

## ВІДГУК

офіційного опонента на дисертаційну роботу

Гречневої Марини Олександрівни

### ГЕОМЕТРІЯ ДВОВИМІРНОЇ ПОВЕРХНІ ПРОСТОРУ МІНКОВСЬКОГО ТА ЇЇ ГРАСМАНОВА ОБРАЗУ

подану на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук  
за спеціальністю 01.01.04 – геометрія та топологія  
фізико-математичні науки (11-математика та статистика).

Дисертаційна робота Гречневої М.О. присвячена питанням класичної геометрії поверхонь ковимірності 2 в 4-вимірному просторі Мінковського, що є визнаною моделлю простору-часу в загальній теорії відносності. Подібні дослідження завжди викликають інтерес як математиків, так і фізиків-теоретиків, тому *актуальність* теми не викликає сумнівів. Робота виконана в рамках наукових досліджень в Запорізькому національному університеті.

Перший розділ дисертації носить оглядовий характер (про що зауважено в тексті дисертації) і містить необхідні попередні відомості про грасманові многовиди та грасманів образ підмноговидів, зокрема про особливості таких об'єктів у просторах з індефінітною метрикою. Подано достатньо повний перелік попередніх результатів щодо теми дисертації.

В другому розділі висвітлено питання будови грасманова многовиду  $l$ -площин в псевдо евклідовому  $n$ -вимірному просторі сигнатури  $(1, n-1)$ . Головний результат розділу на мою думку міститься в підрозділу 2.4, в якому перенесено означення метрики грасманова многовиду площин в евклідовому просторі на випадок площин різних типів (включаючи ізотропні) в псевдо евклідовому просторі і виведено формули для цієї метрики в термінах стаціонарних кутів між площинами. Виведено формули для символів Кристофеля та геодезичних ліній (підрозділ 2.5.2).

Головні результати дисертації містяться в розділах 3 та 4. В розділі 3 проведене докладне вивчення геометрії грасманова образу поверхонь ковимірності 2 в просторі Мінковського.

Введено поняття індикатриси нормальної кривини поверхонь різних типів (просторов подібних, часоподібних) та виписано аналоги формул Картана (стор. 66 та 67), виведено формулу для секційної кривини «псевдограсманова» многовиду  $PG(2,4)$  в просторі Мінковського  ${}^1R_4$  і доведено, що на відміну від класичного многовиду грасмана, для якої секційна кривина приймає значення на проміжку  $[0,2]$ , секційна кривина «псевдограсманова» многовиду  $PG(2,4)$  може приймати будь-які значення як в просторово подібному випадку, так і в часоподібному (Теорема 3.1). В Теоремах 3.2 та 3.3 виведено формули для секційної кривини псевдограсманова многовиду уздовж площинок, дотичних до грасманова образу двовимірної поверхні в  ${}^1R_4$  в термінах параметрів еліпсу нормальної кривини та гаусової кривини поверхні. В розділі 3.7, на базі результатів розділу 3.6, описано класи поверхонь, для яких секційна кривина грасманова образу є локально екстремальною. Відповідні результати містяться в Теоремах 3.4 та 3.5. В розділі 3.8 досліджені питання зв'язку афінної та грасманової класифікації точок неізотропних поверхонь, доведено їх еквівалентність (Теорема 3.6 та 3.7).

В розділі 4 розглянуто задачу про відновлення підмноговиду за наперед заданим грасмановим образом. Остання задача тісно пов'язана з результатами геометрів Харківської школи, а саме Ю. А. Амінова ([2], [3], [4], [9]), О.А. Борисенка ([14]), О.А. Борисенка та Ю.А. Ніколаєвського ([17], [18]), В.О. Горькавого ([24], [25], [26]) щодо відновлення поверхні в евклідовому просторі за її грасмановим образом. В розділі виведені диференціальні рівняння, що описують відновлювану поверхню (Теорема 4.1). За певними обмеженнями на кривину поверхні в  $PG(2,4)$  доведено існування розв'язку цих рівнянь (Теорема 4.2 та 4.3), тобто розв'язана задача відновлення поверхні в  ${}^1R_4$  за її грасмановим образом. Аналогічна крайова задача розв'язана в підрозділі 4.5 (Теорема 4.4 та 4.5) і є аналогом результату К.О. Кізбікенова [48].

Згадані результати доводять, що дисертаційна робота Гречневої М.О. є *закінченою науковою працею*, містить нові результати що базуються на відомих дослідженнях з геометрії грасманова образу, заявлені теореми викладено з *повними доведеннями достовірності яких не викликає сумнівів*. Результати дисертації *опубліковані в фахових журналах та пройшли тестування на конференціях і геометричних семінарах*. *Зміст автореферату ідентичний до змісту дисертації*.

Між тим, можна висловити ряд зауважень. Загальні:

- Доведення теорем в просторовоподібних і часоподібних випадках є такими, що дублюються. Тож було б доречним ввести параметр, що відповідає за вибір випадку і вести доведення з використанням такого параметру. Такий хід доведення сприяв би кращому розумінню відмінностей відповідних випадків.
- На початку розділів немає посилань на джерела, де опубліковані відповідні результати автора.
- Деякі підрозділи, наприклад 3.3, носять описовий характер і не містять чітких формулювань щодо мети відповідного розділу.
- Цікаве геометричне твердження на стор. 58 про геодезичні лінії грасманова многовиду псевдо евклідового простору наведено без доведення.

Зауваження редакційного характеру:

- Стор.36<sub>11</sub>: замість «загальних» слід було вжити «спільних»
- Стор 46<sup>5</sup>: замість «если» слід писати «якщо»
- Стор 47<sub>7</sub>: замість «пучка» слід було вжити «жмутка»
- Стор 56<sup>1</sup>, 57<sup>2</sup> у формулі для переносу знаку добутку використано символ тензорного добутку
- Стор. 63<sub>2</sub>: у вислові «...перейдемо до параметризації ..., відносно якої метричний тензор має вигляд...» йдеться ймовірно про «вигляд в точці...», бо відповідний локальний вигляд метричного тензору можливий лише для випадку плоскої поверхні
- Стор. 106<sup>6</sup>: Замість «Помітимо» слід було вжити «зауважимо».
- Стор 110<sub>8</sub>: «Доведемо деякі властивості...». Властивості не можна довести, а лише з'ясувати, знайти, описати і таке ін..
- Стор 123<sup>4</sup>: замість «протиріччя» слід було вжити «суперечність»

Висловлені зауваження не впливають на достовірність результатів и не знижують якості дисертаційної роботи по суті.

Вважаю, що дисертаційна робота М.О. Гречневої «Геометрія двовимірної поверхні простору мінковського та її грасманова образу» задовольняє вимогам «Порядку присудження наукових ступенів», затвердженого Постановою Кабінету Міністрів України № 567 від 24 липня 2013 року (зі змінами згідно Постанови Кабінету Міністрів України №656 від 19 серпня

2015 року та №1159 від 30 грудня 2015 року), щодо дисертаційних робіт на здобуття наукового ступеня кандидата наук, а її авторка Гречнева Марина Олександрівна заслуговує на присудження їй наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук зі спеціальності 01.01.04 – геометрія та топологія.

Офіційний опонент,  
доктор фізико-математичних наук,  
завідувач кафедри фундаментальної математики  
Харківського національного університету ім. В.Н. Каразіна

12.09.18

О.Л. Ямпольський



Відрук надійшов до ради 14.09.18  
Вз секретар  
Спис. Врєнді ради 2 64.175.11  
Канцелярія (В.О. Турчаківна)

