

Відгук

офіційного опонента на дисертаційну роботу

Гладкої Зої Миколаївни

«Метод оберненої задачі розсіювання для рівняння Кортевега–де Фріза з початковими даними типу сходинки»

поданої на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук

за спеціальністю 01.01.03 — математична фізика

Дисертаційна робота Гладкої З.М. присвячена розвитку методу оберненої задачі розсіювання у застосуванні до розв'язання задачі Коші для рівняння Кортевега – де Фріза з початковими даними типу сходинки при великих значеннях часу.

Метод оберненої задачі розсіювання є одним із найбільш ефективних і широко застосованих методів інтегрування нелінійних еволюційних рівнянь. Його було відкрито ось уже майже півстоліття тому, і він інтенсивно використовувався як для безпосереднього інтегрування рівнянь, так і для дослідження асимптотик їхніх розв'язків у 70-90х роках минулого сторіччя. Зараз цей метод отримав новий розвиток у вигляді деякої своєї модифікації, що має назву нелінійного методу найшвидшого спуску. Його ідею було запропоновано Ітсом і Манаковим, а розвинуту форму він отримав у роботах Дейфта і Джоу. Зараз він є одним з найбільш широко використовуваних методів дослідження асимптотик у режимі, коли і просторовий і часовий параметри прямують до нескінченності одночасно, але їх відношення змінюється слабо. Якщо говорити безпосередньо про рівняння Кортевега–де Фріза, яке досліджується в дисертації, то асимптотика його розв'язків у вищезгаданому режимі повністю досліджена тільки у випадку спадних початкових даних для задачі Коші на всій осі. Щодо початкових даних типу сходинки, то тут фізична картина є давно зрозумілою, і асимптотики у різних областях просторово-часової площини якісно описані Гуревичем та

Пітаєвським за допомогою методу Уізема, а також Лічем і Нідманом методом співставлення асимптотик. Але єдиним математично строгим результатом тут є результат Хруслова, отриманий класичним методом оберненої задачі розсіювання, що описує розпад сходянки на асимптотичні солітони поблизу переднього фронту хвилі. Решта результатів були отримані на фізичному рівні строгості і тільки у випадку «чистої» сходянки у якості початкових даних. Однією з цілей даної дисертації є отримання математично обґрунтованих асимптотик у більш загальному випадку, ніж чиста сходянка. А саме, за допомогою методу осциляційної задачі Рімана-Гільберта в дисертації повністю досліджена асимптотика в солітонній зоні і в зоні позаду заднього фронту, а от у середній зоні отримана точна формула для очікуваного головного члену асимптотики. Цей результат є цікавий тим, що демонструє, як дані розсіювання початкового профілю впливають на асимптотику розв'язку задачі Коші. Також дуже цікавим є той факт, що цей головний член виявляється точним скінченнозонним розв'язком рівняння Кортевега-де Фріза. Але цим, досить важливим результатом, зміст дисертації не вичерпується.

Як відомо, в основі застосування методу задачі Рімана-Гільберта лежить припущення, що при фіксованому значенні часової змінної розв'язок задачі Коші має таку ж асимптотичну поведінку по просторовій змінній, що і початковий профіль, тобто можна описати всі об'єкти (розв'язки Йоста, дані розсіювання), що виникають у задачі розсіювання. Більш того, для застосування методу необхідно, щоб цей розв'язок при фіксованому t мав добре контрольовану швидкість спадання, скажімо, який небудь сумовний момент. Тобто мова йде про розв'язок задачі Коші у деякому класі. Для спадних початкових даних ця задача є ретельно дослідженою, і існує ціла низка результатів, отриманих як традиційними методами теорії рівнянь у часткових похідних, так і методом оберненої задачі розсіювання. Але для задач з початковими даними типу сходянки результатів значно менше, у тому числі й тому, що методи теорії рівнянь у часткових похідних тут є

неефективними. У третьому розділі дисертації Гладкої З.М. методом оберненої задачі розсіювання розв'язана така задача Коші, причому клас початкових даних є суттєво розширеним порівняно з відомими результатами. Розв'язок цієї задачі потребує доволі серйозних досліджень, пов'язаних із оцінками швидкості спадання по просторовій змінній ядер рівнянь Марченко. Ці оцінки є набагато складнішими, ніж у спадному випадку, так як в деяких точках спектру коефіцієнти відбиття не є гладкими функціями від спектрального параметра. Це призводить до необхідності деякої регуляризації, і виникають доволі нетривіальні обчислення в узагальнених гіпергеометричних функціях, які дисертантка успішно виконала.

У свою чергу, застосування методу оберненої задачі розсіювання до розв'язання задачі Коші для рівняння КдФ з початковими даними типу сходинки потребує детального спектрального аналізу асоційованого лінійного оператора пари Лакса. Для рівняння КдФ — це оператор Шрьодінгера з потенціалом типу сходинки. В класичному випадку спадного потенціалу на всій осі пряма і обернена задачі розсіювання для цього оператора є повністю розв'язаними як для випадку другого скінченного моменту, так і для суттєво більш складного випадку першого сумовного моменту потенціалу. Стосовно потенціалу типу сходинки, всі відомі результати тут стосуються другого моменту. У другому розділі дисертації З.М. Гладкої вичерпно розв'язані пряма та обернена задачі розсіювання для потенціалів типу сходинки, які мають будь-який заданий момент, починаючи з першого, і задану гладкість. Особливо варто зазначити, що наведені дисертанткою характеристичні властивості даних розсіювання мають, так би мовити, універсальний характер. Ті, що можна було б назвати аналітичними, представлені у вигляді, що не залежить ні від моменту, ні від гладкості. Вся інформація про ці два параметри міститься у гладкості і швидкості спадання ядер рівнянь Марченко, тобто в узагальнених перетвореннях Фур'є даних розсіювання. Результати другого розділу мають закінчений характер, і можна

сказати, що задача розсіювання для потенціалу з першим сумовним моментом розв'язана тепер так же повно, як і у спадному випадку.

Мають місце деякі зауваження:

1. Завдяки тому, що у другому розділі вивчаються одночасно дві сходинки (що відповідають ударній хвилі і хвилі розрідження), всі формули написані одночасно для обох випадків. Це декілька ускладнює читання і розуміння результатів. Можливо, якщо б дисертантка написала цей розділ тільки для випадку хвилі стиснення, як в інших двох розділах, то це було б більш правильно методологічно, і полегшило би розуміння особливостей задачі.

2. В тексті мають місце ряд стилістичних неточностей і друкарських помилок. Так, на сторінці 128 внизу замість "із" написано "with", у посиланні [63] - Nathemetical замість Mathematical, на стор.22 зверху – зайве "в", стр. 13 замість «задовольняють властивостям» краще сказати «мають властивості», тощо.

Зазначені зауваження ні якою мірою не ставлять під сумнів достовірність і цінність отриманих у роботі результатів.

Зміст автореферату повністю відповідає змісту дисертації.

Дисертаційна робота «Метод оберненої задачі розсіювання для рівняння Кортевега–де Фріза з початковими даними типу сходинки» є завершеним науковим дослідженням. Її результати можуть бути використаними у подальшому вивченні різних нелінійних диференціальних рівнянь.

Дисертаційна робота повністю відповідає паспорту спеціальності 01.01.03 – математична фізика.

Вважаю, що дисертаційна робота Гладкої З.М. «Метод оберненої задачі розсіювання для рівняння Кортевега–де Фріза з початковими даними типу

сходинки» за обсягом проведених наукових досліджень, актуальністю, науковою новизною, кількістю опублікованих наукових праць та рівнем апробації відповідає вимогам МОН України, а її автор Гладка Зоя Миколаївна безумовно заслуговує на присудження наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.03 — математична фізика.

Офіційний опонент,

доктор фізико-математичних наук, професор,

професор кафедри фундаментальної математики

Харківського національного університету

імені В. Н. Каразіна

В. Д. Гордевський

6 червня 2016 р.

Підпис Гордевського В. Д. засвідчую.

Начальник відділу кадрів

ХНУ імені В. Н. Каразіна



С.М. Куліш

Відух надіслав до ради 06.06.2016

Врахов секретар

Список вченої ради Д 64.175.01

