

ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна НАН України

Електронні видання

В.О. ГОРЬКАВИЙ

***ЕЛЕМЕНТАРНА
ДИФЕРЕНЦІАЛЬНА
ГЕОМЕТРІЯ***



ФІЗИКО-ТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ НИЗЬКИХ ТЕМПЕРАТУР
ім. Б.І. ВЕРКІНА
НАЦІОНАЛЬНОЇ АКАДЕМІЇ НАУК УКРАЇНИ

В.О. Горькавий

**ЕЛЕМЕНТАРНА ДИФЕРЕНЦІАЛЬНА
ГЕОМЕТРІЯ**

НАВЧАЛЬНИЙ ПОСІБНИК

Харків
ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна НАН України
2024

УДК 514

Г 71

Горькавий В.О. **Елементарна диференціальна геометрія.** Навчальний посібник. – Харків: ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна НАН України, 2024. – 1193 с.

ISBN 978-617-95455-4-2

Навчальний посібник укладений на основі презентаційних матеріалів дистанційного курсу диференціальної геометрії, що викладався автором для студентів другого і третього року навчання факультету математики і інформатики Харківського національного університету ім. В.Н. Каразіна протягом 2020–2024 р.р.

*Рекомендовано до друку Вченою радою
Фізико-технічного інститут низьких температур ім Б.І. Веркіна
Національної академії наук України
(протокол № 4 від 10.07.2024 р.)*

Рецензенти:

Болотов Д.В., д. ф.-м. н., с.н.с., ФТІНТ ім. Б.І.Веркіна НАН України

Петров Є.В., к. ф.-м. н., ХНУ ім. В.Н.Каразіна

Видавництво ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна НАН України

ISBN 978-617-95455-4-2

© В.О. Горькавий, 2024

© О.М.Калиненко, Р.М. Баснукаєва, художнє оформлення, 2024

© ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна НАН України, 2024

Зміст

Вступ	5
Лекція 1. Криві в \mathbb{R}^n – способи задавання. Регулярні криві.	8
Лекція 2. Регулярні криві. Дотична пряма. Довжина кривої.	72
Лекція 3. Кут між кривими. Натуральна параметризація. Щільнодотична площина.	116
Лекція 4. Репер Френе регулярної кривої.	157
Лекція 5. Кривина та скрут регулярних кривих.	207
Лекція 6. Формули Френе. Основна теорема теорії кривих.	269
Лекція 7. Еволюта і евольвента плоскої кривої.	328
Лекція 8. Теорема про чотири вершини овалу. Інтегральна кривина і нерівність Фенхеля.	381
Лекція 9. Поверхні – визначення і способи задавання.	423
Лекція 10. Регулярна заміна координат. Криві на поверхні. Дотична площина регулярної поверхні.	479
Лекція 11. Дотична площина регулярної поверхні.	527
Лекція 12. Дотичні вектори – тензорний закон зміни координат. Відображення поверхонь і його диференціал.	584
Лекція 13. Перша фундаментальна форма поверхні.	623
Лекція 14. Перша фундаментальна форма: довжина кривих, кут між кривими, площа областей на поверхні.	652
Лекція 15. Ізометрії, конформні і еквіареальні відображення.	688
Лекція 16. Друга фундаментальна форма поверхні. Нормальна кривина.	718

Лекція 17. Головні кривини і головні напрямки. Лінії кривини.	765
Лекція 18. Головні напрямки і лінії кривини. Асимптотичні напрямки і асимптотичні лінії.	802
Лекція 19. Дериваційні формули Вейнгартена. Рівняння Гауса, Петерсона-Кодацці. Теорема Бонне.	852
Лекція 20. Гаусова кривина. Theorema egregium Гауса. Сферичний образ поверхні.	891
Лекція 21. Теорема Родріга та її застосування. Паралельні поверхні. Триортогональні системи.	950
Лекція 22. Геодезична кривина кривої. Геодезичні лінії на поверхні.	974
Лекція 23. Екстремальність геодезичних ліній.	1034
Лекція 24. Півгеодезичні системи координат.	1048
Лекція 25. Теорема Гауса-Бонне.	1080
Лекція 26. Середня кривина. Мінімальні поверхні.	1106
Лекція 27. Елементи геометрії Лобачевського. Псевдосферичні поверхні. Теорема Гільберта.	1139
Список літератури	1190
Предметний покажчик	1193