

Локальная отрицательная магнитная проницаемость и возможность наблюдения бризерных возбуждений в магнитных метаматериалах

М.М. Богдан, О.В. Чаркина

*Физико-технический институт низких температур им. Б.И. Веркина НАН Украины
пр. Ленина, 47, г. Харьков, 61103, Украина*

E-mail: bogdan@ilt.kharkov.ua
charkina@ilt.kharkov.ua

Статья поступила в редакцию 21 августа 2013 г.

Показано, что длинноволновая динамика и магнитные свойства одномерных систем, построенных из индуктивно и емкостно связанных разомкнутых кольцевых резонаторов, описываются нелинейными дисперсионными регуляризованными уравнениями Клейна–Гордона. Найдено, что в таких системах высокочастотное магнитное поле возбуждает динамические солитоны на «пьедестале» — устойчивые бризеры, осциллирующие в противофазе по отношению к фону однородных колебаний, что означает существование в системе областей с отрицательной магнитной проницаемостью. Дополненная средой с отрицательной диэлектрической проницаемостью такая система образует «левосторонний» метаматериал, в котором области с бризерными возбуждениями оказываются прозрачными для электромагнитного излучения, что делает возможным их экспериментальное наблюдение.

Показано, що довгохвильова динаміка та магнітні властивості одновимірних систем, які побудовані із індуковано і ємнісно зв'язаних розімкнутих кільцевих резонаторів, описуються нелінійними дисперсійними регуляризованими рівняннями Клейна–Гордона. Знайдено, що в таких системах високочастотне магнітне поле збуджує динамічні солітони на «п'єдесталі» — стійкі бризери, які осцилюють у протифазі по відношенню до фону однорідних коливань, що означає існування в системі областей з від'ємною магнітною проникністю. Доповнена середовищем з від'ємною діелектричною проникністю така система утворює «лівосторонній» метаматеріал, в якому області із бризерними збудженнями виявляються прозорими для електромагнітного випромінювання, що робить можливим їх експериментальне спостереження.

PACS: **05.45.-a** Нелинейная динамика и хаос;

05.45.Yv Солитоны;

41.20.Jb Распространение электромагнитных волн, распространение радиоволн;

78.67.Pt Многослойные системы; сверхрешетки; фотонные структуры; метаматериалы.

Ключевые слова: магнитные метаматериалы, отрицательный показатель преломления, низкоразмерные системы, нелинейная динамика, бризер.

Введение

В последнее десятилетие в физике магнитных явлений наблюдается повышенный интерес к исследованию природных и искусственных материалов, обладающих отрицательной магнитной проницаемостью [1,2]. Он обусловлен возникновением и бурным развитием нового направления, связанного с созданием метаматериалов — искусственных сред с отрицательным показателем преломления для электромагнитных волн гигагерцевого и терагерцевого диапазонов [3,4]. В таких метаматериалах в указанном частотном интервале

диэлектрическая и магнитная проницаемости могут одновременно становиться отрицательными, что и делает возможным распространение волн с необычными «левосторонними» свойствами, как было предсказано В.Г. Веселаго [5]. Расстояние между структурными единицами, образующими метаматериал, оказывается много меньшим длины электромагнитной волны, поэтому он может рассматриваться как сплошная среда. По отдельности проводящие среды, обладающие отрицательной диэлектрической проницаемостью [6,7], и природные магнитные соединения с отрицательной магнитной проницаемостью были достаточно подроб-

но изучены [1]. Однако лишь сравнительно недавно теоретические идеи В.Г. Веселаго удалось реализовать экспериментально путем создания искусственной среды, состоящей из двух подсистем: решетки металлических стержней [6] и магнитного метаматериала, образованного цепочками разомкнутых кольцевых резонаторов, индуктивно связанных между собой [8].

Магнитные метаматериалы в зависимости от размеров их структурных единиц — кольцевых резонаторов — обладают различными пороговыми значениями частот, начиная с которых они демонстрируют отрицательную магнитную проницаемость. При частотах ниже пороговой магнитный отклик такой системы на однородную накачку положителен [8,9].

Новые свойства магнитных метаматериалов возникают при включении в их структурные единицы нелинейных элементов [10,11]. В этом случае практически однородное переменное магнитное поле $H(t) = H_0 \cos \Omega t$ индуцирует в магнитном метаматериале эдс $E(\tau) = E_0 \sin \Omega \tau$, появление которой может привести к возбуждению существенно нелинейных колебаний. Амплитуда такой эдс равна $E_0 = \mu_0 \Omega S H_0$, где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м — магнитная проницаемость вакуума и S — площадь разомкнутого кольцевого резонатора [9]. Н. Лазаридисом и соавторами было теоретически показано [12,13], что электрические колебания индуктивно связанных разомкнутых кольцевых резонаторов с нелинейными элементами в одномерном случае описываются следующими дискретными уравнениями:

$$L \frac{dI_n}{d\tau} + RI_n + U_n + M \left(\frac{dI_{n-1}}{d\tau} + \frac{dI_{n+1}}{d\tau} \right) = E(\tau), \quad (1)$$

$$\frac{dQ_n}{d\tau} = I_n,$$

где I_n — переменный ток в цепи, Q_n — заряд, L и M — самоиндуктивность и взаимная индуктивность, R — активное сопротивление, и нелинейная зависимость емкостного напряжения от заряда $U_n = f(Q_n)$ обеспечивается, например, наличием диодов в цепи или диэлектриком с керровской нелинейностью в зазоре кольца. Численно было показано, что дискретные уравнения (1) обладают сильно локализованными в пространстве и периодическими во времени решениями, которые соответствуют дискретным бризерам [14]. В частности, было показано, что в малой области, порядка нескольких констант решетки, возможно возбуждение дискретного бризера с амплитудой, имеющей обратный знак по отношению к приложенному полю [13]. Это означает, что в области, охватывающей несколько резонаторов, метаматериал демонстрирует диамагнитный отклик. К сожалению, при столь сильной локализации сложно говорить об отрицательной магнитной проницаемости метаматериала, поскольку данная величина является макроскопической характе-

ристической сплошной среды. В последнее время были предприняты попытки поиска аналитических выражений для дискретных нелинейных возбуждений в магнитных метаматериалах. Однако микроскопическое теоретическое описание динамики нелинейных метаматериалов в сильно дискретном случае оказывается достаточно сложной задачей, для решения которой в основном применяются численные методы исследования [12,13,15].

В данной работе предложен аналитический подход к описанию динамических характеристик бризерных колебаний в метаматериалах с учетом как индуктивной, так и емкостной связи между резонаторами, и теоретически показано, что в таких системах могут существовать конечные области с отрицательной магнитной проницаемостью, связанные с наличием в этих областях метаматериала магнитоиндуцированных бризеров.

Вынужденные бризерные колебания в магнитном метаматериале

Предлагаемая в работе модификация метаматериала включает дополнительную по отношению к модели (1) эффективную емкостную связь с коэффициентом C между резонаторами, которая практически всегда существует в метаматериалах [16].

Запишем, аналогично (1), систему уравнений для напряжения в контуре цепи:

$$\tilde{L} \frac{dI_n}{d\tau} + RI_n + f(Q_n) - \frac{2}{C} Q_n - \frac{1}{C} (Q_{n-1} + Q_{n+1} - 2Q_n) - M \left(\frac{dI_{n-1}}{d\tau} + \frac{dI_{n+1}}{d\tau} - 2 \frac{dI_n}{d\tau} \right) = E(\tau), \quad I_n = \frac{dQ_n}{d\tau}, \quad (2)$$

где выделены вторые разности в выражениях для емкостной и индуктивной связей, в результате чего перенормируются коэффициенты при индуктивных слагаемых, относящиеся к n -у узлу: $\tilde{L} = L - 2M$. Рассматривается система планарно ориентированных разомкнутых колец, для которой параметр $M > 0$. Влияние нелинейных элементов в метаматериале описывается, как правило, первыми членами разложения в зависимости $f(Q_n) = Q_n [1 - \eta(Q/Q_c)^2] / C_0$, где C_0 — линейная емкость разомкнутого кольца как колебательного контура, а Q_c — характерный заряд, параметр η — численный коэффициент при кубической нелинейности. Тогда система уравнений (2) может быть записана как одно уравнение для переменной заряда Q_n :

$$\tilde{L} \frac{d^2 Q_n}{d\tau^2} + R \frac{dQ_n}{d\tau} + \frac{1}{C} Q_n - \frac{\sigma}{C_0} Q^3 - \frac{1}{C} (Q_{n+1} - 2Q_n + Q_{n-1}) - M \frac{d^2}{d\tau^2} (Q_{n+1} - 2Q_n + Q_{n-1}) = E(\tau), \quad (3)$$

где $\tilde{C}^{-1} = C_0^{-1} - 2C^{-1}$.

Рассмотрим длинноволновые возбуждения, распространяющиеся в метаматериале, как в сплошной среде. В длинноволновом пределе, когда расстояние между разомкнутыми кольцами d много меньше длины волны колебаний, вторые разности преобразуются во вторые производные по координате, а вторые разности второй производной заряда по времени оказываются прямой реализацией четвертой смешанной пространственно-временной производной. Тогда уравнение для безразмерной зарядовой переменной $u_n = Q_n / Q_c$ сводится к нелинейному уравнению Клейна–Гордона с четвертой смешанной производной, так называемому регуляризованному уравнению Клейна–Гордона (РКГУ) [17], с дополнительными членами, описывающими затухание (активное сопротивление) и внешнюю переменную силу (эдс):

$$u_{tt} + \lambda u_t - u_{xx} - \beta u_{xxtt} + u - \eta u^3 = e_0 \cos(\omega t). \quad (4)$$

Переменная $u(x, t)$ зависит от безразмерных координат $x = nd / l_c$ и времени $t = \omega_0 \tau$, где $\omega_0 = (\tilde{L}\tilde{C})^{-1/2}$ — частота собственных колебаний в кольцевом контуре, характерная длина $l_c = \omega_c d / \omega_0 = d \sqrt{\tilde{C}/\tilde{C}} \gg d$, $\lambda = R \sqrt{\tilde{C}/\tilde{L}}$ — коэффициент затухания колебаний, $\omega = \Omega / \omega_0$ и $e_0 = E_0 \tilde{C} / Q_c$ — безразмерные частота и амплитуда накачки. Для последнего параметра после подстановки в него E_0 получим выражение, дающее его явную зависимость от магнитного поля и частоты накачки:

$$e_0 = \mu_0 H_0 \Omega S \frac{\tilde{C}}{Q_c} = \frac{\mu_0 S}{Q_c} \sqrt{\frac{\tilde{C}}{\tilde{L}}} \omega H_0. \quad (5)$$

Как видно из уравнения (4), индуктивная связь, которая описывается слагаемым с четвертой смешанной производной, с необходимостью привносит в систему эффекты высшей дисперсии. Параметр дисперсии определяется произведением отношений коэффициентов индуктивностей и емкостей:

$$\beta = \frac{MC}{\tilde{L}\tilde{C}} = \frac{M}{\tilde{L}} \left(\frac{d}{l_c} \right)^2, \quad (6)$$

и в рамках длинноволнового приближения его естественно считать меньшим единицы. Если пренебречь затуханием и внешней накачкой, то уравнение (4) превратится буквально в регуляризованное нелинейное уравнение Клейна–Гордона с кубической нелинейностью [17]:

$$u_{tt} - u_{xx} - \beta u_{xxtt} + u - \eta u^3 = 0. \quad (7)$$

Задача о малоамплитудных самолокализованных колебаниях (бризерах) для регуляризованного уравнения синус-Гордон была решена в работе [17], и фактически ее результаты с точностью до замены коэффициента $1/6$ в разложении синусоидальной силы на общий коэффициент η переносятся на уравнение (7). В частности, для малоамплитудного бризера РКГУ справедливы все выводы работы [17] о поведении основной гармонике бризера, в том числе об особенностях его пространственной локализации — исчезновении зависимости эффективной ширины бризера от амплитуды в пределе стремления параметра дисперсии $\beta \rightarrow 1$. Это свойство остается существенным и при изучении вынужденных колебаний.

Возвращаясь к исходной задаче (4) о нелинейной динамике магнитных метаматериалов в условиях внешних воздействий накачки и диссипации, исследуем режимы устойчивых локализованных вынужденных колебаний бризерного типа и найдем нелинейный отклик в магнитном метаматериале с возбужденным бризером. В дальнейшем будем пренебрегать потерями на активное сопротивление. Будем рассматривать частоты внешней накачки, меньшие ω_0 , — минимальной частотной границы линейных колебаний системы. Тогда, используя, как и в [17], асимптотическую процедуру Косевича–Ковалева, т.е. представляя решение в виде разложения по нечетным временным гармоникам с частотой накачки ω и предполагая иерархию малости по параметру отщепления частоты от края спектра $\kappa = \sqrt{1 - \omega^2} \ll 1$:

$u(x, t) = A(x) \{ [1 + \kappa^2 B(x)] \sin \omega t + \kappa^2 C(x) \sin 3\omega t + \dots \}$, (8)

получаем для амплитуды основной гармонике нелинейное уравнение

$$(1 - \beta \omega^2) A_{xx} - (1 - \omega^2) A + \frac{3}{4} \eta A^3 + e_0 = 0. \quad (9)$$

Для того чтобы все слагаемые были одного порядка малости, необходимо чтобы у функции $A(x)$ амплитуда была порядка κ и область локализации порядка $1/\kappa$, а амплитуда накачки e_0 была порядка $\kappa^{3/2}$, что всегда можно обеспечить выбором величины магнитного поля H_0 .

Уравнение (9) имеет три пространственно однородных решения, которые являются корнями кубического уравнения:

$$(1 - \omega^2) a - \frac{3}{4} \eta a^3 = e_0. \quad (10)$$

Известно, что при малых e_0 все три решения кубического уравнения вещественны, причем два из них устойчивы. В работе [18] было показано, что на фоне устойчивого решения с наименьшей амплитудой a возможно образование солитона. Явные зависимости амплитуды однородного колебания a от параметров накачки ω и e_0 даются соотношениями

$$a = \frac{2}{3\sqrt{\eta}} \sqrt{1 - \omega^2} \left(\cos \frac{\gamma}{3} - \sqrt{3} \sin \frac{\gamma}{3} \right), \quad (11)$$

$$\gamma = \arccos \left(\frac{9}{4} \frac{\sqrt{\eta} e_0}{(1 - \omega)^{3/2}} \right).$$

Выделим однородную часть a в решении для амплитуды $A(x) = a + A_s(x)$ и после подстановки в (9) получим уравнение для чисто солитонной зависимости $A_s(x)$, которая удовлетворяет граничным условиям, убывающим на бесконечности. Это уравнение можно проинтегрировать в явном виде и окончательно получить бризерные решения на однородном фоне — солитоны на «пьедестале»:

$$A(x) = A_{\pm}(x) = a \left[1 + \frac{2 \operatorname{sh}^2(\alpha)}{1 \pm \operatorname{ch}(\alpha) \operatorname{ch}(x/l)} \right]. \quad (12)$$

Здесь введены обозначения

$$2 \operatorname{sh}^2(\alpha) = \frac{4}{3\eta a^2 l^2}, \quad l^2 = \frac{1 - \beta \omega^2}{1 - \omega^2 - \frac{9}{4} \eta a^2}, \quad (13)$$

где параметр l определяет характерный размер локализации бризера. Заметим, что решение существует при частотах, очень близких, но строго меньших резонансной $\omega \leq \omega_c < 1$, при частоте ω_c параметр l стремится к бесконечности.

Как видно из выражения (12), амплитуда в центре бризера может иметь как положительный, так и отрицательный знак. Устойчивость подобных решений в рамках нелинейного уравнения Шредингера с внешней накачкой изучалась в работе [18]. Было показано, что полностью положительное решение с меньшей амплитудой неустойчиво, а решение $A_-(x)$ с отрицательной в центре амплитудой устойчиво относительно малых возмущений. В дальнейшем важной особенностью функции $A_-(x)$ для анализа и приложений оказывается зависимость не только от координаты x , но и от частоты ω как от параметра при фиксированном значении e_0 , что мы будем подчеркивать явно в записи: $A_-(x) \equiv A_-(x, \omega) \equiv a(\omega) f(x, \omega)$.

Локальная отрицательная магнитная проницаемость и наблюдение бризеров в метаматериале

Имея явный вид решения, можно найти аналитически магнитную проницаемость метаматериала, содержащего магнитный бризер — динамический солитон на «пьедестале». Следуя анализу общих формул для магнитной индукции [12], несложно прийти к выводу о существовании локальной области отрицательной магнитной проницаемости в метаматериале. Выражение для магнитной индукции имеет стандартный вид

$$B = \mu_0 (H(\tau) + M(x, \tau)), \quad (14)$$

где намагниченность метаматериала $M(x, \tau)$ в точке x определяется через силу тока $I(x, \tau)$ в кольце и равна $M(x, \tau) = S d^{-3} \partial Q(x, \tau) / \partial \tau$ [9]. После подстановки ре-

шения для $Q(x, \tau) = Q_c A_-(x) \sin \Omega \tau$ получаем выражение для индукции

$$B = \mu_0 \mu_r(x, \Omega) H_0 \cos \Omega \tau \quad (15)$$

с относительной магнитной проницаемостью и восприимчивостью

$$\mu_r(x, \Omega) = 1 + \chi(x, \Omega), \quad (16)$$

$$\chi(x, \Omega) = \rho A_-(x, \Omega) = \rho a f(x, \Omega), \quad (17)$$

где безразмерный параметр ρ равен

$$\rho \equiv \frac{S \Omega}{H_0 d^3} Q_c. \quad (18)$$

Из формул (16) и (17) видно, что возможность появления области отрицательных значений магнитной проницаемости $\mu_r(x, \Omega)$ в метаматериале с возбужденным бризером существенно зависит не только от величины ρ , но и от вклада амплитуды основной гармоники, поскольку восприимчивость $\chi(x, \Omega)$ имеет порядок величины ρa . Для оценки амплитуды однородного решения a в первом приближении можно положить $a = e_0 / \kappa^2$, и после подстановки в него e_0 из (5), а также воспользовавшись определением ω_0^2 , получим окончательно

$$a \approx \mu_0 H_0 \Omega S / Q_c \tilde{L} (\omega_0^2 - \Omega^2). \quad (19)$$

Подставляя выражения (18) и (19) в (17), найдем оценку для восприимчивости

$$\chi(x, \Omega) \approx \frac{\Omega^2}{\omega_0^2 - \Omega^2} \frac{\mu_0 S^2}{\tilde{L} d^3} f(x, \Omega). \quad (20)$$

Для кольцевого резонатора параметр площади оценим по простейшей формуле $S \approx \pi d^2$, в результате чего получаем окончательно

$$\chi(x, \omega) = \rho A_-(x, \omega) \approx \frac{\pi^2 \omega^2}{1 - \omega^2} \frac{\mu_0 d}{\tilde{L}} f(x, \omega). \quad (21)$$

Наномангнитные метаматериалы терагерцевого диапазона ($\omega_0 = 10^{12}$ Гц) имеют характерные размеры структурных элементов, и расстояние между ними d в среднем равно $5 \cdot 10^{-6}$ м [4], а индуктивность $\tilde{L} \approx 6 \cdot 10^{-12}$ Гн [12]. Отсюда следует, что величина $\mu_0 d / \tilde{L} \approx 1$, а произведение безразмерных параметров $\rho a \gg 1$ вследствие близости ω^2 к единице. Таким образом, знак магнитной проницаемости полностью определяется зависимостью $A_-(x, \omega)$, причем диамагнитный отклик в области локализации бризера существенно превосходит положительный отклик однородного фона. Эта зависимость от безразмерной координаты вдоль метаматериала и частоты накачки, нормированной на ω_0 , при фиксированной величине магнитного поля H_0 представлена на рис. 1(а). Вклад в частотную зависимость помимо функции $a(\omega)$ дают зависимости параметров $l(\omega)$ и $\alpha(\omega)$ (10) решения (9). На рис. 1(б) пока-

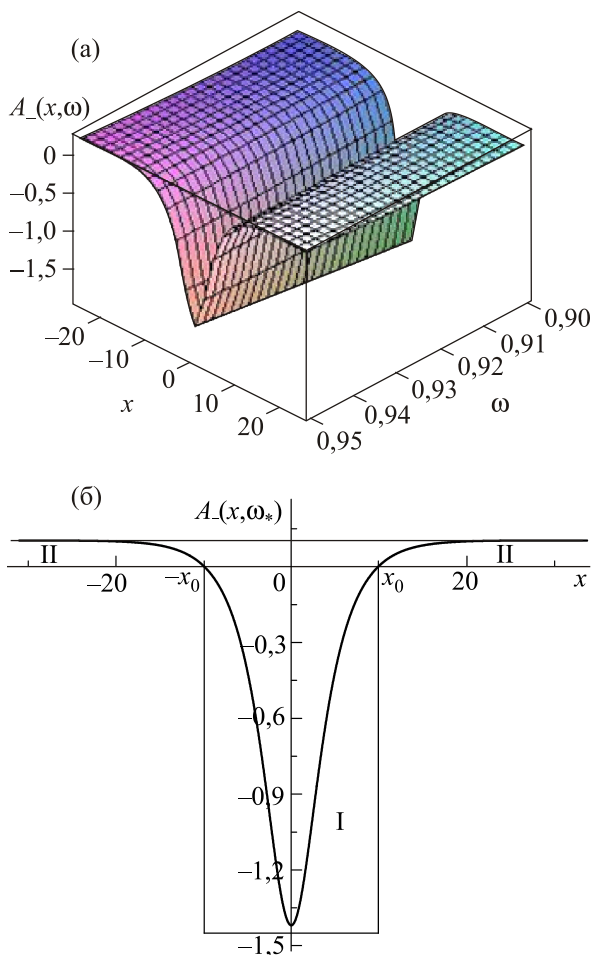


Рис. 1. Нелинейный отклик метаматериала, содержащего динамический солитон на «пьедестале»: зависимость амплитуды солитона от координаты и частоты накачки при фиксированной величине магнитного поля (а); профиль солитона при фиксированной частоте $\omega_* = 0,95$, I — область отрицательной проницаемости, II — область положительной проницаемости (б).

зана зависимость $A_-(x, \omega_*)$ от координаты при фиксированном значении частоты ($\omega_* = 0,95$). Видно, что область I отрицательных значений $A_-(x, \omega)$, т.е. фактически область отрицательной магнитной проницаемости, заключена в интервале $[-x_0, x_0]$, размеры которого зависят от частоты через параметры решения $x_0 = l \text{ Arch}(\text{ch } 2\alpha / \text{ch } \alpha)$. Вне этого интервала (область II) магнитная проницаемость является положительной. Заметим, что в пределе $\beta \rightarrow 1$ область отрицательной проницаемости практически не зависит от малого параметра κ . Это свойство может представляться важным, поскольку означает, что при сужении зоны сплошного спектра область отрицательной магнитной проницаемости остается макроскопической и конечной.

С помощью численного моделирования нами была исследована динамическая устойчивость вынужденных бризерных мод — солитонов на «пьедестале» — в рамках исходного РКГУ с внешней накачкой (4). Вы-

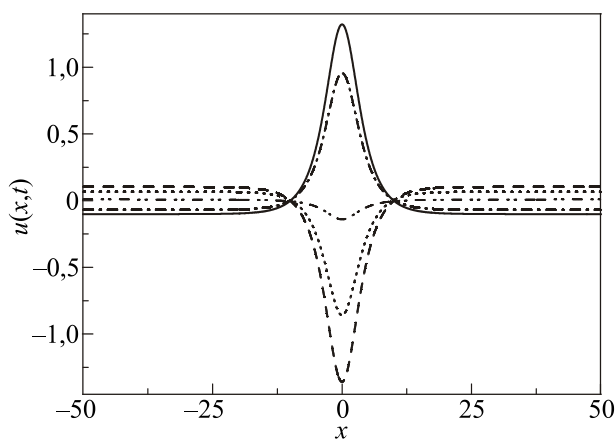


Рис. 2. Устойчивый режим вынужденных бризерных колебаний при значениях параметров дисперсии $\beta = 1/8$ и накачки $\omega = 0,95$, $e_0 = 0,01$.

яснилось, что существует область значений параметров, вполне допустимых в построенной выше теории, где режимы вынужденных колебаний, реализующие локальную отрицательную магнитную проницаемость, устойчивы. На рис. 2 показана такая устойчивая бризерная мода, колеблющаяся строго в противофазе с однородным фоном, при значениях параметра дисперсии $\beta = 1/8$, коэффициента нелинейности $\eta = 1/6$ и частоты и амплитуды накачки $\omega = 0,95$ и $e_0 = 0,01$. Вместе с тем выяснилось, что в частотном пределе, когда $l(\omega) \rightarrow \infty$, решение теряет устойчивость, и таким образом, область его стабильности ограничена. Однако это происходит при частотах, очень близких к ω_0 .

Таким образом, возбуждение бризерных колебаний в метаматериалах может привести к существованию нелинейного локального диамагнитного отклика метаматериала на внешнее высокочастотное поле. Данный эффект делает возможным наблюдение магнитных бризерных возбуждений. Если рассмотренную нелинейную цепочку связанных разомкнутых кольцевых резонаторов дополнить решеткой проводящих стержней, которая обладает в заданном частотном диапазоне отрицательной диэлектрической проницаемостью ϵ , то показатель преломления $n = \sqrt{\epsilon\mu}$ оказывается отрицательным в области локализации магнитного бризера и чисто мнимым всюду вне этой области. Соответствующая область метаматериала становится прозрачной для прохождения электромагнитной волны с компонентой вектора напряженности магнитного поля, перпендикулярной плоскостям разомкнутых кольцевых резонаторов. Из одномерных невзаимодействующих цепочек планарно ориентированных кольцевых резонаторов может быть построен двумерный метаматериал, обладающий аналогичными свойствами. Локализация бризеров в цепочках является независимой, поэтому картина, отражающая распределение интен-

сивностей прошедшей через двумерный метаматериал волны, может быть существенно неоднородной и имеющей максимумы в местах расположения бризеров. Такое распределение будет сильно зависеть от частоты и амплитуды накачки. Отметим, что подобные интригующие явления наблюдаются в двумерном нелинейном метаматериале [19] и, по нашему мнению, могут быть объяснены описанным выше механизмом, связанным с возбуждением бризеров — динамических солитонов на «пьедестале» — в таком метаматериале.

В заключение отметим, что уравнение, описывающее чисто магнитоиндуктивные возбуждения (без учета емкостной связи), в длинноволновом пределе имеет следующий вид:

$$u_{tt} - \beta u_{xxtt} + u - \eta u^3 = 0. \quad (22)$$

Собственные бризерные возбуждения в таком регулируемом уравнении без высокочастотной накачки и диссипации были детально изучены ранее в работе [20] вне контекста теории метаматериалов. В дискретной модели метаматериала в условиях внешней накачки (1) существование сильно локализованных динамических солитонов на «пьедестале» было установлено в работе [13]. Аналитическое описание таких вынужденных длинноволновых бризерных колебаний и возможность их возбуждения при учете накачки и диссипации будут представлены нами в отдельной работе.

Работа выполнена в рамках научного проекта «Комплексный проект: квантовые явления в наносистемах и наноматериалах при низких температурах» целевой комплексной программы фундаментальных исследований НАН Украины «Фундаментальные проблемы наноструктурных систем, наноматериалов, нанотехнологий» (договор № 4/13-Н).

1. Е.Л. Фертман, Ф.Б. Безносков, *ФНТ* **37**, 721 (2011) [*Low Temp. Phys.* **37**, 572 (2011)].
2. S.A. Gredeskul, Yu.S. Kivshar, A.A. Asatryan, K.Y. Bliokh, Y.P. Bliokh, V.D. Freilikher, and I.V. Shadrivov, *Fiz. Nizk. Temp.* **38**, 728 (2012) [*Low Temp. Phys.* **38**, 570 (2012)].
3. S.A. Ramakrishna and T.M. Grzegorzczak, *Physics and Applications of Negative Refractive Index Materials*, SPIE Press & CRC Taylor & Francis Group, Boca Raton, London, New York (2009).
4. T.J. Yen, W.J. Padilla, N. Fang, D.C. Vier, D.R. Smith, J.B. Pendry, D.N. Basov, and X. Zhang, *Science* **303**, 1494 (2004).
5. В.Г. Веселаго, *УФН* **92**, 517 (1967).
6. J.B. Pendry, A.J. Holden, W.J. Stewart, and I. Youngs, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 4773 (1996).
7. J.B. Pendry, A.J. Holden, D.J. Robbins, and W.J. Stewart, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* **47**, 2075 (1999).
8. D.R. Smith, W. Padilla, D. Vier, S.C. Nemat-Nasser, and S. Schultz, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 4184 (2000).
9. M. Gorkunov, M. Lapine, E. Shamonina, and K.H. Ringhofer, *Eur. Phys. J. B* **28**, 263 (2002).

10. A.A. Zharov, I.V. Shadrivov, and Yu.S. Kivshar, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 037401 (2003).
11. D.A. Powell, I.V. Shadrivov, Yu.S. Kivshar, and M.V. Gorkunov, *Appl. Phys. Lett.* **91**, 144107 (2007).
12. N. Lazarides, M. Eleftheriou, and G.P. Tsironis, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 157406 (2006).
13. M. Eleftheriou, N. Lazarides, and G.P. Tsironis, *Phys. Rev. E* **77**, 036608 (2008).
14. S. Flach and A.V. Gorbach, *Phys. Rep.* **467**, 1 (2008).
15. Н.Н. Розанов, Н.В. Высотина, А.Н. Шацев, И.В. Шадривов, Ю.С. Кившарь, *Письма ЖЭТФ* **93**, 826 (2011).
16. N.N. Rosanov, N.V. Vysotina, A.N. Shatsev, I.V. Shadrivov, D. Powell, and Yu.S. Kivshar, *Optics Express* **19**, 26501 (2011).
17. M.M. Bogdan and O.V. Charkina, *Fiz. Nizk. Temp.* **34**, 713 (2008) [*Low Temp. Phys.* **34**, 564 (2008)].
18. I.V. Barashenkov, M.M. Bogdan, and T. Zhanlav, *Nonlinear World, Singapore: World Scientific* **1**, 3 (1990).
19. I.V. Shadrivov, A.B. Kozyrev, D.W. van der Weide, and Yu.S. Kivshar, *Optics Express* **16**, 20266 (2008).
20. Bao-Feng Feng, Y. Doi, and T. Kawahara *J. Phys. Soc. Jpn.* **73**, 2100 (2004).

Local negative magnetic permeability and possibility of observation of breather excitations in magnetic metamaterials

M.M. Bogdan and O.V. Charkina

It is shown that the long-wave dynamics and magnetic properties of one-dimensional systems built of the inductively and capacitively coupled split ring resonators are described by the regularized nonlinear dispersive Klein–Gordon equations. It is found that in such systems the high-frequency magnetic field excites dynamic solitons on the “pedestal”, stable breathers, oscillating in the opposite phase with respect to the background of uniform oscillations, that means the existence of regions with the negative magnetic permeability in the system. Such a system supplemented by medium with the negative permittivity forms a “left-handed” metamaterial in which the regions with the breather excitations are transparent to electromagnetic radiation, which makes it possible to observe them experimentally.

PACS: **05.45.–a** Nonlinear dynamics and chaos;
05.45.Yv Solitons;
41.20.Jb Electromagnetic wave propagation;
 radiowave propagation;
78.67.Pt Multilayers; superlattices; photonic structures; metamaterials.

Keywords: magnetic metamaterials, negative index of refraction, low-dimensional systems, nonlinear dynamics, breather.