

Додаток №1  
до Положення щодо розробки силябусу  
компонентів освітньо-наукової програми з  
підготовки докторів філософії у  
ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна НАН України

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ  
**ФІЗИКО-ТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ НИЗЬКИХ ТЕМПЕРАТУР ім. Б.І. ВЕРКІНА**  
НАЦІОНАЛЬНОЇ АКАДЕМІЇ НАУК УКРАЇНИ

**ЗАТВЕРДЖУЮ**

В.О. Директора  
ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна  
НАН України

М.І. Глушук  
« 07 » 07 2020 р.



**СИЛАБУС**  
навчальної дисципліни  
**ОСНОВИ ТЕОРІЇ ЗОБРАЖЕНЬ (ВБ 7)**  
2020-2021 навчальний рік

з галузі знань «11 Математика і статистика»  
за спеціальністю «111 Математика»

РОЗРОБНИК:

**М.І. Нессонов** – доктор фізико-математичних наук, доцент, провідний науковий співробітник відділу теорії функцій ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна НАН України

*М.І. Нессонов*

Погоджено Вченою радою Математичного відділення ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна НАН України  
06.07.2020 р., протокол № 4.

Затверджено Вченою радою Фізико-технічного інституту низьких температур  
ім. Б. І. Веркіна Національної академії наук України, 07.07. 2020 р., протокол № 5.

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ  
ФІЗИКО-ТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ НИЗЬКИХ ТЕМПЕРАТУР ім. Б.І. ВЕРКІНА  
НАЦІОНАЛЬНОЇ АКАДЕМІЇ НАУК УКРАЇНИ

СИЛАБУС  
навчальної дисципліни  
ТЕОРІЯ ЗОБРАЖЕНЬ  
2020-2021 навчальний рік

<i>Назва п/п</i>	<i>Коротка інформація</i>
<b>Назва</b>	<b>ТЕОРІЯ ЗОБРАЖЕНЬ</b>
<b>Адреса викладання</b>	м. Харків, пр. Науки, 47
<b>Рівень вищої освіти</b>	Третій освітньо-науковий рівень
<b>Галузі знань</b>	11 «Математика і статистика»
<b>Шифр та назва спеціальності</b>	111 Математика
<b>Викладач /-чі/</b>	д. ф.-м. н., доцент Нессонов М. І.
<b>Контактна інформація викладача (-ів)</b>	<a href="mailto:n.nessonov@gmail.com">n.nessonov@gmail.com</a>
<b>Графік занять</b>	За розкладом

<i>Назва п/п</i>	<i>Коротка інформація</i>
<b>Консультації по курсу відбуваються</b>	Понеділок, середа 10.00-12.00. пр. Науки, 47, корпус Біо, к. 213; он-лайн консультації через Skype або Wiber (для узгодження часу писати на електронну пошту)
<b>Сторінка курсу</b>	https://
<b>Інформація про навчальну дисципліну</b>	Дисципліна «Теорія зображень» є дисципліною вільного вибору, яка входить до циклу професійної підготовки за спеціальністю 111 «Математика» на третьому /освітньо-науковому/ рівні підготовки доктора філософії з математики. Дана дисципліна викладається у 3-4 семестрах підготовки в обсязі 9 кредитів за Європейською кредитно-трансферною системою /ECTS/.
<b>Анотація</b>	Теорія зображень є галуззю математики, що вивчає абстрактні алгебраїчні структури з допомогою представлення їх елементів лінійними перетвореннями векторних просторів. По суті, зображення робить алгебраїчний об'єкт більш конкретним, описуючи його елементи матрицями чи операторами. При цьому алгебраїчним операціям над елементами відповідають звичайні операції над матрицями чи операторами. Алгебраїчними об'єктами, для яких, як правило, розвивається теорія зображень, є групи та алгебри різного походження. Зокрема, групи Лі та алгебри Лі. Класична теорія зображень була розпочата роботами Фробеніуса і Шура наприкінці 19 та початку 20 століть, у яких, зокрема, були знайдені усі незвідні зображення скінчених симетричних груп. Після цього Г. Вейль одержав повний опис незвідних зображень класичних матричних груп, зокрема для унітарної та ортогональної груп. Важливою сучасною галуззю теорії зображень є так звана асимптотична теорія зображень, у рамках якої будуються та досліджуються зображення нескінчених та нескінченновимірних груп. Зокрема, значні просування відбулися у вивченні зображень нескінченної симетричної групи та індуктивних границь класичних матричних груп (великих груп). Відповідні постановки задач, методи і результати взаємодіють з окремими галузями аналізу і математичної фізики. Зокрема техніка, розвинена у теорії випадкових матриць вдало застосовується при конструкції зображень великих груп та побудові на них гармонічного аналізу.
<b>Мета та цілі</b>	Метою курсу є викладення класичної теорії зображень скінчених симетричних груп та скінченновимірних матричних груп. Далі планується висвітлення основних ідей дослідження зображень нескінченної симетричної групи $S_\infty$ та нескінченновимірних ортогональної $O_\infty$ та унітарної $U_\infty$ груп. Завершальна частина курсу буде присвячена теорії характерів на $S_\infty$ , $O_\infty$ та $U_\infty$ .
<b>Загальний обсяг у кредитах Європейської кредитно-трансферної системи /ECTS/</b>	9 кредитів

<i>Назва п/п</i>	<i>Коротка інформація</i>
<b>Загальна кількість годин</b>	270 годин
<b>Структура</b>	54 години аудиторних: з них 36 годин лекцій, 18 годин семінарських занять, 216 годин самостійної роботи.
<b>Очікувані результати навчання</b>	<p>У результаті вивчення курсу аспірант повинен знати:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• основні факти теорії *-алгебр (дуальний простір банахової *-алгебри та <math>C^*</math>-алгебри, позитивний функціонал (стан) на алгебрі, конструкція Гельфанда-Наймарка-Сигала, чистий стан, нерозкладний стан );</li> <li>• теорію Петера-Вейля;</li> <li>• доведення простоти схеми галуження для незвідних зображень ланцюжку симетричних груп;</li> <li>• повний опис незвідних зображень скінчених симетричних груп та їхні реалізації з допомогою таблиць Юнга;</li> <li>• властивість мультиплікативності для нерозкладних характерів та станів на великих групах;</li> <li>• теореми Тома та Войкулеску;</li> </ul> <p>вміти:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• доводити повноту списку незвідних зображень групи <math>SU(2)</math> та одержувати звідси класичні властивості поліномів Якобі та Лежандра;</li> <li>• обчислювати матричні елементи незвідних зображень симетричних груп у базисі таблиць Юнга для коксетеровських твірних;</li> <li>• доводити повноту списку незвідних ручних зображень для нескінченної симетричної групи;</li> <li>• доводити теорему Тома.</li> </ul>
<b>Ключові слова</b>	Унітарне зображення, незвідне зображення, діаграма Юнга
<b>Програма навчальної дисципліни</b>	<p>Програма навчальної дисципліни складається з <b>4-х розділів</b>:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Загальна теорія зображень скінчених та компактних груп.</li> <li>2. Опис незвідних зображень для скінчених симетричних груп та класичних груп (унітарна група, ортогональна група, симплектична група).</li> <li>3. Класифікація ручних зображень нескінченної симетричної групи та нескінченновимірних унітарної та ортогональної груп.</li> <li>4. Опис характерів на <math>S_\infty</math>, <math>O_\infty</math> та <math>U_\infty</math>. (теореми Тома і Войкулеску). Класифікація допустимих зображень пари <math>(S_\infty \times S_\infty, \text{diag } S_\infty)</math>.</li> </ol>

<i>Назва п/п</i>	<i>Коротка інформація</i>
Короткий опис змісту тем	<p><b>Розділ 1. Загальна теорія зображень скінчених та компактних груп.</b>  <b>Тема 1.</b> Групова алгебра скінченої групи.  Повна приводимість. Лема Шура. Регулярне зображення. Дуальне зображення. Незвідне зображення та його характер. Тензорний добуток зображень. Позитивний стан (функціонал) на груповій алгебрі. Конструкція Гельфанда-Наймарка-Сигала.  <b>Тема 2.</b> Групова алгебра локально компактної групи.  Міра Хаара. Існування інваріантного скалярного добутку на просторі представлення. Теорія Петера-Вейля.</p> <p><b>Розділ 2. Опис незвідних зображень для скінчених симетричних груп та класичних груп (унітарна група, ортогональна група, симплектична група).</b>  <b>Тема 3.</b> Простота схеми галуження для ланцюжку груп <math>S_1 &lt; S_2 &lt; S_3 &lt; \dots</math>. Вироджена алгебра Гекке. Алгебра Гельфанда-Цетліна та елементи Юциса-Мьорфі. Спектр елементів Юциса-Мьорфі та таблиці Юнга. Дія коксетеровських твірних на таблицях Юнга.  <b>Тема 4.</b> Класифікація простих комплексних алгебр Лі: діаграми Динкіна, опис діаграм Динкіна, відбудова алгебри Лі по її діаграмі Динкіна. Зв'язок між зображеннями групи Лі та її алгебри Лі. Зображення комплексних простих груп Лі. Розкладення Брюа. Незвідні зображення унітарної, симплектичної та ортогональної груп. Спінорні зображення ортогональної групи. Двоїстість Шура-Вейля.</p> <p><b>Розділ 3. Класифікація ручних зображень нескінченої симетричної групи та нескінченновимірних унітарної і ортогональної груп.</b>  <b>Тема 6.</b> Група скінчених підстановок нескінченої лічильної множини та повна симетрична група. Автоматична неперервність унітарного зображення повної симетричної групи. Опис незвідних зображень повної симетричної групи. Напівгрупа часткових бієкцій.  <b>Тема 7.</b> Розширення ручного зображення нескінченновимірної унітарної групи до зображення напівгрупи стиснень. Класифікація незвідних ручних зображень унітарної та ортогональної груп.</p> <p><b>Розділ 4. Опис характеристик на <math>S_\infty</math>, <math>O_\infty</math> та <math>U_\infty</math>. (теореми Тома і Войкулеску). Класифікація допустимих зображень пари <math>(S_\infty \times S_\infty, \text{diag } S_\infty)</math>.</b>  <b>Тема 8.</b> Теорема мультиплікативності для нерозкладних характеристик. Нерозкладні характери на <math>S_\infty</math> та тотально позитивні матриці. Теорема Тома. Операторний підхід А.Ю. Окунькова. Реалізації фактор зображень скінченого типу групи <math>S_\infty</math>.  <b>Тема 9.</b> Нерозкладні характери на <math>U_\infty</math>. Теорема Д. Войкулеску. Реалізації фактор зображень скінченого типу групи <math>U_\infty</math>.</p>

<i>Назва п/п</i>	<i>Коротка інформація</i>
	<p><b>Тема 10.</b> Класифікація допустимих зображень пари <math>(S_\infty \times S_\infty, \text{diag } S_\infty)</math>: матричні реалізації, аналог двоїстості Шура-Вейля. Звуження незвідного представлення групи <math>S_\infty \times S_\infty</math> на компоненти <math>S_\infty \times e</math> та <math>e \times S_\infty</math>. Стабільні зображення групи. Опис стабільних фактор зображень групи <math>S_\infty</math>.</p>
<p><b>Теми семінарських занять</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Дія унітарної групи на алгебрі матриць спряженнями та розкладення її тензорних степенів на незвідні компоненти. Звуження цієї дії на симетричну підгрупу.</li> <li>- Матричне представлення перестановочної дії симетричної групи на тензорній степені простору.</li> <li>- Міри Хаара на унітарній та ортогональній групах. Формула Вейля для характеру.</li> <li>- Зв'язок між характерами симетричної групи та загальної лінійної групи.</li> <li>- Реалізації ручних зображень нескінченної симетричної групи. Асимптотичні проектори.</li> <li>- Параметри Тома і асимптотика діаграм Юнга.</li> <li>- Граничний перехід від формули Вейля до формули Войкулеску для характеру групи <math>U_\infty</math>.</li> </ul>
<p><b>Теми для самостійної роботи</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Форма Кіллінга і критерій Картана.</li> <li>- Повна приводимість та розкладення Жордана.</li> <li>- Існування картанівської підалгебри. Структура напівпростих алгебр Лі.</li> <li>- Спряженість картанівських підалгебр. Група Вейля.</li> <li>- Основні симетричні поліноми та співвідношення між ними.</li> <li>- Доведення детермінантних тотожностей.</li> <li>- Алгебра Кліффорда та спінорене зображення ортогональної групи.</li> </ul>
<p><b>Підсумковий контроль, форма</b></p>	<p>Іспит/ екзамен</p>
<p><b>Пререквізити</b></p>	<p>Алгебра, функціональний аналіз, елементи спектральної теорії операторів</p>
<p><b>Постреквізити</b></p>	<p>Оволодіння основними положеннями навчальної дисципліни дозволить застосовувати їх при вивченні зображень груп та алгебр різного походження.</p>
<p><b>Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу</b></p>	<p>В процесі навчання використовуються лекції, презентації, методичні матеріали та спеціальна література.</p>

<i>Назва п/п</i>	<i>Коротка інформація</i>																															
<b>Необхідне обладнання</b>	Технічні засоби, необхідні для демонстрації презентацій, загально вживані програми і операційні системи.																															
<b>Шкала оцінювання</b>	<p>Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою:</p> <table border="1" data-bbox="745 316 1966 791"> <thead> <tr> <th data-bbox="745 316 1014 368">СУМА БАЛІВ</th> <th data-bbox="1019 316 1288 368">ОЦІНКА ЄКТС</th> <th colspan="2" data-bbox="1292 316 1966 368">ОЦІНКА ЗА НАЦІОНАЛЬНОЮ ШКАЛОЮ</th> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <th data-bbox="1292 371 1641 424">екзамен</th> <th data-bbox="1646 371 1966 424">залік</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="745 427 1014 475">90-100</td> <td data-bbox="1019 427 1288 475">A</td> <td data-bbox="1292 427 1641 475">відмінно</td> <td data-bbox="1646 427 1966 699" rowspan="4">зараховано</td> </tr> <tr> <td data-bbox="745 478 1014 526">82-89</td> <td data-bbox="1019 478 1288 526">B</td> <td data-bbox="1292 478 1641 587" rowspan="2">Добре</td> </tr> <tr> <td data-bbox="745 529 1014 577">75-81</td> <td data-bbox="1019 529 1288 577">C</td> </tr> <tr> <td data-bbox="745 580 1014 628">64-74</td> <td data-bbox="1019 580 1288 628">D</td> <td data-bbox="1292 587 1641 699" rowspan="2">задовільно</td> </tr> <tr> <td data-bbox="745 632 1014 679">60-63</td> <td data-bbox="1019 632 1288 679">E</td> </tr> <tr> <td data-bbox="745 683 1014 730">35-59</td> <td data-bbox="1019 683 1288 730">FX</td> <td data-bbox="1292 699 1641 791" rowspan="2">незадовільно</td> <td data-bbox="1646 699 1966 791" rowspan="2">не зараховано</td> </tr> <tr> <td data-bbox="745 734 1014 782">1-34</td> <td data-bbox="1019 734 1288 782">F</td> </tr> </tbody> </table>				СУМА БАЛІВ	ОЦІНКА ЄКТС	ОЦІНКА ЗА НАЦІОНАЛЬНОЮ ШКАЛОЮ				екзамен	залік	90-100	A	відмінно	зараховано	82-89	B	Добре	75-81	C	64-74	D	задовільно	60-63	E	35-59	FX	незадовільно	не зараховано	1-34	F
СУМА БАЛІВ	ОЦІНКА ЄКТС	ОЦІНКА ЗА НАЦІОНАЛЬНОЮ ШКАЛОЮ																														
		екзамен	залік																													
90-100	A	відмінно	зараховано																													
82-89	B	Добре																														
75-81	C																															
64-74	D	задовільно																														
60-63	E																															
35-59	FX	незадовільно	не зараховано																													
1-34	F																															
<b>Критерії оцінювання</b>	<table border="1" data-bbox="607 794 2101 1406"> <thead> <tr> <th data-bbox="607 794 790 874"><b>Кількість балів</b></th> <th data-bbox="795 794 2101 874"><b>Критерії оцінювання</b></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="607 877 790 1018">90-100</td> <td data-bbox="795 877 2101 1018">У відповіді повністю розкрито зміст питання. Матеріал викладено логічно, аргументовано, мова є грамотною, науковий стиль викладення матеріалу, вільне володіння термінологічним апаратом дисципліни. У відповіді продемонстровано високий рівень володіння матеріалом, що входить до навчальної програми, та продемонстровано високі практичні навички.</td> </tr> <tr> <td data-bbox="607 1021 790 1193">75-89</td> <td data-bbox="795 1021 2101 1193">Відповідь досить повно розкриває зміст питання або розкриває основні (найважливіші) аспекти у запитанні, слухач володіє термінологічним апаратом дисципліни. У викладеному матеріалі слухач має помилки із аргументацією відповіді, недостатня логічність та послідовність викладення матеріалу. У відповіді продемонстровано високий рівень володіння матеріалом, що було викладено на лекціях, та середній рівень володіння практичним матеріалом.</td> </tr> <tr> <td data-bbox="607 1197 790 1337">60-74</td> <td data-bbox="795 1197 2101 1337">Відповідь на контрольне питання є неповною, розкриває тільки деякі аспекти навчального матеріалу. Слухач припускається помилок у використанні термінології навчальної дисципліни. Рівень володіння матеріалом, що було викладено на лекціях, додатковим та практичним матеріалом є середнім.</td> </tr> <tr> <td data-bbox="607 1340 790 1406">35-59</td> <td data-bbox="795 1340 2101 1406">У відповіді допущено суттєві помилки, які свідчать про незнання лекційного матеріалу або обов'язкової літератури; слухач слабо володіє термінологією дисципліни.</td> </tr> </tbody> </table>				<b>Кількість балів</b>	<b>Критерії оцінювання</b>	90-100	У відповіді повністю розкрито зміст питання. Матеріал викладено логічно, аргументовано, мова є грамотною, науковий стиль викладення матеріалу, вільне володіння термінологічним апаратом дисципліни. У відповіді продемонстровано високий рівень володіння матеріалом, що входить до навчальної програми, та продемонстровано високі практичні навички.	75-89	Відповідь досить повно розкриває зміст питання або розкриває основні (найважливіші) аспекти у запитанні, слухач володіє термінологічним апаратом дисципліни. У викладеному матеріалі слухач має помилки із аргументацією відповіді, недостатня логічність та послідовність викладення матеріалу. У відповіді продемонстровано високий рівень володіння матеріалом, що було викладено на лекціях, та середній рівень володіння практичним матеріалом.	60-74	Відповідь на контрольне питання є неповною, розкриває тільки деякі аспекти навчального матеріалу. Слухач припускається помилок у використанні термінології навчальної дисципліни. Рівень володіння матеріалом, що було викладено на лекціях, додатковим та практичним матеріалом є середнім.	35-59	У відповіді допущено суттєві помилки, які свідчать про незнання лекційного матеріалу або обов'язкової літератури; слухач слабо володіє термінологією дисципліни.																		
<b>Кількість балів</b>	<b>Критерії оцінювання</b>																															
90-100	У відповіді повністю розкрито зміст питання. Матеріал викладено логічно, аргументовано, мова є грамотною, науковий стиль викладення матеріалу, вільне володіння термінологічним апаратом дисципліни. У відповіді продемонстровано високий рівень володіння матеріалом, що входить до навчальної програми, та продемонстровано високі практичні навички.																															
75-89	Відповідь досить повно розкриває зміст питання або розкриває основні (найважливіші) аспекти у запитанні, слухач володіє термінологічним апаратом дисципліни. У викладеному матеріалі слухач має помилки із аргументацією відповіді, недостатня логічність та послідовність викладення матеріалу. У відповіді продемонстровано високий рівень володіння матеріалом, що було викладено на лекціях, та середній рівень володіння практичним матеріалом.																															
60-74	Відповідь на контрольне питання є неповною, розкриває тільки деякі аспекти навчального матеріалу. Слухач припускається помилок у використанні термінології навчальної дисципліни. Рівень володіння матеріалом, що було викладено на лекціях, додатковим та практичним матеріалом є середнім.																															
35-59	У відповіді допущено суттєві помилки, які свідчать про незнання лекційного матеріалу або обов'язкової літератури; слухач слабо володіє термінологією дисципліни.																															

<i>Назва п/п</i>	<i>Коротка інформація</i>
	1-34 Відповідь практично відсутня, слухач демонструє незнання лекційного матеріалу або обов'язкової літератури; не володіє термінологією
<b>Питання до іспиту</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Повна приводимість зображень компактної групи.</li> <li>2. Співвідношення ортогональності між матричними елементами унітарних незвідних зображень компактної групи.</li> <li>3. Позитивно визначені функції на групі, позитивні функціонали на груповій алгебрі і конструкція Гельфанда-Наймарка-Сигала.</li> <li>4. Групи і алгебри Лі. Алгебра Лі групи <math>SU(2)</math>.</li> <li>5. Матричні елементи групи <math>SU(2)</math> та поліноми Якобі (Лежандра).</li> <li>6. Діаграми Динкіна алгебри Лі. Класифікація Картана.</li> <li>7. Простота схеми галуження для ланцюжку симетричних груп <math>S_1 &lt; S_2 &lt; S_3 &lt; \dots</math></li> <li>8. Оператори Юциса-Мьорфі та базис Гельфанда-Цетліна для ланцюжку симетричних груп <math>S_1 &lt; S_2 &lt; S_3 &lt; \dots</math></li> <li>9. Спектр операторів Юциса-Мьорфі та числа заповнення діаграм Юнга.</li> <li>10. Матричні елементи для дій коксетеровських твірних на таблицях Юнга.</li> <li>11. Елементи Юциса-Мьорфі, симетричні функції та центр групової алгебри симетричної групи.</li> <li>12. Незвідні зображення групи <math>GL(2, F_q)</math>, де <math>F_q</math> - поле з <math>q</math> елементів.</li> <li>13. Двоїстість Шура-Вейля для унітарної та загально лінійної груп.</li> <li>14. Двоїстість Шура-Вейля для унітарної групи у випадку змішаних тензорів.</li> <li>15. Класифікація усіх незвідних зображень унітарної групи та їхня параметризація.</li> <li>16. Алгебра Кліффорда і спінорне зображення ортогональної групи.</li> <li>17. Міра Хаара на унітарній та ортогональній групах.</li> <li>18. Функції Шура да формула Вейля для характеру.</li> <li>19. Характеристичне відображення між простором центральних функцій на симетричній групі та простором симетричних функцій.</li> <li>20. Визначення ручного зображення групи. Приклади.</li> <li>21. Напівгрупа подвійних класів суміжності для нескінченної симетричної групи.</li> <li>22. Група скінчених підстановок та повна симетрична група, як група її автоморфізмів. Ручні незвідні зображення нескінченної симетричної групи та зображення відповідної напівгрупи подвійних класів суміжності.</li> <li>23. Ручні зображення нескінченновимірних унітарної та ортогональної груп. Напівгрупи подвійних класів суміжності для цих груп та напівгрупи стиснень.</li> <li>24. Класифікація незвідних ручних зображень нескінченновимірних унітарної та ортогональної груп.</li> <li>25. Нерозкладні характери на <math>S_\infty</math>. Параметри Тома.</li> </ol>



<i>Назва п/п</i>	<i>Коротка інформація</i>
	26. Асимптотика діаграм Юнга і параметри Тома. 27. Тотально позитивні матриці і характери Тома. 28. Матричні реалізації фактор представлень $S_\infty$ скінченного типу.
<b>Література для вивчення дисципліни:</b>	1. W.Fulton, J. Harris, Representations Theory. A First Course – Springer, 1991, 551 pp. 2. I.G. Macdonald, Symmetric Functions and Hall Polynomials. OXFORD MATHEMATICAL MONOGRAPHS, 1995. 3. У. Фултон, Таблицы Юнга и их приложения к теории представлений и геометрии (перевод с английского). МЦНМО, 2006. 4. А.А. Кириллов, Элементы теории представлений. М. Наука, 1972, 1078.
<b>Додаткова література:</b>	1. Д. П. Желобенко, Компактные группы и их представления. МЦНМО, 2007. 2. Д. П. Желобенко, А.И. Штерн, Представления групп Ли. М. Наука, 1983. 3. F. Bruhat, Lectures on Lie groups and representations of locally compact groups, Tata Institute of Fundamental Research, Bombay, 1958
<b>Опитування</b>	Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.