Відгук

на дисертацію Драча Костянтина Дмитровича

"Екстремальні оцінки для повних гіперповерхонь у ріманових просторах", подану на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю геометрія і топологія

Важливим розділом геометрії є вивчення властивостей підмноговидів "в цілому". Зрозуміло, що такі властивості тісно пов'язані з локальними властивостями підмноговидів, тому є у певному сенсі складнішими. Дослідження з геометрії "в цілому" проводились багатьма математиками; цей напрямок інтенсивно розвивається і у теперішній час.

У зв'язку з задачами геометричної теорії ймовірностей виникла проблема дослідження h-опуклих областей, а пізніше — і λ-опуклих областей. У цьому напрямку працювали О. А. Борисенко В. Мікуель, Е. Галлего, Д. І. Власенко та ін. У дослідженнях природно виникло поняття функції радіального кута. Актуальним є поширення результатів, що їх отримали О. Борисенко, К. Тененблат та Є. О. Олін, на випадок многовидів невід'ємної кривини та інших многовидів.

Згадаємо також результати О. Борисенка та В. Мікуеля про оцінку ширини сферичного шару, у який можна помістити λ-опуклу гіперповерхню в многовидах АдамараЦя ширина служить кількісною характеристикою відхилення гіперповерхні від сфери. Попри велике число отриманих у цьому напрямку результатів, тут залишається ще достатньо багато відкритих питань.

Частина результатів дисертації лежить у руслі задач мінімізації певних геометричних величин, що описують геометрію гіперповерхонь, при фіксації інших величин. Чи не найвідомішою з таких задач є ізопараметрична задача. Дослідженнями у цьому напрямку займалися як відомі вчені попередніх епох (обмежимося лише прізвищами Штейтера і Мінковського), так і сучасні автори (Ґандеґарі, Гарел, Говард, Трайберґс, Ґатчінґс, Рітоге, Рос і т.д.)

Таким чином, результати дисертації стосуються актуальної тематики геометрії підмноговидів ріманових многовидів.

Перший розділ дисертації носить допоміжний характер; у ньому автор наводить необхідні для подальшого викладу означення і результати ріманової та лоренцевої геометрії, необхідну інформацію про λ-опуклі та λ_1, λ_2-опуклі поверхні та базові факти з теорії оптимального управління. Другий розділ дисертації містить результати, що стосуються функції радіального кута гіперповерхні у рімановому многовиді, а також функції гіперболічного кута просторовоподібної гіперповерхні у просторі- часі. У цьому розділі доведено теорему порівняння радіальних кутів для гладких λ-опуклих гіперповерхонь у повному однозв'язному рімановому многовиді і обмеженнями на секційні кривини (теорема 2.6), а також доведено дуальну теорему 2.9 для λ-увігнутих гіперповерхонь. У випадку модельних ріманових просторів кривини одержано точну оцінку згори для функції радіального кута. Аналогічну оцінку одержано також для ріманових многовидів знакосталої секційної кривини.

Результати цього розділу тісно пов'язані з теоремою прокочування Бляшке. Одержано, зокрема, її узагальнення на випадок повних однозв'язних ріманових многовидів.

Для лоренцевих многовидів існує аналог функції радіального кута, а саме, функція гіперболічного кута для просторовоподібної гіперповерхні в просторі-часі. Функція гіперболічного кута одержується канонічно при розгляді деяких питань теорії відносності; вона має певну фізичну інтерпретацію. Цю функцію вивчали Кабальєро, Ромеро, Рубіо та інші автори. У дисертації, в лоренцевому випадку одержано аналоги згаданих вище результатів для ріманового випадку. Більше того, у лоренцевому випадку гіперболічний кут оцінюється згори сталою, що не залежить від відстані до підмноговида (Теорема 2.26).

До основних результатів третього розділу належить теорема 3.8, яка дає оцінку товщини $R-r$ сферичного шару такого, що довільна вкладена λ_1, λ_2-опукла гіперповерхня $\Sigma \subset M^{m+1}(c)$ може бути вміщена між концентричними сферами радіусів r та R, $r \leq R$. Скажімо, для $c = k^2$ ця оцінка має вигляд:

$$R - r \leq \frac{2}{k} \arccos \sqrt{\cos(k(R_1 - R_2))} - (R_1 - R_2),$$

де R_1, R_2 — радіуси цілком омбілічних сфер у $M^{n+1}(c)$ кривини λ_1 та λ_2 відповідно.

При $R_2 = 0$ з цієї теореми одержуються точні оцінки товщини шару для λ-опуклих поверхонь. У свою чергу, останній результат у дисертації перенесено на випадок ріманових многовидів знакосталої кривини.

Для повної вкладеної λ_1, λ_2-опуклої гіперповерхні $\Sigma \subset \mathbf{E}^{m+1}(c)$ одержано точну оцінку відношення радіусів R/r концентричних сфер, між якими можна вмістити поверхню:

$$\frac{R}{r} \leq \frac{\sqrt{\frac{\lambda_2}{\lambda_1}} + \sqrt{2}}{\sqrt{\frac{\lambda_1}{\lambda_2}} + \sqrt{2}}$$

У четвертому розділі повністю досліджено у двовимірному випадку обернену ізопараметричну задачу для повних λ-опуклих гіперповерхонь у модельних ріманових просторах. При цьому за допомогою принципа максимума Понтрягіна доведено ізопараметричну властивість λ-опуклих луночок (опуклих замкнених кривих, що складаються з двох дуг сталої геодезичної кривини

λ). Ізопараметричну властивість можна також формулювати у вигляді ізопараметричної нерівності для λ-опуклих кривих (Теорема 4.3).

У цілому результати дисертації становлять цілісне дослідження, спрямоване на розв'язок актуальних задач геометрії підмноговидів у ріманових многовидах.

Відзначу високий рівень публікацій дисертанта - він набагато перевищує формальні вимоги до опублікування результатів кандидатської дисертації. Результати дисертації стали відомі науковій громаді, зокрема, завдяки доповідям К.Д. Драча на наукових семінарах та конференціях у різних країнах. Не викликає жодного сумніву той факт, що К.Д.Драч самостійно одержав результати, включені у дисертацію.

Автореферат з належною повнотою відображає зміст дисертації. Невелике число текстових помилок у авторефераті та дисертації не становлять менш-більш істотного впливу на зміст та не перешкоджають розумінню матеріалу.

Підсумовуючи все сказане вище, приходжу до такого висновку: дисертація Костянтина Дмитровича Драча задовольняє всі вимоги до кандидатських дисертацій, а Костянтин Дмитрович Драч заслуговує на присудження йому наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю геометрія і топологія.

Офіційний опонент,
доктор фізико-математичних наук,
професор
М.М. Зарічний

Підпис Зарічного М.М.
ПІДТВЕРДЖУЮ
ВЧЕНИЙ СЕКРЕТАР
ЛЬВІВСЬКОГО НАЦІОНАЛЬНОГО
УНІВЕРСИТЕТУ імені ІВАНА ФРАНКА

Відгук надійшов 15.02.2016 р.
Вчений секретар
Спец. вченої ради Д 64.175.01 ([illegible])