

**Фізико–технічний інститут низьких температур ім. Б. І. Веркіна
Національної академії наук України**

Затверджено Вченою радою
ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна
НАН України
25.04.2017 року, протокол № 3

Голова Вченої ради
ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна
НАН України
академик НАН України



С.Л. Гнатченко

06 2017 р.

ПИТАННЯ

**зі спеціальності 111 «математика»
до вступного іспиту до аспірантури
ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна НАН України**

АЛГЕБРА

1. Лінійний (векторний) простір. Лінійні оператори в скінченновимірному просторі та їх матриці. Дії над операторами та матрицями.
2. Системи лінійних рівнянь. Теореми Крамера та Кронекера-Капеллі.
3. Власні вектори та власні значення лінійного оператора.
4. Спектральна теорема для унітарних та самоспряжених лінійних операторів.
5. Групи (визначення та приклади). Підгрупи. Нормальні дільники, фактор-групи, гомоморфізми.
6. Кільця та поля (визначення та приклади).

ГЕОМЕТРІЯ ТА ТОПОЛОГІЯ

7. Рівняння прямої та площини. Криві та поверхні другого порядку.
8. Кривина та скручування кривої. Натуральні рівняння кривої.
9. Довжина кривої та площа поверхні.
10. Перша та друга квадратичні форми поверхні.
11. Внутрішня геометрія поверхні. Геодезична кривина кривої на поверхні. Геодезичні лінії.
12. Нормальна кривина поверхні у заданому напрямку. Середня та гаусова кривина поверхні.
13. Класи поверхонь: опуклі, сідлові, поверхні, що розгортаються, мінімальні поверхні, псевдосфера, як модель частини площини Лобачевського.
14. Поняття афінних, конформних, проєктивних перетворень.

15. Поняття топологічного простору. Гомеоморфізми, топологічні інваріанти (приклади).
16. Характеристика Ейлера двовимірної замкненої поверхні.
17. Поняття топологічного многовиду, гладкі многовиди.
18. Гомотопія, фундаментальна група многовидів.
19. Тензори. Алгебраїчні операції з тензорами.

МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ

20. Неперервність функцій однієї та декількох змінних. Локальні та глобальні властивості неперервних функцій.
21. Диференційованість функцій однієї та декількох змінних. Теорія екстремумів.
22. Дослідження функцій однієї змінної (монотонність, екстремуми, асимптоти, опуклість).
23. Формула Тейлора для однієї та декількох змінних.
24. Інтеграл Римана, його властивості. Первісна. Формула Ньютона-Лейбниці.
25. Числові ряди. Ознаки збіжності Абсолютна та умовна збіжність.
26. Функціональні ряди. Рівномірна збіжність.
27. Невласні інтеграли.
28. Подвійний та потрійний інтеграли та їх обчислення.
29. Криволінійні та поверхневі інтеграли. Заміна змінних.
30. Ряди Фур'є. Властивості. Питання збіжності.
31. Перетворення Фур'є та його властивості.
32. Теорема Вейерштраса про наближення функції алгебраїчними та тригонометричними многочленами.

ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ РІВНЯННЯ

33. Теорема існування та єдиності розв'язку диференціальних рівнянь та систем.
34. Загальна теорія лінійних систем. Загальний розв'язок. Фундаментальна система розв'язків. Визначник Вронського та його властивості.
35. Лінійні рівняння зі сталими коефіцієнтами.
36. Особливі точки розв'язків диференціальних рівнянь та їх класифікація.

ТЕОРІЯ ФУНКЦІЙ КОМПЛЕКСНОЇ ЗМІННОЇ

37. Визначення аналітичної функції. Умова Коші-Римана.
38. Елементарні функції комплексної змінної та конформні відображення, що вони здійснюють.
39. Теорема про інтеграл по замкненому контуру. Інтегральна формула Коші.
40. Принцип максимуму модуля аналітичних функцій.
41. Розклад аналітичних функцій у ряд Лорана. Класифікація ізольованих особливих точок.
42. Теорія лишків. Приклади застосування до обчислення інтегралів.
43. Гармонічні функції та їх властивості.
44. Цілі функції. Теорема Ліувіля. Мероморфні функції.

ФУНКЦІОНАЛЬНИЙ АНАЛІЗ

45. Метричний простір. Збіжні та фундаментальні послідовності. Повнота. Принцип стискаючих відображень.
46. Компактність у метричному просторі.

47. Нормований простір. Банахів простір. Приклади. Простори L_p .
48. Визначення лінійного обмеженого оператора та функціонала. Приклади.
49. Теорема Хана-Банаха та її наслідки.
50. Спектр оператора. Резольвента.
51. Гільбертів простір та його геометрія. Ортогональні розклади у просторі Гільберта.
52. Самоспряжені оператори у просторі Гільберта.
53. Теорема Гільберта-Шмідта.
54. Визначення та основні властивості міри Лебега. Інтеграл Лебега.
55. Граничний перехід під знаком інтеграла Лебега.

ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ

56. Основні поняття теорії ймовірностей: події, ймовірність, імовірнісний простір, незалежність.
57. Випадкова величина, математичне очікування, моменти випадкової величини.
58. Функція розподілу, щільність.
59. Збіжність послідовності випадкових величин за ймовірністю. Закон великих чисел.
60. Характеристична функція, її властивості, центральна гранична теорема для однаково розподілених випадкових величин.

МАТЕМАТИЧНА ФІЗИКА

61. Класифікація лінійних рівнянь з частинними похідними другого порядку. Рівняння еліптичного, гіперболічного та параболічного типів.
62. Розділ змінних. Метод Фур'є.
63. Перша та друга крайові задачі для рівняння Лапласа. Єдиність розв'язку.
64. Фундаментальні розв'язки для рівняння Лапласа, теплопровідності. Представлення розв'язку через фундаментальний розв'язок.
65. Інтегральні рівняння другого роду. Теореми Фредгольма (без доведення).
66. Метод потенціалів. Розв'язність задачі Діріхле та Неймана для рівняння Лапласа.
67. Основні поняття варіаційного обчислення. Варіація. Рівняння Ейлера-Лагранжа (для функціоналів зі звичайними похідними), Ейлера-Остроградського (для функціоналів з частинними похідними).
68. Поняття узагальненої функції. Носій, похідна. Приклади узагальнених функцій. δ -функція.

Затверджено на засіданні Вченої Ради Математичного відділення ФТІНТ ім. Б.І.Веркіна НАН України від 17.05.2017, протокол №4.