка, в свою чергу, зумовлена дисипативними процесами, що відбуваються при коливанні камертона і русі рідини, збудженому цими коливаннями. Завдяки такій пропорційності коефіцієнт опору є величиною, яка характеризує інтенсивність дисипативних процесів в системі.

Для визначення температурної залежності коефіцієнта опору використовувалися дані, отримані при безперервній зміні температури. На підставі цих даних визначали залежності для кожного камертона.

Первинні експериментальні дані наведені на рис. 3.2. Як видно з рис. 3.2, при температурах нижче 150 мК напівширини резонансних ліній для всіх досліджених камертонів практично не залежать від температури і виявляються близькими до значень, відповідним напівширинам, виміряним у вакуумі (див.  $\Delta f_v$  у табл. 3.1). По мірі збільшення температури і її наближення до 0,7 К  $\Delta f(T)$  для всіх камертонів, незважаючи на різні резонансні частоти, збігаються в межах точності вимірювань.

При  $T > 0,7$  К на залежностях  $\Delta f(T)$  з'являється максимум, а потім мінімум, причому ці екстремуми тим сильніше виражені, чим нижче резонансна частота. У камертона К29 з резонансною частотою в гелії  $\sim 32$  кГц екстремуми практично не помітні в масштабі рисунка.

Слід зазначити, що температурна залежність напівширини резонансу якісно однакова при температурах  $T > 1$  К для всіх камертонів, в той же час є кількісна відмінність: чим менша резонансна частота камертона, тим менша напівширина резонансної лінії.

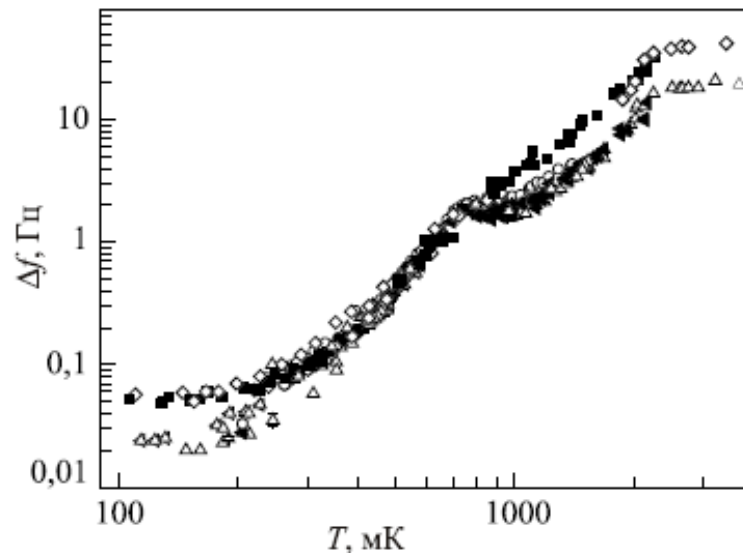


Рис. 3.2. Температурна залежність ширини резонансу використаних камертонів з різними резонансними частотами: K24 ( $\Delta$ ), K25 ( $\blacktriangleleft$ ), K26 ( $\circ$ ), K28 ( $\diamond$ ), K29 ( $\blacksquare$ ).

### 3.1.2. Визначення коефіцієнта опору і порівняння з теорією. Вплив частоти коливань на коефіцієнт питомого опору

При гідродинамічній течії основним дисипативним механізмом є в'язкісне тертя. Для порівняння експериментальних даних з теоретичними результатами були використані вирази для коефіцієнта опору при коливаннях циліндра у в'язкому середовищі. Ці вирази виявляються різними в залежності від співвідношення між глибиною проникнення в'язкої хвилі  $\delta_n = \sqrt{2\nu_n / \omega}$  та характерним розміром  $R$  тіла, що коливається, в даному випадку камертона (тут  $\nu_n$  – кінематична в'язкість He II,  $\omega = 2\pi f$ ). Якщо  $T > 1,2$  К, виконується умова  $\delta_n \ll R$ . При цьому коефіцієнт опору  $\lambda_i$  визначається виразом:

$$\lambda_i = \pi M L \rho_n \sqrt{2\nu_n \omega} \quad (3.1)$$

При більш низьких температурах  $\delta_n > R$  слід використовувати вираз (1.12). При проведенні розрахунків за (1.12) бралось постійне значення числа Рейнольдса  $Re = 0,02$ , яке в [44] призвело до найкращої згоди коефіцієнта опору, розрахованого з експериментальних даних, з розрахунковими

значеннями. Як показали оцінки, якщо обчислити число Рейнольдса, використовуючи певну експериментальну величину, взявши в якості характерного розміру ніжки камертона його ширину, виходять  $Re$  досить близькі до вказаного значення  $Re = 0,02$ . Такою відзнакою  $Re$  від  $Re = 0,02$  можна знехтувати, оскільки число Рейнольдса входить в (1.12) як аргумент логарифма. При балістичному режимі необхідно використовувати вираз, отриманий в межах кінетичного підходу (1.14).

Кількісний аналіз і порівняння (3.1), (1.12), (1.14) з експериментальними даними зручно проводити з використанням питомого коефіцієнта опору, нормованого на площу поперечного перерізу. При цьому при використанні (1.14) величину  $\lambda$  визначимо з використанням модифікованої напівширини резонансної лінії  $\delta f = \Delta f - \Delta f_0$ , що дозволяє виключити втрати енергії коливань, обумовлені внутрішнім тертям на самому камертоні. Заміна  $\Delta f$  на  $\delta f$  виявляється суттєвою при температурі нижче 400 мК.

Розрахункові і експериментальні дані для величини  $\lambda/S$  для камертонів з максимальною (32,7 кГц) і мінімальною (6,4 кГц) резонансними частотами показані на рис. 3.3.

Суцільні криві – розрахунок для відповідних камертонів. Як видно на рис. 3.3, експериментальні та розрахункові дані добре узгоджуються між собою. Деяке відхилення розрахунку від експериментальних даних є тільки при температурі  $T \approx 0,6 - 0,7$  К, що обумовлено переходом між гідродинамічним і балістичним режимами. Розкид експериментальних даних в низькотемпературної області є результатом неточності визначення  $\delta f$  і, як наслідок, обчислення  $\lambda/S$ .

Використаний підхід порівняння експериментальних і теоретичних даних дозволяє також проаналізувати частотну залежність коефіцієнта опору. На рис. 3.4 наведені експериментальні дані залежності  $\lambda/S(f)$  для постійних температур 2,2; 1,0; 0,5 та 0,2 К, крім того, показаний і теоретичний розрахунок з використанням виразу (3.1) при температурах 2,2 і 1,0 К, коли є гідродинамічний режим розсіювання, і вираз (1.14) для менших температур

(балістичний режим розсіювання теплових збуджень). Відзначимо, що в гідродинамічній області температур  $\lambda S \sim \sqrt{\omega}$  ( $T = 2,2$  К і  $T = 1$  К), а при балістичному розсіюванні залежність від частоти відсутня ( $T = 0,5$  К та  $T = 0,2$  К).

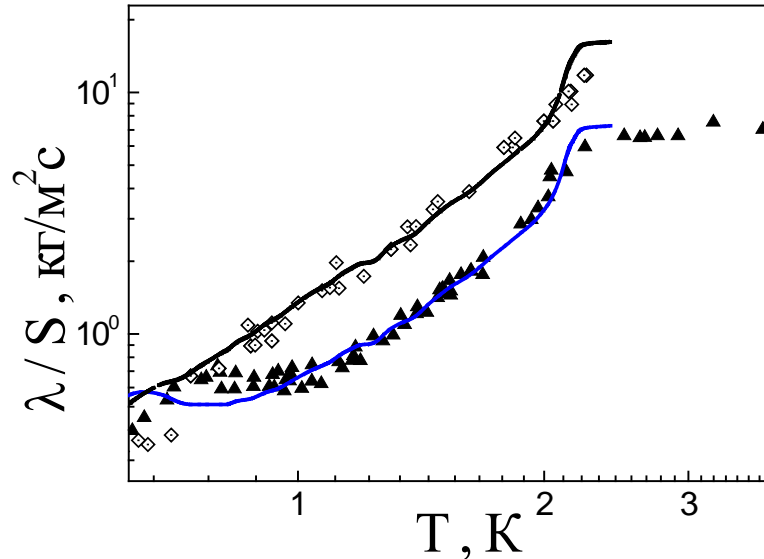


Рис. 3.3. Температурна залежність питомого коефіцієнта опору  $\lambda S$  для камертонів з резонансними частотами  $f$ , кГц: 32,7 ( $\diamond$ ) і 6,4 ( $\triangle$ ). Суцільна лінія – розрахунок за (3.1), (1.12), (1.14).

Можна сказати, що досліджений інтервал температур складається з трьох умовних ділянок:

- при  $T > 1,2$  К в області температур, відповідних гідродинамічному режиму течії рідини, виконується умова  $\delta_n \ll R$  та спостерігається залежність від частоти коливань  $\lambda S \sim \sqrt{\omega}$  в згоді з (3.1);

- у вузькому інтервалі  $0,6$  К  $< T < 1,2$  К режим тертя ще можна вважати гідродинамічним, що виходить на балістичний режим при зниженні температури. Тут глибина проникнення в'язкої хвилі стає порівнянною або більше характерного розміру камертона ( $\delta_n \geq R$ ), і залежність від частоти повинна зменшуватися аж до повного зникнення, коли реалізується ситуація, відповідна (1.12);



– при  $T < 0,6\text{K}$  реалізується балістичне розсіювання теплових збуджень камертона, що коливається, при цьому залежність дисипації енергії від частоти відсутня.

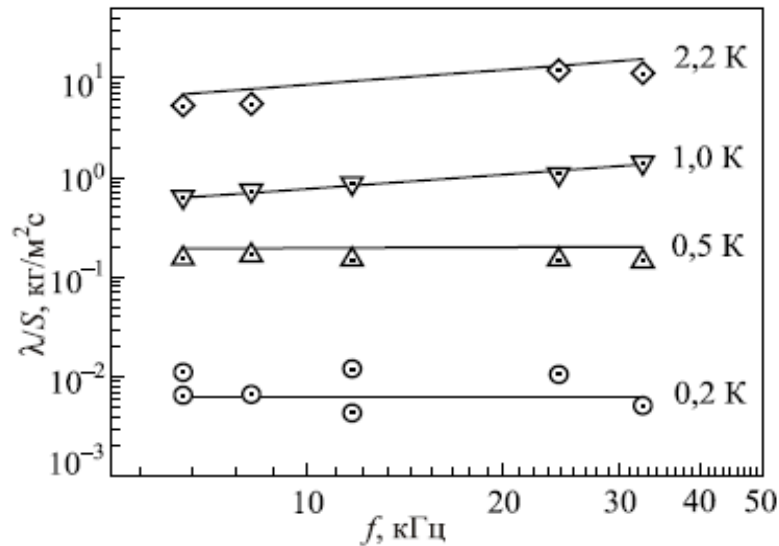


Рис. 3.4. Залежність питомого коефіцієнта опору від частоти для температур: 2,2 К – нормальний  $^4\text{He}$ , 1,0 К – гідродинамічний рух, 0,5 К та 0,2 К – балістичне розсіювання теплових збуджень. Суцільні лінії – розрахунок за (3.1), (1.12), (1.14).

### 3.1.3. Розмірний ефект

На залежності нормованого коефіцієнта опору від температури  $\lambda/S(T)$ , крім частотної залежності, повинна спостерігатися і залежність від розміру камертона. На рис. 3.5 і рис. 3.6 показані розрахункові температурні залежності для камертонів 6,4 кГц і 32 кГц відповідно.

Чим менше розмір, тим сильніше помітний вплив його на величину коефіцієнта опору тіла, що коливається, в гідродинамічній межі розсіювання. У нашому випадку, коли розмір зменшили в 10 разів ( $M=7,5$  мкм), то температура переходу від балістичного режиму розсіювання до гідродинамічного зменшилася на 1,5 мК, що практично не помітно.

Зі зменшенням розміру камертона перехід між режимами  $\delta_n \ll R$  і

$\delta_n \geq R$  чіткіше виражений, причому мінімум на кривій  $\lambda/S(T)$  зміщується в область більших температур.

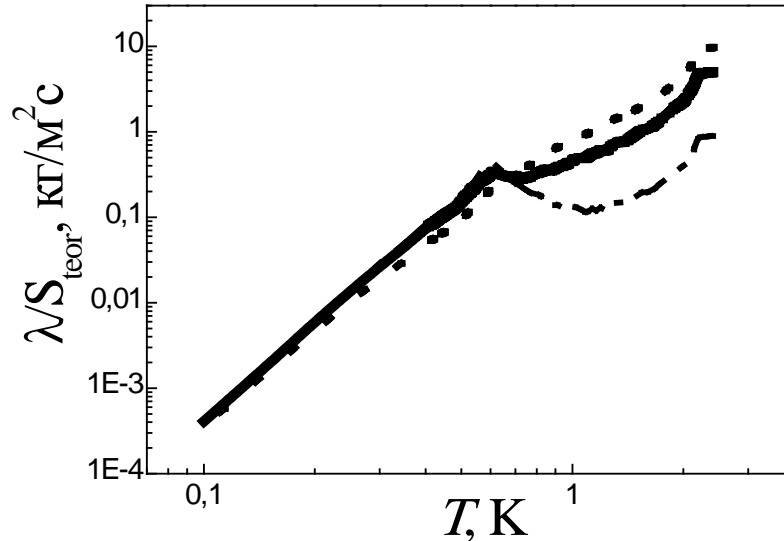


Рис. 3.5. Температурна залежність питомого коефіцієнта опору  $\lambda/S$  для камертона K24 ( $f=6,4$  кГц) з різними розмірами камертона. Суцільна лінія – розрахунок за (3.1), (1.13), (1.15). Пунктирна лінія –  $M=750$  мкм, збільшили розмір в 10 разів. Штрихпунктирна лінія –  $M=7,5$  мкм, розмір камертона зменшили в 10 разів.

На рис. 3.6 надана також залежність  $\lambda/S(T)$  для камертона з більшою резонансною частотою  $f=32,7$  кГц.

Зі зменшенням питомого коефіцієнту опору розмір камертона зменшується. Наприклад, для камертона з резонансною частотою 32,7 кГц при  $T = 2$  К, коли ширина ніжки камертона ( $M$ ) дорівнює 750 мкм, питомий коефіцієнт опору ( $\lambda/S$ ) буде дорівнювати 10,35 кг/м<sup>2</sup>с. При  $M = 75$  мкм –  $\lambda/S = 5,24$  кг/м<sup>2</sup>с, при  $M = 7,5$  мкм –  $\lambda/S = 0,91$  кг/м<sup>2</sup>с.

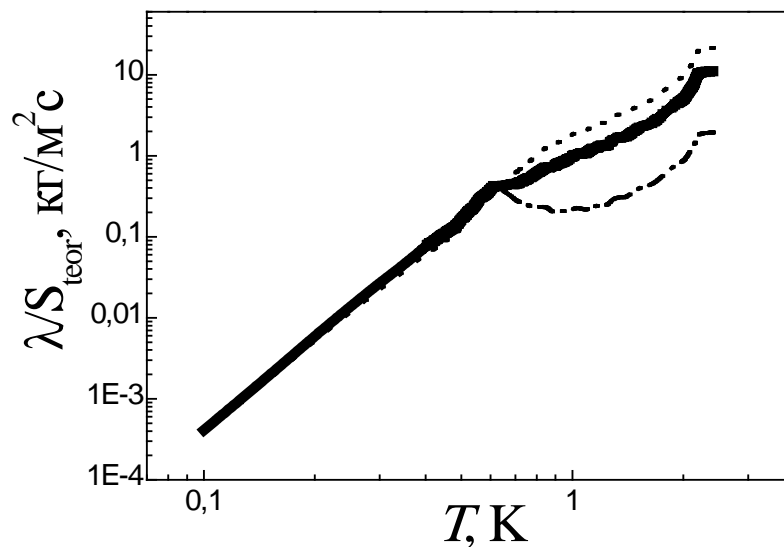


Рис. 3.6. Температурна залежність питомого коефіцієнта опору  $\lambda S$  для камертона K29 ( $f=32,7$  кГц) з різними розмірами камертона. Суцільна лінія – розрахунок за (3.1), (1.13), (1.15). Пунктирна лінія –  $M=750$  мкм, збільшили розмір в 10 разів. Штрихпунктирна лінія –  $M=7,5$  мкм, розмір камертона зменшили в 10 разів.

Порівнюючи величини  $\lambda S(T)$  обох рисунків, можна зробити висновок, що частотна залежність не така суттєва в порівнянні з залежністю від розміру тіла, що коливається, особливо цей ефект виражений при гідродинамічному розсіянні і малих розмірах.

### 3.2. Коефіцієнт приєднаної маси гелію

Використовуючи методику тіл, які коливаються, в основному досліджується дисипація кінетичної енергії коливань за залежністю швидкості коливань від сили або за шириною резонансної кривої.

Однією з важливих характеристик резонансних методів є резонансна крива. Її форма і частота резонансів залежить як від дисипації кінетичної енергії тіла, що коливається, так і від густини надплинної рідини, в яку тіло занурене, точніше від маси рідини, що захоплюється тілом (приєднана маса). Резонансна частота в основному визначається приєднаною масою рідини, що є важливою характеристикою коливального процесу. Вимірювання при коливаннях тіла, зануреного в He II, були проведені в [44, 68]. Однак до сих пір не було досліджено поведінку приєднаної маси при різних швидкостях коливання нижок камертона і не вивчався вплив температури і тиску на її величину при різних частотах і при  $T < 1$  К.

Будь-яке тіло, що коливається при ламінарному режимі, можна описати за допомогою рівняння:

$$v = \frac{F_0}{m} \frac{\omega}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \omega^2 \gamma^2}}, \quad (3.2)$$

де  $\gamma$  – коефіцієнт загасання.

Так як в надплинному гелії при високих температурах присутня в'язкість, обумовлена тертям нормальної компоненти, тобто частина рідини буде рухатися разом з тілом, що коливається, за рахунок тертя, товщина такого шару приблизно дорівнює глибині проникнення в'язкої хвилі. Маса цієї рідини і є приєднаною масою. В знаменнику формули (3.2) вираз під знаком кореня якраз і визначає приєднану масу. Як показано в [89], резонансна частота камертона, що коливається, і ефективна маса пов'язані емпіричним виразом:

$$\left( \frac{f_{0V}}{f_0} \right)^2 = \frac{m_q + m^*}{m_q} = 1 + \beta \frac{\rho V}{m_q} + B \frac{\rho_n S \delta}{m_q}, \quad (3.3)$$

де  $m^*$  – приєднана маса;  $\rho$  – повна густина і  $\rho_n$  – густина нормальної компоненти He II (в разі звичайних рідин або газів замість  $\rho_n$  використовується  $\rho$ );  $V$ ,  $S$  – об'єм і площа поверхні ніжки камертона,  $m_q$  – ефективна маса ніжки камертона і  $B$  – підгінна постійна, що залежить від геометрії.

Таким чином, виявляється, що в рівняння (3.3) входить маса  $m^* = m_0^* + m_\delta$ , де  $m_0^*$  – приєднана маса рідини,  $m_\delta = \rho_n S \delta$  – маса рідини в пристінковому шарі, який захоплюється ніжкою камертона, що коливається, за рахунок в'язкого тертя. Таким чином, відмінність  $m^*$  від  $m_0^*$  обумовлено присутністю в'язких сил [3, 4].

Для зіставлення експериментальних даних, отриманих за допомогою різних камертонів, вираз (3.3) можна привести до більш зручного вигляду [89]:

$$\left[ \left( \frac{f_{0V}}{f_0(T)} \right)^2 - 1 \right] \frac{m_q}{\rho V} = \beta \left[ 1 + \frac{B \rho_n S \delta}{\beta \rho V} \right] = \beta \left[ 1 + \frac{B}{\beta} \frac{m_\delta}{m_0} \right] \quad (3.4)$$

Перевага виразу (3.4) полягає в тому, що в лівій частині рівності знаходяться добре відомі величини ( $m_q$ ,  $\rho$ ,  $V$ ) і виміряні в експерименті частоти, а в правій частині – обидві невідомі підгінні постійні ( $\beta$  і  $B$ ) і  $\delta$ , які можна розрахувати за допомогою даних з робіт [32, 90].

Температурна залежність лівої частини виразу (3.4) наведена на рис. 3.7. Експериментальні дані отримані в ході декількох експериментів. Розкид експериментальних даних в основному залежить від точності вимірювання частоти. На рисунку видно, що від експерименту до експерименту відносна зміна частоти складає  $\pm 2 \cdot 10^{-4}$ , що призводить до помилки визначення величини, яка стоїть в правій частині рівняння, на рівні  $\pm 1\%$ . Крім того, на результат вимірювань може вплинути залишковий тиск в комірці перед початком її охолодження і стабільність роботи рефрижератора розчинення. На рис. 3.7 видно, що при  $T > 1$  К досліджувана величина збільшується з температурою приблизно на 10 % при зростанні від  $T$  до  $T_\lambda$ .

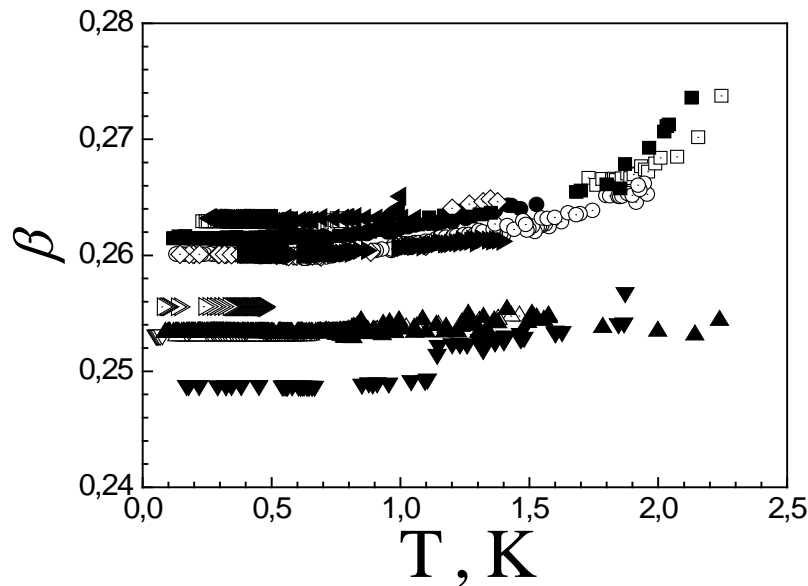


Рис. 3.7. Температурні залежності  $[(f_{0V}/f_0(T))^2 - 1](m_q/\rho V)$  для різних камертонів, отримані в різних експериментах: K24 (■, ●); K25 (□, ○, ◇); K26 (►, ◄); K28 (△, ▽); K29 (▲, ▼).

При  $T < 1$  К для різних камертонів обидві частини рівності (3.4) перестають залежати від температури. Причиною є те, що другий доданок в квадратних дужках правої частини виразу (3.4), що визначається в'язким тертям, будучи завжди менше 1, сильно зменшується зі зменшенням  $T$ , тобто  $m_\delta \rightarrow 0$  за рахунок швидкого зменшення  $\rho_n$  з температурою ( $\rho_n \sim T^4$ ). Крім того, при  $T < 0,7$  К настає балістичний режим розсіювання теплових збуджень в надплинній рідині [3, 32, 35, 44], і поняття гідродинамічної в'язкості (третій доданок правої частини (3.3)) втрачає фізичний зміст, залишаючись справедливим тільки в гідродинамічній межі ( $T > 0,7$  К). Таким чином, експериментальні дані при  $T < 0,7$  К дають можливість визначити постійну величину  $\beta$ . Для ідеальної рідини, як і для He II при  $T \rightarrow 0$ , постійна  $\beta$  є коефіцієнтом приєднаної маси. Як показали результати вимірювань, в залежності від частоти камертона при  $T < 0,7$  К величина  $\beta$  змінюється від 0,263 для камертона з частотою основної моди  $f_0 = 6,6$  кГц до 0,249 для камертона з  $f_0 = 33$  кГц. Відзначимо, що в табл. 2 роботи [86] при  $T > 1,5$  К наведені експериментально визначені значення  $\beta = 0,265$  для камертонів з

$f_0 = 6,757$  кГц та  $\beta = 0,243$  для  $f_0 = 159,361$  кГц. Зауважимо, що в роботі [89] для камертонів великих геометричних розмірів і  $f_0 = 31,95$  кГц, виміряних тим же способом, що і в даній роботі, величина  $\beta = 0,2$ . Таким чином, вимірювання, наведені в цій роботі, добре узгоджуються з даними робіт [86, 89].

### 3.2.2. Залежність коефіцієнта приєднаної маси від резонансних частот камертона

Коефіцієнт приєднаної маси можна вимірювати при досить низькій постійній температурі і різних значеннях тиску рідини. У цьому випадку зі збільшенням тиску зростає густина  ${}^4\text{He}$ , але при цьому густина має залишатися постійною в області  $T < 0,7$  К, що входить до визначення  $\beta$ , однаково залежать від тиску. У даній роботі при  $T = 365$  мК були проведені вимірювання резонансних частот камертонів, з яких можна визначити  $\beta$  в широкому діапазоні тисків від 1 до 24,8 атм. Отримані залежності  $\beta(P)$  наведені на рис. 3.8. Усереднене значення  $\beta$  для кожного камертона показано пунктирною лінією. Для камертонів K26 та K28 дані різних наших експериментів добре збігаються між собою. Точність значень  $\beta$ , визначених із залежності від тиску, на порядок вище, ніж визначених із температурних залежностей, і становить  $\pm 0,1\%$ . Крім того, на рис. 3.8 видно, що для всіх камертонів з різними резонансними частотами при низькому тиску спостерігається зростання коефіцієнта приєднаної маси. Така поведінка є несподіваною, незрозумілою і вимагає додаткових досліджень.

Виявлена в експериментах цієї роботи залежність коефіцієнта приєднаної маси від частоти коливань ніжок камертона, наведена на рис. 3.9. На рис. 3.9, для даних, визначених на підставі температурної залежності, наведеної на рис. 3.7, показана максимальна помилка, яка спостерігається від експерименту до експерименту. Для усереднених даних, що визначаються із залежності  $\beta(P)$ , помилка порядку розміру точки.

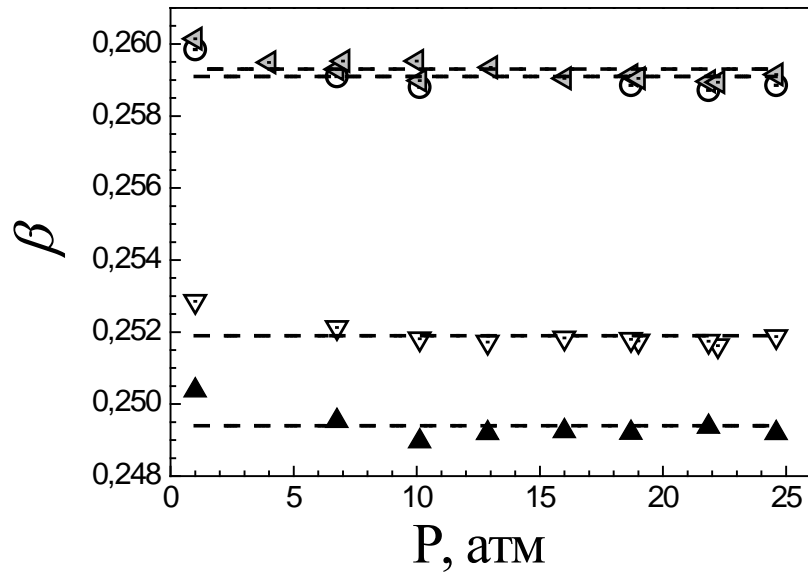


Рис. 3.8. Залежність коефіцієнта приєднаної маси від тиску для камертонів з різною резонансною частотою: K25 (▲); K26 (○); K28 (◁); K29 (▽). Пунктирні лінії – усереднене значення за всіма тискам для кожного камертона.

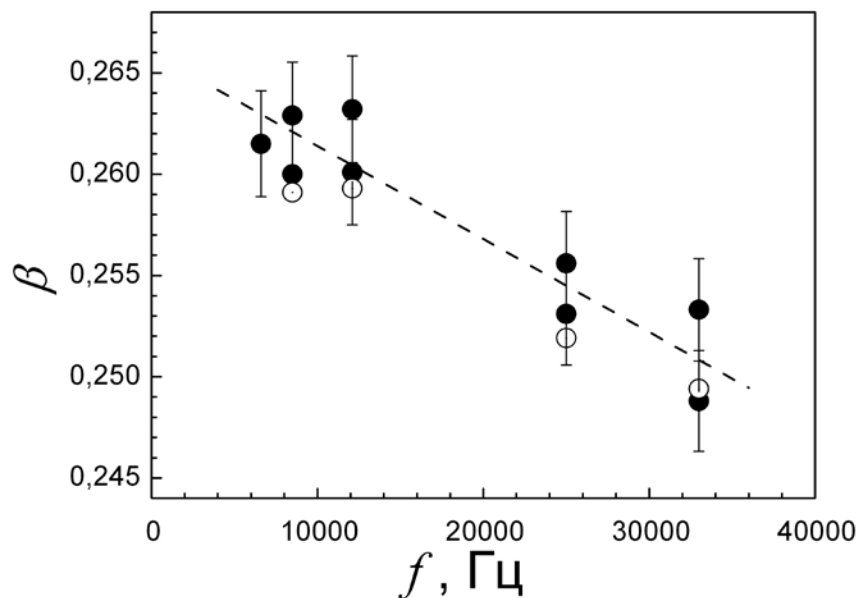


Рис. 3.9. Частотні залежності коефіцієнта приєднаної маси, визначені з температурної залежності (●) та залежності від тиску (○). Пунктирна лінія проведена за температурними експериментальними даними.

На рис. 3.9. видно, що коефіцієнт приєднаної маси зменшується зі



збільшенням частоти. Така частотна залежність коефіцієнта  $\beta$  в даний час не має пояснення. Можна припускати, що вона може бути пов'язана з впливом прискорення в даному інтервалі частот на величину приєднаної маси.

## Висновки

У розділі 3 були зроблені наступні висновки:

1. Вперше виміряна температурна залежність коефіцієнта питомого опору кварцових камертонів, що коливаються, з різними резонансними частотами, занурених в He II. Показано, що в гідродинамічній області температур коефіцієнт питомого опору зменшується з частотою і температурою. У цій області температур залежність приєднаної маси визначається глибиною проникнення в'язкої хвилі і зменшується з температурою.
2. У балістичній області температур коефіцієнт питомого опору визначається температурною залежністю густини нормальної компоненти і не залежить від частоти.
2. У цій області температур резонансна частота коливань камертона визначається масою рідини, що приєднується та коефіцієнт приєднаної маси зменшується зі збільшенням частоти.
3. Вимірювання резонансних частот в залежності від тиску дозволяють визначати коефіцієнт приєднаної маси з точністю майже на порядок вище, ніж при визначенні з температурних залежностей.

## РОЗДІЛ 4. ОСОБЛИВОСТІ КВАЗІЛАМІНАРНОЇ ТЕЧІЇ В НАДПЛИННОМУ ГЕЛІЇ

У випадку ламінарної течії основним механізмом дисипації є в'язкісне тертя рідини об поверхню тіла, що коливається при температурах вище 0,7 К. При більш низьких температурах (балістичний режим) роль основного дисипативного механізму відіграє розсіювання теплових збуджень надплинного гелію на поверхні тіла [44, 90, 91].

Зі збільшенням швидкості течії рідини до значень, що перевищують критичну швидкість  $\nu_c$ , відбувається перехід від ламінарної течії до турбулентної, яка характеризується швидким зростанням густини квантованих вихрів. У цих умовах основним дисипативним процесом, мабуть, повинно стати взаємне тертя, обумовлене розсіюванням теплових збуджень на квантованих вихрах. При зниженні температури і зменшенні густини нормальної компоненти зростання швидкості турбулентного режиму течії супроводжується процесами утворення квантованих вихрів і пучків з практично паралельних вихрових ниток, перехресністю вихрів і окремих вихрів всередині і поза пучків, утворенням вихрових кілець, виникненням нелінійних хвиль Кельвіна, що супроводжується випромінюванням високочастотних фононів. Все це призводить до додаткових механізмів дисипації.

Також є область квазіламінарної течії, в якій починає зароджуватися турбулентність. Перехід ламінарного режиму течії рідини в квазіламінарний пов'язаний з втратою стійкості ламінарного руху при накладанні на нього малих збурень у вигляді двовимірних коливань, що поширюються в напрямку основної течії.

Саме за допомогою методу кварцового камертона, що коливається, в області температур  $T < 0,6$  К був виявлений режим течії рідини, проміжний між ламінарним і турбулентним [84]. При  $T \sim 10$  мК та  $\nu \geq \nu_c$  досліджувалися стійкість і часи життя ламінарного і турбулентного режимів течії [92, 93]. В процесі вимірювань спостерігався цікавий ефект «метастабільності», тобто

можна було спостерігати квазіламінарний режим течії поблизу ніжок камертона при швидкостях  $v \geq v_c$ . Після закінчення деякого характерного часу ( $10 - 10^3$  с) така квазіламінарна течія руйнувалася і відбувався перехід до турбулентної течії.

Можливість існування квазіламінарної течії рідини викликає питання про механізми дисипації енергії при таких великих швидкостях, коли режим течії нестійкий і має тенденцію переходу в турбулентну течію. Дослідження дисипативних процесів при ламінарному режимі течії гелію нами були проведені раніше для сталого ламінарного режиму у випадку  $v \geq v_c$  [2]. У той же час відомості про такі процеси у режимі квазіламінарної течії при швидкостях  $v \geq v_c$  відсутні.

#### 4.1. Перехід від ламінарного режиму течії до турбулентного режиму

Дослідження проводилися при низьких температурах, коли густина нормальної компоненти надплинного гелію дуже мала,  $\rho_n \rightarrow 0$ . Температури експерименту становили 140 і 150 мК. Ці температури обрані з двох основних причин. По-перше, у даній області температур густина нормальної компоненти становила  $\sim 5 \cdot 10^{-6}$  % від загальної густини досліджуваного гелію. По-друге, при  $T = 140 - 150$  мК, згідно з оцінками [2], основним каналом дисипації енергії камертона, що коливається, є процеси внутрішнього тертя у самому камертоні. Ефективна амплітуда внутрішньої сили тертя при цьому виявляється приблизно у сім разів більше відповідної сили тертя камертона в рідині, що призводить до дисипації енергії при русі камертона у He II. Таким чином, при проведенні вимірювань у зазначеному температурному інтервалі виникає ситуація, коли дисипативні процеси визначаються відповідними процесами у самому камертоні. Зауважимо, що при ламінарному режимі течії, як відомо, амплітуда сили, що збуджує течію рідини при коливаннях ніжок камертона, пропорційна амплітуді швидкості течії,  $F \sim v$ . Поява будь-якого нового дисипативного механізму з іншою

залежністю амплітуди сили від амплітуди швидкості може бути виявлена, якщо його внесок перевищує внесок від дисипації, пов'язаної з внутрішнім тертям у рідині, оскільки точності наших вимірювань амплітуди сили ( $\sim 3 \cdot 10^{-12}$  Н) досить для встановлення такого вкладу на фоні вкладу від власної дисипації у камертоні.

В експериментах використано кварцовий камертон K28 (позначення таке ж, як у [1]). Резонансна частота камертона становила  $f_{\text{vac}} = 24983,71$  Гц, напівширина резонансу  $\Delta f_{\text{vac}} = 0,035$  Гц. Ці величини були визначені з амплітудно-частотних характеристик (АЧХ) камертона, знятих у вакуумі при температурі нижче 1 К. Використовуючи виміряне у вакуумі значення постійної камертона  $a = 8,7 \cdot 10^{-7}$  Кл/м, визначали амплітуду швидкості коливань ніжок камертона  $v = I_0/a$  і амплітуду збуджуючої сили  $F_0 = aU_0/2$ . Приклад АЧХ, побудованої у вигляді залежності швидкості коливань від частоти для  $F_0 = 3,76 \cdot 10^{-11}$  Н при ламінарному режимі течії, наведено на рис. 4.1. На рисунку показані вимірювані активна ( $Re$ ) і реактивна ( $Im$ ) частини швидкості.

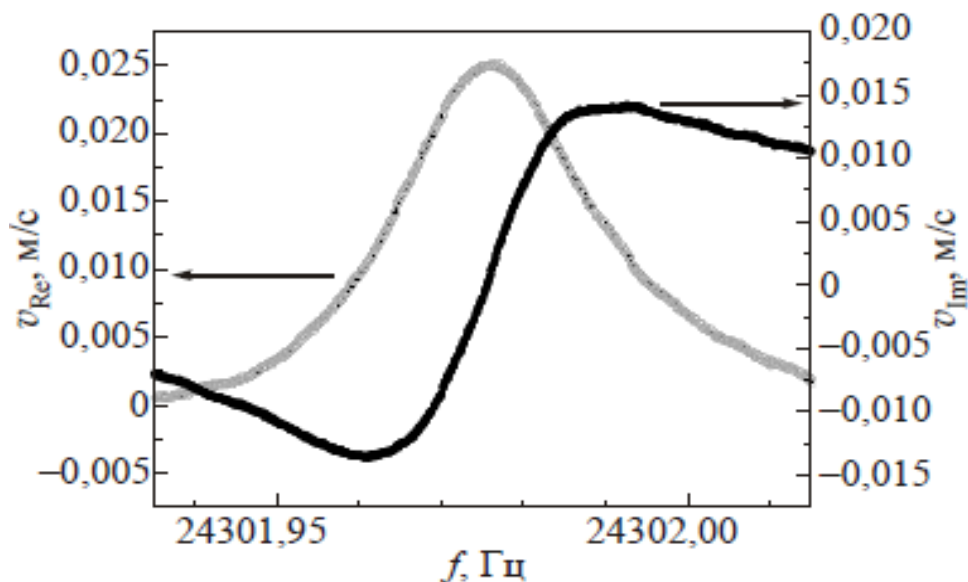


Рис. 4.1. Амплітудно-частотна характеристика кварцового камертона при збуджуючій силі  $F_0 = 3,76 \cdot 10^{-11}$  Н і  $T = 140$  мК. Зліва – шкала для активної і праворуч – для реактивної складової сигналу, перераховані у одиницях швидкості.

В процесі вимірювань АЧХ абсолютна величина ефективної амплітуди сили, що збуджує коливання ніжок камертона, залежить від частоти і змінюється від нуля до значення  $F_0$ , заданого генератором при резонансній частоті. Використовуючи результати [86], вираз для ефективної амплітуди сили можна записати у вигляді:

$$F_{eff} = F_0 \frac{\gamma\omega}{\left[(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2\omega^2\right]^{1/2}}, \quad (4.1)$$

де  $\gamma = 2\pi\Delta f$  – коефіцієнт загасання, пропорційний напівширині резонансної лінії,  $\omega$  і  $\omega_0 = 2\pi f_0$  – поточна і резонансна частоти камертона, зануреного у Не II, відповідно. Цей вираз справедливий тільки при ламінарному режимі течії.

При збуджуючих силах  $F \geq 5,7 \cdot 10^{-11}$  Н і швидкостях  $v \geq 0,046$  м/с наставав нелінійний режим і на АЧХ з'являлися особливості у вигляді різких падінь і збільшень амплітуди сигналу (амплітуди швидкості коливань). Приклади таких амплітудно-частотних характеристик наведені на рис. 4.2.

Якщо збуджуюча сила  $F_{eff} \leq 1,3 \cdot 10^{-10}$  Н і швидкість коливань камертона знаходиться у інтервалі  $0,046 \text{ м/с} < v < 0,054 \text{ м/с}$ , то спостерігаються численні стрибки швидкості (рис. 4.2 (а)). Така ж поведінка швидкості була зареєстрована у інтервалі  $0,0515\text{--}0,0534 \text{ м/с}$  у роботі [93], де режим течії з цими швидкостями був названий областю квазістійкої потенційної течії і нестабільної турбулентної течії і де, на думку авторів, відбуваються різкі переходи від ламінарного потенційного режиму течії до турбулентного режиму і навпаки, причому такі переходи відбуваються протягом тривалого періоду часу. Так як у нашому експерименті частота у процесі вимірювань збільшувалася, то і при  $\omega \leq \omega_0$  збільшувалася ефективна амплітуда сили, що збуджує коливання ніжок камертона.

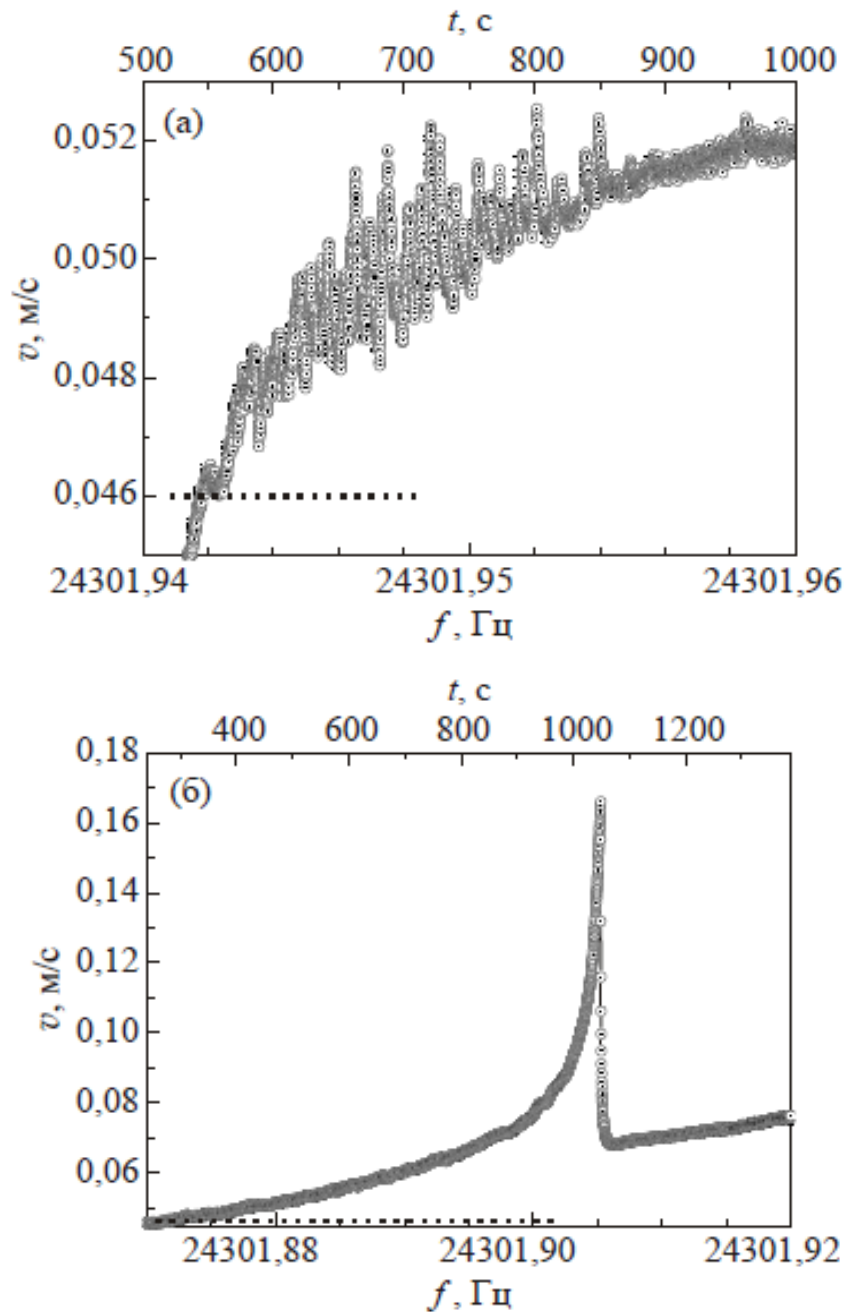


Рис. 4.2. Амплітудно-частотні характеристики для двох амплітуд збуджуючих сил:  $1,12 \cdot 10^{-10}$  Н (а) і  $3,76 \cdot 10^{-10}$  Н (б). Верхня вісь абсцис – час вимірювань. Пунктирна лінія  $v^* = 0,046$  м/с.

При досягненні певного значення амплітуди сили, відповідного амплітуді швидкості коливань камертона  $\sim 0,054$  м/с, особливості на АЧХ, пов'язані з безперервними переходами між ламінарним і турбулентним течіями, зникають.

При амплітудах ефективних збуджуючих сил, помітно більших, ніж

амплітуда сили, що відповідає рис. 4.2(а), спостерігається різке зменшення кількості стрибків аж до одного. АЧХ, типова для таких амплітуд сил, показана на рис. 4.2(б). У міру наближення частоти до  $\omega = \omega_0$ , коли  $F_{eff}$  наближається до максимального значення  $F_0$ , частотна залежність амплітуди швидкості стає все більш різкою. При досягненні амплітуди швидкості коливань, що відповідає піку на рис. 4.2(б), ламінарний режим течії втрачає стійкість і відбувається перехід до стійкого турбулентного режиму.

Необхідно мати на увазі, що при великих значеннях амплітуди сили, що збуджує коливання камертона, описаний спосіб вимірів не дозволяє точно визначити резонансну частоту камертона. Тому виникає деяка невизначеність у визначенні  $F_{eff}$  та помилка вимірювань, яка зростає зі збільшенням  $F_0$ . Нестійкість режиму течії може виникати при частоті  $\omega < \omega_0$  (при амплітуді, меншій за амплітуду, що відповідає резонансній частоті), при цьому сила  $F_{eff}$  відрізняється від  $F_0$  і визначається (4.1). При вимірах достовірними вважалися дані, для яких виконувалася умова, що встановлене значення  $F_{eff}$  при частоті, яка відповідає максимуму швидкості, що реєструється, відрізнялося від  $F_0$  у межах не більше 32%.

Після отримання серії АЧХ, знятих при постійній температурі і різних збуджуючих напругах, визначали залежність  $\nu(F_0)$  при частоті, що відповідає максимуму швидкості. Таким чином, кожній АЧХ відповідає одна точка при  $\nu < 0,046$  м/с та дві точки при  $\nu > 0,046$  м/с на залежності  $\nu(F_0)$ . Причому, якщо  $\nu > 0,046$  м/с, одна з точок визначається максимумом амплітуди швидкості і відповідає квазіламінарному режиму течії, а друга точка – наступного за максимумом мінімуму амплітуди швидкості, що спостерігається після настання турбулентного режиму (рис. 4.2).

Типова залежність для  $\nu(F_0)$ , отриманих у різних експериментах для температур 140 мК і 150 мК, наведена на рис. 4.3. З рис. 4.3 видно, що експериментальні дані для обох температур добре узгоджуються. При малих амплітудах швидкості коливань камертона ( $\nu = \nu^* \leq 0,046$  м/с) спостерігається лінійний режим течії з залежністю  $F \sim \nu$ , який визначається дисипативними



процесами у камертоні. Експериментальні точки добре вкладаються на суцільну лінію – розрахунок за формулою  $F_0 = \lambda \nu$ , де  $\lambda_q = 1,32 \cdot 10^{-9}$  кг/с – власний коефіцієнт опору у вакуумі. При великих амплітудах швидкості коливань камертона спостерігається два типи течії. Один з них близький до лінійного (дані позначені кружками, як і при швидкостях, менших 0,046 м/с). Амплітуди швидкості, відповідні цьому режиму, визначаються максимумом на рис. 4.2(б), що відповідає квазіламінарному режиму течії [93]. Другий режим, позначений трикутниками, відповідає мінімуму амплітуди швидкості на рис. 4.2(б), яка реєструється після розпаду квазіламінарного режиму течії і виникнення турбулентного.

На рис. 4.3 видно, що при квазіламінарній течії зі збільшенням  $F_0$  до  $F_0 > (3-4) \cdot 10^{-11}$  Н з'являється помітне, більше експериментальної помилки, відхилення від лінійної залежності, і експериментальні дані добре описуються залежністю  $F_0 = \lambda_q \nu + 4,62 \cdot 10^{-8} \nu^3$ . Цей факт свідчить про появу додаткової сили тертя, пропорційної  $\nu^3$ , можливу природу якої обговоримо нижче. Як вже зазначалося, при швидкостях течії  $\nu > 0,15$  м/с, коли  $F_{eff}$  відрізнялася від  $F_0$  більш ніж на 32%, що відповідає розміру точки на рис. 4.3, експериментальні дані вважалися недостовірними, і на рис. 4.3 не наведені.

На рис. 4.3 також видно, що турбулентна течія, яка виникає після розпаду квазіламінарного режиму течії (трикутники), має виражену ступеневу залежність  $F_0(\nu)$  і описується виразом  $F_0 = 9,2 \cdot 10^{-7} \nu^3$ . Раніше у [84] при  $T < 0,7$  К спостерігалася залежність  $F_0 \sim \nu^\alpha$ ,  $\alpha > 2$ , що можна вважати проявом перехідного режиму між ламінарним і турбулентним режимом течії (при турбулентній течії  $F_0 \sim \nu^2$ ). Перетин пунктирної лінії з суцільною на рис. 4.3 відбувається при  $\nu = \nu^* = 0,046$  м/с. Слід підкреслити, що ця характерна амплітуда швидкості не є критичною амплітудою швидкості для

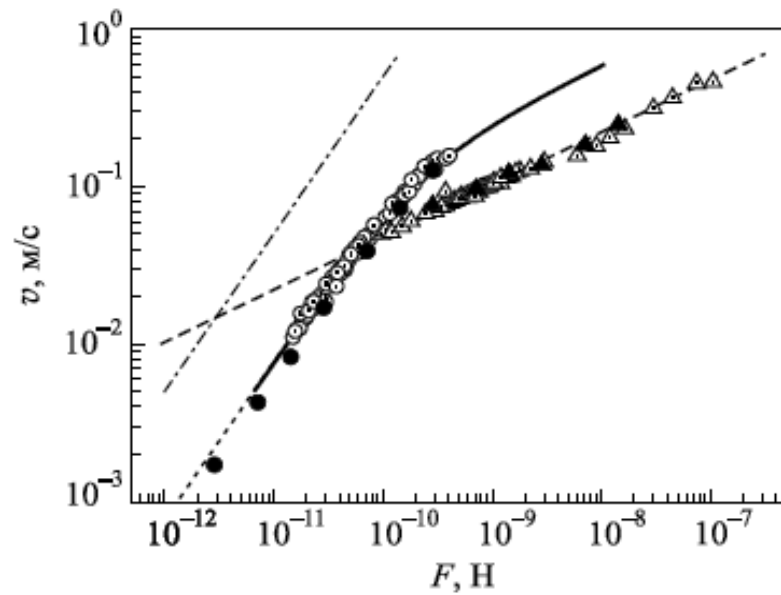


Рис. 4.3. Залежність амплітуди швидкості коливань ніжок камертона від амплітуди збуджуючої сили для двох температур  $T$ , мК: 150 (●,▲) і 140 (○,△).

переходу між ламінарним і турбулентними режимами течії. Її слід трактувати як амплітуду швидкості, при якій власні дисипативні втрати камертона порівнюються з дисипативними втратами кінетичної енергії коливань камертона у турбулентному режимі течії рідини.

На рис. 4.3 штрихпунктирна лінія описує лінійну залежність  $F_0 \sim v$  з коефіцієнтом опору, відповідним нульовому внеску внутрішнього тертя у камертоні, тобто  $F_0 = \lambda_{HE II} v$ , де  $\lambda_{HE II} = 2 \cdot 10^{10}$  кг/с – коефіцієнт опору.

Амплітуда швидкості квазіламінарної течії, при якій відбувається перехід до турбулентної течії, залежить від того, наскільки швидко ця амплітуда швидкості змінюється у процесі вимірювань. Даний ефект ілюструє рис. 4.4, на якому наведена залежність амплітуди швидкості переходу  $v$  від похідної  $dv/dt$ . Значення похідної амплітуди швидкості за часом визначалося у момент часу, що безпосередньо попередній переходу від квазіламінарної течії до турбулентної.

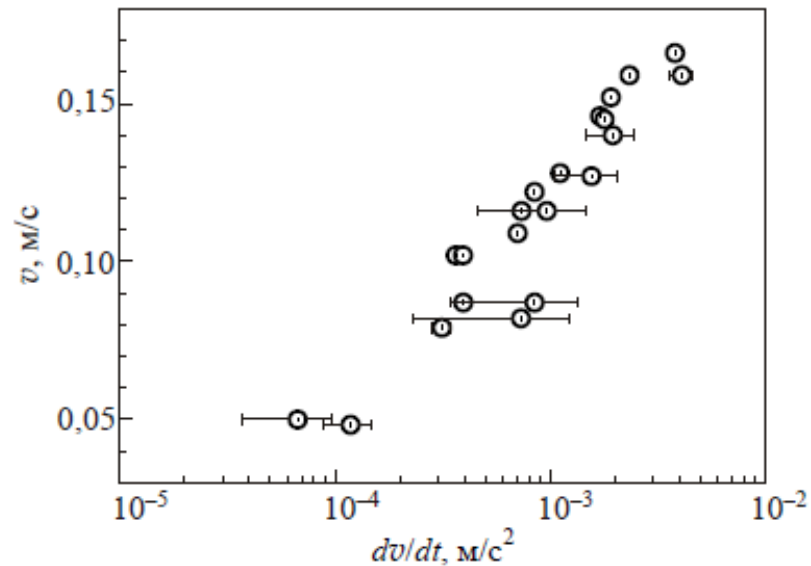


Рис. 4.4. Залежність максимальної амплітуди швидкості коливань камертона від її похідної за часом у режимі квазіламінарної течії.

На рис. 4.4 видно, що чим швидше з часом збільшується  $v$ , тим при більшій амплітуді швидкості коливань камертона відбувається перехід до турбулентної течії.

При швидких змінах амплітуди швидкості, окрім помилки 32%, обумовленої неточністю визначення  $F_{eff}$ , з'являється додаткова помилка вимірювань амплітуди швидкості коливань камертона через скінченність часу запізнювання вимірюваної амплітуди швидкості, причому чим вище добротність камертона, тим більше час запізнювання.

Час встановлення стаціонарного значення амплітуди швидкості при температурі 140 мК становить трохи менше 40 с, при цьому через 12 секунд після початку зміни амплітуди швидкості похибка її визначення виявляється близько 10%.

## 4.2. Дисипативні процеси при слабко турбулентній течії надплинного гелію. Сила взаємного тертя

Відхилення залежності амплітуди сили від амплітуди швидкості від лінійного закону  $F \sim v$  свідчить про появу у He II додаткового механізму дисипації, відмінного від обумовленого внутрішнім тертям у камертоні. Щоб оцінити внесок додаткової амплітуди сили тертя, знайдемо для заданого значення амплітуди швидкості різницю між силою, яка вимірюється у експерименті, і силою, яка визначає внутрішнє тертя у камертоні ( $F_0 = \lambda_q v$ ). На рис. 4.5 наведена залежність цієї надлишкової амплітуди сили тертя  $F^*$  від амплітуди швидкості коливань камертона (○). Як видно з рисунка, при швидкостях коливання  $v \leq 0,03$  м/с розкид даних можна порівняти з помилкою вимірювання сили  $F_0$  в експерименті ( $\sim 3 \cdot 10^{-12}$  Н). При більших амплітудах швидкості течії помилка вимірювань залишається такою ж, але з ростом амплітуди швидкості з'являється внесок у помилку за рахунок похибки визначення  $F_{eff}$ , а також, як зазначалося раніше, через досить великий час релаксації системи на вплив зовнішньої сили. Так, при  $v \approx 0,16$  м/с значення, показане на рис. 4.5 чорним кружечком, має максимально допустиму нами помилку 32% за  $F_{eff}$  і 10% за  $v$ , яка показана «вусами».

Як добре відомо [94-96], додаткова дисипація у потоці He II може бути викликана силою взаємного тертя, що з'являється за рахунок балістичного розсіювання теплових збуджень у надплинній рідині на квантованих вихрах [97]. В діапазоні досліджуваних нами температур тепловими збудженнями є фонони.

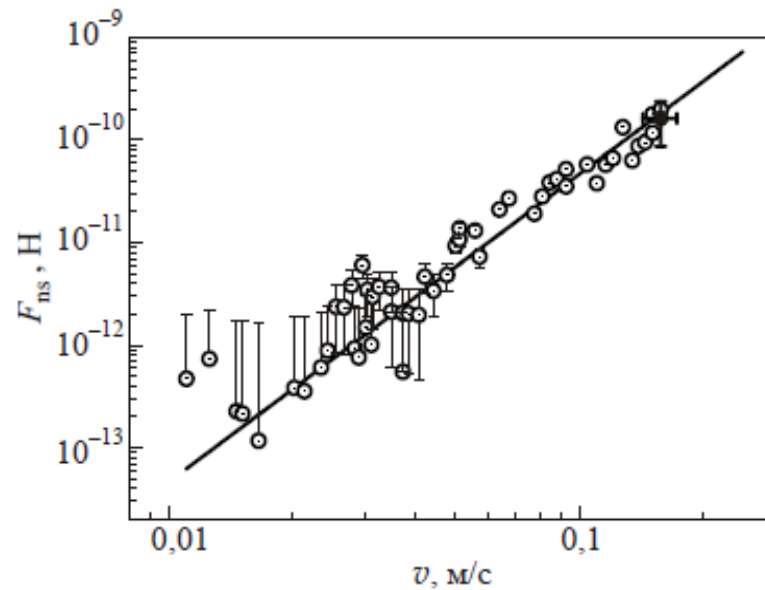


Рис. 4.5. Надлишкова сила тертя, зумовлена додатковим механізмом дисипації, що з'являється при квазіламінарній течії.

Згідно з результатами [98], силу тертя, що виникає при русі фононів відносно вихрової лінії, можна записати у вигляді:

$$F_{sn} = -n_L k \rho_s \alpha v_{sn} + n_L k \rho_s \alpha' [z \times v_{sn}] \quad (4.2)$$

де  $\rho_s$  – густина надплинної компоненти;  $k = 9,8 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$  – квант циркуляції;  $v_{sn}$  – відносна швидкість надплинної і нормальної компонент;  $\alpha$ ,  $\alpha'$  – коефіцієнти взаємного тертя, що залежать від температури;  $z$  – одиничний вектор уздовж напрямку вихру. Перший член в (4.2) визначає дисипації у системі при течії потоку, а другий член не робить внесок у дисипацію, обумовлену розсіюванням теплових збуджень на квантованих вихрах з густиною  $n_L$ . Зауважимо, що в стаціонарних умовах, коли швидкість росту густини вихрів і швидкість їх розпаду рівні,  $n_L \sim v_{sn}^2$  [96]. Якщо швидкістю нормальної компоненти можна знехтувати, то швидкість потоку He II збігається зі швидкістю надплинної компоненти  $v_s$ , яка при цьому збігається зі швидкістю коливань ніжок камертона. У цьому випадку, як це впливає з (4.2), сила взаємного тертя  $F_{ns} \sim v_s^3$ .

На рис. 4.5 суцільною лінією показана залежність, яка добре описує

отримані експериментальні дані і збігається з апроксимацією, показаною точковою лінією на рис. 4.3. Таким чином, додаткова дисипація енергії при квазіламінарному режимі течії, мабуть, обумовлена силою взаємного тертя квантованих вихрів і теплових збуджень. Необхідно зауважити, що і турбулентна течія з амплітудами швидкості, показаними на рис. 4.3 трикутниками, описується такою ж залежністю. Це свідчить про однакову природу розсіювання кінетичної енергії в обох режимах течії He II. Однак ці режими можуть відрізнятися значенням густини квантованих вихрів. На рис. 4.3 видно, що густина вихрів, яка входить в коефіцієнт пропорційності між силою і кубом амплітуди швидкості при турбулентному режимі, значно більша, ніж при квазіламінарному режимі, а сама залежність густини квантованих вихрів є квадратичною від амплітуди швидкості.

Для детального аналізу даної проблеми необхідні додаткові дослідження в широкому інтервалі температур.

Повернемося до рис. 4.3, де проведена екстраполяція амплітуди швидкостей турбулентного режиму (пунктирна лінія) до штрихпунктирної лінії, відповідної залежності  $F_0 \sim v$ , проведеної в припущенні про відсутність внутрішнього тертя в камертоні. Точка перетину відповідає амплітуді швидкості в кілька разів меншої швидкості  $v^*$ . Можна припустити, що точка перетину кривих відповідає критичній амплітуді швидкості. Але інтенсивний розвиток турбулентності може починатися при менших амплітудах швидкостей. Значення цієї амплітуди швидкості значно менше за критичну амплітуду швидкості, раніше виміряну при температурах нижче 300 мК.

### 4.3. Опис нелінійних коливань камертона, зануреного в Не II, за допомогою рівняння Дуффінга

Були досліджені нелінійні коливання [99], які виникають при збільшенні сили і проявляються викривленням форми резонансної амплітудно-частотної характеристики в порівнянні з лоренцевими кривими, типовими для гранично малої сили. Нелінійні резонансні криві можна описати з використанням рівняння Дуффінга (4.3) [99-103], параметри якого встановлені при порівнянні теоретичного розрахунку з експериментальними даними:

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} + \gamma \frac{dx(t)}{dt} + \omega_0^2 x(t) + \mu x^3(t) = \frac{F(t)}{m}, \quad (4.3)$$

де  $x$  – відхилення положення ніжки камертона від рівноваги під дією збуджуючої сили  $F(t) = F_0 \cos \omega t$ ,  $\omega_0$  – резонансна частота камертона,  $\gamma = 2\pi \Delta f$  – загасання і  $\Delta f$  – ширина резонансної лінії,  $m$  – ефективна маса ніжки камертона і  $\mu x^3$  – складова, відповідальна за нелінійну поведінку осцилятора,  $\mu$  – коефіцієнт нелінійності. Дана складова призводить до зсуву резонансної частоти в порівнянні з  $\omega_0$ . Причому в залежності від знака  $\mu$  резонансна частота коливань зміщується в бік або більших, або менших частот. У даних експериментах резонансна частота коливань зменшується, що відповідає  $\mu < 0$ .

### 4.3.1. Рішення нелінійного рівняння Дуффінга для камертона, зануреного в Не II

Розв'язуючи (4.3), отримуємо наступне рівність для модуля амплітуди швидкості коливань:

$$v = \frac{F_0}{m} \frac{\omega}{\sqrt{(\omega_V^2 - \omega^2 - \omega b v^2)^2 + \omega^2 \gamma^2}}, \quad (4.4)$$

де  $\omega_V$  і  $\omega$  – резонансна частота коливань камертона у вакуумі і поточна частота, а  $b v^2$  – множник, згідно [44] залежить від квадрата амплітуди коливань, коефіцієнт  $b$  пов'язаний з коефіцієнтом нелінійності в (4.3) співвідношенням  $\mu = \frac{2}{3} \omega_0^3 b$ .

Якщо перетворити вираз (4.4), отримаємо рівняння:

$$\frac{\omega_V^4}{\omega^2} + \omega^2 + 2\gamma_1 \left[ \omega - \frac{\omega_V^2}{\omega} \right] = \frac{F_0^2}{m^2 v^2} - \gamma_2^2 - \gamma_1^2 + 2\omega_V^2, \quad (4.5)$$

де  $\gamma_2 = b v^2$ .

Розв'язуючи (4.5) відносно частоти  $\omega(v)$ , отримуємо вираз (4.6), який має чотири кореня, два з яких відповідають  $\mu < 0$  і два відповідають  $\mu > 0$ .

Ми використали для побудови АЧХ два кореня (4.6) рівняння (4.5).

$$\begin{aligned} \omega_2 &= \frac{\gamma_1 - \sqrt{\gamma_1^2 - (2\omega_V^2 - Const)} - \sqrt{\left(-\gamma_1 + \sqrt{\gamma_1^2 - (2\omega_V^2 - Const)}\right)^2 + 4\omega_V^2}}{-2}, \\ \omega_3 &= \frac{-\gamma_1 - \sqrt{\gamma_1^2 - (2\omega_V^2 - Const)} + \sqrt{\left(-\gamma_1 - \sqrt{\gamma_1^2 - (2\omega_V^2 - Const)}\right)^2 + 4\omega_V^2}}{2}, \end{aligned} \quad (4.6)$$

де  $Const = \frac{F_0^2}{m^2 v^2} - \gamma_2^2 - \gamma_1^2 + 2\omega_V^2$ .



### 4.3.2. Опис АЧХ камертона, що коливається, за допомогою рівняння Дуффінга

На рис. 4.6 показані АЧХ для камертона в вакуумі, отримані при різних збуджуючих силах:

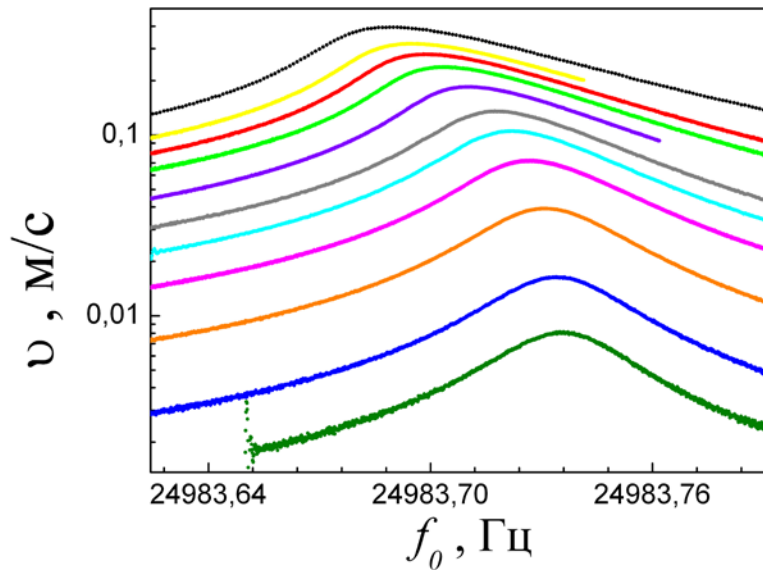


Рис. 4.6. Амплітуди коливань ніжок камертона в вакуумі при різних збуджуючих силах. Знизу вгору:  $1,51 \cdot 10^{-11}$ ,  $3,02 \cdot 10^{-11}$ ;  $7,56 \cdot 10^{-11}$ ;  $1,51 \cdot 10^{-10}$ ;  $2,27 \cdot 10^{-10}$ ;  $3,02 \cdot 10^{-10}$ ;  $4,54 \cdot 10^{-10}$ ;  $6,05 \cdot 10^{-10}$ ;  $7,56 \cdot 10^{-10}$ ;  $9,07 \cdot 10^{-10}$ ,  $1,21 \cdot 10^{-9}$  Н.

На рис. 4.6 добре видно, що при великих збуджуючих силах і, відповідно, великих амплітудах напруги  $U$  спостерігається нелінійний режим коливань, що проявляється в викривленні форми АЧХ, причому резонансна частота зменшується зі збільшенням збуджуючої сили. Максимальна збуджуюча сила становила  $1,21 \cdot 10^{-9}$  Н, при цьому швидкість коливань в резонансі була 0,4 м/с, а резонансна частота зменшилася на 0,048 Гц в порівнянні із значенням при мінімальній збуджуючій силі.

Залежність швидкості  $U$  від частоти нелінійних коливань (АЧХ), розрахована з використанням (4.6), наведена на рис. 4.7 з використанням постійного значення  $b = 40$  с/м<sup>2</sup>, який, як буде видно надалі, близький до

середнього значення в даних експериментах.

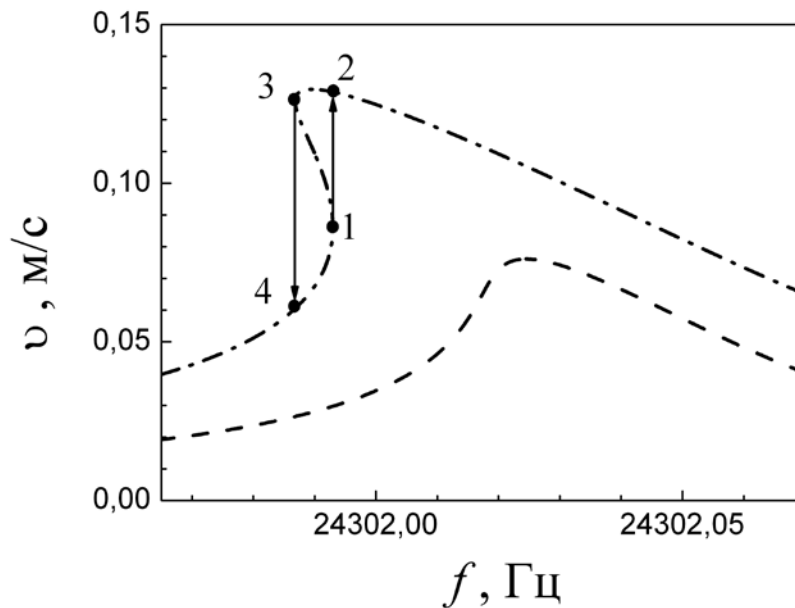


Рис. 4.7. Амплітудно-частотні характеристики, розраховані з використанням (4.6): пунктирна лінія – розрахунок для  $F_0 = 1,5 \cdot 10^{-10}$  Н і  $b = 40$  с/м<sup>2</sup>; штрихпунктирна лінія – для  $F_0 = 3 \cdot 10^{-10}$  Н і  $b = 40$  с/м<sup>2</sup>. Стрілками показано стрибки амплітуди коливань при появі нестійкості.

Видно, що вже при малих збуджуючих силах АЧХ має легку несиметричність, обумовлену нелінійністю коливань (пунктирна лінія,  $F_0 = 1,5 \cdot 10^{-10}$  Н). Зі збільшенням збуджуючої сили швидкість збільшується, і нелінійність коливань проявляється все сильніше (штрихпунктирна лінія, яка проведена для  $F_0 = 3 \cdot 10^{-10}$  Н), що призводить до зменшення резонансної частоти і появи нестійкості (точки 1 і 3). Нестійкість з'являється в точці 1, якщо рухатися за частотою зліва направо до точки 1, подальший рух за частотою відбувається вправо від точки 2. При русі за частотою в зворотному напрямку (справа наліво) нестійкість, як можна було б очікувати, має настати в точці 3, причому подальший рух по кривій в сторону менших частот продовжиться від точки 4 (гістерезис). Але, як було показано в [104], вимірювання АЧХ при русі від великих частот до менших і назад, дають практично один і той же результат. Причина цього незрозуміла і для її

з'ясування потрібні додаткові дослідження. Можна припустити, що нелінійна поведінка системи камертон – надплинна рідина описується за допомогою нелінійного члена в (4.4), пов'язаним, головним чином, з наявністю рідини і процесами в ній, а якби нелінійна поведінка була пов'язана з властивостями самого камертона, то нестійкість в точці 3 на рис. 4.7 при зменшенні частоти спостерігалася б.

Необхідно також відмітити, що величина  $b$  в (4.4) впливає на вигляд АЧХ, яка визначається за допомогою цього рівняння. Значення  $b$  встановлювали шляхом порівняння розрахункової АЧХ з експериментальними даними для АЧХ, виміряними при різних збуджуючих напругах при відповідних експериментальних даних  $\omega_v$ ,  $\omega$ ,  $\gamma$ ,  $m$  і  $F_0$ . При цьому  $b$  є єдиним підгінним параметром. Таким чином, підбираючи значення коефіцієнта  $b$ , можна було отримати згоду з експериментально отриманими резонансними кривими.

### **4.3.3. Опис ВАХ камертона, що коливається, за допомогою рівняння Дуффінга**

Експериментальні залежності швидкості коливань ніжок камертона від збуджуючої сили при температурі 140 мК, отримані в різних експериментах, наведені на рис. 4.8.

Як видно на рис. 4.8, при швидкостях коливань  $v \geq 0,046$  м/с починається помітне відхилення  $v(F_0)$  від лінійної залежності, показаної суцільною лінією. Як було припущено в роботі [2], це відхилення обумовлено появою додаткової сили тертя, що виникає внаслідок збільшення густини квантованих вихрів і розсіювання теплових збуджень – фононів – на їх корах (взаємне тертя) [97].

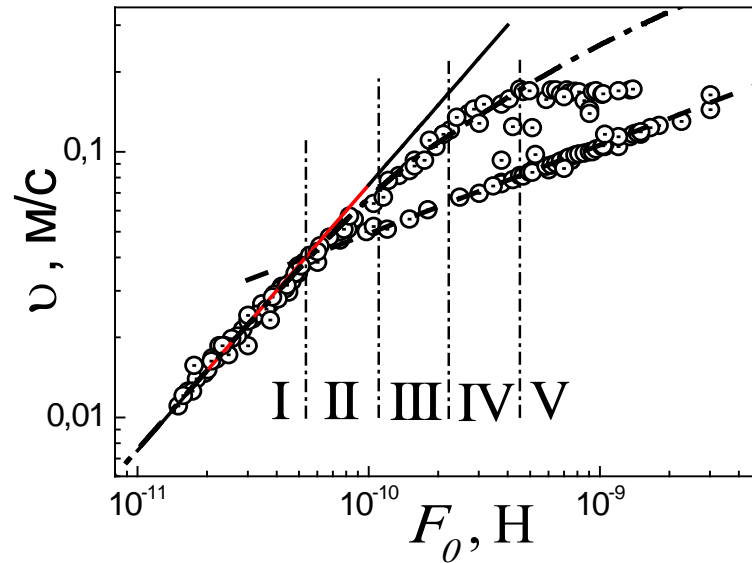


Рис. 4.8. Залежність швидкості коливань ніжок камертона від збуджуючої сили при  $T = 140$  мК. Суцільна лінія – лінійна залежність  $v \sim F_0$ . Пунктирна лінія – турбулентний режим течії ( $v^3 \sim F_0$ ), штрихпунктирна лінія – розрахунок з урахуванням сили взаємного тертя [2].

Течія гелію з таким відхиленням  $v(F_0)$  від лінійної залежності є квазіламінарною, з новим дисипативним механізмом, що з'явився за рахунок розсіювання теплових збуджень на квантованих вихрах.

Сила взаємного тертя виявляється пропорційною кубу швидкості ніжок:  $F \sim v^3$ , що характерно для турбулентної течії (пунктирна лінія на рис. 4.8). В результаті загальна сила тертя має вигляд  $F_0 = \lambda_q v + n v^3$  (суцільна і штрихпунктирна лінії), де  $\lambda_q = 1.32 \cdot 10^{-9}$  кг/с і  $n = 4,62 \cdot 10^{-8}$  кг·с/м<sup>2</sup>, і добре описує експериментальні дані. При температурі експерименту 140 мК перша складова повністю визначається силою тертя в матеріалі камертона і обумовлена гнучкістю коливань його ніжок.

Варто також зазначити, що при переході від лінійної до кубічної залежності експериментальні дані свідчать про виникнення спонтанних численних стрибків між ламінарним і турбулентним режимами течії.

Всі амплітуди швидкості коливань були виміряні в максимумі

резонансних кривих. У той же час самі резонансні криві зі збільшенням збуджуючої сили викривляються при наявності нелінійної додаткової сили тертя. У зв'язку з цим доцільно проаналізувати вигляд АЧХ кривих при квазіламінарному режимі течії.

Для такого аналізу залежність  $v(F_0)$  на рис. 4.8 виявляється зручним умовно розділити на п'ять областей, що характеризуються специфічним видом АЧХ: (I) – область ламінарного потенційного режиму течії Не II; характерна для цієї області АЧХ наведена на рис. 1 роботи [2] і описується лоренціаном. АЧХ для області II наведена на рис. 2(а) роботи [2]. Як уже зазначалося, ця область характеризується спонтанними стрибками між ламінарним потенційним і турбулентним режимами течії. Область III раніше не аналізувалася. Відповідна цій області АЧХ наведена на рис. 4.9 для частот в районі максимуму резонансної кривої. Сканування за частотою проводилося з кроком 0,01 Гц, час вичікування після кожного кроку становив 200 с. На рис. 4.9 бачимо, що АЧХ несиметрична щодо максимуму резонансної кривої, причому спостерігається «завал» в бік більш низьких частот. Несиметричність кривої АЧХ збільшується зі зростанням сили, що прикладається, до тих пір, поки на резонансній кривій не виникає нестійкість, відповідна стрибку між точками 1 (початок нестійкості) 1 і 2 (її кінець) на рис. 4.9. Необхідно підкреслити, що в областях II і III «зрив» квазіламінарної течії в турбулентну, що спостерігається у вигляді різкого зменшення швидкості коливань, відбувається не завжди. Так, на рис. 4.9 показана АЧХ, виміряна при стійкій квазіламінарній течії без переходу до турбулентної.

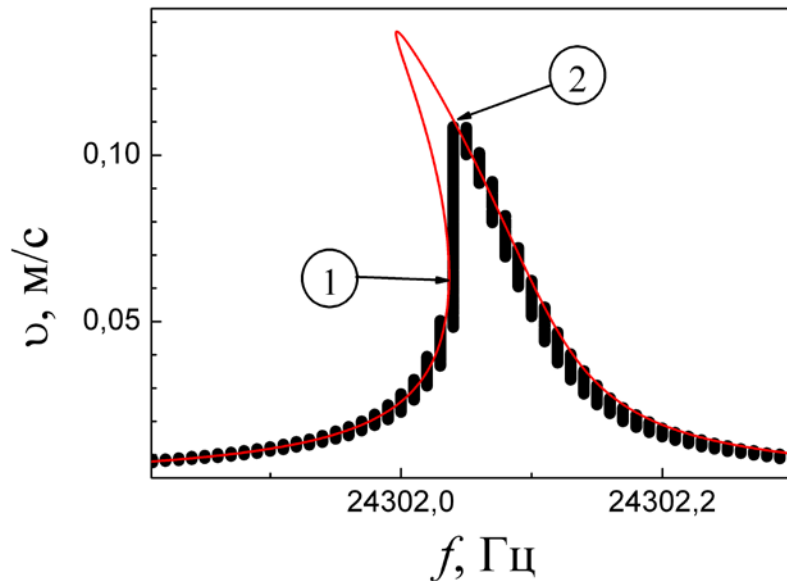


Рис. 4.9. Амплітудно - частотна характеристика камертона для області III при збуджуючій силі  $F_0 = 1,87 \cdot 10^{-10}$  Н. Суцільна крива – розрахунок з використанням нелінійного рівняння Дуффінга. 1 і 2 - точки початку і кінця нестійкості резонансної кривої.

В областях IV і V вигляд резонансних кривих якісно однаковий, і в цих областях зрив в турбулентну течію спостерігався в кожному з проведених експериментів. Для області IV крива наведена на рис. 2(б) роботи [2], а для області V – на рис. 4.10 цієї роботи.

Як видно на рис. 4.10, в області V форма резонансної кривої сильно викривляється в порівнянні з лоренціаном, а максимум АЧХ відповідає області рис. 4.8, коли в швидкість коливань ніжок камертона перестає залежати від сили, що прикладається.

Про те, що нелінійність коливань ніжок камертона в областях II - V виникає, мабуть, через появу додаткової нелінійної сили взаємного тертя в Не II, свідчать вимірювання в вакуумі. При вимірах в вакуумі амплітуда швидкості була майже в три рази більше, ніж максимальна

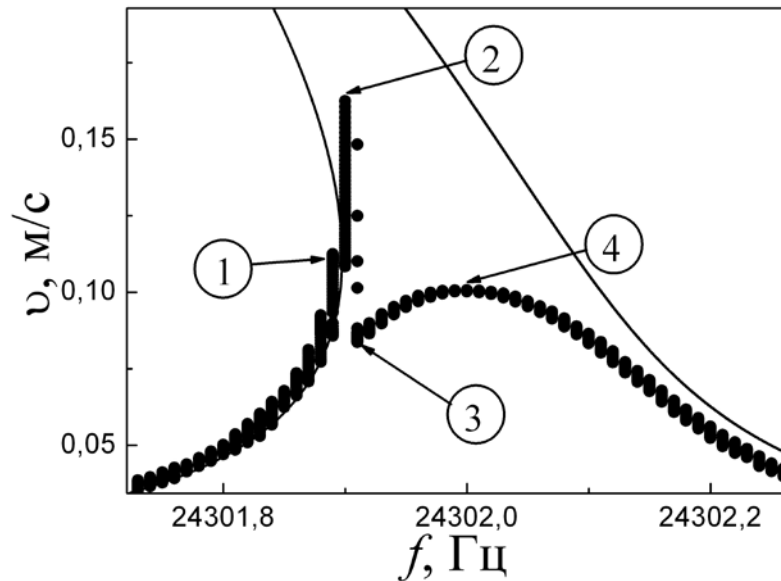


Рис. 4.10. Характерна АЧХ для області V при силі  $F_0 = 1,07 \cdot 10^{-9}$  Н. Суцільна крива – розрахунок з використанням нелінійного рівняння Дуффінга. 1 – початок нестійкості коливань камертона, 2 – «зрив» в турбулентний режим, показаний точкою 3, та 4 – максимум швидкості коливань ніжок камертона при турбулентній течії, відповідає експериментальним даним рис. 4.8.

амплітуда коливань в He II (див. рис. 4.6), але при цьому не спостерігалось такої помітно вираженої нелінійності коливань (викривлення форми АЧХ). Таким чином, можна стверджувати, що нелінійність коливань ніжок камертона, що спостерігається в He II, обумовлена нелінійною силою тертя в рідині, в якій коливається камертон. Аналогічний висновок був зроблений в роботі [68].

#### 4.3.4. Коефіцієнт нелінійності

Виявляється, що при збуджуючих силах, які відповідають областям II, III, і IV, резонансні криві добре описуються на всьому інтервалі частот, а при збуджуючих силах, що відповідають області V, коефіцієнт  $b$  визначався за

даними лівіше точки 1. У цій області при завершенні нестійкості (точка 2 на рис. 4.7) величина швидкості була завжди нижче значення в точці 2 і не збігалася зі значеннями, що відповідають правій частині розрахункової резонансної кривої. Нагадаємо, що, як витікає з рис. 4.8, швидкість в точці 2 області V практично є сталою і не залежить від сили.

Отримані значення  $b$  показані на рис. 4.11 для АЧХ, які стали результатом всіх вимірювань. Інтервал зміни збуджуючої сили на рис. 4.11 відповідає області значень збуджуючих сил на рис. 4.8. З рисунка добре видно, що є великий розкид значень  $b$ . Суцільна лінія відповідає середньому значенню  $b = 35,5 \text{ с/м}^2$ , відповідне середнє значення коефіцієнта нелінійності  $\mu = \frac{2}{3} \omega_0^3 b$ ,  $\mu$  складає  $9,2 \cdot 10^{16} \text{ с}^{-2} \text{ м}^{-2}$ . При цьому на значення  $b$  сильно впливає точність вимірювання частоти. Коефіцієнт нелінійності можна визначити також з даних [2], де він представлений у вигляді  $\mu = n(\omega_0^3/m)$ . В цьому випадку  $\mu = 2,5 \cdot 10^{16} \text{ с}^{-2} \text{ м}^{-2}$ , що більш ніж в три рази менше наведеного вище значення, отриманого в даній роботі.

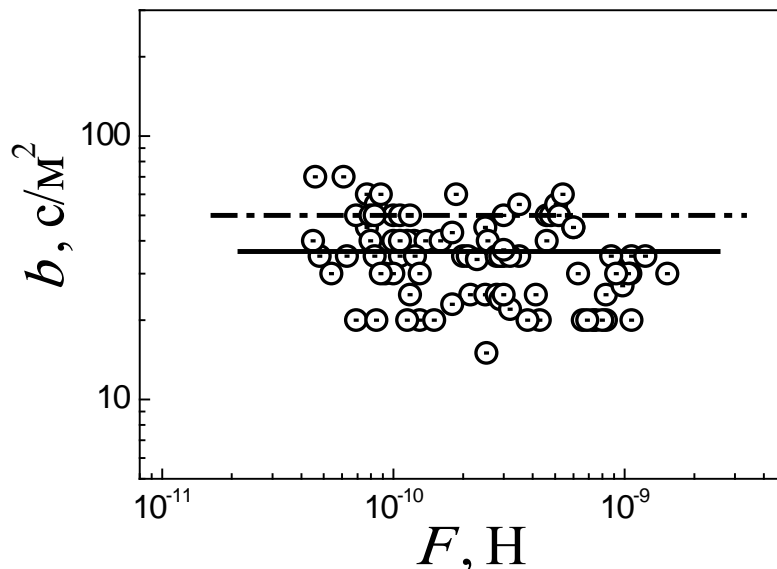


Рис. 4.11. Множник  $b$ , визначений з експериментальних даних за залежністю швидкості коливань від збуджуючої сили з використанням нелінійного рівняння Дуффінга. Суцільна лінія - середнє значення у всьому інтервалі збуджуючих сил. Штрихпунктирна лінія проведена для  $b = 50 \text{ с/м}^2$ .



Настільки помітне розходження між значеннями  $\mu$  в даній роботі і в [2] може бути пов'язано з тим, що не враховувалася залежність коефіцієнта загасання  $\gamma$  від геометрії тіла, що коливається в рідині [100].

Для визначення впливу збуджуючої сили на амплітуду швидкості ніжок камертона в нелінійному режимі за допомогою рівняння (4.4) були розраховані АЧХ для різних збуджуючих напруг і сил. Визначалося значення швидкості, відповідне закінченню нестійкості – точка 2 на рис. 4.7, що відповідає максимуму швидкості. Якщо нестійкість була відсутня, то швидкість бралася в максимумі на резонансній частоті АЧХ. Таким чином, була отримана залежність  $v(F_0)$ , що дозволяє проводити порівняння з експериментальними даними. Найкраща згода між розрахунковими і експериментальними даними досягалася при  $b = 50 \text{ с/м}^2$ , розрахунок наведено на рис. 4.12 суцільною лінією. Штрихпунктирною лінією на рис. 4.12 показана залежність, що враховує внесок взаємного тертя, кубічного за швидкістю, в дисипативні процеси в додаток до лінійного внеску [2]; пунктирна лінія відповідає турбулентній течії, коли  $F_0 \sim v^3$ .

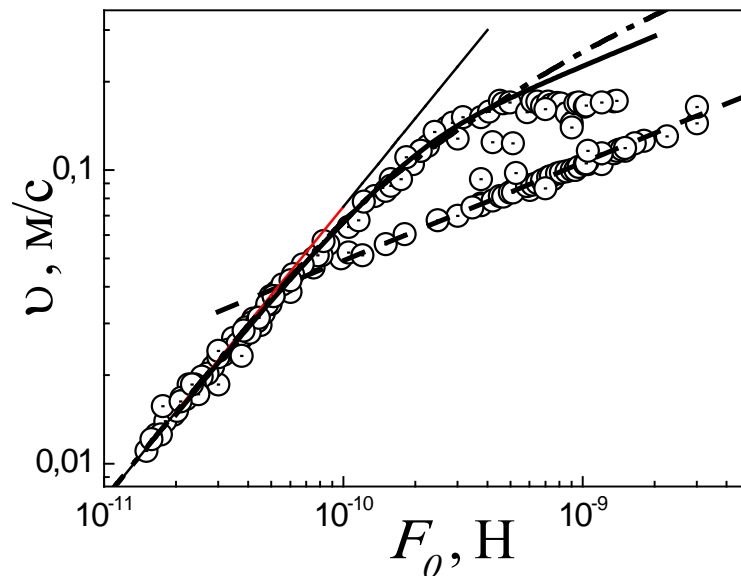


Рис. 4.12. Залежність швидкості коливань ніжок камертона від збуджуючої сили. Значення ліній описані в тексті.

Як бачимо з рисунка, при врахуванні нелінійності коливань (викривлення форми резонансної кривої) амплітуда швидкості в залежності від сили, що прикладається, є нелінійною функцією. Також є гарна згода експериментальних даних і розрахунку, проведеного з використанням рівняння Дуффінга (суцільна лінія на рис. 4.12). Лінія проведена з використанням коефіцієнта пропорційності  $b$  на 30 % більшого за його середнє значення на рис. 4.11. Зауважимо, що це значення знаходиться в межах розкиду значень  $b$ . Таким чином, виявляється, що експериментальні дані на рис. 4.12 можуть бути описані як з використанням рішення рівняння Дуффінга, так і при врахуванні кубічного члена у виразі для сили взаємного тертя.

В області V при відносно великих збуджуючих силах експериментальні дані свідчать, що швидкість не залежить від збуджуючої сили (див. рис. 4.8). Цей тип АЧХ можна описати з допомогою рівняння Дуффінга тільки лівіше точки 1.

## Висновки

1. Аналіз отриманих залежностей  $\nu(F)$  показав, що є дисипація кінетичної енергії коливань, надлишкова в порівнянні з дисипацією, зумовленої процесами внутрішнього тертя в матеріалі камертона. Цю додаткову дисипації можна пов'язати зі взаємним тертям між квантовими вихрами в надплинній компоненті з тепловими збудженнями He II.
2. Показано, що при турбулентній і квазістійкій ламинарній режимах течії механізми дисипації енергії коливань однакові, а кількісна відмінність пов'язана з тим, що при турбулентному плинні густина квантових вихрів більше.
3. Також показано, що критична амплітуда швидкості переходу від ламинарної течії He II до турбулентної може бути значно нижче, ніж критична амплітуда швидкості, визначена раніше в області більш високих температур.
4. Показано, що нелінійна АЧХ добре описується за допомогою рівняння Дуффінга для нелінійного осцилятора, за допомогою якого встановлена залежність швидкості коливань ніжок від збуджуючої сили. Виявилось, що ця ж залежність може бути отримана, якщо додати складову, кубічну по швидкості в вираз для сили взаємного тертя при квазіламинарному режимі течії рідини. Це складова обумовлено розсіюванням фононів на квантованих вихорах з He II, чия густина зростає зі збільшенням частоти коливань.
5. Пораховано коефіцієнт нелінійності  $\mu$ , визначений з експериментальних даних по залежності швидкості коливань від збудливою сили з використанням нелінійного рівняння Дуффінга. Середнє значення  $b = 35,5 \text{ с/м}^2$ , відповідне середнє значення коефіцієнта нелінійності  $\mu$  становить  $9,2 \cdot 10^{16} \text{ с}^{-2} \text{ м}^{-2}$ , які пов'язані виразом  $\mu = \frac{2}{3} \omega_0^3 b$ .

## ВИСНОВКИ

В дисертаційній роботі було вирішено важливе наукове завдання, яке має істотне значення для фізики низьких температур, а саме: експериментально виявлено механізми дисипації у надплинному гелію за умов його ламінарної та слабко турбулентної течії при наднизьких температурах.

До основних узагальнених результатів і висновків дисертації слід віднести такі:

1. Показано, що при  $T > 0,7$  К в ламінарній течії гелію (гідродинамічна область розсіювання теплових збуджень) існує два режими в'язкого тертя, що відрізняються за частотою. На температурній залежності дисипації показана межа переходу між режимами, яка проявляється у вигляді мінімуму на цій залежності та визначається співвідношенням між характерним розміром осцилюючого тіла та глибиною проникнення в'язкої хвилі.
2. Визначено коефіцієнт приєднаної маси гелію, який встановлює зв'язок між масою гелію, що витіснена осцилюючим тілом, і його резонансною частотою коливань у гідродинамічній області розсіювання теплових збуджень. Показано, що в цій області коефіцієнт приєднаної маси залежить від частоти та температури, а в області балістичного розсіювання його залежність від температури зникає.
3. Експериментально виявлено, що при слабко турбулентному режимі течії гелію при  $v \geq 0,046$  см/с відбувається розсіювання теплових збуджень на квантованих вихрах. Встановлено, що при цьому сила тертя гелію пропорційна кубу максимуму швидкості осцилюючого тіла.
4. Показано, що дисипативні механізми поглинання в надплинному гелію із осцилюючим тілом можуть бути описані нелінійним рівнянням Дуффінга з урахуванням дії зовнішньої сили. В межах цього підходу пояснено відхилення від лінійного режиму

залежностей амплітуди швидкості коливань від частоти та збуджуючої сили, що добре узгоджується з експериментальними даними. Визначено коефіцієнт нелінійності, що не залежить від швидкості коливань.

Висловлюю свою щирю вдячність моєму науковому керівнику, доктору фізико-математичних наук, старшому науковому співробітнику Григорію Олександровичу Шешину за вибір актуального і перспективного напрямку досліджень, розуміння, тепле відношення та постійну увагу на всіх етапах роботи.

Дякую всім моїм співавторам, співробітникам відділу фізики квантових рідин та кристалів С. С. Соколову, Е. Я. Рудавському, В. А. Майданову, В. Ю. Сивоконю, В. К. Чаговцю, І. А. Гриценко, Я. Ю. Фисун, І. В. Шарповій за допомогу в проведенні експериментів, досвідчені поради і дружню підтримку в процесі роботи над дисертацією. А також щиро дякую моїй сім'ї за терпіння, підтримку та любовь.

Я також вдячна співробітникам ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна НАН України та ХНУ ім. В.Н. Каразіна МОН України за всебічну допомогу на різних етапах мого навчання в університеті і аспірантурі.

Окрему подяку висловлюю своїй вчительці фізики спеціалізованої школи І-ІІІ ст. № 6 м. Первомайська Луганської обл. Шаршовій С. О., яка зацікавила мене своїм предметом та першою ознайомила з незнаним і чарівним світом науки, що головним чином визначило вибір моєї майбутньої професії.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Диссипация кинетической энергии камертона, погруженного в сверхтекучий гелий, при различных частотах / И. А. Гриценко, **К. А. Клокол**, С. С. Соколов, Г. А. Шешин // ФНТ. – 2016. – Т.42, №1. – С. 28-34.
2. Особенности квазиустойчивого ламинарного течения He II и дополнительный диссипативный процесс / И. А. Гриценко, **К. А. Клокол**, С. С. Соколов, Г. А. Шешин // ФНТ. – 2016. – Т.42, №3. – С. 211-215.
3. The frequency dependence of the added mass of quartz tuning fork immersed in He II / I. Gritsenko, **К. Klokol**, S. Sokolov, G. Sheshin // JLTP. – 2017. –V.187, № 5/6. – P. 433-438.
4. Присоединенная масса при колебаниях кварцевого камертона в He II / И. А. Гриценко, **К. А. Михайленко**, С. С. Соколов, Г. А. Шешин // ФНТ. – 2017. – Т.43, №3. – С. 391-395.
5. Нелинейные явления при колебаниях кварцевого камертона, погруженного в сверхтекучий гелий / И. А. Гриценко, **К. А. Михайленко**, С. С. Соколов, Г. А. Шешин // ФНТ. – 2018. – Т. 44, №1. – С. 46-52.
6. **Клокол К. А.** Метод колеблющегося кварцевого камертона и диссипативные процессы в He II / **К. А. Клокол**, Г. А. Шешин // Студентська наукова конференція «Фізика та науково-технічний прогрес», 16 квітня, 2015: тези доповідей – Україна, Харків, 2015. – С. 14.
7. Gritsenko I. Methodic of oscillating quartz tuning fork and dissipative process in He II / I. Gritsenko, **К. Klokol**, G. Sheshin // VI Int. Conf. for Young Scientists «Low temperature physics», June 2–5, 2015: book of abstracts. – Ukraine, Kharkiv, 2015. – P. 74.
8. Гриценко И. А. Коэффициент сопротивления колеблющегося кварцевого камертона погруженного в сверхтекучий гелий / И. А. Гриценко, **К. А. Клокол**, Г. А. Шешин // XXXVII Совещание по физике низких температур (НТ-37), 29 июня–3 июля, 2015: тезисы докл. – Россия, Казань, 2015. – С. 265-266.
9. Особенности рассеяния тепловых возбуждений в He II квантованными вихрями / И. А. Гриценко, **К. А. Клокол**, С. С. Соколов, Г. А. Шешин // XII Міжнародна конференція «Фізичні явища в твердих тілах», 1–4 грудня, 2015: тези доповідей – Україна, Харків, 2015. – С. 33.
10. Features of quasi-stabile laminar flow of superfluid helium and the mutual friction /

I. Gritsenko, **K. Klokol**, S. Sokolov, G. Sheshin // 20<sup>th</sup> Research Workshop «Nucleation Theory and Applications», April 1–30, 2016: book of abstr. – Russia, Dubna, 2016. – P. 42.

11. The dissipation of the kinetic energy of a tuning fork immersed in superfluid helium at different frequencies / I. Gritsenko, **K. Klokol**, S. Sokolov, G. Sheshin // 20<sup>th</sup> Research Workshop «Nucleation Theory and Applications», April 1–30, 2016: book of abstr. – Russia, Dubna, 2016. – P. 42.

12. Quantum turbulence and quasistable laminar flow He II / I. Gritsenko, **K. Klokol**, S. Sokolov, G. Sheshin // VII International Conference Physics of liquid matter: modern problems, May 27–30, 2016 : book of abstr. – Ukraine, Kyiv, 2016. – P. 50.

13. Gritsenko I. Kinetic energy dissipation of a tuning fork immersed in superfluid helium at different temperatures / I. Gritsenko, **K. Klokol**, G. Sheshin // VII International Conference Physics of liquid matter: modern problems, May 27–30, 2016: book of abstr. – Ukraine, Kyiv, 2016. – P. 52.

14. I. Gritsenko. Flow of superfluid helium at high Reynolds number / I. Gritsenko, **K. Klokol**, G. Sheshin // VII International Conference Physics of liquid matter: modern problems, May 27–30, 2016: book of abstr. – Ukraine, Kyiv, 2016. – P. 51.

15. Gritsenko I. Added mass of the oscillating body immersed in superfluid helium in a turbulent flow / I. Gritsenko, **K. Klokol**, G. Sheshin // VII International Conference for Young Scientists «Low Temperature Physics», June 6–10, 2016: book of abstr. – Ukraine, Kharkiv, 2016. – P. 120.

16. Study of quasi-laminar flow in superfluid helium using quartz tuning fork / I. Gritsenko, **K. Klokol**, S. Sokolov, G. Sheshin // VII International Conference for Young Scientists «Low Temperature Physics», June 6–10, 2016: book of abstr. – Ukraine, Kharkiv, 2016. – P. 116.

17. The flow resistance of the oscillating tuning fork immersed in superfluid helium / I. Gritsenko, **K. Klokol**, A. Tseskis, G. Sheshin // International Conference on Quantum Fluids And Solids, August 10–16, 2016: – book of abstr. – Czech Republic, Prague, 2016. – P. 59.

18. Added mass of the He II in experiments with oscillating quartz tuning fork / I. Gritsenko, **K. Klokol**, S. Sokolov, G. Sheshin // International Conference on Quantum Fluids And Solids, August 10–16, 2016: – book of abstr. – Czech Republic, Prague, 2016. – P. 114.

19. The drag coefficient of oscillating objects in liquid helium / I. A. Gritsenko,



T. A. Dubchak, **K. O. Mykhailenko**, S. S. Sokolov, G. A. Sheshin // VII International Conference for Professionals & Young Scientists «Low Temperature Physics», May 29–June 2, 2017: book of abstr. – Ukraine, Kharkiv, 2017. – P. 117.

20. The dissipative processes depended on the oscillating tuning fork immersed in He II / **K. O. Mykhailenko**, I. A. Gritsenko, T. A. Dubchak, S. S. Sokolov, G. A. Sheshin // VII International Conference for Professionals & Young Scientists «Low Temperature Physics», May 29–June 2, 2017: book of abstr. – Ukraine, Kharkiv, 2017. – P. 126.

21. Nonlinear behavior and dissipation of the quartz tuning fork immersed in He II / I. A. Gritsenko, **K. O. Mykhailenko**, S. S. Sokolov, G. A. Sheshin // International Conference on Ultra Low Temperature Physics (ULT 2017): Frontiers of Low Temperature Physics, August 17–21, 2017: book of abstr. – Germany, Heidelberg, 2017. – P. 19.

22. Альтернативне пояснення нелінійної поведінки кварцового камертона, що коливається у надплинному гелії / И. А. Гриценко, Т. А. Дубчак, **Х. О. Михайленко**, С. С Соколов, Г. А. Шешин // XIII Міжнародна конференція «Фізичні явища в твердих тілах», 5–8 грудня, 2017: тези доповідей – Україна, Харків, 2017. – С. 49.

23. Keesom W. H. New measurements on the specific heat of liquid helium / W. H. Keesom, A. P. Keesom // *Physica*. – 1935. – V.2. – P. 557-572.

24. Keesom W. H. / Measurements concerning the specific heat of solid helium and the melting heat of helium / W. H. Keesom, A. P. Keesom // *Physica*. – 1936. – V.3. – P. 105-117.

25. Kapitza P. Viscosity of liquid helium below the lambda point / P. Kapitza // *Nature*. – 1938. – V.141, № 3558. – P. 74.

26. Keesom W. H. The viscosity of liquid helium / W. H. Keesom, G. E. Macwood // *Physica*. – 1938. – V.5, № 8. – P. 737-744.

27. Keesom W. H. On the viscosity of liquid helium in the neighbourhood of the lambda-point / W. H. Keesom, P. H. Keesom // *Physica*. – 1941. – V.8, № 1. – P. 65-66.

28. Ландау Л. Д. Теоретическая физика в 10 томах. Том 6. Гидродинамика: учебное пособие / Л. Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. – 3-е изд., перераб. – М.: Наука, 1986. — 736 с.

29. Халатников И. М. Теория сверхтекучести. / И. М. Халатников – М.: Наука, 1971. – 320 с.

30. Биркгоф Г. Гидродинамика / Г. Биркгоф – Пер. с англ., под ред.

М. И. Гуревича и В. А. Смирнова – М.: Из-во иностранной литературы, 1963. – 244 с.

31. Савельев И. В. Курс общей физики. В 2 томах. Т.1. Механика, колебания и волны, молекулярная физика: учебное пособие / И. В. Савельев – М.: Наука, Гл. ред. физ-мат. лит., 1970. – 508с.

32. Особенности перехода к турбулентности в сверхтекучем  $^4\text{He}$  при низких температурах / Г. А. Шешин, А. А. Задорожко, Э. Я. Рудаковский [и др.] // ФНТ. – 2008. – Т.34, № 11. – С. 1111–1121.

33. Вязкость и релаксационные процессы в фонон-ротонной системе  $\text{He II}$  / А. А. Задорожко, Э. Я. Рудаковский, В. К. Чаговец, Г. А. Шешин // ФНТ. – 2009. – Т.35, №2. – С. 134-140.

34. Niemetz M. Intermittent Switching Between Potential Flow and Turbulence in Superfluid Helium at mK Temperatures / M. Niemetz, H. Kerscher, W. Schoepe // J. Low Temp.Phys. – 2002. –V.126, Iss.1-2. – P. 287-296.

35. Niemetz M. Stability of Laminar and Turbulent Flow of Superfluid  $^4\text{He}$  at mK Temperatures Around an Oscillating Microsphere / M Niemetz, W. Schoepe // J. Low Temp.Phys. – 2004. –V.135, Iss.5-6. – P. 447-469.

36. Особенности поведения вязкости жидкого гелия ниже 1К / Есельсон Б. Н., Носовицкая О. С., Погорелов Л. А., Соболев В. И. // Письма в ЖЭТФ. – 1980. – Т.31, №1. – С. 34-37.

37. Woods A. D. B. / THE VISCOSITY OF LIQUID HELIUM II BETWEEN  $0.79^\circ\text{K}$  AND THE LAMBDA POINT / A. D. B Woods, A. C. Hollis Hallett // Can. J. Phys. – 1963. –V.41, № 4. – P. 596-609.

38. Donnelly R. J. The Observed Properties of Liquid Helium at the Saturated Vapor Pressure/ R. J. Donnelly, C. F. Varenghi //J. Phys. Chem. Ref. – 1998. – Data 27. – P. 1217–1274.

39. Ландау Л. Д. Теория вязкости  $\text{He II}$ . I. Столкновение элементарных возбуждений  $\text{He II}$  / Л. Д. Ландау, И. М. Халатников // ЖЭТФ. – 1949. – Т.19, № 7. – С. 637-650.

40. Ландау Л. Д. Теория вязкости  $\text{He II}$  / Л. Д. Ландау, И. М. Халатников // ЖЭТФ. – 1949. – Т.19, № 8. – С. 709-726.

41. Mean Free Path Effects in Superfluid  $^4\text{He}$ . / M. Morishita, T. Kuroda, A. Sawada [et al.] // J. Low Temp. Phys. – 1989. –V.76, №.5/6. – P. 387-415.

42. Quartz Tuning Fork Viscometers for Helium Liquids / D. O. Clubb, O. V. L. Buu, R. M. Bowley [et al.] // J. Low Temp.Phys. – 2004. –V.136, Iss.1-2. – P. 1-13.

43. Niemetz M. Viscosity and Mean Free Path of Very Diluted Solutions of  $^3\text{He}$  in  $^4\text{He}$  / M. Niemetz, H. Kerscher, W. Schoepe // *J. Low Temp. Phys.* – 2001. – V.124, Iss.1-2. – P. 163-168.
44. Колебания кварцевого камертона в He II и коэффициент сопротивления / И. А. Гриценко, А. А. Задорожко, А. С. Неонета [и др.] // *ФНТ.* – 2011. – Т.37, №7. – С. 695-702.
45. Donnelly R. J. Quantum turbulence / R. J. Donnelly, C. E. Swanson // *J. Fluid. Mech.* – 1986. – №. 173. – P. 387-429.
46. Турбулентность в свободной атмосфере: книга / Н. К. Винниченко, Н. З. Пинус, С. М. Шметер, Г. Н. Шур. – Ленинград: Гидрометеоиздат, 1976. – 288с.
47. Атмосферные вихри Циклоны [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://voda.molodostivivat.ru/fizicheskaya-geografiya/atmosfernye-vixri-ciklony.html>
48. Вихрь в воде [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [http://mirgif.com/fotki\\_voda.htm](http://mirgif.com/fotki_voda.htm)
49. Feynman R. P. Chapter II Application of Quantum Mechanics to Liquid Helium / R. P. Feynman // *Progress in Low Temp. Phys.* – 1955. – V.1. – P. 17-53.
50. Гриценко И. Квантовая турбулентность: коэффициент сопротивления при колебаниях погруженного в He II кварцевого камертона / И. Гриценко, А. Цескис, Г. Шешин // *ФНТ.* – 2015. – Т.41, №4. – С. 338–342.
51. Дулин В. М. Оценка диссипации кинетической энергии турбулентности в свободной струе методом PIV / В. М. Дулин, Ю. С. Козорезов, Д. М. Маркович // *Вестник НГУ, Новосибирск, Россия.* – 2012, Т.7, № 1. – С. 53-69.
52. Mantia M. La. Quantum turbulence visualized by particle dynamics / M. La Mantia, L. Skrbek // *Phys. Rev. B.* – 2014. – V.90, Iss.1. – P. 014519.
53. Visualization of the normal-fluid turbulence in counterflowing superfluid  $^4\text{He}$  / A. Marakov, J. Gao, W. Guo [et al.] // *Phys. Rev. B.* – 2015. – V.91, Iss.9. – P. 094503.
54. Андроникашвили Э.Л. Непосредственное наблюдение двух видов движения в гелии II / Э.Л. Андроникашвили // *ЖЭТФ.* – 1946. – Т.16. – С. 780-785.
55. Андроникашвили Э.Л. Температурная зависимость нормальной плотности гелия-II / Э.Л. Андроникашвили // *ЖЭТФ.* – 1948. – Т.18. – С. 424-428.
56. Vinen W. F. The detection of single quanta of circulation in liquid helium II / W. F. Vinen // *Proc. R. Soc. Lond. A* – 1961. – V.260, Iss.1301. – P. 218-236.
57. Tough J. T. Viscosity of Liquid He II / J. T. Tough, W. D. McCormick, J. G. Dash // *Phys. Rev.* – 1963. – V.132, Iss.6. – P. 2373.

58. Ruesink W. The vibrating wire viscometer as a magnetic field-independent  $^3\text{He}$  thermometer / W. Ruesink, J. P. Harrison, A. Sachrajda // *J. Low Temp. Phys.* – 1988. – V.70, Iss.3-4. – P. 393-411.
59. Bradley D. I. Viscosity of the  $^3\text{He}$ - $^4\text{He}$  dilute phase in the mixing chamber of a dilution refrigerator / D. I. Bradley, R. Oswald // *J. Low Temp. Phys.* – 1990. – V.80, Iss.1-2. – P. 89-97.
60. König R. Temperature, pressure, and concentration dependence of the viscosity of liquid  $^3$ - $^4\text{He}$  mixtures at low temperatures / R. König, F. Pobell // *Phys. Rev. Lett.* – 1993. – V.71, Iss.17. – P. 2761.
61. Bradley D. I. Repetitive Single Vortex-Loop Creation by a Vibrating Wire in Superfluid  $^3\text{He}$ -B / D. I. Bradley // *Phys. Rev. Lett.* – 2000. – V.84, Iss.6-7. – P. 1252.
62. Generation and Detection of Quantum Turbulence in Superfluid  $^3\text{He}$ -B / S. N. Fisher, A. J. Hale, A. M. Guénault [et al.] // *Phys. Rev. Lett.* – 2001. – V.86, Iss.2-8. – P. 244.
63. Observation of Laminar and Turbulent Flow in Superfluid  $^4\text{He}$  using a Vibrating Wire / H. Yano, A. Handa, H. Nakagava [et al.] // *J. Low Temp. Phys.* – 2005. – V.138, Iss.3-4. – P. 561-566.
64. Morrell M. I. On the damping of a vibrating grid in a viscous medium: the possible basis for an electrostatic viscometer / M. I. Morrell, M. Sahraoui-Tahar, P. V. E. McClintock // *J. Phys. E: Sci. Instrum.* – 1980. – V.13, № 3. – P. 350.
65. Luzuriaga J. Measurements in the laminar and turbulent regime of superfluid  $^4\text{He}$  by means of an oscillating sphere / J. Luzuriaga // *J. Low Temp. Phys.* – 1997. – V.108, Iss.3-4. – P. 267-277.
66. Hänninen R. Universal Critical Velocity for the Onset of Turbulence of Oscillatory Superfluid Flow / R. Hänninen, W. Schoepe // *J. Low Temp. Phys.* – 2008. – V.153, Iss.5-6. – P. 189-196.
67. Jager J. Turbulent and Laminar Drag of Superfluid Helium on an Oscillating Microsphere / J. Jager, B. Schuderer, W. Schoepe // *Phys. Rev. Lett.* – 1995. – V.74, Iss.4. – P. 566-569.
68. Quartz Tuning Fork: Thermometer, Pressure- and Viscometer for Helium Liquids / R. Blaauwgeers, M. Blazkova, M. Človečko [et al.] // *J. Low Temp. Phys.* – 2007. – V.146, № 5/6. – P. 537-562.
69. Karrai K. Tip-sample distance control for near-field scanning optical microscopes / K. Karrai, R. D. Grober // *Proc. SPIE. Near-Field Optics.* – 1995. – V.2535. – P. 69-81.

70. Karrai K. Lecture notes on shear and friction force detection with quartz tuning forks [Электронный ресурс] / K. Karrai // Work presented at the «Ecole Thématique du CNRS» on near-field optics – 2000. – Режим доступа до ресурсу: [http://www.nano.physik.unimuenchen.de/publikationen/Preprints/p0003\\_Karrai/pdf](http://www.nano.physik.unimuenchen.de/publikationen/Preprints/p0003_Karrai/pdf).

71. Лоунасмаа О. В. Принципы и методы получения температур ниже 1 К / О. В. Лоунасмаа – Пер. с англ., под ред. проф. А. Б. Фрадкова – М.: Издательство «Мир», 1977. – 356 с.

72. Wheatley J. C. Principles and methods of dilution refrigeration / J. C. Wheatley, O. E. Vilches, W. R. Abel // Phys. – 1968. – V.4, Iss.1. – P. 69-81.

73. Wheatley J. C. Principles and methods of dilution refrigeration. II. / J. C. Wheatley, R. E. Rapp, R. T. Johnson // J. Low Temp. Phys. – 1971. – V.4, Iss.1. – P. 1-39.

74. London H. Osmotic pressure of  $^3\text{He}$  in liquid  $^4\text{He}$  with proposal for refrigerator to work below 1 K / H. London, G. R. Clarke, E. Mendoza // Phys.Rev.– 1962. – V.128, № 5. – P. 1992-2005.

75. Israelsson U. E. Dilution refrigeration for space applications / U. E. Israelsson, D. Petrac // Cryogenics – 1990. – V. 30, № 3. – P. 257-262.

76. Hattori K. An inexpensive alternative monitor for resistance thermometers of a dilution refrigerator / K. Hattori, H. Shibayama, T. Mamiya // Cryogenics – 1992. – V.32, № 6. – P. 604-605.

77. Есельсон Б. Н. Простой рефрижератор растворения непрерывного действия для получения температур до 15 мК / Б. Н. Есельсон, Э. Я. Рудаковский, В. К. Чаговец и др. // Приборы и техника эксперимента – 1979, №3. – С. 128-132.

78. A compact dilution refrigerator with vertical heat exchanger for operation to 2 mK / Yu. M. Bunkov, A. M. Guenault, D. J. Hayward [ et al. ] // J. Low Temp. Phys. – 1991. – V.83, № 5/6. – P. 257-272.

79. Pobell F. Matter and methods at low temperatures / F. Pobell –Berlin: Springer-Verlag, 1992. – 319 p.

80. Vermeulen G. A. Powerful dilution refrigerator for use in the study of polarized liquid  $^3\text{He}$  and nuclear cooling / G. A. Vermeulen, G. Frossati // Cryogenics – 1987. – V.27, № 3. – P. 139-147.

81. Frossati G. Experimental techniques: methods for cooling below 300 mK / G. Frossati // J. Low Temp. Phys. – 1992. – V.87, № 3/4. – P. 595-633.

82. Tsubota M. QUANTUM TURBULENCE / M. Tsubota, W. P. Halperin // Progress

in *Low Temp. Phys.* – 2009. – V.16, № 1. – P. 414.

83. Acoustic Emission by Quartz Tuning Forks and Other Oscillating Structures in Cryogenic  $^4\text{He}$  Fluids / D. Schmoranzer, M. La Mantia, G. Sheshin [et al.] // *J. Low Temp. Phys.* – 2011. – V.163. – P. 317-344.

84. Flow regimes of the superfluid helium caused by oscillating quartz tuning fork / V. Chagovets, I. Gritsenko, E. Rudavskii [et al.] // *J. Phys: Conference Series* – 2009. – V.150, № 3, – P. 032014.

85. Гриценко И. А. Механизмы диссипации колеблющегося кварцевого камертона в  $\text{He II}$  при повышенных давлениях / И. А. Гриценко, А. А. Задорожко, Г. А. Шешин // *ФНТ.* – 2012. – Т.38, №12. – С. 1395-1402.

86. Crossover from hydrodynamic to acoustic drag on quartz tuning forks in normal and superfluid  $^4\text{He}$  / D. I. Bradley, M. Človečko, S. N. Fisher [et al.] // *Phys. Rev. B* – 2012. – V.85. – P. 014501.

87. Mutual interactions of oscillating quartz tuning forks in superfluid  $^4\text{He}$  / I. Gritsenko, G. Sheshin, D. Schmoranzer [et al.] // *Fiz. Nizk. Temp.* – 2013. – V.39, №10. – P. 1062-1067.

88. Гриценко И. А. Влияние акустического излучения на критическую скорость перехода к турбулентному течению в  $\text{He II}$  / И. А. Гриценко, Г. А. Шешин // *ФНТ.* – 2014. – Т.40, №9. – С. 1028-1034.

89. Gritsenko I. Frequency Characteristics of a Quartz Tuning Fork Immersed in  $\text{He II}$  / I. Gritsenko, A. Zadorozhko, G. Sheshin // *J. Low Temp. Phys.* – 2013. –V.171, Iss. 3-4 – P. 194-199.

90. Donnelly R. J. The Observed Properties of Liquid Helium at the Saturated Vapor Pressure/ R. J. Donnelly and C. F. Barenghi // *J. Phys. Chem. Ref.* – 1998. – Data 27. – P. 1217–1274.

91. Niemetz M. Viscosity and Mean Free Path of Very Diluted Solutions of  $^3\text{He}$  in  $^4\text{He}$  / M. Niemetz, H. Kerscher, W. Schoepe // *J. Low Temp. Phys.* – 2001. –V.124, Iss. 1-2 – P. 163-168.

92. Transition to Turbulence for a Quartz Tuning Fork in Superfluid  $^4\text{He}$  / D. I. Bradley, M. J. Fear, S. N. Fisher [et al.] // *J. Low Temp. Phys.* – 2009. –V.156, Iss. 3-4 – P. 116-131.

93. Stability of flow and the transition to turbulence around a quartz tuning fork in superfluid  $^4\text{He}$  at very low temperatures / D. I. Bradley, M. J. Fear, S. N. Fisher [et al.] // *Phys. Rev. B* – 2014. –V.89. – P. 214503.

94. Gorter C. J. On the irreversible processes in liquid helium II / C. J. Gorter, J. H. Mellink // *Physica* – 1949. – V.15, Iss. 3-4. – P. 285-304.
95. Hall H. E. The rotation of liquid helium II. II. The theory of mutual friction in uniformly rotating helium II / H. E. Hall, W. F. Vinen // *Proc. R. Soc. (London) A* – 1956. – V.238, Iss. 1213. – P. 215-234.
96. Vinen W. F. Mutual friction in a heat current in liquid helium II. III. Theory of the mutual friction / W. F. Vinen // *Proc. R. Soc. (London) A* – 1957. – V.242, Iss. 1231. – P. 493-515.
97. Sonin E. B. Magnus force in superfluids and superconductors / E. B. Sonin // *Phys.Rev. B* – 1997. – V.55, Iss. 1. – P. 485.
98. Kopnin N. B. Vortex dynamics and mutual friction in superconductors and Fermi superfluids / N. B. Kopnin // *Rep. Prog. Phys.* – 2002. – V.65, №11. – P. 1633.
99. Колебания. Колебательные системы. Модели колебательных систем на примере дифференциальных уравнений [Электронный ресурс]. / Назимов А. И. / NUMAMO, №1, 2017. – Режим доступа : <https://www.numamo.org/HTML/Articles/Oscillator.html>.
100. Астахов В. В. Осциллятор Дуффинга: Учебное пособие для студентов вузов [Электронный ресурс] / В. В. Астахов, С. А. Коблянский, А. В. Шабунин – Изд. Саратовского университета, 2007, 52с. – Режим доступа: [http://chaos.sgu.ru/inno\\_project/20/1283/OscDuff-Finish-vers.pdf](http://chaos.sgu.ru/inno_project/20/1283/OscDuff-Finish-vers.pdf).
101. Novak S. Transition to chaos in the Duffing oscillator / S. Novak, R. G. Frehlich // *Physical review A*. – 1982. – V.26, №6. – P. 3661.
102. Кузнецов А. П. Лекции по теории колебаний и волн. Нелинейные колебания: [учеб. пособ. для студ. физ. спец. вузов] / А. П. Кузнецов, С. П. Кузнецов, Н. М. Рыскин. – Саратов: Саратовский гос. универ. им. Н. Г. Чернышевского, 2011. – 314 с.
103. Косевич А. М. Введение в нелинейную физическую механику / А. М. Косевич, А. С. Ковалев; Отв. ред. Боровик А. Е. АН УССР; Физико-технический институт низких температур. – Киев: Наук. думка, 1989. – 304 с.
104. Multiple critical velocities in oscillatory flow of superfluid  $^4\text{He}$  due to quartz tuning forks / D. Schmoranzer, M. J. Jackson, V. Tsepelin [et al.] // *Phys. Rev. B* – 2016. – V.94. – P. 214503.

**ДОДАТОК А**  
**СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ**

1. Диссипация кинетической энергии камертона, погруженного в сверхтекучий гелий, при различных частотах / И. А. Гриценко, **К. А. Клокол**, С. С. Соколов, Г. А. Шешин // ФНТ. – 2016. – Т.42, №1. – С. 28-34.
2. Особенности квазиустойчивого ламинарного течения He II и дополнительный диссипативный процесс / И. А. Гриценко, **К. А. Клокол**, С. С. Соколов, Г. А. Шешин // ФНТ. – 2016. – Т.42, №3. – С. 211-215.
3. The frequency dependence of the added mass of quartz tuning fork immersed in He II / I. Gritsenko, **K. Klokol**, S. Sokolov, G. Sheshin // JLTP. – 2017. – V.187, № 5/6. – P. 433-438.
4. Присоединенная масса при колебаниях кварцевого камертона в He II / И. А. Гриценко, **К. А. Михайленко**, С. С. Соколов, Г. А. Шешин // ФНТ. – 2017. – Т.43, №3. – С. 391-395.
5. Нелинейные явления при колебаниях кварцевого камертона, погруженного в сверхтекучий гелий / И. А. Гриценко, **К. А. Михайленко**, С. С. Соколов, Г. А. Шешин // ФНТ. – 2018. – Т. 44, №1. – С. 46-52.
6. **Клокол К. А.** Метод колеблющегося кварцевого камертона и диссипативные процессы в He II / **К. А. Клокол**, Г. А. Шешин // Студентська наукова конференція «Фізика та науково-технічний прогрес», 16 квітня, 2015: тези доповідей – Україна, Харків, 2015. – С. 14.
7. Gritsenko I. Methodic of oscillating quartz tuning fork and dissipative process in He II / I. Gritsenko, **K. Klokol**, G. Sheshin // VI Int. Conf. for Young Scientists «Low temperature physics», June 2–5, 2015: book of abstracts. – Ukraine, Kharkiv, 2015. – P. 74.
8. Гриценко И. А. Коэффициент сопротивления колеблющегося кварцевого камертона погруженного в сверхтекучий гелий / И. А. Гриценко, **К. А. Клокол**, Г. А. Шешин // XXXVII Собрание по физике низких температур (НТ-37), 29 июня–3 июля, 2015: тезисы докл. – Россия, Казань,



2015. – С. 265-266.

9. Особенности рассеяния тепловых возбуждений в He II квантованными вихрями / И. А. Гриценко, **К. А. Клокол**, С. С Соколов, Г. А. Шешин // XII Міжнародна конференція «Фізичні явища в твердих тілах», 1–4 грудня, 2015: тези доповідей – Україна, Харків, 2015. – С. 33.

10. Features of quasi-stabile laminar flow of superfluid helium and the mutual friction / I. Gritsenko, **К. Klokol**, S. Sokolov, G. Sheshin // 20<sup>th</sup> Research Workshop «Nucleation Theory and Applications», April 1–30, 2016: book of abstr. – Russia, Dubna, 2016. – P. 42.

11. The dissipation of the kinetic energy of a tuning fork immersed in superfluid helium at different frequencies / I. Gritsenko, **К. Klokol**, S. Sokolov, G. Sheshin // 20<sup>th</sup> Research Workshop «Nucleation Theory and Applications», April 1–30, 2016: book of abstr. – Russia, Dubna, 2016. – P. 42.

12. Quntum turbulence and quasistabile laminar flow He II / I. Gritsenko, **К. Klokol**, S. Sokolov, G. Sheshin // VII International Conference Physics of liquid matter: modern problems, May 27–30, 2016 : book of abstr. – Ukraine, Kyiv, 2016. – P. 50.

13. Gritsenko I. Kinetic energy dissipation of a tuning fork immersed in superfluid helium at different temperatures / I. Gritsenko, **К. Klokol**, G. Sheshin // VII International Conference Physics of liquid matter: modern problems, May 27–30, 2016: book of abstr. – Ukraine, Kyiv, 2016. – P. 52.

14. I. Gritsenko. Flow of superfluid helium at high Reynolds number / I. Gritsenko, **К. Klokol**, G. Sheshin // VII International Conference Physics of liquid matter: modern problems, May 27–30, 2016: book of abstr. – Ukraine, Kyiv, 2016. – P. 51.

15. Gritsenko I. Added mass of the oscillating body immersed in superfluid helium in a turbulent flow / I. Gritsenko, **К. Klokol**, G. Sheshin // VII International Conference for Young Scientists «Low Temperature Physics», June 6–10, 2016: book of abstr. – Ukraine, Kharkiv, 2016. – P. 120.

16. Study of quasi-laminar flow in superfluid helium using quartz tuning fork /

I. Gritsenko, **K. Klokol**, S. Sokolov, G. Sheshin // VII International Conference for Young Scientists «Low Temperature Physics», June 6–10, 2016: book of abstr. – Ukraine, Kharkiv, 2016. – P. 116.

17. The flow resistance of the oscillating tuning fork immersed in superfluid helium / I. Gritsenko, **K. Klokol**, A. Tseskis, G. Sheshin // International Conference on Quantum Fluids And Solids, August 10–16, 2016: – book of abstr. – Czech Republic, Prague, 2016. – P. 59.

18. Added mass of the He II in experiments with oscillating quartz tuning fork / I. Gritsenko, **K. Klokol**, S. Sokolov, G. Sheshin // International Conference on Quantum Fluids And Solids, August 10–16, 2016: – book of abstr. – Czech Republic, Prague, 2016. – P. 114.

19. The drag coefficient of oscillating objects in liquid helium / I. A. Gritsenko, T. A. Dubchak, **K. O. Mykhailenko**, S. S. Sokolov, G. A. Sheshin // VII International Conference for Professionals & Young Scientists «Low Temperature Physics», May 29–June 2, 2017: book of abstr. – Ukraine, Kharkiv, 2017. – P. 117.

20. The dissipative processes depended on the oscillating tuning fork immersed in He II / **K. O. Mykhailenko**, I. A. Gritsenko, T. A. Dubchak, S. S. Sokolov, G. A. Sheshin // VII International Conference for Professionals & Young Scientists «Low Temperature Physics», May 29–June 2, 2017: book of abstr. – Ukraine, Kharkiv, 2017. – P. 126.

21. Nonlinear behavior and dissipation of the quartz tuning fork immersed in He II / I. A. Gritsenko, **K. O. Mykhailenko**, S. S. Sokolov, G. A. Sheshin // International Conference on Ultra Low Temperature Physics (ULT 2017): Frontiers of Low Temperature Physics, August 17–21, 2017: book of abstr. – Germany, Heidelberg, 2017. – P. 19.

22. Альтернативне пояснення нелінійної поведінки кварцового камертона, що коливається у надплинному гелії / И. А. Гриценко, Т. А. Дубчак, **Х. О. Михайленко**, С. С. Соколов, Г. А. Шешин // XIII Міжнародна конференція «Фізичні явища в твердих тілах», 5–8 грудня, 2017: тези доповідей – Україна, Харків, 2017. – С. 49.

## ДОДАТОК Б

### ВІДОМОСТІ ПРО АПРОБАЦІЮ РЕЗУЛЬТАТІВ ДИСЕРТАЦІЇ

- XXXVII Совецание по физике низких температур (НТ-37), 29 июня–3 июля, 2015, Казань, Россия;
- 6<sup>th</sup> International Conference for Young Scientists «Low temperature physics», June 2–5, 2015, Kharkiv, Ukraine;
- Студентська наукова конференція «Фізика та науково-технічний прогрес», 16 квітня, 2015, Харків, Україна;
- XII Міжнародна конференція «Фізичні явища в твердих тілах», 1–4 грудня, 2015, Харків, Україна;
- 20<sup>th</sup> Research Workshop «Nucleation theory and applications», April 1–30, 2016, Dubna, Russia;
- 7th International Conference «Physics of liquid matter: Modern problems», May 27–30, 2016, Kyiv, Ukraine;
- VII International Conference for Young Scientists «Low temperature physics», June 6–10, 2016, Kharkiv, Ukraine;
- International Conference on Quantum Fluids And Solids, 10–16 August, 2016, Prague, Czech Republic;
- VIII International Conference for Professionals & Young Scientists «Low temperature physics», May 29 –June 2, 2017, Kharkiv, Ukraine;
- International Conference on Ultra Low Temperature Physics (ULT 2017): Frontiers of Low Temperature Physics, August 17–21, 2017, Heidelberg Germany;
- XIII Міжнародна конференція «Фізичні явища в твердих тілах», 5–8 грудня, 2017, Харків, Україна.