ВІДГУК

офіційного опонента на дисертаційну роботу
Хількової Лариси Олександрівни
"Усереднені моделі дифузії в пористому середовищі
з нелінійною адсорбцією на межі",
подану на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук
за спеціальністю 01.01.03 – математична фізика.

Дисертаційна робота Хількової Л. О. присвячена питанням усереднення нелінійної задачі Робена для рівнянь дифузії (стаціонарної й нестаціонарної) в сильно перфорованих областях довільної мікроструктури.

Теорія усереднення розглядає процеси в мікронеоднорідних середовищах, тобто середовищах з великим числом включень або порожнин. Такі процеси описуються рівняннями зі швидко осцилюючими по просторовим змінним коефіцієнтами або в областях складної мікроструктури з відповідними крайовими умовами. Безпосереднє розв'язання цих крайових задач у більшості випадків ні аналітичними, ні чисельними методами практично неможливо. Теорія усереднення пропонує наступний підхід до вирішення цієї проблеми: побудувати усереднену макроскопічну модель й далі перейти до розв'язання усередненої задачі.

Усередненню задачі Робена, як лінійної, так і нелінійної присвячено багато робіт. Але практично в усіх цих роботах розглядалися пористі середовища періодично перфоровані окремими частками. Такий вид області дифузії є модельним: він вловлює основні риси процесу й часто є природно обґрунтованим. Але реальні пористі середовища можуть мати структуру, що не відповідає такому виду. Це можуть бути пористі середовища, в яких поглинаюча тверда фракція не є періодичною і може бути зв'язною. В цих випадках вид усередненого рівняння якісно залежить від мікроструктури областей. В дисертації Хількової Л.О. розглядається спеціальний вид сильно перфорованих областей, що приводять до усередненої моделі стандартного скалярного типу. Такий вид областей характеризується поняттям сильної зв'язності. У роботі розглядаються два типи перфорованих областей, перший – це сильно зв'язні області довільного виду, другий – це області, перфоруюча

множина яких складається з дрібних, довільно розташованих, сильно поглинаючих зерен. Для обох типів теорія усереднення крайової задачі з нелінійною крайовою умовою типу Робена раніше не була побудована.

Перша частина дисертації присвячена питанням усереднення нелінійної задачі Робена в сильно зв'язних областях довільного виду. Клас сильно зв'язних перфорованих областей дуже широкий і містить у собі, зокрема, і області, періодично перфоровані окремими частками. У роботі для кожного фіксованого ε доведено існування єдиного розв'язку та досліджена асимптотична поведінка розв'язків при $\varepsilon \to 0$ еліптичної й параболічної крайових задач для рівнянь стаціонарної дифузії й нестаціонарної дифузії зі знесенням. Вводяться локальні енергетичні, "мезоскопічні", характеристики, які характеризують процеси в малому околі кожної точки області. Теореми збіжності розв'язку вихідної задачі до розв'язку усередненої доводяться за умов існування щільності "мезоскопічних" характеристик у кожній точці області процесу й при більш слабких інтегральних умовах. В загальному випадку (для довільних областей) складно визначити щільність "мезоскопічних" характеристик і перевірити ці умови. Тому в роботі розглянуті області локально-періодичної структури, для яких доведено, що всі умови теорем збіжності в таких областях виконуються й отримані явні формули для ефективних характеристик середовища.

У другій частині дисертації розглядаються області із дрібнозернистою межею, довільно або випадково перфоровані малими частками-кулями, радіус яких порядку $O(\varepsilon^{\alpha})$ $(\alpha > 1)$, а сила поглинання на їхній поверхні порядку $O(\varepsilon^{\beta})$ $(\beta = \beta(\alpha))$. У роботі вивчається асимптотична поведінка розв'язків задачі Робена для рівняння стаціонарної дифузії при прямуванні масштабу перфорації ε до 0 й отримана усереднена модель, коефіцієнти якої залежать від значень параметрів α, β. Зокрема показано, що при значенні $\alpha > 3$, при $n = 3$, сумарний поглинаючий ефект системи часток буде нульовим, незалежно від сили поглинання на їхній поверхні. Для областей з випадковою перфорацією, коли центри й радіуси куль визначені сукупністю

s-часткових функцій розподілу, встановлені умови на функції розподілу й отримані явні формули для ефективних характеристик середовища.

Мають місце наступні зауваження:

1. Мотивація визначення мезоскопічних характеристик на стор. 40 не переконлива.

2. Перед формулюванням інтегральних умов збіжності (теорема 2.3) слід було б спочатку встановити вимірність мезоскопічних характеристик, як функцій від x, відносно міри Лебега.

3. В тексті дисертації мають місце ряд стилістичних неточностей і друкарських помилок, які не впливають, в цілому, на загальне позитивне враження від роботи.

Вказані зауваження не ставлять під сумнів достовірність і цінність отриманих у дисертації результатів.

Зміст автореферату повністю відповідає змісту дисертації.

Дисертаційна робота "Усереднені моделі дифузії в пористому середовищі з нелінійною адсорбцією на межі" є завершеним науковим дослідженням, її результати є вагомим внеском в теорію усереднення крайових задач.

Вважаю, що дисертаційна робота Хількової Л.О. "Усереднені моделі дифузії в пористому середовищі з нелінійною адсорбцією на межі" за актуальністю, науковою новизною, кількістю опублікованих наукових праць та рівнем апробації відповідає всім вимогам МОН України, що висуваються до кандидатських дисертацій, а її автор Хількова Лариса Олександрівна заслуговує на присудження наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.03 – математична фізика.

Офіційний опонент,
член-кореспондент НАН України,
доктор фізико-математичних наук,
директор Інституту прикладної математики і механіки НАН України Скрипнік І.І.

Підпис Скрипніка І.І. засвідчую.
Учений секретар ІПММ НАН України
О.В. Тонконог