Відгук

офіційного опонента на дисертаційну роботу

Хількової Лариси Олександрівни

"Усереднені моделі дифузії в пористому середовищі

з нелінійною адсорбцією на межі",

подану на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук

за спеціальністю 01.01.03 – математична фізика.

Останні п'ять десятиріч дослідження задач усереднення в областях складної структури залишається одним з актуальних та інтенсивно розроблювальних напрямків сучасної теорії диференціальних рівнянь з частинними похідними. Це пов'язано з тим, що загальна поведінка матеріалів контролюється (визначається) їх мікроструктурою, а асимптотичні методи дають можливість знайти ефективні макро-характеристики врахувавши їх мікроструктуру. Історично вперше математичні результати асимптотичного характеру для крайових задач в перфорованих областях були отримані в роботі В.О. Марченка та Є.Я. Хруслова в 1964. Надалі ця тематика інтенсивно розвивалася і зараз можна відмітити, що вагомий внесок у розробці методів теорії усереднення в областях складної структури належить В.А. Марченку, Є.Я. Хруслову, В.В. Жикову, О.А. Олійник, І.В. Скрипнику, Ж.-Л.~ Ліонсу, Ф. Мюра, Д. Чіоранеску та багатьом іншим фахівцям.

Одним з достатньо нових і ще мало розроблених, але безумовно актуальних, напрямків в даній теорії є вивчення усереднення крайових задач у перфорованих областях з неперіодичною структурою і з нелінійними крайовими умовами. Саме цьому напрямку і належить дисертаційна робота Хількової Л. О.

У роботі розглядаються два типи перфорованих областей: сильно зв'язні області довільного виду й області із дрібнозернистою межею, перфоруюча множина яких складається з дрібних, довільно розташованих куль. Таким чином, робота складається із двох основних частин.

Перша частина роботи містить розділи 2-4. У другому розділі вивчається третя крайова задача для рівняння стаціонарної дифузії з нелінійним поглинанням на межі перфоруючої множини. Доведено існування єдиного розв'язку u^{ε} при кожному фіксованому ε та досліджена асимптотична поведінка розв'язків при $\varepsilon \to 0$. Вводяться "мезоскопічні" характеристики, які характеризують процеси в малому околі кожної точки області. Доведені дві теореми збіжності, перша – за умови існування певних рівномірних границь "мезоскопічних" характеристик, друга – за більш слабких умов, а саме інтегральних границь "мезоскопічних" характеристик. При доведені теорем збіжності використовується варіаційний метод "мезоскопічних" характеристик, заснований на побудові верхньої й нижньої оцінок розв'язків варіаційних задач.

Умови теорем збіжності, які доведені у другому розділі, на практиці дуже складно перевіряти для областей довільної перфорації. Тому у третьому розділі розглядаються перфоровані області локально-періодичної структури, для яких показано виконання умов збіжності з теореми 2.2 й одержано явні формули для коефіцієнтів усередненого рівняння – ефективних характеристик середовища.

У четвертому розділі вивчається третя крайова задача для рівняння нестаціонарної дифузії в сильно зв'язних областях з нелінійним поглинанням на межі та перенесенням дифундуючої речовини рідиною. Показано існування єдиного розв'язку u^{ε} задачі для кожного фіксованого ε. Доведена теорема збіжності, в якій досліджена асимптотична поведінка розв'язків u^{ε} при $\varepsilon \to 0$ та отримана усереднена задача, що описує головний член асимптотики. При доведені теореми збіжності використовується наступний підхід: для похідної розв'язку за часом і члена, що описує знесення, отримані оцінки, які дозволяють звести параболічну крайову задачу до еліптичної, до якої застосовується теорема 2.2.

Друга частина дисертації (розділ 5) присвячена задачі усереднення стаціонарної дифузії в областях, що перфоровані дуже малими кулями, повна поверхня яких є малою величиною і діаметр яких є істотно меншим відстаней між ними. Такі області в працях Марченка В. О. та Хруслова Є. Я. називалися областями з дрібнозернистою межею. У першій частині цього розділу розглядаються області з детермінованою дрібнозернистою межею, в яких кулі різних радіусів певним чином розподілені по фіксованій області. Вводяться два параметри: параметр $\alpha > 1$, який характеризує розмір часток, та параметр $\beta = \beta(\alpha)$, який характеризує силу поглинання на їх поверхнях. Для таких областей визначені умови збіжності й отримане усереднене рівняння, коефіцієнти якого залежать від параметрів α, β. У другій частині цього розділу розглянуті області із дрібнозернистою випадковою межею, коли центри й радіуси куль випадкові й описуються набором s-часткових функцій розподілу. У цьому підрозділі визначається набір умов на функції розподілу, при яких всі умови збіжності виконані й виводяться явні формули для коефіцієнтів усередненого рівняння залежно від значень параметрів α, β.

Мають місце наступні зауваження:

1. Не достатньо чітко обґрунтована незалежність від параметра τ граничних функцій a_{ij} та c в зауваженні 2.1.
2. З умов 1 та 2 теореми 2.2 випливають умови теореми 2.3. Тому достатньо було довести теорему 2.3 та вказати в зауваженні умови 1 та 2 теореми 2.2, які є більш сильнішими.
3. У четвертому розділі доведена теорема існування та єдиності узагальненого розв'язку u^ε задачі (4.1.1) з такого класу $W^\varepsilon = \left\{ u \in L^2\left(0,T; H^1\left(\Omega^\varepsilon, \partial\Omega\right)\right), u'_t \in L^2\left(0,T; \left(H^1\left(\Omega^\varepsilon, \partial\Omega\right)\right)^*\right)\right\}$, а теорема збіжності доведена для більш гладкого розв'язку класу $\widetilde{W}^\varepsilon = \left\{u \in L^2\left(0,T; H^1\left(\Omega^\varepsilon, \partial\Omega\right)\right), u'_t \in L^2\left(0,T; H^1\left(\Omega^\varepsilon, \partial\Omega\right)\right)\right\}$. Тому теорему 4.1 потрібно було довести при таких умовах, щоб розв'язок належав класу $\widetilde{W}^\varepsilon = \left\{u \in L^2\left(0,T; H^1\left(\Omega^\varepsilon, \partial\Omega\right)\right), u'_t \in L^2\left(0,T; H^1\left(\Omega^\varepsilon, \partial\Omega\right)\right)\right\}$.

Зазначені зауваження в цілому не знижують цінність отриманих у роботі результатів. Дисертація написана на досить високому науковому рівні, характеризується послідовним та ґрунтовим викладом матеріалу і містить нові та актуальні результати Їх достовірність підтверджується строгими математичними доведеннями відповідних теорем.

Результати дисертації достатньо повно викладено в опублікованих статтях дисертанта. Зміст автореферату повністю відповідає змісту дисертації та правильно відображає основні її положення. Слід також зауважити, що результати роботи достатньо апробовані на різних наукових семінарах та конференціях.

Дисертаційна робота "Усереднені моделі дифузії в пористому середовищі з нелінійною адсорбцією на межі" є завершеним науковим дослідженням. Результати дисертації є вагомим внеском у теорію усереднення крайових задач в перфорованих областях і можуть бути використані для подальшої розробки і відповідних застосувань.

Вважаю, що дисертаційна робота Хількової Л.О. "Усереднені моделі дифузії в пористому середовищі з нелінійною адсорбцією на межі" відповідає всім вимогам МОН України до кандидатських дисертацій, а її автор Хількова Лариса Олександрівна заслуговує на присудження наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.03 – математична фізика.

Офіційний опонент,
доктор фізико-математичних наук, професор,
професор кафедри математичної фізики,
Київського національного університету
імені Тараса Шевченка Т. А. Мельник.

Підпис засвід
Вчений секрет
Карадульна Н.
30.05.201

Київський національний університет імені Тараса Шевченка * Україна * Ідентифікаційний код 02070944