В И С Н О В О К

про наукову новизну, теоретичне та практичне значення результатів дисертації Тєплової Дар'ї Павлівни «*Застосування теорії випадкових матриць до багатовимірних часових рядів*» на здобуття ступеня доктора філософії з галузі знань 11«Математика та статистика» за спеціальністю 111 «Математика»

1. Дисертація Д.П. Тєплової *«Застосування теорії випадкових матриць до багатовимірних часових рядів»* на здобуття ступеня доктора філософії з галузі знань 11 «Математика та статистика» за спеціальністю 111 «Математика»є цілісною та завершеною науковою працею теоретичного характеру на актуальну тему, виконаною на високому математичному рівні.

Дисертацію підготовлено у Фізико-технічному інституті низьких температур ім. Б.І. Вєркіна Національної академії наук України.

Тему дисертаційної роботи Д.П. Тєплової затверджено на засіданні Вченої ради ФТІНТ ім. Б.І. Вєркіна НАН України (протокол № 9 від 13 грудня 2017 року).

Науковими керівниками Д.П. Тєплової призначено академіка НАН України, д.ф.-м.н. Л.А. Пастура, головного наукового співробітника відділу теоретичної фізики ФТІНТ ім. Б.І. Вєркіна НАН України (наказ директора ФТІНТ ім. Б.І. Вєркіна НАН України № 90-ОД від 15 вересня 2017 року) та Ф. Лубатона, професора Університету Париж-Схід Марн-ла-Валлє.

Дослідження, які склали основу дисертаційної роботи, проводились згідно з науково-дослідною темою «*Матричні та диференціальні оператори та їх застосування у квантовій інформатиці, інтегрованих системах та статистичній фізиці*» (номер державної реєстрації 0116U005035).

2. Актуальність теми дослідження. Завдяки вражаючому розвитку пристроїв збору даних і сенсорних мереж, доволі часто доводиться зустрічатися з багатовимірними часовими рядами в різних областях, таких як: цифровий зв'язок, зондування навколишнього середовища, електроенцефалографія, аналіз фінансовий даних, промисловий контроль, тощо. У цьому контексті, не завжди є можливість зібрати достатньо велику кількість результатів спостережень, оскільки тривалість сигналів обмежена і/або тому, що їх статистичні дані не є інваріантними за часом на достатньо великих відрізках. У результаті основні схеми не можуть бути застосовані так, як у класичних випадках малої розмірності. Це, за останні десять років, значно стимулювало розробку нових статистичних підходів, спрямованих на вирішення вищезгаданих труднощів.

Зокрема, існує багато робіт, у яких використовується теорія випадкових матриць у контексті обробки багатовимірних статистичних сигналів, що традиційно моделюються подвійним асимптотичним режимом, в якому розмір часового ряду і розмір вибірки зростають до нескінченності. В цих роботах результати теорії випадкових матриць використано для оцінки поведінки функціоналів, що залежать від матриць коваріацій вибірки спостереження у багатовимірному випадку. Проте фундаментальні задачі багатовимірних часових рядів ґрунтуються на аналізі більш складних матриць, ніж матриці коваріацій. Зокрема, дуже важливими об’єктами досліджень є матриці автоковаріацій між минулим та майбутнім багатовимірних часових рядів. Велика частина даної дисертаційної роботи присвячена вивченню поведінки власних значень саме таких матриць у режимі, коли кількість спостережень та їх розмірність прямують до нескінченності так, що їх відношення прямує до ненульової константи.

Другий представлений в роботі ансамбль є модифікацією моделі великих випадкових матриць, що з'явилася у проблемах теорії квантової інформації. У роботі розглядається випадок, коли компоненти матриці коваріацій є тензорними добутками одного вектора, що ускладнює доведення у порівнянні з випадком, коли береться тензорний добуток незалежних векторів.

Актуальність описаних проблем, їх теоретичне та практичне значення й зумовили вибір теми дослідження.

3. Наукові положення, розроблені особисто дисертантом, та їх новизна.

У дисертаційній роботі вперше отримано наступні результати:

• Встановлено асимптотичну поведінку резольвенти матриці автоковаріацій.

• Досліджено поведінку перетворення Стілтьєса асимптотичної еквіваленти нормованої рахуючої міри матриці автоковаріацій біля дійсної вісі та описано властивості відповідної границі.

• Встановлено, що власні значення матриць автоковаріацій з ймовірністю один розташовані в околі носія граничної міри.

• Доведено, що при умові існування другого моменту елементів векторів, нормована рахуюча міра власних значень ансамблю матриць коваріацій, компоненти яких є тензорними добутками, слабко збігається з ймовірністю 1 до деякої невипадкової міри. Наведено рівняння, якому задовольняє перетворення Стілтьєса граничної міри.

4. Достовірність результатів та обґрунтованість положень і висновків дисертаційної роботи.

Наукові положення, що виносяться на захист, строго обґрунтовані, сформульовані та доведені у вигляді теорем і вчасно опубліковані у наукових фахових журналах, які включено до міжнародних наукометричних баз, тому їх достовірність не викликає сумнівів. Всі основні результати дисертації пройшли апробацію на міжнародних конференціях та семінарах у наукових центрах.

5. Повнота викладу матеріалів дисертації в публікаціях та особистий внесок здобувача в публікації.

Основні положення дисертації опубліковано в 6 наукових працях, серед яких 1 стаття у науковому виданні України, що входить до міжнародних наукометричних баз (Scopus, Web of Science, квартіль Q3), 1 стаття у закордонному спеціалізованому виданні, що входить до міжнародних наукометричних баз (Scopus, Web of Science, квартіль Q2), та 4 праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації.

Наукові праці, в яких опубліковані основні результати дисертації:

публікація у науковому виданні України,
що входить до міжнародних наукометричних баз

1. Tieplova D., *Distribution of Eigenvalues of Sample Covariance Matrices with Tensor Product Samples.* // Журнал математичної фізики, аналізу, геометрії. – 2017. – Т.13. – С.82-98.
(Входить до міжнародних наукометричних баз Scopus, Web of Science, MathSciNet, Google Scholar; Impact Factor: 0.531; квартиль Q3)

публікація у закордонних спеціалізованих виданнях,
що входять до міжнародних наукометричних баз

2. Loubaton P., Tieplova D., *On the Behaviour of Large Empirical Autocovariance Matrices Between the Past and the Future* // Random Matrices: Theory and Applications. – 2020. – P. 1-79. doi: 10.1142/S2010326321500210
(Входить до міжнародних наукометричних баз Scopus, Web of Science, MathSciNet, Google Scholar, zbMATH; Impact Factor: 1.206; квартиль Q2)
Особистий внесок здобувача. Автору належать Section 3,4,5,6, Proposition 7.1, Theorem 7.1, Proposition 7.4, Proposition 7.6, Theorem 7.2, Proposition 7.7, Section 8,9.

Наукові праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації

3. Tieplova D., *Distribution of eigenvalues of some random matrices of large order.* In: III International Conference "ANALYSIS AND MATHEMATICAL PHYSICS": Book of abstracts, B.Verkin Institute for Low Temperature Physics and Engineering of the National Academy of Sciences of Ukraine, Kharkiv (2015)

4. Tieplova D., *Distribution of eigenvalues of sample covariance matrices with tensor product samples.* In: Abstracts of Lectures and Talks: Trilateral German-Russian-Ukrainian Summer School "Spectral Theory, Differential Equations and Probability", Johannes Gutenberg Universität Mainz, Mainz (2016)

5. Tieplova D., Loubaton P., Pastur L., *On the behaviour of the singular values of empirical autocovariance matrices in the high-dimensional case.* In: International Conference "XXVII Colloque francophone de traitement du signal et des images": Programme et resumes, p. 95, l'Universite de Lille, Lille (2019)

6. Tieplova D., Loubaton P., Pastur L., *On the Limit Distribution of the Canonical Correlation Coefficients Between the Past and the Future of a High-Dimensional White Noise.* In: International Conference "2020 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)", pp. 8772-8776. Barcelona (2020)

Результати дисертаційної роботи повністю відображено в публікаціях. Постановки задач належать науковим керівникам. Усі результати, включені до дисертації, отримані автором особисто.

6. Апробація матеріалів дисертації.

Результати дисертації доповідалися й обговорювалися на наступних конференціях та семінарах:

1. III Міжнародна конференція «Аналіз та математична фізика», Харків, 15–19 червня 2015 р.
2. Тристороння німецько-російсько-українська літня школа «Spectral Theory, Differential Equations and Probability», Майнц (Німеччина), 4–15 вересня 2016 р.
3. Конференція «Random Matrices and Random Graphs», Марсель (Франція), 15–19 квітня 2019 р.
4. Літня школа «Randomness in Physics and Mathematics», Білефельд (Німеччина), 12–24 серпня 2019 р.
5. Конференція «XXVII Colloque francophone de traitement du signal et des images», Ліль (Франція), 26–29 ерпня 2019 р.

6. Конференція «Random Matrices and Complex Data Analysis Workshop», Шанхай, Китай, 10–12 грудня 2019 р.
7. Конференція «2020 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)», Барселона (Іспанія), 4–8 квітня 2020 р.

7. Практичне та теоретичне значення дисертації.

Дисертація має теоретичний характер. Отримані результати і розвинуті методи можуть бути застосовані в наукових дослідженнях, які проводяться у ФТІНТ ім. Б. І. Вєркіна НАН України, в Паризькому Східному університеті, Гонконзькому університеті, а також можуть бути використані для покращення методів теорії телекомунікації.

8. Рекомендація дисертації до захисту.

Дисертаційна робота Тєплової Дар'ї Павлівни «*Застосування теорії випадкових матриць до багатовимірних часових рядів*» на здобуття ступеня доктора філософії є завершеною науковою працею, що складає вагомий внесок у розвиток теорії випадкових матриць. За своїм науковим рівнем та практичною цінністю, змістом та оформленням, робота повністю відповідає вимогам пп. 9, 10, 11 «Порядку проведення експерименту з присудження ступеня доктора філософії», затвердженому постановою Кабінету Міністрів України від 6 березня 2019 р. № 167, та відповідає напряму наукового дослідження освітньо-наукової програми «Математика» ФТІНТ ім. Б.І. Вєркіна НАН України зі спеціальності 111 «Математика».

Враховуючи високий рівень виконаних досліджень, а також наукову новизну результатів дисертації та їх наукове і практичне значення, ми **рекомендуємо** дисертаційну роботу Тєплової Дар'ї Павлівни «*Застосування теорії випадкових матриць до багатовимірних часових рядів*» до захистуна здобуття ступеня доктора філософії зі спеціальності 111 «Математика» з галузі знань 111 «Математика та статистика».

Рецензенти:

завідувач відділу математичної фізики
ФТІНТ ім. Б.І. Вєркіна НАН України,
член-кореспондент НАН України, д.ф.-м.н. М.В. Щербина

провідний науковий співробітник відділу математичної фізики ФТІНТ ім. Б.І. Вєркіна
НАН України, д.ф.-м.н. І.Є. Єгорова

Особистий підпис гр. Щербиної М.В. Єгорової І.Є.
ЗАСВІДЧУЮ
Учений секретар ФТІНТ
ім. Б.І. Вєркіна НАН України
кандидат фізико-математичних наук