

ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна НАН України

Електронні видання



**В.Д. ГОРДЕВСЬКИЙ
О.О. ГУКАЛОВ**

**МЕТОДИ
ЗНАХОДЖЕННЯ
НЕВИЗНАЧЕНИХ
ІНТЕГРАЛІВ**



ФІЗИКО-ТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ НИЗЬКИХ ТЕМПЕРАТУР
ім. Б.І. ВЕРКІНА
НАЦІОНАЛЬНОЇ АКАДЕМІЇ НАУК УКРАЇНИ

В.Д. ГОРДЕВСЬКИЙ
О.О. ГУКАЛОВ

МЕТОДИ ЗНАХОДЖЕННЯ НЕВИЗНАЧЕНИХ ІНТЕГРАЛІВ

НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНИЙ ПОСІБНИК

Харків
ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна НАН України
2024

УДК 517.3(075.8)

Г 68

Гордевський В.Д., Гукалов О.О. **Методи знаходження невизначених інтегралів.** Навчально-методичний посібник. — Харків: ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна НАН України, 2024. — 85 с.

ISBN 978-617-95455-3-5

Посібник присвячено одній з найважливіших тем курсу «Математичного аналізу». Його метою є допомога студентам у опануванні основних методів для знаходження невизначеного інтегралу. На початку кожного параграфу наведено основні теоретичні відомості про метод, після чого детально розглядаються приклади. У кінці кожного параграфу студенту запропоновані запитання і задачі для самостійної роботи.

Посібник призначено для студентів першого курсу факультету математики і інформатики Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна. Також буде корисний студентам різних спеціальностей ВУЗ при вивченні теми невизначеного інтегралу.

Рецензенти:

В.П. Котляров, доктор фіз.-мат. наук, професор, ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна НАН України

С.Л. Гефтер, кандидат фіз.-мат. наук, доцент, ХНУ ім. В.Н. Каразіна

Рекомендовано до друку Вченою радою

Фізико-технічного інституту низьких температур ім. Б.І. Веркіна

Національної академії наук України

(протокол № 4 від 10.07.2024 р.)

Видавництво ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна НАН України

ISBN

978-617-95455-3-5

© В.Д. Гордевський, О.О. Гукалов, 2024

© О.М. Калиненко, Р.М. Баснукаєва, художнє оформлення, 2024

© ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна НАН України, 2024

Зміст

Вступ	6
1. Основні прийоми і методи інтегрування	7
1.1. Поняття первісної і невизначеного інтеграла	7
1.1.1. Означення і основні відомості	7
1.1.2. Приклади	10
1.1.3. Контрольні запитання і завдання	12
1.2. Деякі загальні прийоми інтегрування	12
1.2.1. Заміна змінної у невизначеному інтегралі	12
1.2.2. Приклади	13
1.2.3. Лінійна заміна змінної	14
1.2.4. Приклади	14
1.2.5. Інтегрування частинами	15
1.2.6. Приклади	15
1.2.7. Контрольні запитання і завдання	16
1.3. Інтегрування раціональних виразів	17
1.3.1. Алгебраїчні властивості раціональних функцій	17
1.3.2. Інтегрування простих дробів	21
1.3.3. Приклади	24
1.3.4. Метод Остроградського	26
1.3.5. Приклад	27
1.3.6. Контрольні запитання і завдання	29
1.4. Інтегрування деяких класів ірраціональних функцій .	29
1.4.1. Дробово-лінійні ірраціональності	30
1.4.2. Приклади	31
1.4.3. Біноміальний диференціал	33
1.4.4. Приклади	33
1.4.5. Інтегрування квадратичних ірраціональностей	36

1.4.6.	Приклади	37
1.4.7.	Про ще один інтеграл	39
1.4.8.	Приклад	40
1.4.9.	Контрольні запитання і завдання	41
1.5.	Інтегрування тригонометричних функцій	42
1.5.1.	Універсальна підстановка	42
1.5.2.	Спеціальні випадки	43
1.5.3.	Приклади	43
1.5.4.	Контрольні запитання і завдання	46
1.6.	Інтегрування деяких трансцендентних функцій	47
1.6.1.	Інтегрування виразів, раціональних відносно експонент	47
1.6.2.	Інтегрування деяких інших трансцендентностей	48
1.6.3.	Інтеграл, які не беруться у скінченному вигляді	48
1.6.4.	Приклади	49
1.6.5.	Контрольні запитання і завдання	52
2.	Індивідуальні розрахункові завдання	54
	Завдання 1	54
	Завдання 2	55
	Завдання 3	56
	Завдання 4	57
	Завдання 5	58
	Завдання 6	59
	Завдання 7	60
	Завдання 8	61
	Завдання 9	62
	Завдання 10	63
	Завдання 11	64
	Завдання 12	65
	Завдання 13	66
	Завдання 14	67
	Завдання 15	68
	Завдання 16	69
	Завдання 17	70

Завдання 18	71
Завдання 19	72
Завдання 20	73
Завдання 21	74
Завдання 22	75
Завдання 23	76
Завдання 24	77
Завдання 25	78
Завдання 26	79
Завдання 27	80
Завдання 28	81
Завдання 29	82
Завдання 30	83

Список літератури	84
--------------------------	-----------